ΕΠΙΤΟΜΗ

Ἀριθμητικῆς

πρὸς

Παράδοσιν τῶν πρωτοπείρων

ὑπὸ

ΑΘΑΝΑΣΙΟΥ ΣΤΑΓΕΙΡΙΤΟΥ.

ΕΝ ΒΙΕΝΝΗ͂, ΤΗΣ ΑΟΥΣΤΡΙΑΣ
ΕΝ ΤΗ͂, ΤΥΠΟΓΡΑΦΙΑ͂, ΓΕΩΡΓΙΟΥ ΒΕΝΔΩΤΟΥ.

1820.

Τοῖς ἀναγινώσκουσι.

Πᾶν τοὐπίτομον φασὶν ἀτελές· ναὶ, αὐτὸ μὲν καθ' ἑαυτὸ ἐστὶν ἀτελὲς, ἀλλ' ἐστι σύντομος καὶ ἡδεῖα πρὸς τὴν ἐντέλειαν διάβασις, κεκαθαρμένη πάντων τῶν ὀχληρῶν καὶ ἀπέχθειαν προξενούντων ἀναμασισμῶν.

Ἡ ἐν τοῖς δυσνοήτοις προβλήμασι καὶ ἀπεράντοις κανόσι κακῶς ἐννοουμένη ἐντέλεια, δὲν πρέπει νὰ ζητῆται εἰς τὰ βιβλία τῆς παραδόσεως· ἐπειδὴ ὁ μαθητὴς ποτὲ δὲν γίνεται ἐντελὴς παραδιδόμενος εἰς τὸ σχολεῖον, ἀλλ' ὅταν ἀσκηθῇ διὰ πράξεως καὶ μελέτης, εἰς ὁποῖον μέρος τῆς μαθήσεως λάβῃ κλίσιν ἢ χρείαν.

Ὅθεν ἡ παράδοσις πρέπει νὰ γίνηται σύντομος, εὐμέθοδος, εὔληπτος καὶ ποικίλη, ἵνα ἔχωσιν καιρὸν οἱ μαθηταὶ νὰ λάβωσι πολλῶν μαθήσεων ἰδέας, καὶ εἰς ὁποίαν κλίνῃ ἕκαστος ἢ ἐκ προαιρέσεως ἢ χρείας, ἂς τὴν ἐξακολουθῇ, καὶ ἂς ζητῇ τὴν ὅσον δυνατὸν ἐντέλειαν αὐτῆς.

Ὅταν ὁ μαθητὴς παραδοθῇ ἐν ὀλίγῳ, τὴν παροῦσαν π. χ. σύντομον πραγματείαν, δὲν δυσκολεύηται ἀναμφιβόλως νὰ μελετήσῃ ἔπειτα, ἄνευ βοηθείας διδασκάλου, ὅλας τὰς ἀριθμητικὰς τοῦ κόσμου, ἐκτὸς τῶν ἐπιστημονικῶν· μ' ὅλον ὅτι καὶ εἰς αὐτὰς, δὲν θέλει φανῇ τόσον μεγάλη ἡ δυσκολία· τοῦτο τὸ ἐδοκίμασα ἐμπράκτως ἐν τῷ Ἑλληνικῷ σχολείῳ τῆς Πέστης, ἔνθα ἠναγκάσθην νὰ συνάψω καὶ νὰ παραδώσω αὐτὴν, ὁμοίως καὶ γραμματικὴν, ἱστορίαν καὶ Γεωγραφίαν κατὰ τὸν αὐτὸν τρόπον, μετ' εὐτυχοῦς ἐκβάσεως, μὴ εὑρίσκων οὔτε τὴν ἀρχὴν οὔτε τὸ τέλος, τῶν παρ' ἡμῖν σωζομένων βιβλίων τῆς παραδόσεως.

Ἔῤῥωσθε.

ΕΠΙΤΟΜΗ
Ἀριθμητικῆς.

Εἰσαγωγή.

Ἡ ἀριθμητική ἐστιν ἐπιστήμη, διδάσκουσα πῶς νὰ εὑρίσκωμεν τοὺς ἀγνώστους ἀριθμοὺς, διὰ μέσου τῶν ἐγνωσμένων.

Ὁ δὲ ἀριθμός ἐστι συνάθροισις πολλῶν ὁμοειδῶν μονάδων.

Μονὰς δὲ ἡ σημαίνουσα ἓν μόνον πρᾶγμα, οἷον, εἷς στρατιώτης ἐστὶ μία μονάς· δέκα δὲ, μία συνάθροισις δέκα μονάδων, ἡ ὁποία λέγεται ἀριθμός.

Οἱ δὲ χαρακτῆρας δι' ὧν σημειοῦμεν τοὺς ἀριθμοὺς εἰσὶ δέκα· οἷον, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, καὶ τὸ 0 μηδενικὸν λεγόμενον.

Ἡ δύναμις δὲ τῶν χαρακτήρων γνωρίζεται ἐκ τῆς θέσεως αὐτῶν· οἷον, 78, 672, 859, 341, 507, 345, ὁ μὲν ά. δεξιόθεν σημαίνει τὰς μονάδας, ὁ β΄. τὰς δεκάδας, ὁ γ΄. τὰς ἑκατοντάδας· ὁ δὲ δ΄. τὰς μονάδας, ὁ ε΄, τὰς δεκαδας, ὁ ϛ΄. τὰς ἑκατοντάδας τῶν χιλιάδων· ὁ δὲ ζ΄. τὰς μονάδας, ὁ ή. τὰς δεκάδας, ὁ θ΄. τὰς ἑκατονταδας τῶν μιλιονίων· ὁ ί. τὰς μοναδικὰς, ὁ ιά. τὰς δεκαδικὰς, ὁ ιβ΄. τὰς ἑκατονταδικὰς χιλιάδας τῶν μιλιονίων· ὁμοίως καὶ τῶν διλιονίων, τριλιονίων, κ. τ. λ. οἷον,

5, μονὰς,
4 δεκὰς,
3 ἑκατοντάς.
7, μονὰς χιλιάδος,
6 δεκὰς χιλιάδος,
5 ἑκατοντὰς χιλιάδος.
1, μονὰς μιλιȣνίȣ,
4 δεκὰς μιλιȣνίȣ,
3 ἑκατοντὰς μιλιȣνίȣ.
9, μονὰς χιλιάδος μιλιȣνίȣ,
5 δεκὰς χιλιάδος μιλιȣνιȣ,
8 ἑκατοντας χιλιάδος μιλιȣνίȣ.
2, μονὰς διλιȣνίȣ,
7 δεκὰς διλιȣνίȣ,
6 ἑκατοντὰς διλιȣνίȣ.
8, μονὰς χιλιάδος διλιȣνίȣ,
7 δεκὰς χιλιάδος μιλιȣνίȣ.

Περιέχουσι λοιπὸν οἱ προτεταγμένοι χαρακτῆρες 78 χιλιάδας καὶ [illegible]72 διλιόνια, 859 χιλιάδας καὶ 341 μιλιόνια, 567 χιλιάδας καὶ 345.

Ὅθεν πρέπει νὰ τίθωνται οἱ ἀριθμοὶ κατὰ τὴν τάξιν τῆς δυνάμεως αὐτῶν· οἷον, αἱ μονάδες ὑπὸ τὴν τάξιν τῶν μονάδων, αἱ δεκάδες ὑπὸ τὴν τῶν δεκάδων, αἱ χιλιάδες ὑπὸ τὴν τῶν χιλιάδων, κ. τ. λ. οὕτως

5673
2382
145
13

Ὅτε δὲ οὐκ ἔχομεν ἢ μονάδος, ἢ δεκάδος, ἢ ἑκατοντάδος, ἢ ἄλλης τάξεως ἀριθμὸν, ἀναπληροῦμεν τὸν τόπον αὐτῶν διὰ τῶν μηδενικῶν· οἷον

5473
6070
8203

Διαιρεῖται δὲ ἡ ἀριθμητικὴ εἰς τέσσαρα μέρη, εἰς σύναψιν, ἀφέρεσιν, πολλαπλασίασιν καὶ διαίρεσιν.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Α΄.

Περὶ συνάψεως.

Ἡ μὲν σύναψις ἐςὶν ἀριθμῶν διδομένων ἄθροισμα, ὅπερ ἐςὶν ὁ ζητούμενος ἄγνωςος, ϗ λέγεται κεφάλαιον.

Σημεῖα δὲ, τῆς μὲν συνάψεως τὸ $+$, τῆς δὲ ἰσότητος τὸ $=$· οἷον, $5 + 3 = 8$· ἤτοι 5 σὺν 3 ἴσον 8· ἢ 5 ϗ 3 γίνονται 8.

Γράφομεν οὖν τοὺς διδομένους ἀριθμοὺς εἰς τὴν τάξιν αὐτῶν οὕτως

$$\left.\begin{array}{r} 5864 \\ \underline{4693} \end{array}\right\} \text{διδόμενοι.} \qquad \begin{array}{r} 10557 \end{array}\Big\} \text{κεφάλαιον.}$$

Συνάπτομεν δὲ αὐτοὺς ἐκ τῶν μονάδων ἀρχόμενοι λέγοντες, $3+4=7$ γράφομεν τὸν 7 ὑπὸ τὴν τάξιν τῶν μονάδων· ἔπειτα, $9 + 6 = 15$· γράφομεν τὰ 5 μόνον ὑπὸ τὰς δεκάδας, τὰ δὲ 10 προσθέτομεν εἰς τὰς ἑκατοντάδας, ἐπειδὴ ἔγινεν ἑκατοντάς, λέγοντες, $6+8=14$ ϗ ἡ ἀνὰ χεῖρας μονὰς $= 15$. γράφομεν πάλιν τὰ 5 ὑπὸ τὰς ἑκατοντάδας, τὰ δὲ δέκα προσθέτομεν εἰς τὰς χιλιάδας, λέγοντες, $4 + 5 = 9$ ϗ ἡ ἀνὰ χεῖρας, $= 10$· γράφομεν οὖν τὸν 10 εἰς τὴν τάξιν αὐτοῦ.

$$\begin{array}{r} 6785 \\ 850 \\ 3420 \\ \underline{7894} \\ 18949 \end{array}$$

Ἐνταῦθα λέγομεν $4 + 5 = 9$· ἐπειδὴ τὰ μειδενικὰ πανταχοῦ μένουσιν ἄφωνα· ἔπειτα, 9 ϗ 2, γίνονται 11, ϗ 5, 16, ϗ 8, 24· γράφομεν τὰ 4· τὰς δὲ δύο δεκάδας προσθέτομεν εἰς τὰς ἑκατοντάδας, ὡς εἴρηται· ἔτως συνάπτομεν ϗ τὲς λοιπές.

