ΑΝΤΙΠΕΛΑΡΓΗΣΙΣ

Η

ΣΥΛΛΟΓΗ

ΤΩΝ

ΣΩΖΟΜΕΝΩΝ ΕΚ ΤΩΝ ΑΡΧΑΙΟΤΕΡΩΝ ΕΛΛΗΝΩΝ ΤΩΝ ΕΚΠΕΠΟΝΗΚΟΤΩΝ ΔΙΑΦΟΡΩΣ ΠΕΡΙ ΤΟ ΔΗΛΙΟΝ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΕΙΣ ΕΥΡΕΣΙΝ ΔΥΩ ΜΕΣΩΝ ΑΝΑΛΟΓΩΝ ΓΡΑΜΜΩΝ ΕΝ ΣΥΝΕΧΕΙ ΓΕΩΜΕΤΡΙΚῌ ΑΝΑΛΟΓΙᾼ

καὶ

ἐκ τῶν Νεωτέρων ὑπὸ τοῦ ἐν μακαρίᾳ τῇ λήξει γενομένου

κυρίου

ΜΠΑΛΑΝΟΥ ΒΑΣΙΛΟΠΟΥΛΟΥ,

τοῦ Ἀρχιπρεσβυτέρου, καὶ Διδασκάλου τῶν Ἐπισήμων ἐν τῷ ἐν Ἰωαννίνοις Ἀρχιγυμνασίῳ,

εὐφυῶς γεωμετρηθέντων, εἰς τὴν τούτων εὕρεσιν, διὰ μόνου τοῦ Κανόνος καὶ Διαβήτου γεωμετρικῶς.

ΕΝ ΒΙΕΝΝῌ ΤΗΣ ΑΥΣΤΡΙΑΣ,

ΕΚ ΤΗΣ ΤΥΠΟΓΡΑΦΙΑΣ ΙΩΑΝ. ΒΑΡΘΟΛΟΜΑΙΟΥ ΖΒΕΚΙΟΥ.

1816.

Οὐ μωμεῖσθαι, ἀλλὰ μιμεῖσθαι προσήκει ὅσα μιμήσεως ἄξια·
Τὸ μὲν γὰρ ἐπιεικῶν ἀνδρῶν, τὸ δὲ ἀντιζήλων, ϗ βασκανίας μεςῶν οἵτινες· ϗ τὸ ἀναίτιον αἰτιόωνται.

'Ομήρου 'Ιλ. λ'.

ΜΕΡΟΣ ΠΡΩΤΟΝ.

Τοῖς Ἐντευξομένοις τὸν προσήκοντα ἑκάστῳ ἀσπασμόν.

Κοσμᾶς ὁ τοῦ Μπαλάνου.

Τύποις ἐκδοῦναι ἐπιθεμένῳ μοι, ἢ τό γε οἰκειότερον εἰπεῖν ἀναγκαζομένῳ· συναθεῖν γὰρ τὸ ἄλγος ἀνέγειρε δεύτερον αὖθις, ὅσα περὶ τοῦ Δηλίου Προβλήματος, τοῖς τε πάλαι, καὶ νῦν τῶν τῆς μαθήσεως τροφίμων γεγεωμέτρηται, προὔργου ἂν εἴη εἰπεῖν. Τίς ὁ τὰς ἀφορμὰς παρασχών, τίς τε ὁ τὸν περὶ τούτου ἀγῶνα τοῖς Γεωμέτραις προθέμενος, καὶ τί περὶ αὐτοῦ ἑκάστῳ ἔδοξεν· ἵνα, οἱ μὲν εἰδότες ἀνάμνησιν τούτων σχοῖεν, οἱ δ' ἀγνοοῦντες εἴδησιν τῶν ὧν οὐκ ἴσασιν. Ἀλλ' ἐπεὶ περὶ αὐτῶν ἱστόρησε κάλλιστα Ἰωάννης γραμματικὸς ὁ Φιλόπονος, ἐν τοῖς εἰς τὸ πρῶτον τῶν ὑστέρων ἀναλυτικῶν τοῦ Ἀριστοτέλους ὑπομνήμασιν, ἐκθήσομαι τὰ ὑπ' αὐτοῦ ἱστορούμενα, ὡς ἔχει ἐπὶ λέξεως.

Ὁ αὐτὸς Κοσμᾶς ὁ τοῦ Μπαλάνου.

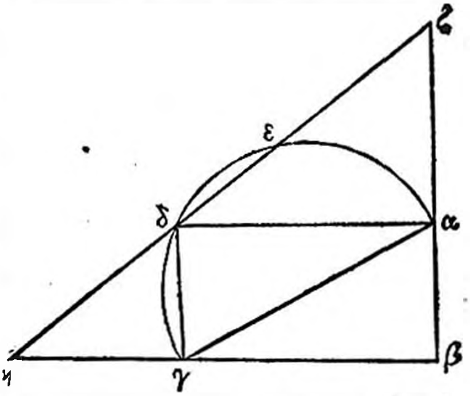
Τὰ τοίνυν τῶν ἀρχαίων τοσαῦτα καὶ τοιαῦτα· ἐπεχείρησαν δὲ καὶ τῶν νεωτέρων πολλοὶ εἰς λύσιν τοῦ Προβλήματος γεωμετρικῶς, ὡς ἔστιν ἰδεῖν παρά τε Κλαυδίῳ Φραγκίσκῳ Milliet 'de Chales καὶ Βολφίῳ, καὶ ἄλλοις, ὧν εἷς καὶ ὁ ἀείμνηστος Μπαλάνος· ὃς μετριοφρονῶν, καὶ τῇ μετριοφροσύνῃ χαίρων, καὶ δι' αὐτὴν οὐκ ἔχων ἑαυτῷ θαρρεῖν, ἀλλὰ κοινώσασθαι τὴν εὕρεσιν τούτου καὶ ἄλλοις τισὶ τῶν ἐπιστημόνων, καὶ συμβούλοις χρήσασθαι ἀξιῶν, καὶ ταῦτα ἐπὶ προβλήματος, ὅπερ ὑπὸ πολλῶν, οὐ μόνον δύσλυτον· ἀλλὰ καὶ ἀδύνατον κρίνεται, δεῖν ἔγνω τοῖς ἐν Ἰταλίᾳ γεωμέτραις χρήσασθαι συμβούλοις διὰ τῶν οἰκείων αὐτοῦ μαθητῶν· διέτριβον δὲ ἐν ταύτῃ τρεῖς ἐν μὲν Βονωνίᾳ Τρύφων, καὶ Νικόλαος Ζερζούλης οἱ Μετσοβῖται, ἐν δὲ Βενετίᾳ Γεώργιος Ζεπελαβίτης, οἵ γε ἔδοξαν μὲν ἐκπληρῶσαι τὴν ἀξίωσιν τοῦ διδασκάλου αὐτῶν, ἔπεισαν δὲ κἀυτὸν καὶ ἐγκύκλιον γράψαι ἐπιστολὴν πρὸς τὰς ἐν Πετρουπόλει καὶ Παρισίοις καὶ Βρεττανίᾳ Ἀκαδημίας· ἀλλ' ἐπείπερ οἱ μὲν πλεῖστοι ἀλγεβραϊκῶς ἐβασάνιζον τὸ Πρόβλημα, ὁ δὲ ἀπῄτει γεωμετρικῶς, ὡς εἰκὸς, βασανίζεσθαι τὰ ὑπ' αὐτοῦ γεωμετρικῶς κατασκευαζόμενα καὶ ἀποδεικνύμενα, καὶ λογομαχίαι συνέπεσον ἀκερδεῖς τε καὶ ἀλυσιτελεῖς· ἔγνω τύποις δοῦναι τὰ ἅπαξ γραφέντα, καὶ ἐάσαι τῇ κρίσει τῶν κρινόντων τὰ τοιαῦτα ἀπαθῶς, καὶ δίχα προλήψεως οἱασοῦν· ἃ δὴ καὶ ἐτυπώθησαν Ἐνετίῃσι κατὰ τὸ αψπς΄. ἔτος τὸ σωτήριον. Καὶ τί χρὴ μηκύνειν, ὅπου γε ἔνεστι παντὶ τῷ βουλομένῳ μαθεῖν ἔκ τε τῶν ἀμοιβαίων ἐπιστολῶν, καὶ τῶν ὑπ' ἐκείνου γραφέντων, ἅπερ ἐκθήσομαι ἐφεξῆς, ὅσα συνέκυρσε τῷ προβλήματι. Λείπεται μόνον εἰπεῖν καὶ ὅσα συνέβη ἐς ὕστερον. Εὐγένιος γὰρ ὁ Βούλγαρις ἐν τῷ σχολείῳ τῷ ἐν τῷ Ἄθωνι σχολαρχῶν σφοδρᾷ τῇ ῥύμῃ ἠνέχθη κατὰ τοῦ προβλήματος, ἐρανισάμενος ἐνστάσεις τινὰς γενομένας ἐν Ἰταλίᾳ παρὰ τοῦ Τρύφωνος, καὶ ἄδδην γεωμετρήσας, καὶ σχηματογραφήσας ὁ τέως ἀγεωμέτρητος· τὸ γὰρ ὁπωσοῦν γεωμετρεῖν ἐδιδάχθη ἐσύστερον μετὰ τὴν ἐκεῖθεν φυγὴν, ἐν Λειψίᾳ φοιτήσας τῷ Σεγνέρῳ, καὶ μαθητὴς γενόμενος αὐτοῦ, ὁ οὐ πρὸ πολλοῦ ἀκούων ὑπὸ τῶν θαυμαζόντων τὰ τούτου, οἰκουμενικὸς διδάσκαλος· καὶ ἀντίγραφα ποιήσας ἱκανὰ διέσπειρε πολλαχόσε, τὸν Μπαλάνον πρὸς ὃν ὁ ἀγὼν, καὶ τὰ σκώμματα μόνον ἀφεὶς τούτων ἄμοιρον.

Ἐπεὶ δὲ τὸ πρὸς τὸν Τρύφωνα ἀντίγραφον, πρὸς ὃν καὶ ἡ θαυμασία ἐκείνη ἐπιστολὴ, μόλις συνέβη κἀκεῖνον ἰδεῖν· οὐδὲν πρὸς ἔπος λέγεται, φάναι ταῦτα πρὸς τὰ ἡμέτερα. οὐ γὰρ γεωμετροῦντος, ἀλλὰ λοιδορουμένου καὶ χλευάζοντος τὰ ἐμά· οὐδ' ἂν εἴποι τις τὴν συγγραφὴν ταύτην ἀνασκευὴν τῆς ἐμῆς Προτάσεως, μᾶλλον δὲ ἄλλο τι, ἢ κωμῳδίαν ὑποκρινομένην γεωμετρίαν. Βαβαὶ δὲ τῆς ἀτοπίας! καὶ τίς ἡ χρεία τῶν πολλῶν τούτων σχημάτων, καὶ προτάσεων, καὶ ἀλληπαλλήλων λημμάτων, καὶ ἱστοριῶν, καὶ χρήσεων, καὶ μεταφορῶν, καὶ τῆς πολλῆς ταύτης περιθείας, καὶ πολυπλόκου πολυλογίας, καὶ ἀπεράντου ἐρεσχελίας; ὅπουγε ἐπὶ Προβλήματος γεωμετρικοῦ, ἡ μὲν ἔκθεσις ἁπλῆ, ἡ δὲ φράσις ἀκόρητος, ἡ δὲ λέξις ἀφελής, ὡς κἀυτός φησιν, ἐν τῇ πρὸς Τρύφωνα ἐπιστολῇ ὑπὸ τῆς ἀληθείας ἀναγκαζόμενος, κατὰ τοὺς ἐχθροὺς τῆς ἀληθείας δαίμονας, καὶ ἄκοντας ὁμολογοῦντας τὴν ἀλήθειαν. καὶ ἀλλαχόσε δὲ ὁ αὐτὸς (χρήσομαι γὰρ ταῖς ἐκείνου) ἐν τῇ θαυμασίᾳ συγγραφῇ, ἢ ἀνασκευῇ (Φίλον γὰρ τοῖς μαθήμασι τὸ τοῦ λόγου ἁπλοῦν καὶ ἀπέριττον· τὸ γὰρ δι' ὀλίγων γινόμενον διὰ πολλῶν φιλοτιμεῖσθαι ἐν τοῖς τοιούτοις ποιεῖν, οὐχ ὅπως μάταιον, ἀλλὰ καὶ ἀπειροκαλίας, ἢ ἀμουσίας γραφὴν διαφεῦγον). Εἰ τοῖς μαθήμασι φίλον τὸ ἁπλοῦν καὶ ἀπέριττον· Ἡράκλεις! τοῦ χάριν ἡ τοσαύτη περιττολογία, ἡ ἀπεραντολογία, καὶ βαττολογία, καὶ ἐρεσχελία; ἢ ἵνα δόξῃ ἐκ περιουσίας γεωμετρῶν, ὡς τὰ αὐτὰ πολλάκις ἀνακυκλῶν, καίτοι οὕτω πάνυ σαφέσι καὶ λαμπραῖς ἐμπίπτων ταῖς ἀντιφάσεσιν ὁ παραλόγιστος. Εἰ γὰρ ὑπῆρχεν ἐν τῇ ἐμῇ κατασκευῇ καὶ δείξει τοῦ Προβλήματος παραλογισμός, ὃν αὐτὸς σκορπίον ὑπὸ τὸν λίθον εὕδοντα καλεῖ, ὅντε ἐτεκμηριώσας ὁ Λυγγέως ὀξυδερκέστερος, καὶ ὀλέσωμεν τῆς ὀπῆς προκύψαι εἰργάσατο, καὶ μὴν καὶ ἀπέκτεινεν ὁ γεννάδας, ἵνα μή τινα βλάβην τοῖς ἄλλοις ἐπάγῃ, ἐξήρκει αὐτὸς ὁ παραλογισμὸς εἰς ἀνατροπὴν πάντων, καὶ κείσθω οὗτος ἆθλος τοῦ Ἡρακλέους δέκατος τέταρτος. Ἀλλὰ πρὸς τοὺς τηλικούτους ἱκανὴ ἀπάντησις ἡ σιωπή, καὶ ῥίψας τὴν συγγραφὴν ἀφῆκα τὸν χλευαστὴν χαίρειν τε καὶ ληρεῖν. καὶ εἰ μὴ προὔλαβεν ἐκεῖνον τὸ χρεών, τάχα μεταγνοὺς ἀπήντησεν ἂν γεωμετρικώτερον, καὶ ἐγεγόνει πᾶσι κατάδηλα, τίνα μὲν ἀνθρώπων κινήματα, τίνα δὲ πιθήκων μιμήματα. Ποῦ γὰρ γεωμετροῦντος; ἢ τἀληθὲς ἀνιχνεύοντος τό, ἐπαινέσαντα τὸ ἁπλοῦν τῆς ἐκθέσεως, τὸ ἀκόρητον τῆς φράσεως, τὸ ἀφελὲς τῆς λέξεως, κατὰ τῶν μικρῷ πρόσθεν εἰρημένων ἐπιλαθόμενον, καὶ ἄντικρυς παλινῳδίαν ἅπαντα, αἱρεῖσθαι τὸ ἀλληγορικὸν τοῦ λόγου, καὶ ὅλως τὸ τροπολογικόν, καὶ ὀγκηρόν, καὶ παρένθυρσον; τί δὲ πρὸς γεωμετρικὴν βυθουσίαν βούλεται ἡ τοῦ Αὐγείου βουστασία; ἣ τινι οὐκ οἶδ' ὅπως χαίρων ἐπὶ γλώττης ταύτην φορεῖ λαρυγγίζων, καὶ θαμὰ φθέγγεται. Τί ἡ τοῦ Λουκιανοῦ Λυχνόπολις, ὃν οὐδὲ ἀξιοῖ τοῦ ὀνόματος, ἀλλ' ἀντὶ Λουκιανοῦ τίθησι, Τοῦ τὰς ἀληθεῖς ἱστορίας ἡμῖν συγγράψαντος; τί ἡ τοῦ Μακεδόνος Ἄορνος; καὶ ὁ Γορδίου δεσμός; τί δὲ ὁ Πινδαρικὸς Καινεύς; καὶ ὁ τραγῳδούμενος Πενθεύς; καὶ αἱ Ἑλλανοδίκαι; καὶ τὸ Ὀλυμπιάσι χρυσοῦς σταθῆναι δίκαιος; καὶ τὰ παραπλήσια; οὐ σκώπτοντος, πρὸς Διός, καὶ χλευάζοντος, εἴποι ἄν τις προσφυῶς παροιμιαζόμενος: Τί κοινὸν κυνὶ καὶ βαλανείῳ; Ἐπεὶ δ' ὡς ἔδοξεν αὐτῷ, ἐκθέμενος τὰ ὑπὸ τοῦ Μπαλάνου δῆθεν γραφέντα εἰς λύσιν τοῦ προβλήματος καὶ κακίσας ταῦτα, καὶ ἐλέγξας, καὶ τὰ συνήθη ταῦτα ἐξ ἁμάξης λοιδορησάμενος ὁ φιλοσκώμμων οὗτος καὶ φιλολοίδορος, οὐκ ἠρκέσθη τούτοις, ἀλλὰ χρῄζειν αὐτῷ ἔδοξε καί τινος ἐπανορθώσεως. Σκεπτέον ἡμῖν ἤδη μετὰ τὴν θαυμασίαν ἀνασκευὴν ἢ χλεύην ὁποία ἡ ἐπανόρθωσις. Φησὶ γὰρ ἄλογον καλῶν τὴν τῆς μξ΄ διαίρεσιν, κατὰ τὸν λόγον τῆς ζμ΄ πρὸς τὴν ξθ΄. (Ἀλλὰ γὰρ μὴ δίχα, τρίχα δὲ ἢ τέτραχα)· Θαυμάζω δέ, πῶς οὐκ εἶπε καὶ πένταχα, καὶ δέκαχα, ἢ χιλίαχα, ἢ μυρίαχα, ὁ κομψὸς οὗτος ὀνοματοποιὸς κατὰ τὸ σύνηθες, καὶ ὀνοματοθέτης· ἀλλ' ὡς ἔοικεν ἠρκέσθαι τοῦ ὁπωσοῦν ἄλλως, καὶ βραχέα εἰπών, (Τὰ αὐτὰ κατασκευάζω καὶ ταυτὰ δείκνυμι, καὶ καθ' οἵαν δήποτε τομήν, τὸ ζητούμενον εὑρίσκω οὐδὲν χεῖρον ἢ πρότερον γεωμετρικευόμενος)· ἐτράπη αὖθις ἐπὶ τὰ σκώμματα· (Ἆρ' οὖν, ἢ οὔσαι δοκεῖ γράμμασι τριπηχαίοις εἶναι τὸ συμπέρασμα τότε γράφεσθαι ἄξιον)·· οὐκ ἔχων συνορᾶν ὁ δείλαιος, ὁ καθορᾶν καυχώμενος τὰ ἑνικὰ δυϊκά, καὶ τὰ ἁπλᾶ διπλᾶ· ὅτι τῆς μξ΄ τεμνομένης κατὰ τὸν λόγον τῆς ζμ΄ πρὸς τὴν ξθ΄ καὶ δίχα τμηθήσεται, ἐὰν ἡ ζμ΄ ἴση τύχῃ τῇ ξθ΄ καὶ τρίχα, ἢ ἐν λόγῳ ἐπιτρίτῳ, καὶ τέτραχα, ἢ ἐν λόγῳ ἐπιτετάρτῳ, καὶ ἁπλῶς καθ' οἷον δήποτε λόγον, τοῦ συνεχοῦς ὄντος διαιρετοῦ εἰς ἀεὶ διαιρετά, καὶ οὐδὲν λυμαίνεται ἡ τομή, ὅπως ποτ' ἂν γένηται, τὴν ἀπόδειξιν· οὐδ' ἀντιστήσεται πρὸς τὰ ἑξῆς, εἰ μόνον ἐκεῖνα ἐπαληθεύουσιν. Σκοπεῖτε γὰρ ὅσοι τῆς ἀληθείας ἐρασταί, τὸν οὕτω ῥᾷστα, οὕτω θαυμασίως, οὕτω γεωμετρικῶς γεωμετρικευόμενον, τὸν ἄλογον καλοῦντα τὴν ἐν λόγῳ καὶ μετὰ λόγου γινομένην τῆς μξ΄ διαίρεσιν· (Ὅπερ ἂν ῥᾳδίως συνείδῃ καὶ ἀρτιμαθής τις ὢν τὰ τοιαῦτα, ὃς ἀκμὴν ἐνέφυσεν, ὡς φησὶν ὀδόντας)· καίτοι περὶ ἄλλου λέγοντα, ἅπερ δίκαιον περὶ αὐτοῦ λέγεσθαι, τὸν ὡς ἔγκλημα τοῦτο φέροντα, ϗ κατασκευάζοντα μᾶλλον, ἢ ἀνασκευάζοντα, ἃ ἀνασκευάζειν ἐπιποθεῖ. Τὸ δὲ δύο μὲν ἡλίους, δισσὰς δὲ Θήβας ὁρᾶν κατὰ τὸν Πενθέα, εἴπερ ἔχεται λόγου, καὶ πρὸς τὴν κατασκευὴν ἀφορᾷ τοῦ σχήματος, ἢ τὴν ἀπόδειξιν, οὐ ξένον οὐδ᾽ ἀπεικός· πάθος γὰρ τοῦτο τῶν διάστροφα ἐχόντων τὰ ὄμματα, διπλᾶ τὰ ἁπλᾶ αὐτοῖς περιστώσης τῆς κατασκευῆς τῶν ὀφθαλμῶν, ϗ τῆς τούτων θέσεως, οὓς παραβλῶπας καλεῖν οἶδεν ἡ τῶν Ἑλλήνων φωνή. Ἀλλ᾽ ἔλαθον ἐμαυτὸν συναπαχθεὶς τῷ γεωμετρικευσαμένῳ συγγεωμετρικευόμενος περὶ τῆς κατὰ τὸ ὁ τῆς μεσ· διαιρέσεως· ὅπερ οὐ προὐκειτό μοι ἐξ ἀρχῆς, ἀλλ᾽ ἢ ὅσον νύξασθαι τοὺς γλιχομένους τὰ τοιαῦτα μαθεῖν. Ταῦτ᾽ ἄρα ἐπανιτέον ἐπὶ τὸ σκοπούμενον ϗ βραχέα ἐπειπόντι πέρας τῷ λόγῳ θετέον· τὸ γὰρ σκώπτειν ϗ χλευάζειν ϗ διασύρειν οὐκ ἔστι φιλοσοφούντων ἀνδρῶν, ἀλλ᾽ ἐξεστηκότων ϗ μαινομένων, ϗ οὐδ᾽ ὅλως ἀνδρῶν. Οὑτωὶ τοίνυν ὁ γεωμετρικευσάμενος ἀνασκευάσας καὶ κατασκευάσας, ὅσα κατασκευῆς, ϗ ὅσα ἀνασκευῆς ἔχρῃζε, ϗ διάτορον ἐγκραγὼν, ϗ διακωδωνήσας τὸ, Οὐχ εὕρηται· ἔτι δὲ καὶ τοῦ θείου Πλάτωνος καθαψάμενος, τοῦ πολλοῦ ἔν τε φιλοσοφίᾳ ϗ μαθήμασι, τέλος ἐπέθηκε τοῖς λεγομένοις τοῦτο δὴ τὸ θυννῶδες ϗ ἁλιευτικὸν ϗ προγονικὸν ϗ Κεφαλλήνιον ϗ ἅλμης ϗ πικρίας ἔμπλεων, (ὡς διὰ μακροῦ χρόνου τῇδε τῇ ἄγρᾳ ἐμματαιάσαντι αὐτῇ αὐτῷ ἡ μήρινθος οὐδὲν ἔσπασε) ὢ τῆς ἀνοίας! ὢ τῆς ἀπονοίας! ἀλλ᾽ οὐδὲν θαυμαστόν· ὁ γὰρ μὴ ἀφειδήσας τοῦ Πλάτωνος, ἀλλ᾽ οὕτως ἀναιδῶς διασύρας, ἅτε δὴ περὶ τὸ πρόβλημα μάτην πονήσαντα, Πλάτωνος λέγω, τοῦ ἐν πολλοῖς ἀριστεύσαντος ϗ ἀνατραφέντος ἐν τοῖς μαθήμασι, ϗ διαπρέψαντος, ϗ τοὺς ἀγεωμετρήτους οὐδὲ προσιεμένου, πῶς φείσεται τοῦ Μπαλάνου, ϗ οὐ καλέσει ψευδόμενον, ἀπατώμενον, παραλογιζόμενον, ϗ τὸ κομψὸν δὴ τοῦτο ϗ μέγιστον ἀφραίνοντα; Ἀλλ᾽ ἔσω φησὶν ἡ Παροιμία Κλαζομενίοις ἀσχημονεῖν. Τῷ γὰρ Μπαλάνῳ οὐδενὸς τούτων ἐμέλησεν αἱρουμένῳ μᾶλλον, συμματαιοπονεῖν τῷ Πλάτωνι ϗ τοῖς ἀρχαίοις τῶν Μαθηματικῶν, ἢ τῷ Εὐγενίῳ συγκωμῳδεῖν καὶ συμψευδογεωμετρικεύεσθαι, καὶ συμψευδαληθεύεσθαι ϗ τύποις ἐκδοῦναι προθυμουμένῳ μετὰ πεντηκονταετηρίδα, ὅσα αὐτὸς ἔπαιξεν ἢ ἐνέπαιξεν· ἵνα μὴ τῷ χρόνῳ συμπαραρρυῇ ϗ ἐξίτηλα γενόμενα τοὺς μὴ ἐντυχόντας τούτοις ζημιώσῃ· ἅπερ μᾶλλον ἐχρῆν τῷ πυρὶ παραδίδοσθαι, ἢ ἐν παραβύστῳ που κεῖσθαι, ἵνα μὴ ἐπὶ πολὺ ἡ δυσοσμία ἐνταυθεῖσα, ϗ ἐκ τῶν ὑπερβορείων ἀηδίαν τοῖς Ἕλλησι τοῖς τε νῦν ϗ τοῖς εἰς ἔπειτα γενησομένοις προμνηστεύσηται.