Τῶν δὲ ἑτεροειδῶν ἡ σύναψις γίνεται ἔτως· τάττομεν τὲς ἀριθμὲς εἰς τὴν τάξιν αὐτῶν οἷον,

φιορι.	κραι.	ἡμεραι.	ὧραι.	λεπ.
15	40	26	12	25
27	30	33	16	43
43	10	60	5	8

Εἰς μὲν τὰ φιορίνια, ἐπειδὴ ἓν φιορίνιον περιέχει 60 κραΐτζάρια, ὅταν ὁ ἀριθμὸς τῶν κραΐτζαρίων ὑπερέβη τὰ 60, γράφομεν μόνον τὰ περιττὰ εἰς τὴν ταξιν τῶν κραΐτζαρίων, τὰ δὲ 60, τὰ ὁποῖα εἶναι ἓν φιορίνιον, προσθετομεν εἰς τὰ φιορίνια· καθὼς τὰ 3 ϗ 4 γίνονται 7· γράφομεν μόνον τὸ 1, τὰ δὲ 60, εἰς τὰ φιορίνια.

Εἰς δὲ τὰς ἡμέρας, ἐπειδὴ ἡ ἡμέρα περιέχει 24 ὥρας, ἡ δὲ ὥρα 60 λεπτὰ. ϗ ἐπειδὴ τὰ 25 ϗ 43 γίνονται 68, γράφομεν μόνον τὰ 8 εἰς τὰ λεπτὰ, τὰς δὲ 60, τὰ ὁποῖα εἶναι μιὰ ὥρα, προσθέτομεν εἰς τὰς ὥρας· αἱ δὲ ὧραι, ἐπειδὴ 16 ϗ 12 γίνονται 28, γράφομεν μόνον τὰς 4 εἰς τὰς ὥρας· τὰς δὲ 24, αἱ ὁποῖαι εἶναι μία ἡμέρα, προσθέτομεν εἰς τὰς ἡμέρας· ἔτω ποιἔμεν ϗ ἐπὶ παντὸς εἴδους ἑτεροειδῶν ἀριθμῶν, γνωρίζοντες τὰς συςατικὰς μονάδας αὐτῶν.

Περὶ ἀφαιρέσεως.

Ἡ δὲ ἀφαίρεσις εἶναι ὁ τρόπος τȣ̃ εὑρίσκειν τὴν μεταξὺ δύο ἀνίσων ἀριθμῶν διαφοράν· ὧν ὁ μὲν μεγαλήτερος λέγεται ἀφαιρετέος, ὁ δὲ μικρότερος ἀφαιρȣ́μενος, ὁ δὲ ζητȣ́μενος, ἄγνωστος, διαφορά.

Σημεῖον δὲ τῆς ἀφαιρέσεως τὸ — · οἷον, 8 — 3 = 5. ἤτοι, 8 ἐκτὸς 3 ἴσον 5.

Τάττομεν ȣ̓ν τȣ̀ς δοθέντας ἀριθμȣ̀ς ȣ̔́τως, εἶτα ἀφαιρȣ̃μεν τὸν 2 ἀπὸ τȣ̃ 4 λέγοντες, 4 — 2 = 2· γράφομεν ὑπὸ τὴν γραμμὴν τὸν 2· ἔπειτα, 2 — 1 = 1· ϗ 7 — 3 = 4, ϗ 6 — 2 = 4· γράφομεν ὅλȣς εἰς τὴν τάξιν αὐτῶν.

6724	ἀφαιρετέος.
2312	ἀφαιρȣ́μενος.
4412	ἡ διαφορά.

Ἐνταῦθα δὲ, ἐπειδὴ ὁ 4 εἶναι μεγαλήτερος τȣ̃ 3, λαμβάνομεν μίαν δεκάδα ἐκ τῆς τάξεως τῶν δεκάδων, οἷον, ἐκ τȣ̃ 4, ϗ σημειȣ̃μεν ἐκεῖ μίαν στιγμήν, ἵνα ἐνθυμώμεθα ὅτι ὁ 4 ἔμεινε 3· τὴν δὲ ληφθεῖσαν δεκάδα προστίθεμεν εἰς τὸν 3 ϗ γίνεται 13· ϗ ȣ̔́τως ἀφαιρȣ̃μεν τὸν 4 ἀπὸ τȣ̃ 13· τὰ αὐτὰ ποιȣ̃μεν ϗ ἐπὶ τῶν λοιπῶν.

26543
23624
2919

Ἡ τῶν τοιȣ́των ἀφαίρεσις γίνεται εὐκολωτέρως, ἐὰν προσθέτωμεν μίαν δεκάδα, εἰς τὸν ἀφαιρετέον, ὅταν εἶναι μικρότερος τȣ̃ ἀφαιρȣμένȣ, χωρὶς νὰ τὴν λάβωμεν παρ᾽ ἄλλȣ, ȣ̓́τε νὰ στίζωμεν, ϗ νὰ συγχίζωμεν τὸν πλησίον· ἔπειτα νὰ προσθέτωμεν μίαν μονάδα εἰς τὸν ἑπόμενον ἀφαιρȣ́μενον· οἷον, προσθέτομεν εἰς τὸν 3 μίαν δεκάδα, ϗ γίνεται 13· ἀφαιροῦμεν ἓν τὸν 4 ἀπὸ τοῦ 13 ἔπειτα προσθέτομεν εἰς τὸν ἑπόμενον 2 μίαν μονάδα, ϗ γίνεται 3· εἶτα ἀφαιροῦμεν τὸν 3 ἀπὸ τοῦ 4· ϗ ἐπὶ τῶν λοιπῶν ὁμοίως.

Ἐνταῦθα δὲ, ἐπειδὴ οἱ ἀριθμοὶ δὲν δύνανται νὰ ἀφαιρεθῶσιν ἀπὸ τῶν μηδενικῶν, ποιοῦμεν τὰ μηδενικὰ δεκάδας, προσθέτοντες εἰς τοὺς ἑπομένους ἀφαιρουμένους μίαν μονάδα, ὡς εἴρηται.

40007
12246
27661

Ἐνταῦθα δὲ ἐπειδὴ τὰ μηδενικὰ εἶσιν ἄφωνα, γράφομεν τοὺς ἀριθμοὺς τοῦ ἀφαιρετέου, ὁλοκλήρους ὑπὸ τὰ μηδενικὰ τοῦ ἀφαιρουμένου.

56843
40000
16843

φιορι.	κραϊτ.	ἡμέραι.	ὧραι.	λεπτά.
32	53	27·	12·	35
21	32	16	15	43
11	21	10	20	52

Ἐπειδὴ τὰ 43 λεπτὰ εἶναι περισσότερα τῶν 35, λαμβάνομεν μίαν ὥραν ἐκ τῶν 12 ϗ τὴν ἀναλύομεν εἰς 60 λεπτά· τὰ ὁποῖα προσθέτομεν εἰς τὰ 35 ϗ γίνονται 95· ἔπειτα ἀφαιροῦμεν τὸν 43 ἀπὸ τοῦ 95· ὁμοίως εἰς τὰς 11 ὥρας προσθέτομεν μίαν ἡμέραν ἀναλυομένην εἰς 24 ὥρας, λαμβάνοντες αὐτὴν ἀπὸ τὰς ἡμέρας.

Ταῦτα δὲ δυνάμεθα νὰ τὰ διατάξωμεν ϗ οὕτως,

ἡμερ.	ὧραι.	λεπτ.
23	35	95
16	15	43
10	20	52

Ἡ δὲ δοκιμὴ, τῆς μὲν συνάψεως ἀκριβὴς ἡ κατὰ ἀνάπαλιν ἐπανάληψις· ἐπειδὴ ἡ διὰ τῆς ἀποβολῆς τοῦ 9 γίνεται πολλάκις ἐπισφαλής.

Τῆς δ' ἀφαιρέσεως γίνεται διὰ τῆς συνάψεως τοῦ ἀφαιρουμένου μετὰ τῆς διαφορᾶς, ϗ ἐὰν προκύψῃ ὁ ἀφαιρετέος, ὀρθῶς ἔγινεν ἡ πρᾶξις.

$$\begin{array}{r} 26543 \\ 23624 \\ \hline 2919 \\ \hline 26543 \end{array}$$

Περὶ πολλαπλασιάσεως.

Ἡ δὲ πολλαπλασίασις ἐςὶ τρόπος σύντομος τῆς συνάψεως· ἐπειδὴ ὁ 4 πολλαπλασιαζόμενος διὰ τοῦ 5, παράγει τὸν 20· ἐὰν ὅμως γράψωμεν τὸν 5 τετράκις, ἢ τὸν 4 πεντάκις, ϗ συνάψομεν αὐτοὺς, ἕκαςος παράγει τὸν 20· ϗ ὁ μὲν μεγαλήτερος λέγετε πολλαπλασιαςέος, ὁ δὲ μικρότερος πολλαπλασιαςής.

Σημεῖον δὲ τῆς πολλαπλάσεως τὸ χ, ἢ τὸ. · οἷον ὁ $5.4=20$· ἤτοι, ὁ 5 πολλαπλασιαζόμενος διὰ τοῦ 4 ἴσον 20.

Πρέπει ὅμως νὰ μάθωμεν τὸν παρόντα πίνακα, ὁ ὁποῖος εἶναι ἀναγκαῖος εἰς τὰς πράξεις τοῦ πολλαπλασιασμοῦ.