ΙΩΑΝΝΟΥ
Γραμματικοῦ τοῦ Φιλοπόνου.

Ἐν ταῖς ὑστέραις ἀναλυτικοῖς τοῦ Ἀριστοτέλους.

Δηλίοις γὰρ λοιμώξασιν, ἔχρησεν ὁ Ἀπόλλων, ἀπαλλαγήσεσθαι τοῦ λοιμοῦ, εἰ τὸν βωμὸν διπλασιάσουσι, κυβικὸν ἔχοντα σχῆμα· οἱ δ' ἐπῳκοδόμησαν προσθέντες τῷ προτέρῳ βωμῷ ἕτερον κύβον ἴσον· ἀλλ' ἡ τῶν δύο κύβων συνθήκη, τὸ τοῦ κύβου σχῆμα ἠλλοίωσε· γέγονε γὰρ ἀντὶ κύβου, δοκίς. Τοῦ λοιμοῦ δὲ μὴ παυσαμένου, ἔχρησεν ὁ Θεὸς μὴ πεποιηκέναι αὐτοὺς τὸ προσαχθέν. Ὁ μὲν γὰρ, προσέταξε διπλασιάσαι τὸν κύβον· τουτέστι, βωμὸν κατασκευάσαι κυβικὸν τοῦ προτέρου διπλάσιον· οἱ δὲ, κύβον ἐπὶ κύβῳ ἐπέθηκαν· Ἦλθον οὖν πρὸς Πλάτωνα ζητοῦντες μέθοδον, πῶς ἂν τὸν κύβον διπλασιάσαιεν· ὁ δὲ πρὸς αὐτοὺς φησιν, ἔοικεν ὑμῖν ὀνειδίζειν ὁ Θεὸς ὡς ἀμελοῦσι γεωμετρίας· ὁ δὲ τοῦ κύβου διπλασιασμὸς, εὑρεθήσεταί φησιν, εἰ δύο εὐθειῶν δύο μέσαι ἀνάλογον εὑρεθείεν. Καὶ τοῦτο τὸ πρόβλημα, τοῖς μαθηταῖς προεβάλλετο· οἵτινες καὶ περὶ τούτου γεγράφασιν, ὡς ἐδύνηντο ἕκαστος· ὧν οὐδέν τι περισώζεται μέχρι τοῦ νῦν, ἀλλ' οὐδ' ὁ γεωμέτρης περὶ τούτου ἐπεσημήνατο. Δύο μὲν γὰρ δοθεισῶν εὐθειῶν, μέσον ἀνάλογον εὑρεῖν, ἐξέθετο τὴν ἀπόδειξιν. Ὁμοίως δὲ, καὶ ἐν τῷ πορίσματι τοῦ λγ' τοῦ πρώτου τῶν στερεῶν, ὡς ἐὰν ὦσι τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ἐφεξῆς, ἔσται ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν τετάρτην, οὕτω τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης στερεὸν παραλληλεπίπεδον πρὸς τὸ αὐτὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας, τοῦ ὅμοιόν τε καὶ ὁμοίως ἀναγραφόμενον. Τοῦ μέντοι Ἀπολλωνίου τοῦ Περγαίου ἐστὶν εἰς τοῦτο ἀπόδειξις, ὡς Παρμενίων φησὶν, ἣν καὶ ἐκθήσομεν ἔχουσαν οὕτως. Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν ἀνίσων, δύο μέσας ἀναλόγους εὑρεῖν. Ἔστωσαν δὲ αἱ δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι ἄνισοι, αἱ αβ. βγ. καὶ κείσθωσαν, ὥστε ὀρθὴν γωνίαν περιέχειν τὴν ὑπὸ αβγ. καὶ συμπεπληρώσθω τὸ βδ παραλληλόγραμμον, καὶ διάμετρος αὐτοῦ ἤχθω, ἡ αγ. καὶ περὶ τὸ αγδ τρίγωνον γεγράφθω ἡμικύκλιον τὸ αδεγ. καὶ ἐκβεβλήσθωσαν αἱ βα, καὶ βγ ἐπ' εὐθείας, κατὰ τὰ ζη. καὶ ἐπιζεύχθω ἡ ζη διὰ τοῦ δ σημείου οὕτως, ὥστε τὴν ζδ, ἴσην εἶναι τῇ εη. τοῦτο δὲ, ὡς αἴτημα λαμβάνεται ἀναπόδεικτον. φανερὸν δὴ, ὅτι καὶ ἡ ζε, τῇ δη ἴση ἐστίν. Ἐπεὶ οὖν κύκλου τοῦ αδγ εἴληπται σημεῖον ἐκτὸς τὸ ζ, ἀπὸ δὲ τοῦ ζ δύο εὐθεῖαι αἱ ζβ. ζη προσπίπτουσαι τέμνουσι τὸν κύκλον κατὰ τὰ αδ σημεῖα. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν βζ. ζα, ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν εζ. ζδ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν βη. ηγ, ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν δη. ηε. ἴσον δὲ τὸ ὑπὸ τῶν δη. ηε, τῷ ὑπὸ τῶν εζ, ζδ. ἴσαι γὰρ εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ. ἡ μὲν ζε, τῇ δη. ἡ δὲ ζδ, τῇ εη. καὶ τὸ ὑπὸ τῶν βζ, ζα ἄρα, ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν βη, ηγ. Ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ζβ, πρὸς τὴν βη, ἡ ηγ, πρὸς τὴν ζα. ἀλλ' ὡς ἡ ζβ, πρὸς τὴν βη, οὕτως, ἥ,τε ζα, πρὸς τὴν αδ, καὶ ἡ δγ, πρὸς τὴν γη, διὰ τὴν ὁμοιότητα τῶν τριγώνων· ἴση δὲ ἡ μὲν δγ, τῇ αβ. ἡ δὲ αδ, τῇ βγ. καὶ ὡς ἄρα ἡ αβ, πρὸς τὴν γη, οὕτως ἡ ζα, πρὸς τὴν αδ. ἣ δὲ καὶ ὡς ἡ ζβ, πρὸς τὴν βη, τουτέστιν ἡ αβ, πρὸς τὴν ηγ, ἡ ηγ, πρὸς τὴν ζα. καὶ ὡς ἄρα ἡ αβ πρὸς τὴν ηγ, οὕτως ἥτε ηγ, πρὸς τὴν ζα· καὶ ἡ ζα, πρὸς τὴν βγ. αἱ τέσσαρες ἄρα εὐθεῖαι αβ, ηγ, ζα, βγ, ἐφεξῆς ἀνάλογόν εἰσι· καὶ διὰ τοῦτο ἔσται ὡς ἡ αβ πρὸς τὴν βγ, οὕτως ὁ ἀπὸ τῆς αβ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς ηγ. εἰ οὖν διπλασίων ὑποτεθείη ἡ αβ τῆς βγ, ἔσται καὶ ὁ ἀπὸ τῆς αβ κύβος, διπλασίων τοῦ ἀπὸ τῆς ηγ. Καὶ ταῦτα μὲν ὁ Φιλόπονος ἐπὶ τοσοῦτον· σώζεται δὲ παρ' Εὐτοκίῳ τῷ Ἀσκαλωνίτῃ, ἐξηγουμένῳ τὰ σωζόμενα τοῦ Ἀρχιμήδους, καὶ ἄλλων τινῶν ἀρχαιοτέρων συγγράμματα, εἰς λύσιν τοῦ πολυθρυλλήτου τοῦδε προβλήματος, ἅπερ ἐκθετέον ἐφεξῆς· τούτῳ γὰρ τῷ τρόπῳ πληρέστερος ὁ λόγος ἔσται.



Ὡς Πλάτων· ὅρα σχῆμα 1.

Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν, δύο μέσας ἀνάλογον εὑρεῖν ἐν συνεχεῖ ἀναλογίᾳ.

Ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι αἱ αβγ, πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις· ὧν δεῖ δύο μέσας ἀνάλογον εὑρεῖν· ἐκβεβλήσθωσαν ἐπ' εὐθείας ἐπὶ τὰ δ, ε, ϗ κατεσκευάσθω ὀρθὴ γωνία ἡ ὑπὸ ζηθ. ϗ ἐν ἑνὶ σκέλει, οἷον τῷ ζη· κινείσθω κανὼν ὁ κλ. ἐν σωλῆνί τινι ὄντι ἐν τῷ ζη, οὕτως ὥστε παράλληλον αὐτὸν διαμένειν τῷ ηθ. ἔσται δὲ τοῦτο, ἐὰν ϗ ἕτερον κανόνιον νοηθῇ συμφυὲς τῷ θη. παράλληλον δὲ τῷ ζη, ὡς τὸ θμ σωλῆνι. Τεθεισῶν γὰρ τῶν ἄνωθεν ἐπιφανειῶν τῶν ζη, θμ, σωλῆσι πελεκινοειδέσι, καὶ τυχὸν συμφυῶν γενομένων τῷ κλ, εἰς τοὺς εἰρημένους σωλῆνας, ἔσται ἡ κίνησις τοῦ κλ. παράλληλος ἀεὶ τῷ ηθ. τούτων οὖν κατασκευασμένων, κείσθω τὸ ἓν σκέλος τῆς γωνίας τυχὸν τὸ ηθ, ψαῦον τοῦ γ, ϗ μεταφερέσθω ἥτε γωνία ϗ ὁ κλ. κανὼν ἐπὶ τοσοῦτον, ἄχρις ἂν οὗ τὸ μὲν η σημεῖον ἐπὶ τῆς βδ εὐθείας ᾖ, τοῦ ηθ σκέλους ψαύοντος τοῦ γ, ὁ δὲ κλ κανὼν κατὰ μὲν τὸ κ ψαύῃ τῆς βε εὐθείας, κατὰ δὲ τὸ λοιπὸν μέρος τοῦ α, ὥστε εἶναι ὡς ἔχει ἐπὶ τῆς καταγραφῆς, τὴν μὲν ὀρθὴν γωνίαν θέσιν ἔχουσαν, ὡς τὴν ὑπὸ γδε, τὸν δὲ κλ κανόνα θέσιν ἔχειν, οἵαν ἔχει ἡ εα. τούτων γὰρ γενομένων ἔσται τὸ προκείμενον. Ὀρθῶν γὰρ οὐσῶν τῶν πρὸς τοῖς δ, ε, ἔστιν ὡς ἡ γβ, πρὸς βδ. ἡ δβ, πρὸς βε, ϗ ἡ εβ, πρὸς βα.

Ὡς Ἥρων ἐν μηχανικαῖς εἰσαγωγαῖς, ϗ ἐν τοῖς βελοποιικοῖς· σχῆμα 2.

Ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι αἱ αβ, βγ, ὧν δεῖ δύο μέσας ἀνάλογον εὑρεῖν· κείσθωσαν ὥστε τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιέχειν τὴν πρὸς τῷ β, ϗ συμπεπληρώσθω τὸ βδ παραλληλόγραμμον, ϗ ἐπεζεύχθωσαν αἱ αγ, βδ· φανερὸν δή, ὅτι ἴσαι ἔσται δίχα τέμνουσιν ἀλλήλας. Ὁ γὰρ περὶ μίαν αὐτῶν γραφόμενος κύκλος ἥξει ϗ διὰ τῶν περάτων τῆς ἑτέρας, διὰ τὸ ὀρθογώνιον εἶναι τὸ παραλληλόγραμμον. ἐκβεβλήσθωσαν αἱ δγ, δα, ἐπὶ τὰ ζ, η, ϗ νοείσθω κανόνιον ὡς τὸ ζβη, κινούμενον περί τινα τύλον, μένοντα πρὸς τῷ β, ϗ κινείσθω ἕως ἀποτέμοι ἴσας τὰς ἀπὸ τοῦ ε, τουτέστι τὰς εη, εζ· ϗ νοείσθω ἀποτεμὸν, ϗ θέσιν ἔχον τὴν ζβη, ἴσων ὡς εἴρηται γινομένων τῶν εη, εζ· ἤχθω δὴ ἀπὸ τοῦ ε ἐπὶ τὴν γδ κάθετος ἡ εθ, δίχα δὴ τέμνει δῆλον ὅτι τὴν γδ· ἐπεὶ οὖν δίχα τέμνεται ἡ γδ κατὰ τὸ θ, ϗ πρόσκειται ἡ γζ, τὸ ὑπὸ δζγ μετὰ τοῦ ἀπὸ γθ, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ θζ, κοινὸν προσκείσθω τὸ ἀπὸ εθ. τὸ ἄρα ὑπὸ δζγ, μετὰ τῶν ἀπὸ γθ, θε, ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ ζθ, θε· ϗ ἔστι τοῖς μὲν ἀπὸ γθ, θε, ἴσον τὸ ἀπὸ γε· τοῖς δὲ ἀπὸ ζθ, θε, ἴσον τὸ ἀπὸ εζ· τὸ ἄρα ὑπὸ δζγ μετὰ τοῦ ἀπὸ γε, ἴσον τῷ ἀπὸ εζ. Ὁμοίως δὴ δειχθήσεται, ὅτι ϗ τὸ ὑπὸ δηα, μετὰ τοῦ ἀπὸ αε, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ εη· ϗ ἔστιν ἴση ἡ μὲν αε, τῇ εγ, ἡ δὲ ηε τῇ εζ· ϗ τὸ ὑπὸ δζγ ἄρα ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ δηα· ἐὰν δὲ τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων ἴσον ᾖ τῷ ὑπὸ τῶν μέσων, αἱ τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον εἰσίν. Ἔστιν ἄρα ὡς ζδ, πρὸς δη, οὕτως ἡ αη, πρὸς γζ· ἀλλ' ὡς ἡ ζδ πρὸς δη, οὕτως ἡ ζγ, πρὸς γβ, ϗ ἡ βα πρὸς αη· τριγώνου γὰρ τοῦ ζδη, παρὰ μίαν μὲν τὴν δη, ἦκται ἡ γβ, παρὰ δὲ τὴν δζ, ἡ αβ· ὡς ἄρα ἡ βα, πρὸς αη, οὕτως ἡ αη, πρὸς γζ, ϗ ἡ γζ πρὸς γβ. Τῶν ἄρα αβ, βγ, μέσαι ἀνάλογον εἰσὶν αἱ αη, γζ· ὅπερ ἔδει εὑρεῖν.

Ὡς Φίλων ὁ Βυζάντιος· σχῆμα 3.

Ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι αἱ αβ, βγ, ὧν δεῖ δύο μέσας ἀνάλογον εὑρεῖν, κείσθωσαν, ὥστε ὀρθὴν γωνίαν περιέχειν τὴν πρὸς τὸ β· ϗ ἐπιζευχθείσης τῆς αγ, γεγράφθω περὶ αὐτὴν ἡμικύκλιον τὸ αβεγ, ϗ πρὸς ὀρθὰς ἤχθωσαν, τῇ μὲν βα, ἡ αδ· τῇ δὲ βγ, ἡ γζ· ϗ παρακείσθω κανὼν κινούμενος πρὸς τῷ β, τέμνων τὰς αδ, γζ· ϗ κεκινήσθω περὶ μὲν τὸ β, ἄχρις ἂν ἡ ἀπὸ τοῦ β ἐπὶ τὸ δ, ἴση γένηται τῇ ἀπὸ τοῦ ε ἐπὶ τὸ ζ, τουτέστι τῇ μεταξὺ τῆς τε περιφερείας τοῦ κύκλου καὶ τῆς γζ· νενοήσθω οὖν ἔχον τὸ κανόνιον θέσιν, οἵαν ἔχει ἡ δβ, εζ, ἴσης οὔσης ὡς εἴρηται τῆς δβ τῇ εζ· λέγω ὅτι αἱ αδ, γζ, μέσαι ἀνάλογον εἰσὶ τῶν αβ, βγ. Νενοήσθωσαν γὰρ ἐκβεβλημέναι αἱ δα, ζγ, ϗ συμπίπτουσαι κατὰ τὸ θ· φανερὸν δὴ ὅτι παραλλήλων οὐσῶν τῶν βα, ζθ, ἡ πρὸς τὸ θ. γωνία ὀρθή ἐστι· ϗ ὁ αεγ κύκλος ἀναπληρούμενος ἥξει ϗ διὰ τοῦ θ. Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ δβ, τῇ εζ, ϗ τὸ ὑπὸ εδβ, ἄρα ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ βζε· ἀλλὰ τὸ μὲν ὑπὸ εδβ, ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ θδα· ἑκάτερον γὰρ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἐφαπτομένης ἀπὸ τοῦ δ· τὸ δὲ ὑπὸ βζε, ἴσον τῷ ὑπὸ θζγ· ἑκάτερον γὰρ ὁμοίως ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ἐφαπτομένης ἀπὸ τοῦ ζ· ὥστε ϗ τὸ ὑπὸ θδα, ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ θζγ· ϗ διὰ τοῦτο ἐστὶν ὡς ἡ δθ, πρὸς θζ, οὕτως ἡ γζ πρὸς δα· ἀλλ' ὡς ἡ θδ πρὸς θζ, οὕτως ἥτε βγ πρὸς γζ, ϗ ἡ δα πρὸς αβ· τριγώνου γὰρ τοῦ δθζ, παρὰ μὲν τὴν δθ, ἦκται ἡ βγ, παρὰ δὲ τὴν θζ ἡ βα, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ βγ, πρὸς ζγ, ἡ γζ, πρὸς δα, ἡ δα, πρὸς αβ, ὅπερ προέκειτο δεῖξαι. Ἰστέον δὲ, ὅτι ἡ τοιαύτη κατασκευὴ σχεδὸν ἡ αὐτή ἐστι τῇ ὑπὸ Ἥρωνος κατασκευῇ, καὶ αἱ προσεκβαλλόμεναι πλευραὶ αἱ θα, θγ, καὶ ὁ πρὸς τῷ β, κινούμενος κανών· ταύτῃ δὲ μόνον διαφέρει, ὅτι ἐκεῖ μὲν μέχρι τοσούτου ἐκινοῦμεν περὶ τὸ β τὸν κανόνα, ἄχρις ἂν αἱ ἀπὸ τῆς διχοτομίας τῆς αγ, τουτέστι τοῦ κ ἴσαι ὑπ' αὐτοῦ ἀπετέμνοντο πρὸς ταῖς θδ, θζ προσπιπτούσαις, ὡς αἱ κδ, κζ, ἐνταῦθα δὲ ἄχρις ἂν ἡ δβ, ἴση γένηται τῇ εζ· ἐφ' ἑκατέρας δὲ κατασκευῆς τὸ αὐτὸ ἀκολουθεῖ· τὸ δὲ νῦν εἰρημένον πρὸς χρῆσιν εὐθετώτερον· τὰς γὰρ δβ, εζ ἴσας τηρεῖν ἐνδέχεται διῃρημένου τοῦ δζ κανόνος εἰς ἴσα καὶ συνεχῆ· πολὺ γὰρ εὐκολώτερον τοῦ καρκίνου διαπειράζειν τὰς ἀπὸ τοῦ κ, ἴσας πρὸς τὰ δ, ζ.

Ὡς Ἀπολλώνιος· σχῆμα 4.

Ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι, ὧν δεῖ δύο μέσας ἀνάλογον εὑρεῖν, αἱ αβγ, ὀρθὴν περιέχουσαι γωνίαν τὴν πρὸς τῷ α, κέντρῳ μὲν τῷ β, διαστήματι δὲ τῷ αγ, κύκλου περιφέρεια γεγράφθω ἡ κθλ· καὶ πάλιν κέντρῳ τῷ γ, καὶ διαστήματι τῷ αβ κύκλου περιφέρεια γεγράφθω ἡ μθν· καὶ τεμνέτω τὴν κθλ· κατὰ τὸ θ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ θα, θβ, θγ, παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶ τὸ αγ, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἡ θα· τετμήσθω δίχα ἡ θα, τῷ ξ, καὶ κέντρῳ τῷ ξ, γεγράφθω κύκλος τέμνων τὰς αβ, αγ ἐκβληθείσας κατὰ τὰ δ, ε· ὥστε μέντοι τὰ δ, ε, ἐπ' εὐθείας εἶναι τῷ θ, ὅπερ ἂν γένοιτο κανονίου κινουμένου περὶ τὸ θ, τέμνοντος τὰς αδ, αε· καὶ παραγομένου ἐπὶ τοσοῦτον ἄχρις ἂν αἱ ἀπὸ τοῦ ξ ἐπὶ τὰ δ, ε, ἴσαι γένωνται. Τούτου γὰρ γενομένου ἔσται τὸ ζητούμενον· ἡ γὰρ αὐτὴ κατασκευή ἐστι τῇ τε ὑπὸ Ἥρωνος, καὶ Φίλωνος γεγραμμένῃ καὶ δῆλον ὅτι καὶ ἡ ἀπόδειξις ἡ αὐτὴ ἁρμόσει.

Ὡς Διοκλῆς ἐν τῷ περὶ Πυρίων· σχῆμα 5.

Ἐν κύκλῳ ἤχθωσαν δύο διάμετροι πρὸς ὀρθὰς αἱ αβ, γδ, καὶ δύο περιφέρειαι ἴσαι ἀπειλήφθωσαν ἐφ' ἑκάτερα τοῦ β, αἱ εβ, βζ· καὶ διὰ τοῦ ζ παράλληλος τῇ αβ, ἤχθω ἡ ζη· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ δε· λέγω ὅτι τῶν γη, ηθ, δύο μέσαι ἀνάλογοί εἰσιν αἱ ζη, ηδ. Ἤχθω γὰρ διὰ τοῦ ε, τῇ αβ παράλληλος ἡ εκ· ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ μὲν εκ, τῇ ζη, ἡ δὲ κγ, τῇ ηδ· ἔσται γὰρ τοῦτο δῆλον ἀπὸ τοῦ λ, ἐπὶ τὰ ε, ζ, ἐπιζευχθεισῶν εὐθειῶν· ἴσαι γὰρ γίνονται αἱ ὑπὸ γλε, ζλδ· καὶ ὀρθαὶ αἱ πρὸς τοῖς κ, η· καὶ πάντα ἄρα πᾶσιν διὰ τὴν λε, τῇ λζ, ἴσην εἶναι, καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ γκ, τῇ ηδ, ἴση ἐστίν· ἐπεὶ οὖν ἐστὶν ὡς ἡ δκ, πρὸς κε, ἡ δη πρὸς ηθ, ἀλλ' ὡς ἡ δκ, πρὸς κε, ἡ εκ, πρὸς κγ· μέση γὰρ ἀνάλογον ἡ εκ, τῶν δγ, κγ. ὡς ἄρα ἡ δκ, πρὸς κε, καὶ ἡ εκ, πρὸς κγ, οὕτως ἡ δη, πρὸς ηθ· καὶ ἐστὶν ἴση ἡ μὲν δκ, τῇ γη, ἡ δὲ κε, τῇ ζη· ἡ δὲ κγ, τῇ ηδ· ὡς ἄρα ἡ γη, πρὸς ηζ, ἡ ζη, πρὸς ηδ, καὶ ἡ δη, πρὸς ηθ· ἐὰν δὴ παρ' ἑκάτερα τοῦ β, ληφθῶσι περιφέρειαι ἴσαι μβ, βν· καὶ διὰ μὲν τοῦ ν παράλληλος ἀχθῇ τῇ αβ, ἡ νξ· ἐπιζευχθῇ δὲ ἡ δμ· ἔσονται πάλιν τῶν γξ, ξο, μέσαι ἀνάλογον αἱ τξ, ξδ· πλειόνων οὖν οὕτως καὶ συνεχῶν παραλλήλων ἐκβληθεισῶν μεταξὺ τῶν β, δ· καὶ ταῖς ἀπολαμβανομέναις ὑπ' αὐτῶν περιφερείαις πρὸς τῷ β, ἴσων τεθεισῶν ἀπὸ τοῦ β, ὡς ἐπὶ τὸ γ, καὶ ἐπιτεταγμένα σημεῖα ἐπιζευχθεισῶν εὐθειῶν ἀπὸ τοῦ δ, ὡς τῶν ὁμοίων ταῖς δε, δμ, τμηθήσονται αἱ παράλληλοι αἱ μεταξὺ τῶν β, δ, κατά τινα σημεῖα, ὡς ἐπὶ τῆς προκειμένης καταγραφῆς τὰ ο, θ· ἐφ' ἃ κανόνος παραθέσει ἐπιζεύξαντες εὐθείας, ἕξομεν καταγεγραμμένην ἐν τῷ κύκλῳ τινὰ γραμμήν, ἐφ' ἧς ἐὰν ληφθῇ τυχὸν σημεῖον, καὶ δι' αὐτοῦ παράλληλος ἀχθῇ τῇ λ, β· ἡ ἀχθεῖσα, καὶ ἡ ἀπολαμβανομένη ὑπ' αὐτῆς ἀπὸ τῆς διαμέτρου πρὸς τῷ δ· μέσαι ἀνάλογον τῆς τε ἀπολαμβανομένης ὑπ' αὐτῆς ἀπὸ τῆς διαμέτρου πρὸς τῷ γ σημείῳ, καὶ τοῦ μέρους αὐτῆς τοῦ ἀπὸ τοῦ ἐν τῇ γραμμῇ σημείου ἐπὶ τὴν γδ, διάμετρον.

Τούτων προκατασκευασμένων, ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι, ὧν δεῖ δύο μέσας ἀνάλογον εὑρεῖν αἱ α, β· καὶ ἔστω κύκλος ἐν ᾧ δύο διάμετροι πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις αἱ γδ, εζ· καὶ γεγράφθω ἐν αὐτῷ ἡ διὰ τῶν συνεχῶν σημείων γραμμὴ ὡς προείρηται, ἡ δθζ καὶ γεγονέτω ὡς ἡ α, πρὸς τὴν β', ἡ γη, πρὸς ηκ· καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ γκ, καὶ ἐκβληθεῖσα τεμνέτω τὴν γραμμὴν κατὰ τὸ θ, καὶ διὰ τοῦ θ, τῇ εζ, παράλληλος ἤχθω ἡ λμ. Διὰ ἄρα τὰ προγεγραμμένα τῶν γλ, λθ, μέσαι ἀνάλογον εἰσὶν αἱ μλ, λδ· καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ἡ γλ, πρὸς λθ, οὕτως ἡ γη, πρὸς ηκ· ὡς δὲ ἡ γη, πρὸς ηκ, οὕτως ἡ α, πρὸς τὴν β· ἐὰν ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ταῖς γλ, λμ, λδ, λθ, παρεμβάλωμεν μέσας τῶν α, β, ὡς τὰς ν, ξ, ἔσονται εἰλημμέναι τῶν α, β, μέσαι ἀνάλογον αἱ ν, ξ· ὅπερ ἔδει εὑρεῖν.

Ὡς Πάππος ἐν μηχανικαῖς εἰσαγωγαῖς. σχῆμα 6.

Προέθετο μὲν ὁ Πάππος κύβον εὑρεῖν πρὸς τὸν δοθέντα κύβον, λόγον ἔχοντα δεδομένον· ϗ ὡς πρὸς τὴν τοιαύτην πρότασιν ϗ τὰ ἀπὸ τῆς ἀποδείξεως αὐτῷ προέρχεται· δῆλον δὲ ὅτι τούτου εὑρισκομένου, ϗ τὸ προκείμενον εὑρίσκεται. Δύο γὰρ δοθεισῶν εὐθειῶν, ἐὰν ὀφειλουσῶν μέσων εὑρεθῆναι, ἡ δευτέρα εὑρέθῃ, ϗ ἡ τρίτη αὐτόθεν δοθήσεται· γεγράφθω γὰρ, ὡς φησὶν αὐτὸς κατὰ λέξιν, ἡμικύκλιον τὸ αβγ, ϗ ἀπὸ τοῦ δ κέντρου πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ δβ, ϗ κινείσθω κανόνιον περὶ τὸ α σημεῖον· ὥςε τὸ μὲν ἓν πέρας αὐτοῦ περικεῖσθαι τυλίῳ τινὶ κατὰ τὸ α σημεῖον, τὸ δὲ λοιπὸν μέρος ὡς περὶ κέντρον τὸ τυλάριον κινείσθω μεταξὺ τῶν β, γ· τούτων δὲ κατασκευασμένων ἐπιτετάχθω δύο κύβους εὑρεῖν, λόγον ἔχοντας πρὸς ἀλλήλους τὸν ἐπιταχθέντα, ϗ τῷ λόγῳ ὁ αὐτὸς πεποιήσθω ὁ τῆς βδ, πρὸς δε· ϗ ἐπιζευχθεῖσα ἡ γε, ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ ζ· παραγέσθω δὴ τὸ κανόνιον μεταξὺ τῶν β, γ, ἕως οὗ τὸ ἀπολαμβανόμενον αὐτοῦ μέρος μεταξὺ τῶν ζε, εβ, εὐθειῶν, ἴσον γένηται τῷ μεταξὺ τῆς βε, εὐθείας, ϗ τῆς βκγ περιφερείας. Τοῦτο γὰρ πειράζοντες, ϗ μετάγοντες τὸ κανόνιον, ῥαδίως ποιήσωμεν· γεγονέτω δὴ ϗ ἐχέτω θέσιν τὴν ακ, ὥςε ἴσας εἶναι τὰς κθ, θκ· λέγω ὅτι ὁ ἀπὸ τῆς βδ κύβος, πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς δθ, κύβον, λόγον ἔχει τὸν ἐπιταχθέντα, τουτέςι τὸν τῆς βδ, πρὸς δε· νενοείσθω γὰρ ὁ κύκλος ἀναπεπληρωμένος, ϗ ἐπιζευχθεῖσα ἡ κδ, ἐκβεβλήσθω ἔτι τὸ λ· ϗ ἐπεζεύχθω ἡ λη· παράλληλος ἄρα ἐςὶν ἡ βδ, τῇ λη, διὰ τὸ ἴσην εἶναι τὴν μὲν κθ, τῇ ηθ, τὴν δὲ κδ, τῇ δλ· ἐπεζεύχθω δὴ ἥτε αλ ϗ ἡ λγ· ἐπεὶ οὖν ὀρθή ἐςιν ἡ ὑπὸ αλγ, ἐν ἡμικυκλίῳ γὰρ, ϗ κάθετος ἡ λμ· ἔςιν ἄρα ὡς τὸ ἀπὸ λμ, πρὸς τὸ ἀπὸ μα, τουτέςιν ἡ γμ, πρὸς μα, οὕτω τὸ ἀπὸ αμ, πρὸς τὸ ἀπὸ μη· κοινὸς προσκείσθω ὁ τῆς αμ πρὸς μη λόγος· ὁ ἄρα συγκείμενος λόγος, ἔκ τε τοῦ τῆς γμ, πρὸς μα, ϗ τοῦ τῆς αμ, πρὸς μη, τουτέςιν ὁ τῆς λγ, πρὸς μη λόγος, ὁ αὐτὸς ἐςὶ τῷ συγκειμένῳ ἔκ τε τοῦ ἀπὸ τῆς αμ, πρὸς τὸ ἀπὸ μη, ϗ τοῦ τῆς αμ πρὸς μη· ὁ δὲ συγκείμενος λόγος ἔκ τε τοῦ ἀπὸ τῆς αμ πρὸς τὸ ἀπὸ μη, ϗ τοῦ τῆς αμ πρὸς μη, ὁ αὐτός ἐςὶ τῷ λόγῳ, ὃν ἔχει ὁ ἀπὸ τῆς αμ κύβος, πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς μη· ϗ ὁ τῆς γμ ἄρα πρὸς μη λόγος, ὁ αὐτὸς ἐςὶ τῷ λόγῳ, ὃν ἔχει ὁ ἀπὸ τῆς αμ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς μη· ἀλλ᾽ ὡς μὲν ἡ γμ πρὸς μη, οὕτως ἡ γδ πρὸς δε· ὡς δὲ ἡ αμ πρὸς μη, ἡ αδ, πρὸς δθ· ϗ ὡς ἄρα ἡ βδ πρὸς δε, τουτέςιν ὡς ὁ δοθεὶς λόγος, οὕτως ὁ ἀπὸ τῆς βδ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς δθ κύβον· τῶν ἄρα ὀφειλουσῶν εὑρεθῆναι δύο μέσων ἀνάλογον τῶν βδ, δε, δευτέρα ἐςὶν ἡ δθ· ϗ ἐὰν ποιήσωμεν ὡς τὴν βδ πρὸς δθ, τὴν θδ πρὸς ἄλλην τινὰ, ἔςαι ϗ ἡ τρίτη ηὑρημένη. Προσέχειν δὲ χρὴ ὡς ϗ ἡ τοιαύτη κατασκευὴ ἡ αὐτὴ ἐςὶ τῇ ὑπὸ Διοκλέους εἰρημένῃ, τούτῳ μόνον διαφέρουσα τῷ ἐκεῖνον μὲν γραμμήν τινὰ καταγράφειν διὰ συνεχῶν σημείων μεταξὺ τῶν α, β, ἐφ᾽ ἧς ἐλαμβάνετο τὸ η, ἐκβαλλομένης τῆς γε, ϗ τεμνούσης τὴν εἰρημένην γραμμήν· ἐνταῦθα δὲ τὸ η πορίζεται, διὰ τοῦ ακ, κανόνιος κινουμένου περὶ τὸ α. ὅτι γὰρ τὸ η, τὸ αὐτό ἐςιν, εἴτε ὡς ἐνταῦθα διὰ τοῦ κανόνος ληφθῇ, εἴτε ὡς ἔφη Διοκλῆς, μάθοιμεν ἂν οὕτως ἐκβληθείσης τῆς μη κατὰ τὸ ν, ἐπεζεύχθω ἡ κν· ἐπεὶ οὖν ἴση ἐςὶν ἡ κθ, τῇ θη, ϗ παράλληλος ἡ ην, τῇ θβ, ἴση ἐςὶ ϗ ἡ κξ, τῇ ξν, καὶ κοινὴ καὶ πρὸς ὀρθὰς ἡ ξβ· ἡ γὰρ κν δίχα τε ϗ πρὸς ὀρθὰς τέμνεται ὑπὸ τῆς διὰ τοῦ κέντρου, ϗ βάσις ἄρα βάσει ἴση, ϗ διὰ τοῦτο ϗ ἡ κβ, περιφέρεια τῇ βν· τὸ ἄρα η ἐςὶ τὸ ἐπὶ τῆς γραμμῆς τῆς Διοκλέους, ϗ ἡ ἀπόδειξις δ᾽ αὐτή ἐςιν· Ἔφασκε γὰρ ὁ Διοκλῆς, ὅτι ἐςὶν ὡς γμ, πρὸς μν, οὕτως ἡ μν πρὸς μα· ϗ ἡ αμ πρὸς μη· ἴση δὲ ἐςὶν ἡ νμ τῇ μλ· ἡ γὰρ διάμετρος πρὸς ὀρθὰς αὐτὴν τέμνει. ἔςιν ἄρα ὡς ἡ γμ πρὸς μλ, οὕτως ἡ λμ πρὸς μα, ϗ ἡ αμ πρὸς μη· τῶν ἄρα γμ, μη, μέσαι ἀνάλογον εἰσὶν αἱ λμ, μα. ἀλλ᾽ ὡς μὲν ἡ γμ πρὸς μη, ἡ γδ, πρὸς δε· ὡς δὲ ἡ γμ πρὸς μλ, ἡ αμ πρὸς μη, τουτέςιν ἡ γδ πρὸς δθ· καὶ τῶν δύο μέσων ἄρα τῶν γδ, δε, δευτέρα ἐςὶν ἡ δθ, ἥντινα ἐπορίσατο καὶ ὁ Πάππος.