1	1	1
2	2	4
2	3	6
2	4	8
2	5	10
2	6	12
2	7	14
2	8	16
2	9	18
2	10	20
3	3	9
3	4	12
3	5	15
3	6	18
3	7	21
3	8	24
3	9	27
3	10	30
4	4	16
4	5	20
4	6	24
4	7	28
4	8	32
4	9	36
4	10	40
5	5	25
5	6	30
5	7	35
5	8	40
5	9	45
5	10	50
6	6	36
6	7	42
6	8	48
6	9	54
6	10	60
7	7	49
7	8	56
7	9	63
7	10	70
8	8	64
8	9	72
8	10	80
9	9	81
9	10	90
10	10	100
10	100	1000

Τάττομεν δὲ, τὸν μὲν πολλαπλασιαστέον ἄνωθεν, τὸν δὲ πολλαπλασιαστὴν ὑπ' αὐτὸν δεξιόθεν ἀρχόμενοι, οὕτως; 123 πολλαπλασιαστέος.

3 πολλαπλασιαστής.

369 γινόμενον.

Εἶτα πολλαπλασιάζομεν τὸν 3 διὰ τοῦ 3 λέγοντες, 3 . 3 = 9· γράφομεν αὐτὸν ὑπὸ τὰς μονάδας· ἔπειτα τὸν 2 διὰ τοῦ 3· οἷον, 3 . 2 = 6 γράφομεν καὶ αὐτὸν ὑπὸ τὰς δεκάδας· εἶτα τὸν 1 διὰ τοῦ 3, καὶ μένει πάλιν 3· ἐπειδὴ ἡ μονὰς οὔτε πολλαπλασιάζει, οὔτε διαιρεῖ, οὔτε ἄλλην τινὰ μεταβολὴν ποιεῖ.

Ὅταν δὲ ὁ πολλαπλασιαστὴς ἔχῃ δύο, ἢ τρεῖς, ἢ περισσοτέρους ἀριθμοὺς, πολλαπλασιάζομεν πρῶτον ὅλους τοὺς ἀριθμοὺς τοῦ πολλαπλασιαστέου, διὰ τοῦ πρώτου ἀριθμοῦ τοῦ πολλαπλασιαστοῦ· οἷον τὸν 7 διὰ τοῦ 4· λέγοντες, 7 . 4 = 28· γράφομεν μόνον τὸν 8 ὑπὸ τὰς μονάδας, τὰς δὲ δύο δεκάδας, προστέθομεν εἰς τὰς δεκάδας· οἷον, 3 . 4 = 12, καὶ 2 = 14· γράφομεν τὰ 4 ὑπὸ τὰς δεκάδας· τὴν δὲ ἑκατοντάδα προσθέτομεν εἰς τὰς ἑκατοντάδας· οὕτω καὶ ἐπὶ τῶν λοιπῶν.

5837	56783
24	235
23348	283915
11674	170349
140088	113566
	13344005

Ἔπειτα πολλαπλασιάζομεν διὰ τοῦ δευτέρου ἀριθμοῦ τοῦ πολλαπλασιαστοῦ, ὅλον τὸν πολλαπλασιαστέον· οἷον, διὰ τοῦ 2· καὶ γράφομεν τὸ γινόμενον ὑπὸ τὸ γινόμενον τοῦ πρώτου, ἀφήνοντες δεξιόθεν ἕνα ἀριθμόν· οἷον, γράφομεν τὰς μονάδας τοῦ δευτέρου, ὑπὸ τὰς δεκάδας τοῦ πρώτου γινομένου· κ. τ. λ.

Ὅταν δὲ ὁ πολλαπλασιαστέος ἔχῃ πρὸς τὸ τέλος μηδενικά, (ἐπειδὴ ἂν τύχωσι μεταξὺ τῶν ἀριθμῶν ἡ πρᾶξις γίνεται ὡς εἴρηται) πολλαπλασιάζομεν μόνον τοὺς ἀριθμοὺς, τὰ δὲ μηδενικὰ γράφομεν ἔμπροσθεν τοῦ γινομένου· οἷον,

342000	7600	687000
3	23	345
1026...	228	3435
	152	2748
	1748..	2061
		237015...

Ὅταν δὲ ἔχῃ καὶ ὁ πολλαπλασιαστέος καὶ ὁ πολλαπλασιαστὴς μηδενικὰ, ὁμοίως πολλαπλασιάζομεν μόνον τοὺς ἀριθμοὺς, τὰ δὲ μηδενικὰ καὶ τοῦ πολλαπλασιαστέου καὶ τοῦ πολλαπλασιαστοῦ, γράφομεν ἔμπροσθεν τοῦ γινομένου· οἷον,

2600	254000	345000
10	200	23000
26...	508.....	1035
		690
		7935......

Τῶν δὲ ἑτεροειδῶν ἡ πολλαπλασίασις γίνεται οὕτως·

χρόνοι	μῆνες	εὐδομ.	ἡμέρ.
450	8	16	6
			3 πολλαπλασιαστής.
1350	24	48	7 | 18 | 2
3	12	2	14
1353	12 | 36 | 3	4 | 50 | 12	4
	36	4	
		10	
		8	
		2	

Ὁ πολλαπλασιαστὴς τίθεται ὑπὸ τὸν μικρότερον ἀριθμὸν, οἷον, ὑπὸ τὰς ἡμέρας· ἔπειτα πολλαπλασιάζομεν πρῶτον τὰς ἡμέρας, ϗ προκύπτει ὁ 18· τὸν ὁποῖον διαιροῦμεν διὰ τοῦ 7, ἤτοι, διὰ τῶν 7 ἡμερῶν τῆς εὐδομάδος, αἱ ὁποῖαι εἶναι μία εὐδομὰς, ϗ προκύπτει πηλίκον ὁ 2 ϗ λοιπὸν ὁ 4.

Ἔπειτα πολλαπλασιάζομεν τὰς εὐδομάδας, ϗ προκύπτει γινόμενον ὁ 48, προσθέτομεν ϗ τὰς 2 εὐδομάδας, τὸ πηλίκον τῶν ἡμερῶν, ϗ γίνονται 50· τὸν ὁποῖον διαιροῦμεν, διὰ τοῦ 4, τουτέστιν, διὰ τῶν 4 εὐδομάδων τοῦ μηνὸς, αἱ ὁποῖαι εἶναι ἕνας μῆνας, ϗ προκύπτει πηλίκον ὁ 12, ϗ λοιπὸν ὁ 2.

Μετὰ ταῦτα τοὺς μῆνας, καὶ προκύπτει ὁ 24, προσθέτομεν ϗ τοὺς 12 τὸ πηλίκον τῶν εὐδομάδων, καὶ γίνονται 36· τὸν ὁποῖον διαιροῦμεν διὰ τοῦ 12, οἷον, διὰ τῶν 12 μηνῶν τοῦ χρόνου, ϗ προκύπτει πηλίκον ὁ 3 ϗ λοιπὸν μηδέν.

Ἔπειτα τὲς χρόνες, ϗ προκύπτει ὁ 1350, προσθέτομεν ϗ τὸν 3 τὸ πηλίκον τῶν μηνῶν, τὸ ὁποῖον εἶναι 3 χρόνοι, ϗ γίνονται 1353 χρόνοι, 2 εὐδομάδες, ϗ 4 ἡμέραι· τὰ αὐτὰ ποιῦμεν ϗ ἐπὶ τῶν λοιπῶν ἑτεροειδῶν.

Περὶ διαιρέσεως.

Διαίρεσις δὲ ἐςιν, εὑρεῖν ποσάκις εἷς ἀριθμὸς ἐμπεριέχεται εἰς τὸν ἄλλον· ϗ ὁ μὲν μεγαλήτερος, λέγεται διαιρετέος, ὁ δὲ μικρότερος, διαιρέτης· τὸ δὲ προκύπτον λέγεται πηλίκον.

Σημεῖον δὲ τῆς διαιρέσεως τὸ : οἷον, ὁ 12 διαιρύμενος διὰ τῦ 3, γράφεται ὕτως, 12 : 3 = 4.

Γράφομεν δὲ πρῶτον τὸν διαιρετέον, ἔπειτα περικλείομεν αὐτὸν διὰ δύο γραμμῶν ὀρθῶν· ϗ ἔξω τῶν γραμμῶν ἀριςερὰ μὲν γράφομεν τὸν διαιρέτην, δεξιὰ δὲ τὸ πηλίκον, οἷον,

```
          διαιρετέος
διαιρέ.  2 | 694 | 347  πηλίκον.
           | 6   |
            ---
             9
             8
            ---
             14
             14
            ---
              0
```

Ἔπειτα ἀριςερόθεν ἀρχόμενοι, διαιρῦμεν τὸν 6 διὰ τῦ 2 καὶ προκύπτει ὁ 3· γράφομεν πηλίκον τὸν 3· ἔπειτα πολλαπλασιάζομεν αὐτὸν διὰ τῦ διαιρέτε, ἤτοι τῦ 2, ϗ γίνεται ὁ 6·

γράφομεν αὐτὸν ὑπὸ τοῦ διαιρεθέντος 6, ϗ τὸν ἀφαιροῦμεν ἀπ' αὐτοῦ· ϗ ἐπειδὴ ὁ 6 ἀπὸ τοῦ 6 ἀφαιρούμενος δὲν δίδει λοιπὸν, καταβιβάζομεν τὸν 9, ϗ διαιροῦμεν αὐτὸν, ϗ προκύπτει πηλίκον ὁ 4· γράφομεν τὸν 4 πηλίκον, ἔπειτα πολλαπλασιάζομεν αὐτὸν διὰ τοῦ διαιρετέου, ϗ γίνεται ὁ 8· γράφομεν τὸν 8 ὑπὸ τὸν 9, ἔπειτα ἀφαιροῦμεν αὐτὸν ἀπὸ τοῦ 9 ϗ μένει 1· καταβιβάζομεν ἔπειτα ϗ τὸν 4 ϗ γίνονται 14, διαιροῦμεν ϗ αὐτὸν, ϗ προκύπτει ο 7· γράφομεν ϗ αὐτὸν εἰς τὸ πηλίκον· ἔπειτα πολλαπλασιάζομεν αὐτὸν διὰ τοῦ διαιρετέου καὶ γίνεται ὁ 14· γράφομεν αὐτὸν ὑπὸ τὸν διαιρεθέντα 14, ϗ ἀφαιροῦμεν ἀπ' αὐτοῦ, ϗ μένει λοιπὸν οὐδέν.

```
24 | 56·846 | 2368 14/24          214 | 898·8 | 42
   | 48     |                         | 856   |
   ----                               -----
      88                                 428
      72                                 428
     ----                                ----
      164                                  0
      144
      ----
       206
       192
       ---
        14
```