Ὡς Σπόρος. σχῆμα 7.

Ἔςωσαν αἱ δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι ἄνισοι αἱ αβ, λγ· δεῖ δὴ τῶν αβ, βγ δύο μέσας ἀνάλογον εὑρεῖν ἐν συνεχεῖ ἀναλογίᾳ. Ἤχθω ἀπὸ τοῦ β· τῇ αβ πρὸς ὀρθὰς ἡ δβε, ϗ κέντρῳ τῷ β, διαςήματι δὲ τῷ βα ἡμικύκλιον γεγράφθω τὸ δαε· ϗ ἀπὸ τοῦ ε ἐπὶ τὸ γ εὐθεῖα ἐπιζευχθεῖσα διήχθω ἐπὶ τὸ ζ, ϗ ἀπὸ τοῦ δ διήχθω τὶς εὐθεῖα οὕτως, ὥςε ἴσην εἶναι τὴν ηθ τῇ θκ· τοῦτο γὰρ δυνατόν· ϗ ἤχθωσαν ἀπὸ τῶν η, κ ἐπὶ τὴν δε κάθετοι αἱ ηλ, κμν· ἐπεὶ οὖν ἐςὶν ὡς ἡ κθ πρὸς θη, ἡ μβ πρὸς βλ· ἴση δὲ ἡ κθ τῇ θη, ἴση ἄρα ϗ ἡ μβ τῇ βλ, ὥςε ϗ λοιπὴ ἡ με τῇ λδ· καὶ ὅλη ἄρα ἡ δμ τῇ λε ἐςὶν ἴση· ϗ διὰ τοῦτο ἐςὶν ὡς ἡ μδ πρὸς δλ, ἡ λε πρὸς εμ· ἀλλ᾽ ὡς μὲν ἡ μδ πρὸς δλ, ἡ κμ πρὸς ηλ, ὡς δὲ ἡ λε πρὸς εμ, ἡ ηλ πρὸς νμ· πάλιν ἐπεὶ ἐςὶν ὡς ἡ δμ πρὸς μκ, ἡ κμ πρὸς με, ὡς ἄρα ἡ δμ πρὸς με, οὕτω τὸ ἀπὸ δμ πρὸς τὸ ἀπὸ μκ, τουτέστι τὸ ἀπὸ δβ πρὸς τὸ ἀπὸ βθ· τουτέστι τὸ ἀπὸ αβ, πρὸς τὸ ἀπὸ βθ· ἴση γὰρ ἡ δβ, τῇ βκ· πάλιν ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ἡ μδ πρὸς δβ, ἡ λε πρὸς εβ· ἀλλ' ὡς μὲν ἡ μδ πρὸς δβ, ἡ ημ πρὸς θβ· ὡς δὲ ἡ λε πρὸς εβ, ἡ ηλ πρὸς γβ· καὶ ὡς ἄρα ἡ κμ πρὸς θβ, ἡ ηλ πρὸς γβ· καὶ ἐναλλὰξ, ὡς ἡ κμ πρὸς ηλ, ἡ θβ, πρὸς γβ· ἀλλ' ὡς ἡ ημ πρὸς ηλ, ἡ μδ πρὸς δλ, τουτέστιν ἡ δμ πρὸς με, τουτέστι τὸ αβ πρὸς τὸ ἀπὸ θβ· καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ αβ πρὸς τὸ ἀπὸ θβ, ἡ βθ πρὸς βγ· εἰλήφθω τῶν θβ, βγ μέση ἀνάλογον ἡ ξ· ἐπεὶ οὖν ἐστὶν ὡς τὸ ἀπὸ αβ πρὸς τὸ ἀπὸ βθ, ἡ θβ πρὸς βγ, ἀλλὰ τὸ μὲν ἀπὸ αβ πρὸς τὸ ἀπὸ βθ, διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ αβ πρὸς βθ· ἡ δὲ θβ διπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ θβ πρὸς ξ· καὶ ὡς ἄρα ἡ αβ πρὸς βθ, ἡ βθ πρὸς ξ· ἀλλ' ὡς ἡ θβ πρὸς ξ, ἡ ξ πρὸς βγ· καὶ ὡς ἄρα ἡ αβ πρὸς βθ, ἡ θβ πρὸς ξ· καὶ ἡ ξ πρὸς βγ· φανερὸν δὲ ὅτι καὶ αὐτὴ ἡ αὐτή ἐστι τῇ τε ὑπὸ Πάππου καὶ Διοκλέους γραμμῇ.

Ὡς Μένεχμος· σχῆμα 8.

Ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι αἱ δ, ε· δεῖ δὴ τῶν δ, ε δύο μέσας ἀνάλογον εὑρεῖν· γεγονέτω, καὶ ἔστωσαν αἱ β, γ· καὶ ἐκκείσθω θέσει εὐθεῖα ἡ αη, πεπερασμένη κατὰ τὸ α· καὶ πρὸς τῷ α τῇ γ ἴση κείσθω ἡ αζ· καὶ ἤχθω πρὸς ὀρθὰς ἡ ζθ· καὶ τῇ β ἴση κείσθω ἡ ζθ· ἐπεὶ οὖν τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον αἱ δ, β, γ· τὸ ὑπὸ τῶν δ, γ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς β· τὸ ἄρα ὑπὸ δοθείσης τῆς δ καὶ τῆς γ, τουτέστι τῆς αζ, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς β, τουτέστι τῷ ἀπὸ τῆς ζθ· ἐπὶ παραβολῆς ἄρα τῆς θ, διὰ τὸ α γεγραμμένης, ἤχθωσαν παράλληλοι αἱ θκ, ακ· καὶ ἐπεὶ δοθὲν τὸ ὑπὸ β, γ· ἴσον γάρ ἐστι τῷ ὑπὸ δ, ε· δοθὲν ἄρα καὶ τὸ ὑπὸ κθζ· ἐπὶ ὑπερβολῆς ἄρα τὸ θ ἐν ἀσυμπτώτοις ταῖς κα, αζ· δοθὲν ἄρα τὸ θ, ὥστε καὶ τὸ ζ· συντεθήσεται δὲ οὕτως· ἔστωσαν αἱ μὲν δοθεῖσαι εὐθεῖαι αἱ δ, ε· ἡ δὲ τῇ θέσει ἡ αη, πεπερασμένη κατὰ τὸ α, καὶ γεγράφθω διὰ τοῦ α παραβολή· ἧς ἄξων μὲν ἡ αη, ὀρθία δὲ τοῦ εἴδους πλευρὰ ἡ δ· αἱ δὲ καταγόμεναι ἐπὶ τὴν αη ἐν ὀρθῇ γωνίᾳ δυνάσθωσαν τὰ παρὰ τὴν δ παρακείμενα χωρία, πλάτη ἔχοντα τὰς ἀπολαμβανομένας ὑπ' αὐτῶν πρὸς τῷ α σημείῳ· γεγράφθω, καὶ ἔστω ἡ αθ· καὶ ὀρθὴ ἡ ακ, καὶ ἐν ἀσυμπτώτοις ταῖς κα, αζ γεγράφθω ὑπερβολή, ἀφ' ἧς αἱ παρὰ τὰς κα, αζ ἀχθεῖσαι ποιήσουσι τὸ χωρίον ἴσον τῷ ὑπὸ δε, τέμνει δὴ τὴν παραβολήν· τεμνέτω κατὰ τὸ θ, καὶ κάθετοι ἤχθωσαν αἱ θκ, θζ· ἐπεὶ οὖν τὸ ἀπὸ ζθ, ἴσον τῷ ὑπὸ δγ, ἐστὶν ὡς ἡ δ πρὸς τὴν ζθ, ἡ ζθ πρὸς ζα· πάλιν ἐπεὶ τὸ ὑπὸ δε ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ θζα, ἔστιν ὡς ἡ δ πρὸς τὴν ζθ, ἡ ζα πρὸς τὴν ε· ἀλλ' ὡς ἡ δ πρὸς τὴν ζθ, ἡ ζθ πρὸς ζα, καὶ ἡ ζα πρὸς ε· κείσθω τῇ μὲν θζ ἴση ἡ β, τῇ δὲ αζ ἴση ἡ γ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ δ πρὸς τὴν β, ἡ β πρὸς τὴν γ· καὶ ἡ γ πρὸς ε· αἱ δ, β, γ, ε, ἄρα ἑξῆς ἀνάλογον εἰσίν, ὅπερ ἔδει εὑρεῖν.

Ἄλλως.

Ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις αἱ αβ, βγ· καὶ γεγονέτωσαν αὐτῶν μέσαι αἱ δβ, βε· ὥστε εἶναι, ὡς τὴν γβ πρὸς βδ, οὕτως τὴν βδ πρὸς βε, καὶ τὴν βε πρὸς βα· καὶ ἤχθωσαν πρὸς ὀρθὰς αἱ δζ, εζ· ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς ἡ δβ πρὸς βε· τὸ ἄρα ὑπὸ γβε, τουτέστι τὸ ὑποδοθείσης καὶ τῆς βε, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς βδ, τουτέστι τῆς εζ· ἐπεὶ οὖν τὸ ὑποδοθείσης καὶ τῆς βε· ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ εζ, τὸ ζ ἄρα ἅπτεται παραβολῆς τῆς περὶ ἄξονα τὴν βε· πάλιν ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ἡ αβ πρὸς βε, ἡ βε πρὸς βδ· τὸ ἄρα ὑπὸ αβδ, τουτέστι τὸ ὑποδοθείσης καὶ τῆς βδ, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ εβ, τουτέστι τῆς δζ· τὸ ζ ἄρα ἅπτεται παραβολῆς τῆς περὶ ἄξονα τὴν βδ· ἧπται δὲ καὶ ἑτέρας δοθείσης τῆς περὶ τὴν βε· δοθὲν ἄρα τὸ ζ, καὶ κάθετοι αἱ ζδ, ζε· καὶ δοθέντα τὰ δ, ε· συντεθήσεται δὲ οὕτως· ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις αἱ αβ, βγ· καὶ ἐκβεβλήσθωσαν ἐπ' ἄπειρον ἀπὸ τοῦ β, βδ, βε· καὶ γεγράφθω περὶ ἄξονα τὴν βε παραβολή· ὥστε τὰς καταγομένας ἐπὶ τὴν βε, δύνασθαι τὰ παρὰ τὴν βγ· πάλιν γεγράφθω περὶ ἄξονα τὴν δβ παραβολή, ὥστε τὰς καταγομένας δύνασθαι παρὰ τὴν αβ· τέμνουσι δὴ ἀλλήλας αἱ παραβολαί, τεμνέτωσαν κατὰ τὸ ζ· καὶ ἀπὸ τοῦ ζ κάθετοι ἤχθωσαν αἱ ζδ, ζε. Ἐπεὶ οὖν ἐν παραβολῇ κατῆκται ἡ ζε, τουτέστιν ἡ δβ, τὸ ἄρα ὑπὸ γβε ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ βδ· ἔστιν ἄρα ὡς γβ πρὸς βδ, ἡ δβ πρὸς βε· πάλιν ἐπεὶ ἐν παραβολῇ κατῆκται ἡ ζδ, τουτέστιν ἡ εβ, τὸ ἄρα ὑπὸ δβα ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ εβ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ δβ πρὸς βε, ἡ βε πρὸς βα· ἀλλ' ὡς ἡ δβ πρὸς βε οὕτως ἡ γβ πρὸς βδ· καὶ ὡς ἄρα ἡ γβ πρὸς βδ, ἡ βδ πρὸς βε, καὶ ἡ εβ πρὸς βα· ὅπερ ἔδει εὑρεῖν· Γράφεται δὲ ἡ παραβολὴ διὰ τοῦ εὑρεθέντος· διαθέντος τῷ Μιλησίῳ μηχανικῷ Ἰσιδώρῳ τῷ ἡμετέρῳ διδασκάλῳ, γραφέντος δὲ ὑπ' αὐτοῦ εἰς τὸ γενόμενον αὐτῷ ὑπόμνημα τῶν Ἥρωνος Καμαρικῶν.

Ἡ Ἀρχύτου εὕρεσις, ὡς Εὔδημος ἱστορεῖ· σχῆμα 9.

Ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι δύο εὐθεῖαι αἱ αδ, γ· δεῖ δὴ τῶν αδ, γ, δύο μέσας ἀνάλογον εὑρεῖν· γεγράφθω περὶ τὴν μείζονα τὴν αδ κύκλος ὁ αβδζ· καὶ τῇ γ ἴση ἐνηρμόσθω ἡ αβ· καὶ ἐκβληθεῖσα συμπιπτέτω τῇ ἀπὸ τοῦ δ, ἐφαπτομένῃ τοῦ κύκλου κατὰ τὸ π· παρὰ δὲ τὴν πδο ἤχθω ἡ βεζ· καὶ νενοήσθω ἡμικυλίνδριον ὀρθὸν ἐπὶ τοῦ αβδ ἡμικυκλίου· ἐπὶ δὲ τὴν αδ ἡμικύκλιον ὀρθόν, ἐν τῷ τοῦ ἡμικυλινδρίου παραλληλογράμμῳ κείμενον· τοῦτο δὴ τὸ ἡμικύκλιον περιαγόμενον ὡς ἀπὸ τοῦ δ ἐπὶ τὸ β μένοντος τοῦ α πέρατος τῆς διαμέτρου τέμνει τὴν κυλινδρικὴν ἐπιφάνειαν ἐν τῇ περιαγωγῇ, καὶ γράψει ἐν αὐτῇ γραμμήν τινά· πάλιν δὲ ἐὰν τῆς αδ μενούσης τὸ απδ τρίγωνον περιενεχθῇ τὴν ἐναντίαν τῷ ἡμικυκλίῳ κίνησιν, κωνικὴν ποιήσει ἐπιφάνειαν τῇ α π εὐθείᾳ, ἣ δὴ περιαγομένη συμβάλλει τῇ κυλινδρικῇ γραμμῇ κατά τι σημεῖον· ἅμα δὲ καὶ τὸ β περιγράψει ἡμικύκλιον ἐν τῇ τοῦ κώνου ἐπιφανείᾳ· ἐχέτω δὴ θέσιν κατὰ τὸν τόπον τῆς συμπτώσεως τῶν γραμμῶν τὸ κινούμενον ἡμικύκλιον, ὡς τὴν τοῦ δκα· τὸ δὲ ἀντιπεριαγόμενον τρίγωνον τὴν τοῦ δλα· τὸ δὲ τῆς εἰρημένης συμπτώσεως σημεῖον ἔστω τὸ κ· ἔστω δὲ καὶ τὸ διὰ τοῦ β γραφόμενον ἡμικύκλιον τὸ β μζ, κοινὴ αὐτοῦ τομὴ καὶ τοῦ βδζα κύκλου ἔστω ἡ βζ· καὶ ἀπὸ τοῦ κ ἐπὶ τὸ τοῦ βδα ἡμικυκλίου ἐπίπεδον κάθετος ἤχθω· πεσεῖται δὴ ἐπὶ τὴν τοῦ κύκλου περιφέρειαν, διὰ τὸ ὀρθὸν ἑστάναι τὸν κύλινδρον· πιπτέτω, καὶ ἔστω ἡ κι· καὶ ἡ ἀπὸ τοῦ ι ἐπὶ τὸ α ἐπιζευχθεῖσα συμβαλλέτω τῇ βζ κατὰ τὸ θ· ἡ δὲ αλ τῷ βμζ ἡμικυκλίῳ κατὰ τὸ μ· ἐπεζεύχθωσαν δὲ καὶ αἱ κδ, μι, μθ· ἐπεὶ οὖν ἑκάτερον τῶν δκα, βμζ ἡμικυκλίων ὀρθόν ἐστι πρὸς τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον· καὶ ἡ κοινὴ ἄρα αὐτῶν τομὴ ἡ μθ πρὸς ὀρθάς ἐστι τῷ τοῦ κύκλου ἐπιπέδῳ ὥστε καὶ πρὸς τὴν βζ ὀρθή ἐστιν ἡ μθ· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν θβ, θζ, τουτέστι τὸ ὑπὸ θα, θι, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ θμ· ὅμοιον ἐστὶν ἄρα τὸ αμι τρίγωνον ἑκατέρῳ τῶν μιθ, μαθ· καὶ ὀρθὴ ἡ ὑπὸ ιμα· ἔστι δὲ καὶ ἡ ὑπὸ δκα ὀρθή, παράλληλοι ἄρα εἰσὶν αἱ κδ, μι· καὶ ἔσται ἀνάλογον ὡς ἡ δα πρὸς ακ, τουτέστιν ἡ κα πρὸς αι, οὕτως ἡ ια πρὸς αμ, διὰ τὴν ὁμοιότητα τῶν τριγώνων· τέσσαρες ἄρα αἱ δα, ακ, αι, αμ, ἑξῆς ἀνάλογόν εἰσι· καὶ ἔστιν ἡ αμ ἴση τῇ γ· ἐπεὶ καὶ τῇ αβ· δύο ἄρα δοθεισῶν τῶν αδ, γ· δύο μέσαι ἀνάλογον ηὕρηνται αἱ ακ, κι.

Ὡς Ἐρατοσθένης.

Βασιλεῖ Πτολεμαίῳ Ἐρατοσθένης χαίρειν· σχῆμα 10.