Ὅταν δὲ ἔχῃ ὁ διαιρέτης δύο ἢ τρεῖς, ἢ ϗ περισσοτέρους ἀριθμοὺς, τόσους λαμβάνομεν ϗ ἐκ τοῦ διαιρετέου ϗ διαιροῦμεν, ὡς ἀνωτέρω φαίνεται· οἷον, διὰ τοῦ 24 διῃρέσαμεν τὸν 56, ἐξ οὗ πηλίκον ὁ 2· ἐπολλαπλασιάσαμεν ἔπειτα τὸν διαιρέτην διὰ τȣ̃ πηλίκȣ ϗ ἔγινεν ὁ 48· ἀφῃρέσαμεν αὐτὸν ἀπὸ τȣ̃ 56 ϗ ἔμεινε λοιπὸν ὁ 8· καταβιβάζομεν ἔπειτα ϗ τȣ̀ς λοιπȣ̀ς διαδοχικῶς, ϗ διαιρȣ̃μεν αὐτȣ̀ς, ὡς εἴρηται· ἐπειδὴ δὲ εἰς τὸ τέλος μένει λοιπὸν ὁ 14, γράφομεν μίαν πλαγίαν γραμμὴν ἔμπροσθεν τȣ̃ πηλίκȣ, καὶ γράφομεν τὸν διαιρέτην ἄνωθεν, τὸ δὲ λοιπὸν κάτωθεν τῆς γραμμῆς· τὸ ὁποῖον λέγεται κλάσμα· περὶ ȣ̃ ἐρȣ̃μεν ἐν τῷ οἰκείῳ τόπῳ.

Ὅτε δὲ οἱ ἀριθμοὶ τȣ̃ διαιρετέȣ, π. χ. οἱ τρεῖς, τȣ̀ς ὁποίȣς πρέπει νὰ διαιρέσωμεν, ὅταν ἔχῃ ϗ ὁ διαιρέτης τρεῖς, τύχωσι μικρότεροι τȣ̃ διαιρέτȣ, λαμβάνομεν τέσσαρας, ὡς ἐνταῦθα φαίνεται· οἷον, διὰ τȣ̃ 125, διῃρέσαμεν τὸν 1032.

125	1032'84	$826\frac{34}{125}$
	1000	
	328	
	250	
	784	
	750	
	34	

Τῶν δὲ ἑτεροειδῶν ἡ διαίρεσις γίνεται ȣ̃τως·

	ἡμέραι,			ὧραι,			λεπτὰ.	
4	16	4	4	20	5	4	48	12
	16			20			4	
	0			0			8	
							8	
							0	

διαιρȣ̃μενα διὰ τȣ̃ 4 προκύπτει πηλίκον 4 ἡμέραι, 5 ὧραι καὶ 12 λεπτά.

Δοκιμάζομεν δὲ, τὴν μὲν, πολλαπλασίασιν διαιῥȣ̃ντες τὸ γινόμενον διὰ τȣ̃ πολλαπλασιαϛȣ̃, ϗ προκύπτει ὁ πολλαπλασιαϛέος.

Τὴν δὲ διαίρεσιν, πολλαπλασιάζοντες τὸ πηλίκον διὰ τȣ̃ διαιρέτȣ, ϗ προκύπτει ὁ διαιρετέος· οἷον,

358	25	89'50	358
25		75	
1790		145	
716		125	
8950		200	
		200	
		0	

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Β΄.

Περὶ κλασμάτων.

Κλάσματα λέγονται τὰ μέρη τῆς μονάδος· π. χ., ἐὰν διαιρέσωμεν ἓν φιορίνιον, τὸ ὁποῖον εἶναι μία μονάς, εἰς 12, ἢ εἰς 10, ἢ εἰς ὅσα μέρη θέλομεν, ταῦτα λέγονται κλάσματα.

Γράφονται δὲ τὰ κλάσματα ȣ̈τως· $\frac{2}{12}$, ϗ ὁ μὲν κάτωθεν τῆς γραμμῆς ἀριθμὸς ὀνομάζεται παρονομαϛὴς, ἐπειδὴ ὀνομάζει τὰ μέρη εἰς πόσα διῃρέθη ἡ μονάς· ὁ δ' ἄνωθεν, ἀριθμητὴς, ἐπειδὴ ἀριθμεῖ τὰ μέρη πόσα λαμβάνομεν· π. χ. ἐὰν διαιρέσωμεν ἓν φιορίνιον εἰς 2 μέρη, ϗ λάβωμεν μόνον τὸ ἓν μέρος, γράφομεν ȣ̈τως $\frac{1}{2}$ λέγοντες ὅτι ἐλάβομεν ἓν δεύτερον, ἢ τὸ ἥμισυ· ἐὰν δὲ εἰς 3 ϗ λάβωμεν τὰ ν, ȣ̓́τως $\frac{2}{3}$· οἷον, δύο τρίτα· ȣ̓́τω ᾗ $\frac{3}{4}$ $\frac{5}{6}$ $\frac{7}{8}$ κ. λ. οἷον, τρία τέταρτα, πέντε ἕκτα, ἑπτὰ ὄγδοα.

Ὅταν δὲ ὁ ἀριθμητὴς ᾗ ὁ παρονομαστὴς εἶναι ἴσοι, τότε τὸ κλάσμα εἶναι ἴσον μὲ τὴν μονάδα· π. χ. τὸ φιορίνιον περιέχει 60 κραϊτζάρια, ἐὰν διαιρεθῇ εἰς 12 μέρη, ἕκαστον μέρος περιέχει 5, ᾗ λάβωμεν $\frac{12}{12}$, ἤτοι δώδεκα δωδέκατα, λαμβάνομεν 60 κραϊτζάρια, τὰ ὁποῖα εἶναι ἴσα μὲ τὴν μονάδα.

Ὅταν δὲ ἀριθμητὴς εἶναι μεγαλήτερος τȣ̃ παρονομαστȣ̃, τότε τὸ κλάσμα εἶναι μεγαλήτερον τῆς μονάδος· οἷον, ἐὰν λάβωμεν $\frac{14}{12}$ λαμβάνομεν 70 κραϊτζάρια.

Ὅταν δὲ θέλωμεν νὰ εὕρωμεν πόσα μέρη τῆς μονάδος περιέχει τὸ κλάσμα, οἷον, τὸ $\frac{3}{4}$· πολλαπλασιάζομεν τὰ μέρη τῆς μονάδος, π. χ. τὰ 60, ἐὰν εἶναι ἡ μονὰς φιορίνιον, διὰ τȣ̃ ἀριθμητȣ̃, καὶ προκύπτει ὁ 180· ἔπειτα διαιρȣ̃μεν αὐτὸν διὰ τȣ̃ παρονομαστȣ̃, καὶ προκύπτει ὁ 45· ἐπειδὴ ἡ μονὰς διῃρέθη εἰς 4 μέρη, ἕκαστον μέρος περιέχει 15· ἄρα, $3 \cdot 15 = 45$.

Ὅταν δὲ τὸ κλάσμα εἶναι μικτὸν, οἷον, ὅταν ἔχῃ ᾗ ὁλοσχερῆ ἀριθμὸν, ὡς, $2\frac{3}{4}$, ᾗ θέλομεν νὰ τὸ ἀναλύσωμεν εἰς κλάσμα καθαρὸν, χωρὶς νὰ βλάψωμεν τὴν δύναμιν αὐτȣ̃, πολλαπλασιάζομεν τὸν παρονομαστὴν διὰ τȣ̃ ὁλοσχερȣ̃ς, ᾗ προκύπτει ὁ 8· ἔπειτα προσθέτομεν εἰς τὸν 8· τὸν ἀριθμητὴν, ϗ γίνεται 11· εἶτα γράφομεν τὸν 11 ἀριθμητὴν, ἔχοντες τὸν 4 πάλιν παρονομαστὴν, οὕτως, $\frac{11}{4} = 2\frac{3}{4}$.

Ὅταν δὲ θέλωμεν νὰ ἀναλύσωμεν εἰς κλάσμα ἀριθμὸν ὁλοχερῆ, γράφομεν αὐτὸν ὡς ἀριθμητὴν ἔχοντες τὴν μονάδα παρονομαστὴν, οἷον, $\frac{6}{1}$· ἔπειτα πολλαπλασιάζομεν, αὐτοὺς δι' ὅτινος ἀριθμοῦ θέλομεν, π. χ. διὰ τοῦ 5· ϗ προκύπτει τὸ $\frac{30}{5} = 6$.

Ὅθεν ὅταν θέλωμεν νὰ ἀναλύσωμεν τινὰ ἀριθμὸν εἰς πολλὰ μέρη, π. χ. τὸν 6 εἰς 60 μέρη, γράφομεν αὐτὸν οὕτως, $\frac{6}{1}$· ἔπειτα πολλαπλασιάζομεν αὐτοὺς διὰ τοῦ 60, ϗ προκύπτει ὁ $\frac{360}{60} = 6$.

Ὅταν δὲ θέλωμεν νὰ φέρωμεν τὸ κλάσμα εἰς ὁλοχερῆ ἀριθμὸν, οἷον, τὸ $\frac{360}{60}$· διαιροῦμεν τὸν ἀριθμητὴν διὰ τοῦ παρονομαστοῦ, ϗ προκύπτει ὁ 6. $=\frac{360}{60}$.