Τῶν ἀρχαίων τινὰ Τραγῳδοποιῶν φασὶν εἰσαγαγεῖν τὸν Μίνω τῷ Γλαύκῳ κατασκευάζοντα τάφον· πυθόμενον δὲ ὅτι πανταχοῦ ἑκατόμπεδος εἴη, εἰπεῖν, μικρὸν ἔλεξας βασιλικοῦ σηκὸν τάφου, διπλάσιος ἔστω· τοῦ δὲ τοῦ κύβου μὴ σφαλῇς, διπλασιάζων ἕκαστον κῶλον ἐν τάχει τάφου, ἐδόκει διημαρτηκέναι· τῶν γὰρ πλευρῶν διπλασιασθεισῶν, τὸ μὲν ἐπίπεδον γίνεται τετραπλάσιον, τὸ δὲ στερεὸν ὀκταπλάσιον· ἐζητεῖτο δὴ καὶ παρὰ τοῖς Γεωμέτραις, τίνα ἄν τις τρόπον τὸ δοθὲν στερεὸν διαμένον ἐν τῷ αὐτῷ σχήματι διπλασιάσειεν· καὶ ἐκαλεῖτο τὸ τοιοῦτον πρόβλημα, Κύβου διπλασιασμός· ὑποθέμενοι γὰρ κύβον, ἐζήτουν τοῦτον διπλασιάσαι· πάντων δὲ διαπορούντων ἐπὶ πολὺν χρόνον, πρῶτον Ἱπποκράτης ὁ Χῖος ἐπενόησεν, ὅτι ἐὰν εὑρεθῇ δύο εὐθειῶν γραμμῶν, ὧν ἡ μείζων τῆς ἐλάσσονος ἐστὶ διπλασία, δύο μέσας ἀνάλογον λαβεῖν ἐν συνεχεῖ ἀναλογίᾳ, διπλασιασθήσεται ὁ κύβος, ὥστε τὸ ἀπόρημα αὐτοῦ εἰς ἕτερον οὐκ ἔλασσον ἀπόρημα κατέστρεφεν· μετὰ χρόνον δέ τινά φασιν Δηλίους ἐπιβαλομένους νόσου κατὰ χρησμὸν διπλασιάσαι τινὰ τῶν βωμῶν ἐπιταχθέντας, ἐμπεσεῖν εἰς τὸ αὐτὸ ἀπόρημα, διαπεμψαμένοις δὲ τοὺς παρὰ τῷ Πλάτωνι ἐν ἀκαδημίᾳ Γεωμέτρας ἀξιοῦν αὐτοῖς εὑρεῖν τὸ ζητούμενον· τῶν δὲ φιλοπόνως ἐπιδιδόντων ἑαυτοῖς, καὶ ζητούντων, δύο δοθεισῶν δύο μέσας λαβεῖν, Ἀρχύτας μὲν ὁ Ταραντῖνος λέγεται διὰ τῶν ἡμικυλίνδρων εὑρηκέναι, Εὔδοξος δὲ διὰ τῶν καλουμένων καμπύλων γραμμῶν· συμβέβηκε δὲ πᾶσιν αὐτοῖς ἀποδεικτικῶς γεγραφέναι· χειρουργῆσαι δὲ καὶ εἰς χρείαν πεσεῖν μὴ δύνασθαι, πλὴν ἐπὶ βραχύ τι τοῦ Μεναίχμου, καὶ ταῦτα δυσχερῶς· ἐπινενόηται δέ τις ὑφ' ἡμῶν ὀργανικὴ ῥᾳδία, δι' ἧς εὑρήσομεν, δύο τῶν δοθεισῶν οὐ μόνον δύο μέσας, ἀλλ' ὅσας ἄν τις ἐπιτάξῃ· τούτου δὲ εὑρισκομένου δυνησόμεθα καθόλου τὸ δοθὲν στερεὸν παραλληλογράμμοις περιεχόμενον εἰς κύβον καθιστάναι, ἢ ἐξ ἑτέρου εἰς ἕτερον σχηματίζειν, καὶ ὅμοιον ποιεῖν καὶ ἐπαύξειν διατηροῦντας τὴν ὁμοιότητα· ὥστε καὶ βωμοὺς, καὶ ναούς. δυνησόμεθα δὲ καὶ τὰ τῶν ὑγρῶν μέτρα, καὶ ξηρῶν, λέγω δὲ οἷον μετρητὴν μεδίμνων εἰς κύβον καθιστάναι, καὶ διὰ τῆς τούτου πλευρᾶς ἀναμετρεῖν τὰ τούτων δεκτικὰ ἀγγεῖα πόσον χωρεῖ· χρήσιμον δὲ ἔσται τὸ ἐπινόημα, καὶ τοῖς βουλομένοις ἐπαυξεῖν καταπαλτικὰ καὶ λιθοβόλα ὄργανα. Δεῖ γὰρ ἀνάλογον ἅπαντα αὐξηθῆναι, καὶ τὰ πάχη καὶ τὰ μεγέθη, καὶ τὰς κατατρήσεις, καὶ τὰς χοινικίδας, καὶ τὰ ἐμβαλλόμενα νευρά, εἰ μέλλει καὶ ἡ βολὴ ἀνάλογον ἐπαυξηθῆναι· ταῦτα δὲ οὐ δυνατὰ γενέσθαι ἄνευ τῆς τῶν μέσων εὑρέσεως· τὴν δὲ ἀπόδειξιν καὶ τὴν κατασκευὴν τοῦ λεχθέντος ὀργάνου ὑπογέγραφά σοι. Δεδόσθωσαν δύο ἄνισοι εὐθεῖαι, ὧν δεῖ δύο μέσας ἀνάλογον εὑρεῖν ἐν συνεχεῖ ἀναλογίᾳ, αἱ αε, δθ· καὶ κείσθω ἐπί τινος εὐθείας τῆς εθ πρὸς ὀρθὰς ἡ αε, καὶ ἐπὶ τῆς εθ τρία συνεστάτω παραλληλόγραμμα ἐφεξῆς, τὰ αζ, ζι, ιθ· καὶ ἤχθωσαν διάμετροι ἐν αὐτοῖς, αἱ αζ, λη, ιθ· ἔσονται δὴ αὗται παράλληλοι, μένοντος δὴ τοῦ μέσου παραλληλογράμμου τοῦ ζ, συνωσθήτω, τὸ μὲν αζ ἐπάνω τοῦ μέσου, τὸ δὲ ιθ ὑποκάτω, καθάπερ ἐπὶ τοῦ δευτέρου σχήματος· ἕως οὗ γένηται τὰ αβγδ κατ' εὐθεῖαν· καὶ διήχθω διὰ τῶν α, β, γ, δ σημείων εὐθεῖα· καὶ συμπιπτέτω τῇ εθ ἐκβληθείσῃ κατὰ τὸ κ· ἔσται δὴ ὡς ἡ ακ πρὸς κβ, ἐν μὲν ταῖς αε, ζβ παραλλήλοις, ἡ εκ πρὸς κζ· ἐν δὲ ταῖς αζ, βη παραλλήλοις ἡ ζκ πρὸς κη· ὡς ἄρα ἡ ακ πρὸς κβ, ἡ εκ πρὸς κζ, καὶ ἡ κζ πρὸς κη· πάλιν ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ἡ βκ πρὸς κγ, ἐν μὲν ταῖς βζ, γη παραλλήλοις ἡ ζκ πρὸς κη· ἐν δὲ ταῖς βη, γθ παραλλήλοις ἡ ηκ πρὸς κθ· ὡς ἄρα ἡ βκ πρὸς κγ, ἡ ζκ πρὸς κη, καὶ ἡ ηκ πρὸς κθ· ἀλλ' ὡς ἡ ζη πρὸς κη, ἡ εκ πρὸς κζ· καὶ ὡς ἄρα ἡ εκ πρὸς κζ, ἡ ζκ πρὸς κη, καὶ ἡ ηκ πρὸς κθ· ἀλλ' ὡς ἡ εκ πρὸς κζ, ἡ αε πρὸς βζ· ὡς δὲ ἡ ζκ πρὸς κη, ἡ βζ πρὸς γζ· ὡς δὲ ἡ ηκ πρὸς κθ, ἡ γη πρὸς δθ· καὶ ὡς ἄρα ἡ αε πρὸς βζ, ἡ βζ πρὸς γη, καὶ ἡ γη πρὸς δθ· εὕρηνται ἄρα τῶν αε, δθ δύο μέσαι, ἥτε βζ καὶ ἡ γκ.

Ταῦτα οὖν ἐπὶ τῶν γεωμετρουμένων ἐπιφανειῶν ἀποδέδεικται· ἵνα δὲ καὶ ὀργανικῶς δυνώμεθα τὰς δύο μέσας λαμβάνειν, διαπήγνυται πλινθίον ξύλινον, ἢ ἐλεφάντινον, ἢ χαλκοῦν ἔχον τρεῖς πινακίσκους ἴσους ὡς λεπτοτάτους· ὧν ὁ μὲν μέσος ἐνήρμοσται, οἱ δὲ δύο ἐπωσοί εἰσιν ἐν χολέδραις, τοῖς δὲ μεγέθεσι καὶ ταῖς συμμετρίαις ὡς ἕκαστοι ἑαυτοὺς πείθουσι· τὰ μὲν γὰρ τῆς ἀποδείξεως ὡσαύτως συντελεῖται, πρὸς δὲ τὸ ἀκριβέστερον λαμβάνεσθαι τὰς γραμμὰς φιλοτεχνητέον, ἵνα ἐν τῷ συνάγεσθαι τοὺς πινακίσκους παράλληλα διαμένῃ πάντα καὶ ἄχαστα, καὶ ὁμαλῶς συναπτόμενα ἀλλήλοις· ἐν δὲ τῷ ἀναθήματι, τὸ μὲν ὀργανικὸν χαλκοῦν ἐστι, καὶ καθήρμοσται ὑπ' αὐτὴν τὴν στεφάνην τῆς στήλης προσμεμολυβδοχυμένον, ὑπ' αὐτοῦ δὲ ἡ ἀπόδειξις συντομώτερον φραζομένη καὶ τὸ σχῆμα, μετ' αὐτὸ δὲ ἐπίγραμμα· ὑπογεγράφθω οὖν σοι καὶ ταῦτα, ἵνα ἔχῃς καὶ ὡς ἐν τῷ ἀναθήματι· τῶν δὲ δύο σχημάτων τὸ δεύτερον γέγραπται ἐν τῇ στήλῃ.

Δύο τῶν δοθεισῶν εὐθειῶν δύο μέσας ἀνάλογον εὑρεῖν ἐν συνεχεῖ ἀναλογίᾳ· δεδόσθωσαν αἱ αε, δθ· συνάγω δὲ τοὺς ἐν τῷ ὀργάνῳ πίνακας, ἕως ἂν κατ' εὐθεῖαν γένηται τὰ α, β, γ, δ, σημεῖα· νοείσθω δὴ ὡς ἔχει μὲν ἐπὶ τοῦ δευτέρου σχήματος· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ακ πρὸς κβ, ἐν μὲν ταῖς αεβζ παραλλήλοις ἡ εκ πρὸς κζ· ἐν δὲ ταῖς αζ, βη, ἡ ζκ πρὸς κη· ὡς ἄρα ἡ εκ πρὸς κζ, ἡ κζ πρὸς κη· ὡς δὲ αὗται πρὸς ἀλλήλας, ἥτε αε πρὸς βζ, καὶ ἡ βζ πρὸς γη· ὡσαύτως δὲ δείξομεν, ὅτι καὶ ὡς ἡ ζβ πρὸς γη, ἡ γη πρὸς δθ· ἀνάλογον ἄρα αἱ αε, βζ, γη, δθ· εὕρηνται ἄρα δύο τῶν δοθεισῶν δύο μέσαι· ἐὰν δὲ αἱ δοθεῖσαι μὴ ἴσαι ὦσι ταῖς αε, δθ, ποιήσαντες αὐταῖς ἀνάλογον τὰς αε, δθ, τούτων ληψόμεθα τὰς μέσας, καὶ ἐπανοίσομεν ἐπ' ἐκείνας, καὶ ἐσόμεθα πεποιηκότες τὸ ἐπιταχθέν· ἐὰν δὲ πλείους μέσας ἐπιταχθῇ εὑρεῖν, αἰεὶ πλείους πινακίσκους κατασκευασόμεθα ἐν τῷ ὀργανίῳ τῶν ληφθησομένων μέσων· ἡ δὲ ἀπόδειξις ἡ αὐτή.

Εἰ κύβον ἐξ ὀλίγου διπλάσιον ὦ 'γαθὲ τεύχειν
φράζεαι, τὴν στερεὴν πᾶσαν ἐς ἄλλο φύσιν
εὖ μεταμορφῶσαι, τό δέ τοι πάρα κἂν σύγε μάνδρην
ἢ σιρὸν, ἢ κοίλου φρείατος εὐρὺ κύτος·
τῇ δ' ἀναμετρήσαιο μέσας ὅτε τέρμασιν ἄκροις
συνδρομάδας δισσῶν ἐντὸς ἕλῃς κανόνων·
μὴ δὲ σύγ' Ἀρχύτεω δισμήχανα ἔργα κυλίνδρων,
μὴ δὲ Μενεχμείους κωνοτομεῖν τριάδας
δίζηαι· μὴ δ' εἴτι θεοῦ δίοι εὐδόξοιο,
καμπύλον ἐγγραμμαῖς εἶδος ἀναγράφεται·
τοῖς δε δὲ ἐν πινάκεσι μεσόγραφα μυρία τεύχοις,
ῥεῖα κεν ἐκ παύρου πυθμένος ἀρχόμενος·
εὖ αἰὼν Πτολεμαῖε πατὴρ ὅτι παιδὶ συνηβῶν
πάνθ' ὅσα καὶ μούσαις, καὶ βασιλεῦσι φίλα.

αὐτὸς ἐδωρήσω τὸ δ' ἐς ὕστερον ἐράνε Ζεῦ·
ϗ σκήπτρων ἐκ σῆς ἀντιάσειε χερός.
Καὶ τὰ μὲν ὡς τελέοιτο, λέγοι δέ τις ἄνθεμα λεύσων
τοῦ Κυρηναίου τοῦτ' Ἐρατοσθένεος.

Ὡς Νικομήδης ἐν τῷ περὶ κογχοειδῶν γραμμῶν· σχῆμα 11.

Γράφει δὲ ϗ Νικομήδης ἐν τῷ ἐπιγεγραμμένῳ πρὸς αὐτοῦ περὶ κογχοειδῶν συγγράμματι ὀργάνου κατασκευὴν τὴν αὐτὴν ἀποπληροῦντος· ἐφ' ὃ ϗ μεγάλα μὲν σεμνυνόμενος φαίνεται ὁ ἀνὴρ, πολλὰ δὲ τοῖς Ἐρατοσθένους ἐπιγελῶν εὑρήμασιν, ὡς ἀμηχάνοις τε ἅμα ϗ γεωμετρικῆς ἕξεως ἐστερημένοις, τοῦτ' ἐὰν ἐλλείποις· τῶν τοίνυν περὶ τὸ πρόβλημα πεπονηκότων τῆς τε πρὸς Ἐρατοσθένη συγκρίσεως ἕνεκα, ϗ αὐτὸν τοῖς ἤδη γεγραμμένοις, συνάπτομεν δυνάμει γράφοντα οὕτως· Νοεῖν χρὴ κανόνας δύο πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλοις συμβεβλημένους οὕτως, ὥστε μίαν ἀποσώζειν αὐτοὺς ἐπιφάνειαν· καθάπερ εἰσὶν οἱ αβ, γδ· ἐν δὲ τῷ αβ σωλῆνα πελεκινοειδῆ, εἰς ὃν χελώνιον διατρέχειν δυνήσεται· ἐν δὲ τῷ γδ κατὰ τὸ μέρος τὸ πρὸς τὸ δ, ϗ μέσην τὴν διαιροῦσαν εὐθεῖαν τὸ πλάτος αὐτοῦ κυλίνδριον συμφυὲς τῷ κανόνι, ϗ βραχὺ ὑπερέχον τῆς ἄνωθεν ἐπιφανείας αὐτοῦ τοῦ κανόνος· ἄλλον δὲ κανόνα ὡς τὸν εζ μετὰ βραχύ τι διάστημα τοῦ πρὸς τὸ ζ πέρατος ἀνατομὴν ἔχοντα, ὡς τὴν ηθ, δυναμένην περιβαίνειν τῷ πρὸς τῷ δ κυλινδρίῳ· πρὸς δὲ τῷ ε ὀπὴν στρογγύλην, ἥτις ἐγκλεισθήσεται εἰς τὸν ἀξόνιον, συμφυὲς τῷ διατρέχοντι χελωναρίῳ ἐν τῷ πελεκινοειδεῖ σωλῆνι, τῷ ὄντι ἐν τῷ αβ κανόνι· ἐναρμοσθέντος τοίνυν τοῦ εζ κανόνος, κατὰ μὲν τὴν ηθ ἀνατομὴν, ἐν τῷ πρὸς τὸ ζ κυλινδρίῳ, κατὰ δὲ τὴν ε ὀπὴν ἐν τῷ ἀξονίῳ τῷ συμφυεῖ τῷ χελωναρίῳ, ἐάν τις ἐπιλαβόμενος τοῦ κ ἄκρου τοῦ κανόνος κινῇ αὐτὸν ἐπὶ τὰ πρὸς τὸ α μέρη, ἔπειτα πρὸς τὸ β, τὸ μὲν ε σημεῖον ἀεὶ ἐπὶ τοῦ αβ κανόνος ἐνεχθήσεται· ἡ δὲ ηθ ἀνατομὴ ἐπὶ τῷ πρὸς τὸ δ κυλινδρίῳ κινηθήσεται, ἀεὶ τῆς μέσης τοῦ εζ κανόνος εὐθείας ἐν τῇ κινήσει διὰ τοῦ ἄξονος τοῦ πρὸς τῷ δ κυλινδρίῳ νοουμένης· τῆς δὲ εκ ὑπεροχῆς τοῦ κανόνος ἀεὶ τῆς αὐτῆς μενούσης· ἐὰν τοίνυν πρὸς τὸ κ ἐπινοήσωμεν τι γραφεῖον ἐφαπτόμενον τοῦ ἐδάφους, γραφήσεται τις γραμμὴ, οἵα ἐστὶν ἡ αμν, ἥντινα καλεῖ Νικομήδης κογχοειδῆ πρώτην γραμμὴν, ϗ διάστημα μὲν τῆς γραμμῆς τὸ εκ μέγεθος τοῦ κανόνος, πόλον δὲ τὸ δ.

Ταύτῃ δὴ τῇ γραμμῇ συμβαῖνον δείκνυσι τὸ ἀεὶ ἐπ' ἔλαττον μὲν συμπορεύεσθαι τῷ αβ κανόνι· ϗ ἐάν τις εὐθεῖα διαχθῇ μεταξὺ τῆς τε γραμμῆς ϗ τοῦ αβ κανόνος, ὅτι πάντως τέμνει τὴν γραμμὴν, ϗ τὸ μὲν πρότερον τῶν συμβαινόντων ἐστὶν εὐκατανόητον, ἐφ' ἑτέρας καταγραφῆς, κανόνος τε νοουμένου τοῦ αβ· πόλου δὲ τοῦ γ, διαστήματος δὲ τοῦ δε, γραμμῆς δὲ κογχοειδοῦς τῆς ζεη· προσπιπτέτωσαν ἀπὸ τοῦ γ δύο αἱ γθ, γζ ἴσαι, δῆλον ὅτι γινομένων τῶν κθ, λζ· λέγω ὅτι ἡ ζμ κάθετος ἐλάττων τῆς θν καθέτου· μείζονος γὰρ οὔσης τῆς ὑπὸ μλγ γωνίας τῆς ὑπὸ ναγ, λοιπὴ ἡ λείπουσα εἰς τὰς δύο ὀρθὰς ἡ ὑπὸ μλζ λοιπῆς τῆς ὑπὸ νκθ ἐστὶν ἐλάσσων, ϗ διὰ τοῦτο ὀρθῶν οὐσῶν τῶν πρὸς τοῖς μ, ν, μείζων ἐστὶ ϗ ἡ πρὸς τὸ ζ τῆς πρὸς τῷ θ· ϗ ἐὰν τῇ πρὸς τὸ θ ἴσην συστησόμεθα τὴν ὑπὸ μζ ξ, ἡ κθ, τουτέστιν ἡ λζ πρὸς θν τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον, ὃν ἡ ξζ, πρὸς ζμ· ὥστε ἡ ζλ πρὸς τὴν θν ἐλάττονα λόγον ἔχει, ἤπερ πρὸς τὴν ζμ· ϗ διὰ τοῦτο μείζων ἡ θν τῆς ζμ.