Ὅταν δὲ θέλωμεν νὰ φέρωμεν πολλὰ κλάσματα εἰς τοὺς αὐτοὺς παρονομαστὰς χωρὶς νὰ βλάψωμεν τὴν δύναμιν αὐτῶν, οἷον, τὰ $\frac{1}{2}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{5}$, πολλαπλασιάζομεν τὸν ἀριθμητὴν ϗ πολλαπλασιαστὴν ἑκάστου κλάσματος, διὰ τῶν παρονομαστῶν τῶν ἄλλων κλασμάτων· π. χ. πρῶτον τὸν ἀριθμητὴν τοῦ ά. κλάσματος, διὰ τοῦ παρονομαστοῦ τοῦ β', οἷον, τὸν 1 διὰ τοῦ 3· τὸν δὲ 3 διὰ τοῦ παρονομαστοῦ τοῦ γ', ἤτοι, διὰ τοῦ 5 ϗ προκύπτει ὁ 15 ἀριθμητὴς τοῦ ά.

Ἔπειτα πολλαπλασιάζομεν τὸν παρονομαστὴν τοῦ ά, διὰ τοῦ παρονομαστοῦ τοῦ β', οἷον, τὸν 2 διὰ τοῦ 3 ϗ προκύπτει ὁ 6, τὸν δὲ 6 διὰ τοῦ παρονομαστοῦ τοῦ

Περὶ ἀφαιρέσεως.

Πρῶτον φέρομεν αὐτὰ εἰς τοὺς αὐτοὺς παρονομαστάς, οἷον, τὰ $\frac{1}{3}$ $\frac{3}{4}$ εἰς $\frac{4}{12}$ $\frac{9}{12}$· ἔπειτα ἀφαιροῦμεν τὸν μικρότερον ἀριθμητὴν ἀπὸ τοῦ μεγαλητέρου· οἷον, τὸν 4 ἀπὸ τοῦ 9, καὶ μένει $\frac{5}{12}$ ἔχοντες παρονομαστὴν τοῦ ἑνὸς κλάσματος μόνον.

Ὅταν δὲ θέλωμεν νὰ ἀφαιρέσωμεν κλάσμα ἀπὸ ὁλοχεροῦς ἀριθμοῦ, οἷον, τὸ $\frac{3}{4}$ ἀπὸ τοῦ 3, φέρομεν πρῶτον εἰς κλάσμα τὸν ὁλοχερῆ· $\frac{3}{1}$ $\frac{3}{4}$· ἔπειτα εἰς τοὺς αὐτοὺς παρονομαστάς· οἷον, $\frac{12}{4}$ $\frac{3}{4}$· ἔπειτα ἀφαιροῦμεν τὸν 3 ἀπὸ τὸν 12, καὶ μένει ὁ $\frac{9}{4}$.

γ΄, ἤτοι τȣ͂ 5 ϗ προκύπτει ὁ 30 παρονομαςὴς τȣ͂ ἁ. οἷον, τȣ͂ $\frac{1}{2}=\frac{15}{30}$· τὰ αὐτὰ ποιȣ͂μεν ϗ ἐπὶ τῶν λοιπῶν δύο, ϗ γίνονται $\frac{15}{30}$ $\frac{20}{30}$ $\frac{18}{30}$ $=$ $\frac{1}{2}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{5}$.

Περὶ συνάψεως κλάσματων.

Πρῶτον φέρομεν αὐτὰ εἰς τȣ̀ς αὐτȣ̀ς παρονομαςὰς, ἔπειτα συνάπτομεν ὅλȣς τȣ̀ς ἀριθμητὰς εἰς ἓν κεφάλαιον, ϗ γράφομεν αὐτὸ ἀριθμητὴν, παρονομαςὴν δὲ, μόνον τȣ͂ ἑνὸς κλασματος· οἷον, τὰ $\frac{2}{3}$ $\frac{4}{5}$ $\frac{1}{2}$ $=\frac{20}{30}$ $\frac{24}{30}$ $\frac{15}{30}$ εἰς τȣ̀ς αὐτȣ̀ς παρονομαςάς· ταῦτα συναφθέντα γίνονται $\frac{59}{30}$.

Ἐὰν δὲ τύχωσι μικτὰ, οἷον, $3\frac{2}{3}$ $4\frac{4}{5}$, πρῶτον ἀναλύωμεν αὐτὰ εἰς καθαρὰ, οἷον, εἰς τὰ $\frac{11}{3}$ $\frac{23}{5}$· ἔπειτα εἰς τȣ̀ς αὐτȣ̀ς παρονομαςὰς, οἷον $\frac{55}{15}$ $\frac{69}{15}$· εἶτα, τὰ συνάπτομεν ϗ γίνονται $\frac{124}{15}$.

Ὅταν δὲ θέλωμεν νὰ ἀφαιρέσωμεν μικτὸν κλάσμα ἀπὸ μικτοῦ, οἷον, $3\frac{2}{3}$ $5\frac{4}{5}$ ἀναλύομεν πρῶτον αὐτὰ εἰς κλάσματα καθαρά· οἷον, εἰς τὰ $\frac{11}{3}$ $\frac{29}{5}$· ἔπειτα εἰς τοὺς αὐτοὺς παρονομαστὰς, οἷον, $\frac{55}{15}$ $\frac{87}{15}$· εἶτα ἀφαιροῦμεν τὸν 55 ἀπὸ τοῦ 87 καὶ μένει $\frac{32}{15}$.

Περὶ πολλαπλασιάσεως.

Πρῶτον πολλαπλασιάζομεν τὸν ἀριθμητὴν διὰ τῶν ἀριθμητῶν, ἐὰν εἶναι πολλὰ τὰ κλάσματα, καὶ τὸν παρονομαστὴν διὰ τῶν παρονομαστῶν, καὶ τὸ ἐκ τῶν ἀριθμητῶν γενόμενον εἶναι ὁ ἀριθμητὴς, ἐκ δὲ τῶν παρονομαστῶν, ὁ παρονομαστῆς· οἷον, $\frac{3}{4} : \frac{4}{5} = \frac{12}{20}$ καὶ $\frac{3}{4}$ $\frac{4}{5}$ $\frac{2}{7} = \frac{24}{140}$.

Ὅταν δὲ θέλωμεν νὰ πολλαπλασιάσωμεν ἀριθμὸν ὁλοχερῆ μετὰ κλάσματος, οἷον, τὸν 4 διὰ τοῦ $\frac{2}{4}$, πολλαπλασιάζομεν τὸν ὁλοχερῆ διὰ τοῦ ἀριθμητοῦ τοῦ κλάσματος, ἔχοντες πάλιν τὸν αὐτὸν παρονομαστήν· καὶ γίνεται $\frac{8}{4}$.

Ὅταν δὲ θέλωμεν νὰ πολλαπλασιάσωμεν μικτὸν κλάσμα διὰ μικτοῦ, οἷον, τὸ $5\frac{1}{2}$ διὰ τοῦ $2\frac{2}{3}$, μεταφέρομεν αὐτὰ εἰς κλάσματα καθαρά· οἷον, εἰς τὰ $\frac{11}{2}$ $\frac{8}{3}$· ἔπειτα πολλαπλασιάζομεν τὸν ἀριθμητὴν διὰ τοῦ ἀριθμητοῦ, καὶ τὸν παρονομαστὴν διὰ τοῦ παρονομαστοῦ, καὶ γίνεται τὸ $\frac{88}{6}$.

Περὶ διαιρέσεως.

Ὅταν θέλωμεν νὰ διαιρέσωμεν κλάσμα διὰ

κλάσματος, οἷον, τὸ $\frac{4}{5}$ διὰ τοῦ $\frac{3}{8}$, ἀναστρέφομεν τὸν διαιρέτην, καὶ γίνεται ὁ ἀριθμητὴς παρονομαστὴς, ὁ δὲ παρονομαστὴς ἀριθμητής· ἔπειτα πολλαπλασιάζομεν δι' αὐτοῦ τὸν διαιρετέον· $\frac{8}{2}:\frac{3}{6}=\frac{24}{12}$.

Ὅταν δὲ θέλωμεν νὰ διαιρέσωμεν κλάσμα δι' ἀριθμοῦ ὁλοχεροῦς, οἷον, $\frac{2}{3}$ διὰ τοῦ 4· πολλαπλασιάζομεν τὸν παρονομαστὴν τοῦ κλάσματος, διὰ τοῦ ὁλοχεροῦς, ἔχοντες τὸν αὐτὸν ἀριθμητὴν πάλιν· οἷον $\frac{2}{12}$.

Ὅταν δὲ θέλωμεν νὰ διαιρέσωμεν κλάσμα μικτὸν διὰ μικτοῦ, οἷον, τὰ $4\frac{3}{7}$ διὰ τοῦ $3\frac{2}{4}$· μεταφέρομεν αὐτὰ εἰς κλάσματα καθαρά· οἷον, εἰς τὰ $\frac{31}{7}$ $\frac{14}{4}$· ἔπειτα πολλαπλασιάζομεν αὐτὰ, ὡς εἴρηται, καὶ προκύπτει τὸ $\frac{124}{98}$.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Γ'.

Περὶ τῆς μεθόδου τῶν τριῶν.

Μέθοδος τῶν τριῶν λέγεται ἐπειδὴ δι' αὐτῆς, ἔχοντες τρεῖς ἀριθμοὺς γνωστοὺς, ζητοῦμεν ἕνα τέταρτον ἄγνωστον, τὸν ὁποῖον σημειοῦμεν διὰ τοῦ χ, ἢ φ, ἢ ψ.

Γράφομεν δὲ αὐτοὺς οὕτως, $3:6=8:\chi$· στίζοντες μεταξὺ τοῦ πρώτου καὶ δευτέρου τὸ σημεῖον τῆς διαιρέσεως, μεταξὺ τοῦ δευτέρου καὶ τρίτου τὸ σημεῖον τῆς ἰσότητος, καὶ μεταξὺ τοῦ τρίτου καὶ τοῦ χ, οἷον τοῦ ζητουμένου ἀγνώστου, πάλιν τὸ σημεῖον τῆς διαιρέσεως.