Τὸ δὲ δεύτερον ἦν τὸ τὴν διαγομένην εὐθεῖαν μεταξὺ τῆς τε αβ ϗ τῆς γραμμῆς τέμνειν τὴν γραμμὴν, ϗ τοῦτο δὲ οὕτω γίνεται γνώριμον· ἡ γὰρ διαγομένη, ἤτοι παράλληλός ἐστι τῇ αβ ἢ οὔ. Ἔστω πρότερον παράλληλος ὡς ἡ ζηθ· ϗ γεγονέτω ὡς ἡ δη πρὸς ηγ, οὕτως ἡ δε πρὸς ἄλλην τινὰ τὴν κ· ϗ κέντρῳ τῷ γ, διαστήματι δὲ τῇ κ περιφέρεια γραφεῖσα τεμνέτω τὴν ζη κατὰ τὸ ζ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ γζ· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ δη πρὸς ηγ, οὕτως ἡ λζ πρὸς ζγ· ἀλλ' ὡς ἡ δη πρὸς ηγ, οὕτως ἦν ἡ δε πρὸς τὴν κ, τουτέστι τὴν γζ· ἴση ἄρα ἡ δε τῇ λζ ἀδύνατον· δεῖ γὰρ εἶναι τὸ ζ πρὸς τῇ γραμμῇ· ἀλλὰ δὴ μὴ ἔστω ἡ διαγομένη παράλληλος· ϗ ἔστω ὡς ἡ μην· ϗ ἤχθω διὰ τοῦ κ παράλληλος τῇ αβ, ἡ ζη· ἡ ἄρα ζη συμπεσεῖται τῇ γραμμῇ, ὥστε πολλῷ μᾶλλον ἡ μν· τούτων δὲ ὄντων τῶν παρακολουθημάτων διὰ τοῦ ὀργάνου τὸ χρήσιμον εἰς τὸ προκείμενον δείκνυται οὕτως.

Πάλιν γωνίας δοθείσης τῆς α, ϗ σημείου ἐκτὸς τοῦ γ, διάγειν τὴν γη, ϗ ποιεῖν τὴν κη ἴσην τῇ δοθείσῃ· ἤχθω κάθετος ἀπὸ τοῦ γ σημείου ἐπὶ τὴν αβ, ἡ γθ· ϗ ἐκβεβλήσθω, ϗ τῇ δοθείσῃ ἴση ἔστω ἡ δθ, ϗ πόλῳ μὲν τῷ γ, διαστήματι δὲ τῷ δοθέντι τῷ δθ, κανόνι δὲ τῷ αβ, γεγράφθω κογχοειδὴς γραμμὴ πρώτη ἡ εδζ· συμβάλει ἄρα τῇ αη, διὰ τὸ προδειχθὲν, συμβαλλέτω κατὰ τὸ η, ϗ ἐπεζεύχθω ἡ γη· ἴση ἄρα ἡ κη τῇ δοθείσῃ.

Τούτων δειχθέντων, δεδόσθωσαν δύο εὐθεῖαι αἱ γλ, λα πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις, ὧν δεῖ δύο μέσας ἀνάλογον κατὰ τὸ συνεχὲς εὑρεῖν: ϗ συμπεπληρώσθω τὸ αβ γλ παραλληλόγραμμον, ϗ τετμήσθω δίχα ἑκατέρα τῶν αβ, βγ, τοῖς δ, ε σημείοις, καὶ ἐπιζευχθεῖσα μὲν ἡ δλ ἐκβεβλήσθω, καὶ συμπιπτέτω τῇ γβ ἐκβληθείσῃ, κατὰ τὸ η, τῇ δὲ βγ πρὸς ὀρθὰς ἡ εζ, καὶ προσβεβλήσθω ἡ γζ ἴση οὖσα τῇ αδ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ζκ· καὶ αὐτῇ παράλληλος ἡ γθ· καὶ γωνίας οὔσης τῆς ὑπὸ τῶν κγθ, ἀποδοθέντος τοῦ ζ, διήχθω ἡ ζθκ, ποιοῦσα ἴσην τὴν θκ τῇ αδ, ἢ τῇ γζ· τοῦτο γὰρ ὡς δυνατὸν, ἐδείχθη διὰ τῆς κογχοειδοῦς· καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ κλ ἐκβεβλήσθω, καὶ συμπιπτέτω τῇ αβ, ἐκβληθείσῃ κατὰ τὸ μγ, λέγω ὅτι ἐστὶν, ὡς ἡ φλ πρὸς κγ, ἡ κγ πρὸς μα, καὶ ἡ μα πρὸς τὴν αλ. Ἐπεὶ ἡ βγ τέτμηται δίχα τῷ ε· καὶ πρόσκειται αὐτῇ ἡ κγ· τὸ ἄρα ὑπὸ βκγ, μετὰ τοῦ ἀπὸ γε, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ εκ· κοινὸν προσκείσθω τὸ ἀπὸ εζ· τὸ ἄρα ὑπὸ βκγ μετὰ τῶν ἀπὸ γεζ, τουτέστι τοῦ ἀπὸ γζ, ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ κεζ, τουτέστι τῷ ἀπὸ κζ· καὶ ἐπεὶ ὡς ἡ μα πρὸς αβ, ἡ μλ πρὸς λκ· ὡς δὲ ἡ μλ πρὸς λκ, οὕτως ἡ βγ πρὸς γκ· καὶ ὡς ἄρα ἡ μα πρὸς αβ, οὕτως ἡ βγ πρὸς γκ· καὶ ἐστι τῆς μὲν αβ ἡμίσεια ἡ αδ, τῆς δὲ βγ διπλῆ ἡ γη· ἐπεὶ καὶ ἡ λγ τῆς αδ· ἔσται ἄρα καὶ ὡς ἡ μα πρὸς αδ, οὕτως ἡ ηγ πρὸς γκ· ἀλλ' ὡς ἡ ηγ πρὸς γκ, οὕτως ἡ ζθ πρὸς θκ, διὰ τὰς παραλλήλους τὰς ηζ, γθ· καὶ συνθέντι ἄρα ὡς ἡ μδ πρὸς δα, ἡ ζκ πρὸς κθ· ἴση δὲ ὑπόκειται καὶ ἡ αδ τῇ θη, ἐπεὶ καὶ τῇ γζ ἴση ἐστὶν ἡ αδ· ἴση ἄρα καὶ ἡ μδ τῇ ζκ· ἴσον ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ μδ, τὸ ἀπὸ ζκ. Καὶ ἔστι τῷ μὲν ἀπὸ μδ, ἴσον τὸ ὑπὸ βμα μετὰ τοῦ ἀπὸ δα· τῷ δὲ ἀπὸ ζκ, ἴσον ἐδείχθη τὸ ὑπὸ βκγ μετὰ τοῦ ἀπὸ γζ· ἴσον ἄρα τὸ ὑπὸ βμα μετὰ τοῦ ἀπὸ λδ, τὸ ὑπὸ βκγ μετὰ τοῦ ἀπὸ γζ, ὧν τὸ ἀπὸ αδ ἴσον τῷ ἀπὸ γζ· ἴση γὰρ ὑπόκειται ἡ αδ τῇ γζ· ἴσον ἄρα καὶ τὸ ὑπὸ βμα τῷ ὑπὸ βκγ, ὡς ἄρα ἡ μβ πρὸς βκ, ἡ κγ πρὸς αμ· ἀλλ' ὡς ἡ βμ πρὸς βκ, ἡ κλ πρὸς γκ· καὶ ὡς ἄρα ἡ γλ πρὸς γκ, οὕτως ἡ γκ πρὸς αμ· ἐστι δὲ καὶ ὡς ἡ λγ πρὸς γκ, ἡ μα πρὸς αλ· καὶ ὡς ἄρα ἡ λγ πρὸς γκ, ἡ γκ πρὸς αμ, καὶ ἡ αμ πρὸς αλ.

Εἰς τὸ β. θεώρημα.

Καὶ συνθέντι, ὡς ἡ δθ πρὸς θγ, ἡ γα πρὸς αε· τουτέστι τὸ ἀπὸ γβ πρὸς τὸ ἀπὸ βε· ὡς γὰρ ἐπὶ αὐτῆς τῆς ἐν τῷ ῥητῷ καταγραφῆς· ἐπεὶ ἐν ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ τῷ γβα, ἀπὸ τῆς ὀρθῆς ἐπὶ τὴν βάσιν κάθετος ἦκται ἡ βε, τὰ πρὸς τῇ καθέτῳ τρίγωνα ὅμοια ἐστὶ τῷ τε ὅλῳ καὶ ἀλλήλοις· καὶ διὰ τοῦτο ἐστὶν ὡς ἡ γα πρὸς αβ, ἡ βα πρὸς αε, καὶ ἡ γβ πρὸς βε· ὥστε καὶ ὡς τὸ ἀπὸ γα πρὸς τὸ ἀπὸ αβ, οὕτω τὸ ἀπὸ γβ πρὸς τὸ ἀπὸ βε· ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ γα πρὸς τὸ ἀπὸ αβ, οὕτως ἡ γα πρὸς αε. Ὡς γὰρ ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, οὕτω τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας· ὡς ἄρα ἡ γα πρὸς αε, οὕτω τὸ ἀπὸ γβ, πρὸς τὸ ἀπὸ βε· διὰ δὲ τῶν αὐτῶν δείκνυται, ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ γα πρὸς γε, οὕτω τὸ ἀπὸ αβ, πρὸς τὸ βε· διὰ γὰρ τὴν ὁμοιότητα τῶν τριγώνων ἐστὶ πάλιν, ὡς ἡ μὲν αγ πρὸς γβ, οὕτως ἡ βγ πρὸς γε· τουτέστιν ὡς τὸ ἀπὸ αγ πρὸς τὸ ἀπὸ γβ, οὕτως ἡ αγ πρὸς γε, ὡς δὲ τὸ ἀπὸ αγ πρὸς τὸ ἀπὸ γβ, οὕτω τὸ ἀπὸ αβ πρὸς τὸ βε· καὶ ὡς ἄρα ἡ αγ πρὸς γε, τὸ ἀπὸ αβ πρὸς τὸ ἀπὸ βε· Εἶτα ἐφεξῆς δεικνύναι πειρώμενος τῷ βαζ τμήματι τῆς σφαίρας, ἴσον τὸν βκζ κῶνον· ἐκθέμενος κῶνον τὸν ν, βάσιν μὲν ἔχοντα ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ βαζ τμήματος, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας· φησὶν ὅτι ὁ ν κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ ζαβθ στερεῷ τομεῖ, ὡς δέδεικται ἐν τῷ α. βιβλίῳ. Ἴστεον δὲ ὅτι ἐν τῷ α. βιβλίῳ οὐ τὸν τοιοῦτον τομέα ἀπεδείκνυεν ἴσον ὄντα τῷ οὕτω λαμβανομένῳ, ἀλλὰ τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε τῆς τοῦ κώνου ἐπιφανείας, καὶ σφαιρικῆς ἐπιφανείας ἐλάττονος ἡμισφαιρίου, ὅν τινα καὶ κυρίως ἐν τοῖς ὅροις τομέα στερεὸν καλεῖν ἐφαίετο· ἔφασκε γὰρ, τομέα δὲ στερεὸν καλέω· ἐπειδ' ἂν σφαίραν κῶνος τέμνει ταν κορυφὰν ἔχων ποτὶ τῷ κέντρῳ τᾶς σφαίρας, τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπὸ τῆς τοῦ κώνου ἐπιφανείας τᾶς ἐντὸς τοῦ κώνου· τὸ δὲ νῦν προκείμενον σχῆμα περιέχεται μὲν ὑπὸ κωνικῆς ἐπιφανείας, τὴν κορυφὴν ἐχούσης πρὸς τῷ κέντρῳ τῆς σφαίρας, καὶ σφαιρικῆς ἐπιφανείας, ἀλλ' οὐ τῆς ἐντὸς ἀπολαμβανομένης τοῦ κώνου· ὅτι δὲ οὖν τὸ τοιοῦτον σχῆμα ἴσον γίνεται τῷ κώνῳ τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὴν ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τῇ σφαιρικῇ τῇ περιεχούσῃ τὸ τμῆμα, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας, δειχθήσεται οὕτω διὰ τῶν ἐν τῷ α. βιβλίῳ δεδειγμένων.

Νενοήσθω χωρὶς σφαῖρα, καὶ τετμήσθω ἐπιπέδῳ τινὶ μὴ διὰ τοῦ κέντρου τῷ περὶ διάμετρον τὴν βδ κύκλῳ· κέντρον δὲ τῆς σφαίρας τὸ α· καὶ νενοήσθω κῶνος, ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν περὶ διάμετρον τὴν βδ κύκλον, κορυφὴν δὲ τὸ α σημεῖον· ἐκκείσθω δὲ κῶνος ὁ ε, οὗ ἡ μὲν βάσις ἴση ἔστω τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας, ὕψος δὲ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας. Ὁ ἄρα κῶνος ἴσος ἐστὶ τῇ σφαίρᾳ· τετραπλάσιος γὰρ ἐστὶ τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὸν μέγιστον κύκλον, ὕψος δὲ τὸ αὐτὸ, ὅπερ ἡ σφαῖρα ἐδείχθη τετραπλασία. Ἐκκείσθωσαν δὲ καὶ ἄλλοι δύο κῶνοι οἱ ζ, η, ὧν ὁ μὲν ζ βάσιν ἐχέτω ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κατὰ τὴν βγδ τμήματος, ὕψος δὲ τὴν τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας· ὁ δὲ η βάσιν μὲν ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κατὰ τὴν βθδ τμήματος, ὕψος δὲ τὸ αὐτό. Ὁ ζ ἄρα κῶνος ἴσος ἐστὶ τῷ τομεῖ, οὗ κορυφὴ μὲν τὸ α, ἐπιφάνεια δὲ σφαιρικὴ ἡ κατὰ τὴν βγδ· Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐϛὶν ἡ τοῦ ε κώνου βάσις ταῖς τῶν ζ, η κώνων βάσεσι, καὶ εἰσὶν ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος, ἴσος ἄρα ἐϛὶν ὁ ε κῶνος, τουτέϛι ἡ σφαῖρα τοῖς ζ, η κώνοις· ἀλλ' ὁ ζ ἴσος ἐδείχθη τῷ κατὰ τὴν βγδ ϛερεῷ τομεῖ, κορυφὴν ἔχοντι τὸ α· λοιπὸς ἄρα ὁ η κῶνος ἴσος ἐϛὶ τῷ λοιπῷ τμήματι, βάσιν ἔχων τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ κατὰ τὴν βθδ τμήματος, ὕψος δὲ τὴν ἐκ τοῦ κέντρου.

Εἶτα πάλιν φησὶν, ἴσος ἄρα ὁ ν κῶνος, τουτέϛιν ὁ βθ, ζα τομεὺς, τῷ βθζκ σχήματι. Ἐπεὶ γὰρ συνήχθη ὁ ν κῶνος, ἴσος ὢν κώνῳ οὗ βάσις μὲν ὁ περὶ διάμετρον τὴν βζ κύκλος, ὕψος δὲ ἡ θκ· ὁ δὲ κῶνος οὗ βάσις μὲν ἐϛὶν ἡ αὐτὴ, ὕψος δὲ ἡ εκ, ἴσος τῷ τε εἰρημένῳ κώνῳ, καὶ τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὴν αὐτὴν, ὕψος δὲ τὴν εθ· πρὸς ἀλλήλας γάρ εἰσιν ὡς τὰ ὕψη· κοινοῦ ἀφαιρεθέντος τοῦ κώνου τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος τὴν αὐτὴν, ὕψος δὲ τὴν εθ· λοιπὸν τὸ βθ ζκ σχῆμα ἴσον ἐϛὶ τῷ κώ-
δ νῳ τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὸν περὶ διάμετρον τὴν βζ κύκλον, ὕψος δὲ τὴν θκ· τουτέϛι τῷ ν κώνῳ, τουτέϛι βαθζ τομεῖ.

Ἐπαγαγὼν δὴ τὸ ἐκ τῶν συναχθέντων πόρισμα ἐπὶ τέλει τοῦ θεωρήματος, ἑξῆς δι' ἑτέρας ἀποδείξεως συνάγει τὸ τελευταῖον μέρος τοῦ θεωρήματος, τουτέϛιν ὅτι τὸ βαζ τμῆμα σφαίρας ἴσον ἐϛὶ τῷ βκζ κώνῳ· καὶ προϊὼν φησὶν ὡς ἄρα ἡ κθ πρὸς θγ, ἡ θδ πρὸς δγ· καὶ ὅλη ἡ κδ πρὸς δθ ἐϛὶν ὡς ἡ δθ πρὸς δγ· Ἐπεὶ γὰρ ἐϛὶν ὡς ἡ κθ πρὸς θγ, ἡ θδ πρὸς δγ· καὶ ἐναλλὰξ, ὡς ἡ κθ πρὸς θδ, ἡ θγ πρὸς γδ· καὶ συνθέντι, ὡς ἡ κδ πρὸς δθ, ἡ θδ πρὸς δγ· τουτέϛιν ἡ κθ πρὸς θα· ἦν γὰρ ὡς ἡ κθ πρὸς θγ, ἡ θδ πρὸς δγ· ἴση δὲ ἡ θγ τῇ θα· καὶ μετ' ὀλίγον, ὡς ἄρα ἡ κθ πρὸς δθ, οὕτως ἡ αε πρὸς εγ· καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ κδ πρὸς τὸ ἀπὸ τῶν κθδ, οὕτω τὸ ἀπὸ αγ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν α εγ. Νοείσθωσαν γὰρ χωρὶς κείμεναι αἱ κδ, αγ· καὶ ἔϛω ὡς ἡ κθ πρὸς θδ, οὕτως ἡ αε πρὸς εγ· λέγω ὅτι ἐϛὶ καὶ ὡς τὸ ἀπὸ κδ, πρὸς τὸ ὑπὸ κθδ, οὕτω τὸ ἀπὸ αγ πρὸς τὸ ὑπὸ αεγ· Ἐπεὶ γὰρ ἐϛὶν ὡς ἡ κθ πρὸς θδ, οὕτως ἡ αε πρὸς εγ· καὶ συνθέντι ἐϛὶν ὡς ἡ κδ πρὸς δθ, οὕτως ἡ αγ πρὸς γε, ὥϛε καὶ τὸ ἀπὸ κδ πρὸς τὸ ἀπὸ θδ, ὡς τὸ ἀπὸ αγ, πρὸς τὸ ἀπὸ εγ· πάλιν ἐπεὶ ἐϛὶν ὡς ἡ κθ πρὸς θδ, οὕτως ἡ αε πρὸς εγ· ἀλλ' ὡς ἡ κθ πρὸς θδ, οὕτω τὸ ὑπὸ κθδ πρὸς τὸ ἀπὸ θδ, κοινοῦ ὕψους τῆς θδ λαμβανομένης· ὡς δὲ ἡ αε πρὸς εγ, οὕτω τὸ ὑπὸ αεγ πρὸς τὸ ἀπὸ εγ, κοινοῦ, πάλιν ὕψους λαμβανομένης τῆς εγ· καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ κθδ πρὸς τὸ ἀπὸ θδ, οὕτω τὸ ὑπὸ αεγ πρὸς τὸ ἀπὸ εγ· ἐδείχθη δὲ ὡς τὸ ἀπὸ θδ, πρὸς τὸ ἀπὸ δκ, οὕτω τὸ εγ πρὸς τὸ ἀπὸ γα· καὶ δι' ἴσου ὡς τὸ ὑπὸ κθδ πρὸς τὸ ἀπὸ κδ, οὕτω τὸ ὑπὸ αεγ πρὸς τὸ ἀπὸ αγ· καὶ ἀνάπαλιν, ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Εἰς τὸ γ'.