Προφέρομεν δὲ αὐτὰς ὕτως· 3 πρὸς 6 ἴσον 8 πρὸς χ· γράφονται ὅμως ϗ 3 : 6 :: 8 : χ· οἷον 3 πρὸς 6 ὡς 8 πρὸς χ· ὁσάκις δηλ. περιέχει ὁ 6 τὸν 3, τοσάκις πρέπει νὰ περιέχῃ ϗ ὁ ζητύμενος τὸν 8· ὅθεν αὕτη ἡ μέθοδος λέγεται ϗ γεωμετρικὴ ἀναλογία· ἐπειδὴ, ὅσην ἀναλογίαν ἔχει ὁ 3 πρὸς τὸν 6, τόσην ϗ ὁ 8 πρὸς τὸν ζητύμενον. Διαιρεῖται δὲ ἡ μέθοδος αὕτη εἰς ὀρθὴν, ϗ ἀντίςροφον.

Περὶ τῆς ὀρθῆς.

Ὀρθὴ μὲν λέγεται, ἐπειδὴ προβάλλονται ὀρθῶς οἱ ἀριθμοὶ, προβαίνοντες ἀναλόγως ἢ εἰς αὔξησιν, οἷον, $3:6=8:16$· δηλ. ὅσον μεγαλήτερος εἶναι ὁ δεύτερος τῦ πρώτυ, οἷον, ὁ 6 τῦ 3, τόσον μεγαλήτερος εἶναι ϗ ὁ τέταρτος τῦ τρίτυ· οἷον, ὁ 16 τῦ 8· ἢ εἰς ἐλάττωσιν· οἷον, $16:8=6:3$· δηλ. ὅσον μικρότερος εἶναι ὁ 8 τῦ 16, τόσον ϗ ὁ 3 τῦ 6.

Ἵνα εὕρωμεν δὲ τὸν ἄγνωςον, πολλαπλασιάζομεν τὺς δύο μέσυς ὅρυς, ὅροι λέγονται οἱ ἀριθμοὶ τῶν μεθόδων· ἔπειτα διαιρῦμεν τὸ γινόμενον διὰ τῦ πρώτυ, ϗ προκύπτει πηλίκον ὁ ζητύμενος.

Ἔδωκα 3 φιορίνια ϗ ἀγόρασα 6 φέντια κρέας· ἀμὴ ἂν δώσω 8 πόσα φέντια πρέπει νὰ ἀγοράσω; ταχθήτωσαν ὕτως· $3:6=8:χ$· ἔπειτα πολλαπλασιάζομεν τὺς δύο μέσυς, οἷον, τὸν 8 διὰ τῦ 6, ϗ προκύπτει γινόμενον ὁ 48· τὸν ὁποῖον διαιρῦμεν διὰ τῦ 3, ϗ προκύπτει πηλίκον ὁ 16. δηλ. τὸ $\chi = 16$. οἷον, $3:6=8:16$.

Ὁμοίως ϗ, ἔδωκα 16 ϗ ἀγόρασα 8, ἐὰν δώσω 6 πόσα πρέπει νὰ ἀγοράσω; οἷον, $16:8=6:\chi$· πολλαπλασιάζομεν τὸν 8 διὰ τῦ 6, ϗ τὸ γινόμενον διαιρῦμεν διὰ τῦ 16 ϗ προκύπτει τὸ $\chi = 3$· οἷον, $16:8=6:3$.

Ἔδωκα 3861 φιορ. εἰς διάφορον, πρὸς 4 τὰ 100, πόσον διάφορον πρέπει νὰ λάβω; ὅθεν λέγω, $100:4=3861:\chi$. $3861 \cdot 4 = 15444 : 100 = 154\frac{44}{100}$· ἤτοι 3861, πολλαπλασιαζόμενα διὰ τῦ 4 γίνονται 15444, ὁ ὁποῖος διαιρῦμενος διὰ τῦ 100 προκύπτει πηλίκον $154\frac{44}{100}$. τὸ χ ἄρα, ἤτοι ὁ ζητῦμενος ἄγνωστος $= 154\frac{44}{100}$. ὥστε $100:4=3861:154\frac{44}{100}$.

Ἐπώλησα 50 πηχῶν ῥῦχον καὶ ἐκέρδησα 350 φιορι. ἐὰν ἐπώλυν 460, πόσα ἔπρεπε νὰ κερδήσω; $50:350=460:\chi$. ἄρα $460 \cdot 350 = 161000 : 50 = 3220$· ὥστε $50:350=460:3220$.

Ὅταν δὲ ὁ πρῶτος ὅρος εἶναι κλάσμα, οἷον $\frac{1}{2}:3=40:\chi$. τυτέστιν, ἐὰν $\frac{1}{2}$ τῆς πηχ. πωλεῖται διὰ 3 φιορ 40 πηχ. διὰ πόσων; πολλαπλασιάζομεν τὸν β. ὅρον 3 διὰ τῦ παρονομαστῦ τῦ κλάσματος 2, ἔπειτα ἀποβάλλομεν τὸν παρονομαστὴν ϗ γίνεται $1:6=40:\chi$ τὸ χ ἄρα $= 240$· ὥστε $\frac{1}{2}:3=40:240$.

Ὅταν δὲ ὁ β'. ὅρος εἶναι κλάσμα, οἷον, $7:\frac{1}{8}=$

168 : χ· τουτέστι, διὰ 7 φιορ. ἀγόρασα $\frac{3}{8}$ τῆς πηχ. ἀλλ' ἐὰν ἔδιδον 168 πόσας ἔπρεπε νὰ ἀγοράσω; πολλαπλασιάζομεν τὸν α΄. ὅρον 7 διὰ τοῦ παρονομαστοῦ τοῦ κλάσματος 8, καὶ ἀποβάλλομεν τὸν παρονομαστήν· ὅθεν γίνεται 56 : 3 = 168 : χ. τὸ χ. ἄρα = 9· ὥστε : 7 $\frac{3}{8}$ = 168 : 9.

Ὅταν δὲ ὁ γ΄. ὅρος εἶναι κλάσμα, οἷον, 9 : 168 = $\frac{3}{8}$: χ. τουτέστιν, 9 πήχ. ἐτιμήθησαν 168 φιορ. $\frac{3}{8}$ τῆς πηχ. πόσα; πολλαπλασιάζομεν τὸν α΄. ὅρον 9 διὰ τοῦ παρονομαστοῦ 8, ἀποβάλλοντες τὸν παρονομαστήν· καὶ γίνεται 72 : 168 = 3 : χ. ὥστε τὸ χ = 7· ἄρα 9 : 168 = $\frac{3}{8}$: 7.

Ὅταν δὲ ὁ α΄. καὶ β΄. ὅρος εἶναι κλάσματα, οἷον $\frac{3}{4}$: $\frac{5}{6}$ = 7 : χ. τουτέστιν, ἐὰν $\frac{3}{4}$ τῆς πήχ. ἐτιμήθησαν, $\frac{5}{6}$ τοῦ φιορ. 7 πήχ. πόσον; πολλαπλάσιζομεν τὸν ἀριθμητὴν 2 τοῦ α΄, διὰ τοῦ παρονομαστοῦ 6 τοῦ β΄, καὶ τὸ γινόμενον 12 λαμβάνομεν α΄. ὅρον· ἔπειτα τὸν ἀριθμητὴν 5 τοῦ β΄, διὰ τοῦ παρονομαστοῦ 4 τοῦ α΄, καὶ τὸ γινόμενον λαμβάνομεν β΄, ὅρον· ὥστε γίνεται 12 : 20 = 7 : χ. τὸ χ = 11 $\frac{8}{12}$· ἄρα $\frac{2}{4}$: $\frac{5}{6}$ = 7 : 11 $\frac{8}{12}$.

Ὅταν δὲ ὁ α΄. καὶ γ΄. ὅρος εἶναι κλάσματα, οἷον $\frac{2}{3}$: 8 = $\frac{4}{7}$: χ. ἤγουν, $\frac{2}{3}$ τῆς πηχ. τιμῶνται 8 φιορ. $\frac{4}{7}$ πόσα; πολλαπλασιάζομεν τὸν β΄. ὅρον 8 διὰ τοῦ παρονομαστοῦ 3 τοῦ α΄. καὶ τὸν ἀριθμητὴν τοῦ α΄. 2 διὰ τοῦ παρονομαστοῦ 7 τοῦ γ΄. καὶ γίνεται 14 : 24 = 4 : χ. τὸ χ = 6 $\frac{12}{14}$· ἄρα, $\frac{2}{3}$: 8 = $\frac{4}{7}$: 6 $\frac{12}{14}$.

Ὅταν δὲ ϗ οἱ τρεῖς ὅροι εἶναι κλάσματα, οἷον, $\frac{2}{3} : \frac{4}{5} = \frac{6}{7} : \chi$. ἤγουν, $\frac{2}{3}$ τῆς πηχ. ἐπωλήθησαν διὰ $\frac{4}{5}$ τοῦ φιορ. ἀμὴ $\frac{6}{7}$ τῆς πήχ. πόσα; πολλαπλασιάζομεν τὸν ἀριθμητὴν 2 τοῦ ά, διὰ τοῦ παρονομαστοῦ 5 τοῦ β', ϗ τὸ γινόμενον 10, διὰ τοῦ παρονομαστοῦ, τοῦ γ', ϗ γίνεται ὁ 70· ἔπειτα τὸν ἀριθμητὴν τοῦ β'. διὰ τοῦ παρονομαστοῦ 3 τοῦ ά, ϗ γίνεται ὁ 12· οἷον, $70 : 12 : 6 : \chi$. τὸ $\chi = 1\frac{1}{35}$· ἄρα $\frac{2}{3} : \frac{4}{5} = \frac{6}{7} : 1\frac{1}{35}$.

Ὅταν δὲ τὰ κλάσματα ἔχωσι τοὺς αὐτοὺς παρονομαστάς, οἷον, $\frac{2}{4} : \frac{3}{4} = 5 : \chi$. ἀποβάλλομεν τοὺς παρονομαστάς, ϗ γίνονται $2 : 3 = 5 : \chi$. ἢ $\frac{4}{5} : 8 = \frac{5}{5} : \chi = 4 : 8 = 5 : \chi$. ἢ $\frac{1}{8} : \frac{2}{8} = \frac{4}{6} : \chi = 1 : 2 = 4 : \chi$.

Ὁμοίως ϗ ὅταν τύχωσι μικτὰ κλάσματα, ἀναλύομεν αὐτὰ εἰς καθαρά, ἔπειτα ζητοῦμεν τὸν ἄγνωστον κατὰ τοὺς ῥηθέντας τρόπους.

Περὶ τῆς ἀντιστρόφου.

Ἀντίστροφος λέγεται ἐπειδὴ προβάλλονται ἀντιστρόφως οἱ ὅροι· οἷον, 4 ἄνθρωποι ἔκτισαν ἓν τεῖχος εἰς 30 ἡμέρας, 10 ἄνθρωποι ἄρα εἰς πόσας ἡμέρας ἠδύναντο νὰ κτίσωσι τὸ αὐτὸ τεῖχος;

Ἂν τάξωμεν τοὺς ὅρους, $4 : 30 = 10 : \chi$· δὲν λύεται τὸ πρόβλημα κατὰ τὸν τρόπον τῆς ὀρθῆς μεθόδου· ἐπειδὴ δὲν προβαίνουσιν οἱ ὅροι ἀναλόγως οὔτε εἰς αὔξησιν, οὔτε εἰς ἐλάττωσιν· καθότι, ὁ ζητούμενος δὲν εἶναι τόσον μεγαλότερος τοῦ 10, ὅσον εἶναι ὁ 30 τοῦ 4.

Ο῞θεν πρέπει, ἢ νὰ πολλαπλασιάσωμεν τȣ̀ς δύο πρώτȣς, οἷον, τὸν 30 διὰ τȣ̃ 4, ϗ νὰ διαιρέσωμεν τὸ γινόμενον διὰ τȣ̃ τρίτȣ, οἷον, τȣ̃ 10· ἢ νὰ ὀρθώσωμεν τὴν μέθοδον· οἷον, νὰ φέρωμεν τὸν πρῶτον εἰς τὸν τόπον τȣ̃ τρίτȣ, ϗ τὸν τρίτον εἰς τὸν τόπον τȣ̃ πρώτȣ, ȣ῞τως, $10 : 30 = 4 : \chi$. ϗ ȣ῞τω προκύπτει τὸ $\chi = 12$.

Ο῞ταν δὲ τύχωσιν ἢ ὁ ά. ἢ β΄. ἢ ὅλοι οἱ ὅροι κλάσματα, ζητȣ̃μεν τὸν ἄγνωςον κατὰ τὸν τρόπον τῆς ὀρθῆς, ἀφ᾽ ȣ̔ ὀρθώσωμεν πρῶτον ϗ αὐτήν· οἷον, $7 : \frac{3}{7} = 8 : \chi$· τȣτέςιν, 7 ῥάπται ἔῤῥαψαν ἓν φόρεμα εἰς $\frac{3}{7}$ τῆς ἡμέρας, 8 ῥάπται ἄρα εἰς πόσον διάςημα τῆς ἡμέρας, δύνανται νὰ ῥάψωσι τὸ αὐτὸ φόρεμα; ἐπειδὴ ἡ μέθοδος εἶναι ἀντίςροφος, ὀρθώνομεν αὐτὴν ȣ῞τως, $8 : \frac{3}{7} = 7 : \chi. = 56 : 3 = 7 : \chi$. τὸ $\chi = \frac{3}{8}$.

Εἷς ῥάπτης ἐχώρισεν ἓν φόρεμα, εἰς τὸ ὁποῖον, ἐχρειάσθη 8 πήχ. ῥȣ̃χον, τὸ δὲ πλάτος τȣ̃ ῥȣ́χȣ εἶναι $\frac{3}{4}$ τῆς πήχ. ζητεῖ πανίον διὰ νὰ ςρώσῃ ἔσωθεν τȣ̃ φορέματος· ἦυρε, πλὴν τὸ πλάτος τȣ̃ πανίȣ εἶναι μιᾶς πήχ. θέλει νὰ μάθῃ πόσον τὸν χρειάζεται· $8 : \frac{3}{4} = 1 : \chi$. ὀρθώνομεν αὐτὴν, ϗ γίνεται, $1 : \frac{3}{4} = 8 : \chi = 4 : 3 = 8 : \chi$. τὸ $\chi = 6$. ἄρα, 6 πήχ. πανίον χρειάζεται.

Δοκιμὴ δὲ τῆς μεθόδȣ τῶν τριῶν γίνεται ἡ ἀντιςροφὴ τῶν ὅρων· οἷον, $4 : 8 = 16 : \chi$. τὸ $\chi = 32$

ἀντιςρόφως 32 : 16 = 8 : χ. τὸ χ = 4. ὄρθως ἄρα ἔγινεν ἡ πρᾶξις.

Περὶ τῆς μεθόδȣ τῶν πέντε.

Μέθοδος τῶν πέντε λέγεται ἐπειδὴ δι' αὐτῆς, ἔχοντες πέντε ἐγνωσμένȣς ἀριθμȣ̀ς, ζητȣ̃μεν ἕνα ἔκτον· π. χ. 4 ἄνθρωποι εἰς 7 ἡμέρας ἔκτισαν 252 ποδῶν τεῖχος· ἄρα 10 ἄνθρωποι, εἰς 13 ἡμέρας, πόσων ποδῶν τεῖχος ἠμπορȣ̃σι νὰ κτίσωσι; γράφομεν τȣ̀ς ὅρȣς ȣ̔̃τως, 4, 7, 252, 10, 13. ἔπειτα πολλαπλασιάζομεν τὸν ά. διὰ τȣ̃ β', οἷον, τȣ̀ς 4 οἰκοδόμȣς, διὰ τῶν 7 ἡμερῶν· εἶτα τὸ δ', διὰ τȣ̃ ε, οἷον, τȣ̀ς 10 οἰκοδόμȣς πάλιν διὰ τῶν 13 ἡμερῶν· ϗ διὰ τῶν γινομένων τȣ́των συςήνομεν τὴν μέθοδον τῶν τριῶν· οἷον, 28 : 130 = 252 : χ. τὸ χ = 1170: 400, φιορ. εἰς 6 μῆνας ἔδωκαν διάφορον, 40, ἀμὴ 600, εἰς 8 μῆνας, πόσον; 400, 6, 40, 600, 8· ἐνταῦθα ὁ ζητȣ́μενος προκύπτει 80.

Α'ντύχῃ ἀντίςροφος, ὡς ϗ ἡ τῶν τριῶν, ἀφ' ȣ̔̃ φέρωμεν τȣ̀ς ὅρȣς εἰς τρεῖς, ὀρθώνομεν αὐτὴν ὡς εἴρηται· οἷον, 4 ἄνθρωποι εἶχον μίαν ποσότητα χρημάτων, ϗ τȣ̀ς ἔφθασε 10 μῆνας, ἐξοδευόντες ἕκαςος 3 φιορ. τὴν ἡμέραν, ἄρα 6 ἄνθρωποι νὰ ἐξοδειῶσι πρὸς 5 τὴν ἡμέραν ἕκαςος, πόσȣς μῆνας δύνανται νὰ ζήσωσι διὰ τῆς αὐτῆς ποσότητος; 4, 3, 10, 6, 5, γενομένης δὲ τῆς πράξεως ȣ̔̃τως, 12:

10 = 30 : χ. βλέπομεν ὅτι ἡ μέθοδος εἶναι ἀντίςροφος· ὅθεν ὀρθώνομεν αὐτὴν, 30 : 10 = 12 : χ. καὶ προκύπτει ὁ ζητȣμενος 4.

Περὶ τῆς μεθόδȣ τῶν ἑπτά.

Μεθοδος τῶν ἑπτὰ λέγεται ἐπειδὴ δἰ αὐτῆς, ἔχοντες ἑπτὰ ἀριθμȣ̀ς ἐγνωσμένȣς, ζητȣ̃μεν ἕνα ὄγδοον, οἷον, 560 φιορ. πρὸς 5 τὰ ἑκατὸν, εἰς 2 χρόνȣς φέρȣσι διάφορον 56 φιορ., ἀμὴ 2520 πρὸς 6 τὰ ἑκατὸν, εἰς 5 χρόνȣς πόσον; Τάττομεν τȣ̀ς ἀριθμȣ̀ς ȣ̃τως, 560, 5, 2 : 56 = 2520, 6, 5 : χ· ἔπειτα πολλαπλασιάζομεν πρῶτον τȣ̀ς τρεῖς πρώτȣς, οἷον τὸν 2 διὰ τȣ̃ 5, ϗ διὰ τȣ̃ γινομένȣ τȣ́των 10, τὸν 560· ἔπειτα, τȣ̀ς τρεῖς τελευτέρȣς, οἷον, τὸν 5 διὰ τȣ̃ 6, ϗ διὰ τȣ̃ γινομένȣ τȣ́των 30, τὸν 2520, ϗ φέρομεν αὐτȣ̀ς εἰς τρεῖς ὅρȣς· οἷον, 5600 : 56 = 75600 : χ ϗ ȣ̃τω διὰ τῆς μεθόδȣ τῶν τριῶν, προκύπτει ὁ ζητȣ́μενος, 756.

ϛʹ. ἐργάται εἰς 8 ἡμέρας, δȣλευόντες 6 ὥρας τὴν ἡμέραν ἔσκαψαν 17 ὀργυιῶν γῆν· ἄρα 12 ἐργάται εἰς 15 ἡμέρας, δȣλευοντες 8 ὥρας τὴν ἡμέραν, πόσας ὀργυιȣ̀ς δύνανται νὰ σκάψωσι· οἷον, 5, 8, 6 : 17 = 12, 15, 8 : χ. ἐνταῦθα τὸ χ = 102.

Ὅταν δὲ ϗ αὕτη ἡ μέθοδος τύχῃ ἀντίςροφος, ὡς ϗ αἱ λοιπαὶ, ὀρθώνομεν αὐτὴν, ὡς εἴρηται.