Ὡς δὲ οἱ εἰρημένοι κύκλοι πρὸς ἀλλήλους τὸ ἀπὸ αδ πρὸς τὸ ἀπὸ δβ, τουτέϛιν ἡ αγ πρὸς γβ· ὡς γὰρ ἐν αὐτῇ τῇ τοῦ ῥητοῦ καταγραφῇ, ἐπεὶ ἐν ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ τῷ αδβ κάθετος ἦκται, καὶ ἀπὸ τῆς ὀρθῆς ἡ δγ μέση, ἀνάλογον ἐϛὶ τῶν τῆς βάσεως τμημάτων· καὶ τὰ πρὸς τῇ καθέτῳ τρίγωνα ὅμοια ἐϛὶ τῷ τε ὅλῳ καὶ ἀλλήλοις· ὥϛε ἐϛὶν ὡς ἡ βγ πρὸς γδ, ἡ βδ πρὸς δα· καὶ τὰ ἀπ' αὐτῶν ἄρα· ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ βγ πρὸς τὸ ἀπὸ γδ, οὕτως ἡ πρώτη ἡ βγ πρὸς τρίτην τὴν γα· καὶ ὡς ἄρα ἡ βγ πρὸς γα, οὕτω τὸ ἀπὸ βδ πρὸς τὸ ἀπὸ δα· δοθεὶς δὲ λόγος τῆς αγ πρὸς γβ, ὥϛε δοθὲν ἐϛὶ τὸ γ σημεῖον· ἐπεὶ γὰρ ἡ σφαῖρα ὑπόκειται δεδομένη, δέδοται ἄρα καὶ ἡ διάμετρος αὐτῆς ἡ δγ· καὶ δέδοται ὁ λόγος τῆς αγ πρὸς γβ· ἐὰν δεδομένον μέγεθος εἰς δεδομένον λόγον διαιρεθῇ, δέδοται ἑκάτερον τῶν τμημάτων, ὥϛε δοθεῖσα ἐϛὶν ἡ αγ, καὶ δοθὲν τὸ α· ἐπὶ γὰρ τῆς κοινῆς τομῆς ἐϛὶ θέσει δεδομένων γραμμῶν, δέδοται ἄρα καὶ τὸ γ.

Εἰς τὸ δ'.

Καὶ διὰ τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον διὰ τῆς κατασκευῆς, ὡς ἡ λδ πρὸς δκ ἡ κβ πρὸς βρ· καὶ ἡ δχ πρὸς χβ· ἐν γὰρ τῷ πρὸ τούτου συνήγετο οὕτως. Ἐπεὶ ἐϛὶν ὡς συναμφότερος ἡ κδ, δχ πρὸς δχ, οὕτως ἡ ρχ πρὸς χβ· διελόντι ὡς ἡ κδ πρὸς δχ, ἡ ρβ πρὸς βχ· ἐναλλὰξ, ὡς ἡ κδ, τουτέϛιν ἡ κβ πρὸς βρ, ἡ δχ πρὸς χβ· πάλιν ἐπεὶ ἐϛὶν ὡς ἡ λχ πρὸς χδ, οὕτως συναμφότερος ἡ κβ, βχ πρὸς χβ· διελόντι καὶ ἐναλλὰξ, ὡς ἡ λδ πρὸς δκ, ἡ δχ πρὸς χβ· ἦν δὲ καὶ ὡς ἡ δχ πρὸς χβ, ἡ κβ πρὸς βρ· ὡς ἄρα ἡ λδ πρὸς δκ, ἡ δχ πρὸς χβ, καὶ ἡ κβ πρὸς βρ· καὶ ὅλη ἄρα ἡ ρλ πρὸς ὅλην κλ, ἐϛὶν ὡς ἡ κλ πρὸς λδ· ὡς γὰρ ἓν πρὸς ἓν, οὕτως ἅπαντα τὰ ἡγούμενα πρὸς ἅπαντα τὰ ἑπόμενα· ὡς ἄρα ἡ ρλ πρὸς λδ, τὸ ἀπὸ κλ πρὸς τὸ ἀπὸ κδ· ἐπεὶ γὰρ ἐϛὶν ὡς ἡ ρλ πρὸς λκ, ἡ κλ πρὸς λδ.

ἀναλυθήσεται, καὶ συντεθήσεται· ἐπὶ τέλει μὲν τὸ προῤῥηθὲν ἐπηγγείλατο δεῖξαι, ἐν οὐδενὶ δὲ τῶν ἀντιγράφων εὑρεῖν· ἐπεὶ δὲ τὸ ἐπάγγελμα, ὅθεν καὶ Διονυσόδωρον μὲν εὑρίσκομεν μὴ τῶν αὐτῶν ἐπιτυχόντα, ἀδυνατήσαντα δὲ ἐπιβάλλειν τῷ καταληφθέντι λήμματι, ἐφ' ἑκατέραν ὁδὸν τοῦ ὅλου προβλήματος ἐλθεῖν, ἥν τινα ἑξῆς γράψομεν. Διοκλῆς μέντοι καὶ αὐτὸ ἐν τῷ περὶ Πυρίων αὐτῷ συγγεγραμμένῳ βιβλίῳ, ἐπηγγέλθαι νομίζων τὸν Ἀρχιμήδη, μή ποτε πεποιηκέναι δὲ τὸ ἐπάγγελμα, αὐτὸς ἀναπληροῦν ἐπεχείρησε· καὶ τὸ ἐπιχείρημα ἑξῆς γράψομεν· ἔστι γὰρ καὶ αὐτὸ οὐδένα μὲν ἔχον πρὸς τὰ προλελημμένα λόγον· ὁμοίως δὲ τῷ Διονυσοδώρῳ δι' ἑτέρας ἀποδείξεως κατασκευάζων τὸ πρόβλημα, ἔν τινι μέντοι παλαιῷ βιβλίῳ. Οὐδὲ γὰρ τῆς εἰς πολλὰ ζητήσεως ἀπέστημεν, ἐντετύχαμεν θεωρήμασι γεγραμμένοις, οὐκ ὀλίγην τὴν ἐκ τῶν πταισμάτων ἔχουσιν ἀσάφειαν περί τε τὰς καταγραφὰς πολυτρόπως ἡμαρτημένοις· τῶν μέντοι ζητουμένων εἶχον τὴν ὑπόστασιν, ἐν μέρει δὲ τὴν Ἀρχιμήδει φίλην Δωρίδα γλῶσσαν ἀπέσωζον, καὶ τοῖς συνήθεσι τῷ ἀρχαίῳ τῶν πραγμάτων ὀνόμασιν ἐγέγραπτο· τῆς μὲν παραβολῆς ὀρθογωνίου κώνου τομῆς ὀνομαζομένης, τῆς δ' ὑπερβολῆς ἀμβλυγωνίου κώνου τομῆς· ὡς ἐξ αὐτῶν διανοεῖσθαι, μὴ ἄρα καὶ αὐτὸς εἴη τὰ ἐν τῷ τέλει ἐπηγγελμένα γράφεσθαι· ὅθεν σπουδαιότερον ἐντυγχάνοντες, αὐτὸ μὲν τὸ ῥητὸν ὡς γέγραπται διὰ πλῆθος, ὡς εἴρηται τῶν πταισμάτων δυσχερὲς εὑρόντες, τὰς ἐννοίας κατὰ μικρὸν ἀποσυλήσαντες κοινότερα καὶ σαφέστερα κατὰ τὸ δυνατὸν λέξει γράφομεν. Καθόλου δὲ πρῶτον τὸ θεώρημα γραφήσεται, ἵνα τὸ λεγόμενον ὑπ' αὐτοῦ σαφηνισθῇ περὶ τῶν διορισμῶν· εἶτα καὶ τοῖς ἀναλελυμένοις ἐν τῷ προβλήματι προσαρμοσθήσεται.

Εὐθείας δοθείσης τῆς αβ, καὶ ἑτέρας τῆς αγ, καὶ χωρίου τοῦ δ, προκείσθω λαβεῖν ἐπὶ τῆς αβ σημεῖον ὡς τὸ ε· ὥστε εἶναι ὡς τὴν αε πρὸς αγ, οὕτω τὸ δ χωρίον πρὸς τὸ ἀπὸ εβ· γεγονέτω, καὶ κείσθω ἡ αγ πρὸς ὀρθὰς τῇ αβ· καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ γε διήχθω ἐπὶ τὸ ζ· καὶ ἤχθω διὰ τοῦ γ τῇ αβ παράλληλος ἡ γη, διὰ δὲ τοῦ β τῇ αγ παράλληλος ἡ ζηβ, συμπίπτουσα ἑκατέρᾳ τῶν γε, γη· καὶ συμπεπληρώσθω τὸ ηθ παραλληλόγραμμον, καὶ διὰ τοῦ ε ὁποτέρᾳ τῶν γθ, ηζ παράλληλος ἡ κελ· καὶ τῷ δ ἴσον ἔστω τὸ ὑπὸ γημ· ἐπεὶ οὖν ἐστὶν ὡς ἡ εα πρὸς αγ, οὕτω τὸ δ πρὸς τὸ ἀπὸ εβ· ὡς δὲ ἡ εα πρὸς αγ, οὕτως ἡ γη πρὸς ηζ· ὡς δὲ ἡ γη πρὸς ηζ, οὕτω τὸ ἀπὸ γη πρὸς τὸ ὑπὸ γηζ· ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ γη πρὸς τὸ ὑπὸ γηζ, οὕτω τὸ δ πρὸς τὸ ἀπὸ εβ, τουτέστι πρὸς τὸ ἀπὸ κζ· καὶ ἐναλλὰξ, ὡς τὸ ἀπὸ γη πρὸς τὸ δ, τουτέστι πρὸς τὸ ὑπὸ γημ, οὕτω τὸ ὑπὸ γηζ πρὸς τὸ ἀπὸ ζκ· ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ γη πρὸς τὸ ὑπὸ γημ, οὕτως ἡ γη πρὸς ημ· καὶ ὡς ἄρα ἡ γη πρὸς ημ, οὕτω τὸ ὑπὸ γηζ πρὸς τὸ ἀπὸ ζκ· ἀλλ' ὡς ἡ γη πρὸς ημ, τῆς ηζ κοινοῦ ὕψους λαμβανομένης, οὕτω τὸ ὑπὸ γηζ πρὸς τὸ ὑπὸ μηζ· ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ γηζ πρὸς τὸ ὑπὸ μηζ, οὕτω τὸ ὑπὸ γηζ πρὸς τὸ ἀπὸ ζκ· ἴσον ἄρα τὸ ὑπὸ μηζ τῷ ἀπὸ ζκ· ἐὰν ἄρα περὶ ἄξονα τὴν ζη, γραφῇ διὰ τοῦ η παραβολή· ὥστε τὰς καταγομένας δύνασθαι παρὰ τὴν ημ, ἥξει διὰ τοῦ κ· καὶ ἔσται θέσει δεδομένη, διὰ τὸ δεδομένην εἶναι τὴν ημ τῷ μεγέθει, περιέχουσαν μετὰ τῆς ηγ δεδομένης δοθὲν τὸ δ· τὸ ἄρα κ ἅπτεται θέσει δεδομένης παραβολῆς· γεγράφθω οὖν, ὡς εἴρηται καὶ ἔστω ὡς ἡ ηκ· πάλιν ἐπειδὴ τὸ θλ χωρίον ἴσον ἐστὶ τῷ γβ, τουτέστι τὸ ὑπὸ θκλ τῷ ὑπὸ αβη· ἐὰν διὰ τοῦ β περὶ ἀσυμπτώτους τὰς θγ, γη γραφῇ ὑπερβολὴ ἥξει διὰ τοῦ κ, διὰ τὴν ἀντιστροφὴν τοῦ η θεωρήματος τοῦ δευτέρου βιβλίου τῶν Ἀπολλωνίου Κωνικῶν στοιχείων· καὶ ἔσται θέσει δεδομένη, διὰ τὸ καὶ ἑτέραν τῶν θγ, γη, ἔτι μὴν καὶ τὸ β τῇ θέσει δεδόσθαι. Γεγράφθω ὡς εἴρηται, καὶ ἔστω ὡς ἡ κβ· τὸ ἄρα κ ἅπτεται θέσει δεδομένης ὑπερβολῆς· ἥπτετο δὲ καὶ θέσει δεδομένης παραβολῆς. Δέδοται ἄρα τὸ κ, καὶ ἔστιν ἀπ' αὐτοῦ κάθετος ἡ κε· ἐπὶ θέσει δεδομένην τὴν αβ· δέδοται ἄρα τὸ ε· ἐπεὶ οὖν ἐστὶν ὡς ἡ εα πρὸς τὴν δοθεῖσαν τὴν αγ, οὕτω δοθὲν τὸ δ πρὸς τὸ ἀπὸ εβ· δύο ἄρα στερεῶν ὧν βάσεις τὸ ἀπὸ εβ, καὶ τὸ δ· ὕψη δὲ αἱ εα, αγ, ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν, ὥστε ἴσα ἐστὶ τὰ στερεά· τὸ ἄρα ἀπὸ εβ ἐπὶ τὴν εα, ἴσον ἐστὶ τῷ δοθέντι τῷ δ, ἐπὶ τὴν δοθεῖσαν τὴν γα· ἀλλὰ τὸ ἀπὸ βε ἐπὶ τὴν εα μέγιστον ἐστὶ πάντων τῶν ὁμοίως λαμβανομένων ἐπὶ τῆς βα· ὅταν ἡ διπλασία ἡ βε τῆς εα, ὡς δειχθήσεται· δεῖ ἄρα τὸ δοθὲν ἐπὶ τὴν δοθεῖσαν μὴ μεῖζον εἶναι τοῦ ἀπὸ τῆς βε ἐπὶ τὴν εα.

Συντεθήσεται δὲ οὕτως. Ἔστω ἡ μὲν δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ αβ, ἄλλη δέ τις δοθεῖσα ἡ αγ, τὸ δὲ δοθὲν χωρίον τὸ δ. καὶ δέον ἔστω τεμεῖν τὴν αβ, ὥστε εἶναι ὡς τὸ ἓν τμῆμα πρὸς τὴν δοθεῖσαν τὴν αγ, οὕτω τὸ δοθὲν τὸ δ πρὸς τὸ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος· εἰλήφθω τῆς αβ τρίτον μέρος ἡ αε, τὸ ἄρα δ ἐπὶ τὴν αγ, ἤτοι μεῖζον ἐστὶ τοῦ ἀπὸ τῆς βε ἐπὶ τὴν εα, ἢ ἴσον, ἢ ἔλασσον· εἰ μὲν οὖν μεῖζον ἐστὶν, οὐ συντεθήσεται ὡς ἐν τῇ ἀναλύσει δέδεικται· εἰ δὲ ἴσον ἐστὶ τὸ ε σημεῖον ποιήσει τὸ πρόβλημα. Ἴσων γὰρ ὄντων τῶν στερεῶν ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσι· καὶ ἔστιν ὡς ἡ εα πρὸς αγ· οὕτω τὸ δ πρὸς τὸ ἀπὸ βε· εἰ δὲ ἔλασσον ἐστὶ τὸ γβ λόγου· ὁ ἄρα τοῦ α πρὸς τὸν β λόγος, σύγκειται ἔκ τε τοῦ ὃν ἔχει ὁ α πρὸς τὸν γ, καὶ ὁ γ πρὸς τὸν β, ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Ἵνα δὲ καὶ ἐπὶ ὑποδείγματος φανερὸν γένηται τὸ εἰρημένον, παρεμπιπτέτω τοῦ ιβ, καὶ τοῦ β, μέσος τὶς ἀριθμὸς ὁ δ. λέγω ὁ τοῦ ιβ πρὸς τὸν β λόγος, τουτέστιν ὁ ἑξαπλάσιος, σύγκειται ἔκ τε τοῦ τριπλασίου τοῦ ιβ πρὸς τὰ δ, καὶ τοῦ διπλασίου τοῦ δ πρὸς τὰ β· ἐὰν γὰρ τὰς πηλικότητας τῶν λόγων πολλαπλασιάσωμεν ἐπ' ἀλλήλας, τουτέστι τὸν γ ἐπὶ τὸν β, γίνεται ὁ ϛ πηλικότης ὢν τοῦ ιβ πρὸς τὰ β λόγου· καὶ ἔστιν ἑξαπλάσιος, ὅνπερ καὶ προέκειτο ὑποδεῖξαι· εἰ δὲ καὶ ὁ μέσος παρεμπίπτων μὴ ὑπάρχῃ τοῦ μὲν μείζονος ἐλάττων, τοῦ δὲ ἐλάττονος μείζων, ἀλλ' ἢ τὸ ἀνάπαλιν, ἢ ἀμφοτέρων μείζων ἢ ἀμφοτέρων ἐλάττων. Καὶ οὕτως ἡ σύνθεσις, ἡ προειρημένη ἀκολουθήσει, τοῦ θ καὶ τοῦ ϛ μέσος τὶς παρεμπιπτέτω ἀμφοτέρων μείζων ὁ ιβ· λέγω ὅτι ἔκ τε τοῦ ὑπ' ἐπιτρίτου τοῦ θ πρὸς τὸν ιβ λόγου, καὶ τοῦ διπλασίου τοῦ ιβ πρὸς τὸν ϛ, σύγκειται ὁ ἡμιόλιος τοῦ θ πρὸς τὰ ϛ· ἡ γὰρ πηλικότης τοῦ θ πρὸς τὸν ιβ λόγου ἐστὶ τρία τέταρτα, τουτέστιν ἥμισυ καὶ τέταρτον. Ἡ δὲ πηλικότης τοῦ ιβ πρὸς τὸν ϛ ἐστὶν ὁ β· ἐὰν οὖν πολλαπλασιάσωμεν τὸ β ἐπὶ τὸν ἥμισυ καὶ τέταρτον, γίνεται μονὰς α καὶ ἥμισυ, ἥτις πηλικότης ἐστὶ τοῦ ἡμιολίου λόγου, ὃν ἔχει καὶ ὁ θ πρὸς τὸν ϛ· ὁμοίως δὲ κἂν τοῦ θ καὶ τοῦ ϛ μέσος ἐμπέσῃ ὁ δ, ἐκ τοῦ θ πρὸς δ διπλασιασιεπιτετάρτου, καὶ τοῦ δ πρὸς ϛ ὑφημιολίου, σύγκειται ὁ ἡμιόλιος λόγος. Πάλιν γὰρ τὴν πηλικότητα τοῦ διπλασιεπιτετάρτου, τὰ βδ ἐπὶ τὴν πηλικότητα τοῦ ὑφημιολίου, τουτέστι τὰ δύο τρίτα, πολλαπλασιάσαντες ἕξομεν τὸ ἓν ἥμισυ, πηλικότητα τοῦ ἡμιολίου ὡς εἴρηται λόγου, καὶ ἐπὶ πάντων ὁμοίως ὁ αὐτὸς ἁρμόσει λόγος· συμφανὲς δὲ ἐκ τῶν εἰρημένων· ὡς ἐὰν δύο δοθέντων ἀριθμῶν, ἤτοι μεγέθεων, κἂν μὴ εἷς μέσος, πλείους δὲ παρεμπίπτωσιν ὅροι, ὁ τῶν ἄκρων λόγος σύγκειται ἐκ πάντων τῶν λόγων, ὧν ἔχουσιν οἱ κατὰ τὸ ἑξῆς κείμενοι, ἀρχόμενοι ἀπὸ πρώτου, καὶ λήγοντες εἰς τὸν ἔσχατον τῇ κατὰ τοὺς ἑχομένους τάξει. Δύο γὰρ ὅρων τῶν α, β παρεμπιπτέτωσαν πλείους ἑνὸς οἱ γ, δ· λέγω ὅτι ὁ τοῦ α πρὸς τὸν β λόγος, σύγκειται ἔκ τε τοῦ ὃν ἔχει ὁ α πρὸς τὸν γ, καὶ ὁ γ πρὸς τὸν δ, καὶ ὁ δ πρὸς τὸν β· ἐπεὶ γὰρ ὁ τοῦ α πρὸς τὸν β σύγκειται ἔκ τε τοῦ ὃν ἔχει ὁ α πρὸς τὸν δ, καὶ ὁ δ πρὸς τὸν β, ὡς ἀνωτέρω εἴρηται· ὁ δὲ τοῦ α πρὸς τὸν δ λόγος σύγκειται ἔκ τε τοῦ ὃν ἔχει ὁ α πρὸς τὸν γ, καὶ ὁ γ πρὸς τὸν δ· ὁ ἄρα τοῦ α πρὸς τὸν β λόγος, συνῆπται ἔκ τε τοῦ ὃν ὁ α πρὸς τὸν γ, καὶ ὁ γ πρὸς τὸν δ, καὶ ὁ δ πρὸς τὸν β, ὁμοίως δὲ καὶ ἐπὶ τῶν λοιπῶν δειχθήσεται.