Περὶ τῆς μεθόδȣ τῆς ἑταιρείας.

Τρεῖς σύντροφοι κατέβαλον, ὁ μὲν 1600, φιορ. ὁ δὲ 1450, ὁ δὲ 1500, εἰς πρᾶγμα· ἐκέρδησαν δὲ 2460, πόσον κέρδος πρέπει νὰ λάβῃ ἕκαςος; συνάπτομεν τὰ κεφάλαια ὅλων, ϗ γίνεται, ὁ 4550· ἔπειτα ζητȣ̃μεν πρῶτον τȣ̃ πρώτȣ, διὰ τῆς μεθόδȣ τῶν τριῶν· οἷον, $4550 : 2460 = 1600 : \chi$. Εἶτα τȣ̃ δευτέρȣ· οἷον, $4550 : 2460 = 1450 : \psi$. ἔπειτα τȣ̃ τρίτȣ, οἷον, $4550 : 2460 = 1500 : \varphi$. ϗ τὸ μὲν $\chi = 865\frac{5}{9}\frac{1}{1}$· τὸ δὲ $\psi = 783\frac{8}{9}\frac{7}{1}$· τὸ δὲ $\varphi = 810\frac{9}{9}\frac{0}{1}$.

Κατὰ τὸν αὐτὸν τρόπον γίνεται ϗ τῆς ζημίας ἡ μέθοδος· οἷον, ἔχοντες οἱ τρεῖς σύντροφοι τὰ αὐτὰ κεφάλαι, ἐζημιώθησαν 2460 φιορ. ἐπειδὴ κατὰ τὴν ἀναλογίαν τῶν κεφαλαίων, πρέπει νὰ διαιρεθῇ ἡ ζημία· ἡ πρᾶξις εἶναι ἡ αὐτή.

Περὶ τῆς Ἀλύσȣ.

Ἄλυσος δὲ ἐςὶ τρόπος σύντομος εἰς λύσιν τῶν διὰ τῶν Μεθόδων ἐπιλυομένων προβλημάτων· τάττεται δὲ ȣ̃τως.

Πρῶτον γράφεται ἡ ἀρχὴ τῆς ἐρωτήσεως δεξιόθεν τῆς γραμμῆς εἰς τὸ ἀνώτατον μέρος, τὸ δὲ τέλος εἰς τὸ κατώτατον· ὁ δὲ ζητȣ́μενος ἄγνωςος σημειȣ̃ται διά τινος ςοιχείȣ, π. χ. φ ἢ χ, εἰς τὸ ἀνώτατον ἀριςερόθεν, ὅς τις εἶναι πάντοτε ὁμοειδὴς μετὸν μὲ τὸν κατώτατον δεξιόθεν· οἱ δὲ λοιποὶ ὁμοειδεῖς, ὁ μὲν δεξιόθεν ὁ δ' ἀριςερόθεν, ὥςε νὰ εἶναι, οἱ ἀπεναντίον ὁμοειδεῖς ὁ εἰς ἕνα βαθμὸν κατώτερον τȣ̃ ἄλλȣ, ἐκτὸς τȣ̃ ζητȣμένȣ ϗ τȣ̃ ὁμοειδȣ̃ς αὐτȣ̃, οἵτινες μένȣσι πάντοτε ὁ μὲν εἰς τὸ κατώτατον μέρος δεξιόθεν, ὁ δὲ εἰς τὸ ἀνώτατον ἀριςερόθεν.

Ἔπειτα πολλαπλασιάζονται ὅλοι οἱ δεξιόθεν ὅροι πρὸς ἀλλήλȣς, ὁμοίως ϗ οἱ ἀριςερόθεν, ϗ διὰ τȣ̃ γινομένȣ τῶν ἀριςερόθεν, διαιρεῖται τὸ γινόμενον τῶν δεξιόθεν, ϗ προκύπτει πηλίκον ὁ ζητȣ́μενος· οἷον,

Μὲ πόσα γρόσια ἀγοράζω 120 ὀκάδες τί, ὅταν ἡ ὀκὰ ἔχῃ 2 ἄσπρα, καὶ 3 ἄσπρα κάμνȣν 1 παρᾶν, ϗ 40 παράδες 1 γρόσι;

χ;	120 ὀκάδες,
ὀκα. 1	2 ἄσπρα
ἄσπρα 3	1 παρᾶν
παρά. 40	1 γρόσι.
120	240 : 120 = 2 γρο. ὁ ζητȣμενος.

Πωλῶν πρὸς 20 φιορ. τὴν πήχ. εἰς τὰς 100 πήχ. κερδαίνω 30 φιορ. πόσα πρέπει νὰ κερδήσω εἰς 600 πηχ. πωλῶν πρὸς 24 φιορ. τὴν πηχ.;

κερδ. χ;	600 πηχ.
πηχ. 100	24 τιμή
τιμὴ 20	30 κέρδ.
2000	432000 : 2000 = 216. ὁ ζητέμενος.

Συντομίας δὲ χάριν, ὅταν εὑρεθῶσι δύο ἴσοι ὅροι ὁ μὲν δεξιόθεν ὁ δ' ἀριςερόθεν, ἐξαλείφονται· ὁμοίως ϗ τὰ ἀμφοτέροθεν ἰσάριθμα μηδενικὰ, ϗ αἱ μονάδες ὅπε εὑρεθῶσιν.

Ὅταν δ' εὑρεθῶσι δύο ὅροι, ὁ μὲν δεξιόθεν, ὁ δὲ ἀριςερόθεν ϗ διαιρῦνται διά τινος κοινῦ διαιρέτε, διαιρῦμεν αὐτές· οἷον,

χ;	120 καδ. 3
ὀκ. 1	2 ἄσπρ.
ἄσπρ. 3	1 παρ.
παρ. 40	1 γρ.
3	6 : 3 = 2.

κέρδ. χ;	600 πηχ.
πήχ. 100	24 τιμ. 12
τιμὴ 20	30 κερδ.
	12.6.3=216

Ἐν μὲν τῷ α. προβλήματι, ἐξαλειφθέντων τῶν μηδενικῶν ϗ τῶν μονάδων, ἔμειναν δεξιόθεν μὲν 12 ϗ 2, ἀριςερόθεν δὲ, 4 ϗ 3· διαιρεθέντων δὲ καὶ τῶν 12 ϗ 4 διὰ τῦ κοινῦ διαιρέτε 4, ἐκ μὲν τῦ 12 προέκυψεν ὁ 3, ἐκ δὲ τῦ 4 μονὰς, ὅθεν, ἐξαλειφθείσης ϗ αὐτῆς, ἔμεινεν δεξιόθεν μὲν 3 ϗ 2, οἵτινες πολλαπλασιαθέντες, διῃρέθη τὸ γινόμενον αὐτῶν 6 διὰ τῦ 3, ὅτις ἔμεινε μόνος ἀριςερόθεν.

Ἐν δὲ τῷ β', ἐξαλειφθέντων τῶν μηδενικῶν ϗ τῆς μονάδος, ἔμειναν δεξιόθεν μὲν 6, 24 ϗ 3· ἀριστερόθεν δὲ ὁ 2· διαιρεθέντων δὲ ϗ τῶν 24 ϗ 2 διὰ τοῦ κοινοῦ διαιρέτου 2, ϗ ἐξαλειφθέντος τοῦ προκύψαντος ἐκ τοῦ 2, μονὰς οὔσης, ἐμείναμεν ἄνευ διαιρέτου· ὅθεν ἐπολλαπλασιάμεν πρὸς ἀλλήλους τοὺς ἀναπολειφθέντας ὅρους δεξιόθεν, οἷον, τὸν 12, 6, 3 ϗ προέκυψεν ὁ ζητούμενος 216, ἄνευ διαιρέσεως.

Ὅταν δὲ τύχῃ ἡ μέθοδος ἀντίστροφος πρέπει νὰ ὀρθώνωμεν αὐτὴν, ὡς εἴρηται· οἷον, 3 ὁδοιπόροι τρώγουσι 30 ὀκάδ. κρέας εἰς 12 ἡμέρας, ἄρα 180 ὀκάδ. πόσας ἡμέρ. ἀρκεῖ εἰς 9 ὁδοιπόρους;

ἡμέρ χ;	3 ὁδοιπ.		ἡμέρ χ;	$\cancel{3}$ ὁδοιπ.
ὁδοιπ. 9	180 ὀκάδ.		ὁδοιπ. 9	180 ὀκάδ.
ὀκάδ. 36	12 ἡμέρ.		ὀκάδ. $\cancel{36}$	$\cancel{12}$ ἡμέρ.
324	6480 : 324 = 20		9	180 : 9 = 20

36 : 12 = 3· ϗ 12 : 12 = 1· ἐξαλειφθέντων ϗ τῶν 3 ἀμφοτέροθεν, μένουσιν 9 ϗ 180· ὅθεν 9 : 9 = 1· ϗ 180 : 9 = 20 ὁ ζητούμενος.

Ἐνταῦθα ἡ ἐρώτησις διὰ 9 ὁδοιπ. ὅθεν ἔπρεπε νὰ τεθῇ ὁ 9 εἰς τὸ ἀνώτατον μέρος δεξιόθεν, ϗ ὁ 3 ἀριστερόθεν· ἀλλ' ἐπειδὴ εἶναι ἡ μέθοδος ἀντίστροφος, ἀναστρέφονται, ἵνα ὀρθωθῇ.

Ὅταν δὲ τύχωσιν οἱ ὅροι μικτοὶ, ἀναλύομεν εἰς κλάσματα καθαρὰ, ϗ μεταθέτομεν τὰς παρονομαςὰς, τὰς μὲν δεξιόθεν εἰς τὸ ἀριςερὸν, τὰς δ' ἀριςερόθεν εἰς τὸ δεξιόν· τὰ αὐτὰ ποιᾶμεν ϗ ἐπὶ παντὸς εἴδους μεθόδων, οἷον, τῶν πέντε, τῶν ἑπτὰ, τῶν ἕνδεκα, κ. τ. λ., προσέχοντες εἰς τὰ εἰρημένα.