Ἔτι ἐν τῷ ῥητῷ φησίν, ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ρλ πρὸς λδ, ἐδείχθη τὸ ἀπὸ βδ πρὸς τὸ ἀπὸ δχ· ἐπεὶ γὰρ δέδεικται ὡς ἡ ρλ πρὸς λδ, τὸ ἀπὸ λκ πρὸς τὸ ἀπὸ δλ· ὡς δὲ τὸ ἀπὸ κλ πρὸς τὸ ἀπὸ λδ, οὕτω τὸ ἀπὸ βδ πρὸς τὸ ἀπὸ δχ. Ἐδείχθη γάρ, ὡς ἡ κλ πρὸς λδ, ἡ βδ πρὸς δχ, διὰ τοῦ συνθέντι· ὡς ἄρα ἡ ρλ πρὸς λδ, τὸ ἀπὸ βδ πρὸς τὸ ἀπὸ δχ· πεποιήσθω δὲ ὡς ἡ ρλ πρὸς λχ, ἡ βζ πρὸς ζθ, τὸ θ σημεῖον ὅπως ποτὲ μὲν ἐὰν τεθῇ ὅσον πρὸς τὴν ἀκολουθίαν τῆς ἀποδείξεως, κατ' οὐδὲν ἐμποδὼν γίνεται τῷ λόγῳ· ὅτι δὲ καθὰ ἐν τῇ καταγραφῇ κεῖται ἀεὶ μεταξὺ τῶν β, ρ πίπτει οὕτω διάδηλον· ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ἡ λκ πρὸς δκ, τουτέστι πρὸς κβ, οὕτως ἡ κρ πρὸς ρβ· καὶ ὡς ἄρα ἓν πρὸς ἕν, οὕτως ἅπαντα πρὸς ἅπαντα. Ὡς ἡ λρ πρὸς ρκ, ἡ κρ πρὸς ρβ· μείζονα δὲ λόγον ἔχει ἡ λρ πρὸς ρχ, ἤπερ ἡ λρ πρὸς ρκ. Καὶ ἡ λρ ἄρα πρὸς ρχ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ κρ πρὸς βρ, τουτέστιν ἡ ζβ πρὸς ζρ· ἐὰν ἄρα ποιήσωμεν ὡς ρλ πρὸς λχ, οὕτω τὴν βζ πρὸς ἄλλην τινά, ἔσται πρὸς μείζονα τῆς ζρ· φανερὸν δὲ αὐτόθεν ὅτι ἡ ζθ τῆς θβ μείζων ἐστίν. Ἐπεὶ γὰρ δέδεικται ὡς ἡ λδ πρὸς δκ, ἡ δχ πρὸς χβ, καὶ ἡ κβ πρὸς βρ· μείζων δὲ ἡ δχ τῆς χβ, μείζων ἄρα καὶ ἡ λδ τῆς δκ, καὶ ἡ κβ τῆς βρ. Ὥστε καὶ ἡ λδ τῆς βρ, καὶ ὅλη ἄρα ἡ λχ τῆς χρ μείζων ἐστίν, ὥστε καὶ ἡ θζ τῆς θβ· λοιπὸν ἄρα ἐστὶν ὡς τὸ ἀπὸ βδ, τουτέστι τὸ δοθὲν πρὸς τὸ ἀπὸ δχ, οὕτω ἡ ζχ πρὸς ζθ· ἐπεὶ γὰρ τῷ τῆς βζ πρὸς θζ λόγῳ ὁ αὐτὸς ἐδείχθη ὁ συγκείμενος ἐκ τοῦ ἀπὸ βδ πρὸς τὸ ἀπὸ δχ, καὶ τῆς βζ πρὸς ζχ· ὁ αὐτὸς δὲ τῷ τῆς βζ πρὸς ζθ ἐστί, καὶ ὁ συγκείμενος ἐκ τοῦ τῆς βζ πρὸς ζχ, καὶ τοῦ τῆς ζχ πρὸς ζθ λόγου. Καὶ ὁ συγκείμενος ἄρα ἐκ τοῦ ἀπὸ βδ πρὸς τὸ ἀπὸ δχ, καὶ τοῦ τῆς βζ πρὸς ζχ λόγος ὁ αὐτὸς ἐστὶ τῷ συγκειμένῳ ἐκ τοῦ τῆς βζ πρὸς ζχ, καὶ τοῦ τῆς χζ πρὸς ζθ. Ἐὰν οὖν τὸν ἐν ἀμφοτέραις τοῖς λόγοις κοινὸν ἀφέλωμεν τὸν τῆς βζ πρὸς ζχ, λοιπὸν ὁ τοῦ ἀπὸ βδ πρὸς ἀπὸ δχ λόγος, ὁ αὐτὸς ἐστὶ τῷ τῆς χζ πρὸς ζθ· καὶ δὴ δοθεῖσαν τὴν δζ τέμνειν δὴ κατὰ τὸ χ, καὶ ποιεῖν ὡς τὴν χζ πρὸς δοθεῖσαν, τουτέστι τὴν ζθ, οὕτω τὸ δοθέν, τουτέστι τὸ ἀπὸ βδ, πρὸς τὸ ἀπὸ δχ· τοῦτο δὲ οὕτως ἁπλῶς μὲν λεγόμενον ἔχει διορισμόν. Προστιθεμένων δὲ τῶν προβλημάτων τῶν ἐνθάδε ὑπαρχόντων, τουτέστι τοῦ τε διπλασίαν εἶναι τὴν δβ τῆς βζ, καὶ τοῦ μείζονα τὴν βζ τῆς ζθ· ὡς κατὰ τὴν ἀνάλυσιν οὐκ ἔχει διορισμόν, καὶ ἔσται πρόβλημα τοιοῦτον. Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν τῶν δβ, βζ, καὶ διπλασίας οὔσης τῆς δβ τῆς βζ, καὶ σημείου ἐπὶ τῆς βζ τοῦ θ, τεμεῖν τὴν δβ κατὰ τὸ χ, καὶ ποιεῖν ὡς τὸ ἀπὸ δβ πρὸς τὸ ἀπὸ δχ, τὴν χζ πρὸς ζθ· ἑκάτερα δὲ ταῦτα ἐπὶ τέλει ἀναλυθήσεται, καὶ συντεθήσεται· ἐπὶ τέλει μὲν τὸ προρηθὲν ἐπηγγείλατο δεῖξαι, ἐν οὐδενὶ δὲ τῶν ἀντιγράφων εὑρεῖν· ἔνεστι δὲ τὸ ἐπάγγελμα, ὅθεν καὶ Διονυσόδωρον μὲν εὑρίσκομεν μὴ τῶν αὐτῶν ἐπιτυχόντα, ἀδυνατήσαντα δὲ ἐπιβάλλειν τῷ καταληφθέντι λήμματι, ἐφ᾽ ἑκατέραν ὁδὸν τοῦ ὅλου προβλήματος ἐλθεῖν, ἥν τινα ἑξῆς γράψομεν. Διοκλῆς μέντοι καὶ αὐτὸ ἐν τῷ περὶ Πυρίων αὐτῷ συγγεγραμμένῳ βιβλίῳ, ἐπηγγέλθαι νομίζων τὸν Ἀρχιμήδη, μή ποτε πεποιηκέναι δὲ τὸ ἐπάγγελμα, αὐτὸς ἀναπληροῦν ἐπεχείρησε· καὶ τὸ ἐπιχείρημα ἑξῆς γράψομεν· ἔστι γὰρ καὶ αὐτὸ οὐδένα μὲν ἔχον πρὸς τὰ προλελημμένα λόγον· ὁμοίως δὲ τῷ Διονυσοδώρῳ δι᾽ ἑτέρας ἀποδείξεως κατασκευάζων τὸ πρόβλημα, ἔν τινι μέντοι παλαιῷ βιβλίῳ. Οὐδὲ γὰρ τῆς εἰς πολλὰ ζητήσεως ἀπέστημεν, ἐντετύχαμεν θεωρήμασι γεγραμμένοις, οὐκ ὀλίγην τὴν ἐκ τῶν πταισμάτων ἔχουσιν ἀσάφειαν περί τε τὰς καταγραφὰς πολυτρόπως ἡμαρτημένοις· τῶν μέντοι ζητουμένων εἶχον τὴν ὑπόστασιν, ἐν μέρει δὲ τὴν Ἀρχιμήδει φίλην Δωρίδα γλῶσσαν ἀπέσωζον, καὶ τοῖς συνήθεσι τῷ ἀρχαίῳ τῶν πραγμάτων ὀνόμασιν ἐγέγραπτο· τῆς μὲν παραβολῆς ὀρθογωνίου κώνου τομῆς ὀνομαζομένης, τῆς δ᾽ ὑπερβολῆς ἀμβλυγωνίου κώνου τομῆς· ὡς ἐξ αὐτῶν διανοεῖσθαι, μὴ ἄρα καὶ αὐτὸς εἴη τὰ ἐν τῷ τέλει ἐπηγγελμένα γράφεσθαι· ὅθεν σπουδαιότερον ἐντυγχάνοντες, αὐτὸ μὲν τὸ ῥητὸν ὡς γέγραπται διὰ πλῆθος, ὡς εἴρηται τῶν πταισμάτων δυσχερὲς εὑρόντες, τὰς ἐννοίας κατὰ μικρὸν ἀποσυλήσαντες κοινότερα καὶ σαφέστερα κατὰ τὸ δυνατὸν λέξει γράφομεν. Καθόλου δὲ πρῶτον τὸ θεώρημα γραφήσεται, ἵνα τὸ λεγόμενον ὑπ᾽ αὐτοῦ σαφηνισθῇ περὶ τῶν διορισμῶν· εἶτα καὶ τοῖς ἀναλελυμένοις ἐν τῷ προβλήματι προσαρμοσθήσεται.

Εὐθείας δοθείσης τῆς αβ, καὶ ἑτέρας τῆς αγ, καὶ χωρίου τοῦ δ, προκείσθω λαβεῖν ἐπὶ τῆς αβ σημεῖον ὡς τὸ ε· ὥστε εἶναι ὡς τὴν αε πρὸς αγ, οὕτω τὸ δ χωρίον πρὸς τὸ ἀπὸ εβ· γεγονέτω, καὶ κείσθω ἡ αγ πρὸς ὀρθὰς τῇ αβ· καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ γε διήχθω ἐπὶ τὸ ζ· καὶ ἤχθω διὰ τοῦ γ τῇ αβ παράλληλος ἡ γη, διὰ δὲ τοῦ β τῇ αγ παράλληλος ἡ ζηβ, συμπίπτουσα ἑκατέρᾳ τῶν γε, γη· καὶ συμπεπληρώσθω τὸ ηθ παραλληλόγραμμον, καὶ διὰ τοῦ ε ὁποτέρᾳ τῶν γθ, ηζ παράλληλος ἡ κελ· καὶ τῷ δ ἴσον ἔστω τὸ ὑπὸ γημ· ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς ἡ εα πρὸς αγ, οὕτω τὸ δ πρὸς τὸ ἀπὸ εβ· ὡς δὲ ἡ εα πρὸς αγ, οὕτως ἡ γη πρὸς ηζ· ὡς δὲ ἡ γη πρὸς ηζ, οὕτω τὸ ἀπὸ γη πρὸς τὸ ὑπὸ γηζ· ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ γη πρὸς τὸ ὑπὸ γηζ, οὕτω τὸ δ πρὸς τὸ ἀπὸ εβ, τουτέστι πρὸς τὸ ἀπὸ κζ· καὶ ἐναλλὰξ, ὡς τὸ ἀπὸ γη πρὸς τὸ δ, τουτέστι πρὸς τὸ ὑπὸ γημ, οὕτω τὸ ὑπὸ γηζ πρὸς τὸ ἀπὸ ζκ· ἀλλ᾽ ὡς τὸ ἀπὸ γη πρὸς τὸ ὑπὸ γημ, οὕτως ἡ γη πρὸς ημ· καὶ ὡς ἄρα ἡ γη πρὸς ημ, οὕτω τὸ ὑπὸ γηζ πρὸς τὸ ἀπὸ ζκ· ἀλλ᾽ ὡς ἡ γη πρὸς ημ, τῆς ηζ κοινοῦ ὕψους λαμβανομένης, οὕτω τὸ ὑπὸ γηζ πρὸς τὸ ὑπὸ μηζ· ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ γηζ πρὸς τὸ ὑπὸ μηζ, οὕτω τὸ ὑπὸ γηζ πρὸς τὸ ἀπὸ ζκ· ἴσον ἄρα τὸ ὑπὸ μηζ τῷ ἀπὸ ζκ· ἐὰν ἄρα περὶ ἄξονα τὴν ζη, γραφῇ διὰ τοῦ κ παραβολὴ· ὥστε τὰς καταγομένας δύνασθαι παρὰ τὴν ημ, ἥξει διὰ τοῦ κ· καὶ ἔσται θέσει δεδομένη, διὰ τὸ δεδομένην εἶναι τὴν ημ τῷ μεγέθει, περιέχουσαν μετὰ τῆς ηγ δεδομένης δοθὲν τὸ δ· τὸ ἄρα κ ἅπτεται θέσει δεδομένης παραβολῆς· γεγράφθω οὖν, ὡς εἴρηται καὶ ἔστω ὡς ἡ ηκ· πάλιν ἐπειδὴ τὸ θλ χωρίον ἴσον ἐστὶ τῷ γβ, τουτέστι τὸ ὑπὸ θκλ τῷ ὑπὸ αβη· ἐὰν διὰ τοῦ β περὶ ἀσυμπτώτους τὰς θγ, γη γραφῇ, ὑπερβολὴ ἥξει διὰ τοῦ κ, διὰ τὴν ἀντιστροφὴν τοῦ η θεωρήματος τοῦ δευτέρου βιβλίου τῶν Ἀπολλωνίου Κωνικῶν στοιχείων· καὶ ἔσται θέσει δεδομένη, διὰ τὸ καὶ ἑτέραν τῶν θγ, γη, ἔτι μὴν καὶ τὸ β τῇ θέσει δεδόσθαι. Γεγράφθω ὡς εἴρηται, καὶ ἔστω ὡς ἡ κβ· τὸ ἄρα κ ἅπτεται θέσει δεδομένης ὑπερβολῆς· ἥπτετο δὲ καὶ θέσει δεδομένης παραβολῆς. Δέδοται ἄρα τὸ κ, καὶ ἔστιν ἀπ᾽ αὐτοῦ κάθετος ἡ κε· ἐπὶ θέσει δεδομένην τὴν αβ· δέδοται ἄρα τὸ ε· ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς ἡ εα πρὸς τὴν δοθεῖσαν τὴν αγ, οὕτω δοθὲν τὸ δ πρὸς τὸ ἀπὸ εβ· δύο ἄρα στερεῶν ὧν βάσεις τὸ ἀπὸ εβ, καὶ τὸ δ· ὕψη δὲ αἱ εα, αγ, ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν, ὥστε ἴσα ἐστὶ τὰ στερεά· τὸ ἄρα ἀπὸ εβ ἐπὶ τὴν εα, ἴσον ἐστὶ τῷ δοθέντι τῷ δ, ἐπὶ τὴν δοθεῖσαν τὴν γα· ἀλλὰ τὸ ἀπὸ βε ἐπὶ τὴν εα μέγιστον ἐστὶ πάντων τῶν ὁμοίως λαμβανομένων ἐπὶ τῆς βα· ὅταν ἡ διπλασία ἡ βε τῆς εα, ὡς δειχθήσεται· δεῖ ἄρα τὸ δοθὲν ἐπὶ τὴν δοθεῖσαν μὴ μεῖζον εἶναι τοῦ ἀπὸ τῆς βε ἐπὶ τὴν εα.

Συντεθήσεται δὲ οὕτως. Ἔστω ἡ μὲν δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ αβ, ἄλλη δέ τις δοθεῖσα ἡ αγ, τὸ δὲ δοθὲν χωρίον τὸ δ. καὶ δέον ἔστω τεμεῖν τὴν αβ, ὥστε εἶναι ὡς τὸ ἓν τμῆμα πρὸς τὴν δοθεῖσαν τὴν αγ, οὕτω τὸ δοθὲν τὸ δ πρὸς τὸ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος· εἰλήφθω τῆς αβ τρίτον μέρος ἡ αε, τὸ ἄρα δ ἐπὶ τὴν αγ, ἤτοι μεῖζον ἐστὶ τοῦ ἀπὸ τῆς βε ἐπὶ τὴν εα, ἢ ἴσον, ἢ ἔλασσον· εἰ μὲν οὖν μεῖζόν ἐστιν, οὐ συντεθήσεται ὡς ἐν τῇ ἀναλύσει δέδεικται· εἰ δὲ ἴσον ἐστὶ τὸ ε σημεῖον ποιήσει τὸ πρόβλημα. Ἴσων γὰρ ὄντων τῶν στερεῶν ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσι· καὶ ἔστιν ὡς ἡ εα πρὸς αγ· οὕτω τὸ δ πρὸς τὸ ἀπὸ βε· εἰ δὲ ἔλασσον ἐστὶ τὸ ἐπὶ τὴν αγ, τοῦ ἀπὸ βε ἐπὶ τὴν εα, συντεθήσεται οὕτω. κείσθω ἡ αγ πρὸς ὀρθὰς τῇ αβ, καὶ διὰ τοῦ γ τῇ αβ παράλληλος ἤχθω ἡ γζ· διὰ δὲ τοῦ β τῇ αγ παράλληλος ἤχθω ἡ βζ, καὶ συμπιπτέτω τῇ γε ἐκβληθείσῃ κατὰ τὸ η· καὶ συμπεπληρώσθω τὸ ζθ παραλληλόγραμμον, καὶ διὰ τοῦ ε τῇ ζη παράλληλος ἤχθω ἡ κελ· ἐπεὶ οὖν τὸ δ ἐπὶ τὴν αγ, ἔλασσον ἐστὶ τοῦ ἀπὸ βε ἐπὶ τὴν εα· ἐστὶν ὡς ἡ εα πρὸς αγ, οὕτω τὸ δ πρὸς ἔλασσόν τι τοῦ ἀπὸ τῆς βε, τουτέστι τοῦ ἀπὸ τῆς ηκ. Ἔστω οὖν ὡς ἡ εα πρὸς αγ, οὕτω τὸ δ πρὸς τὸ ἀπὸ ημ· καὶ τῷ δ ἴσον ἔστω τὸ ὑπὸ γζν· ἐπεὶ οὖν ἐστὶν ὡς ἡ εα πρὸς αγ, οὕτω τὸ δ, τουτέστι τὸ ὑπὸ γζν πρὸς τὸ ἀπὸ ημ· ἀλλ' ὡς ἡ εα πρὸς αγ, οὕτω ἡ γζ πρὸς ζη. Ὡς δὲ ἡ γζ πρὸς ζη, οὕτω τὸ ἀπὸ γζ πρὸς τὸ ὑπὸ γζη· καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ γζ πρὸς τὸ ὑπὸ γζη, οὕτω τὸ ὑπὸ γζν πρὸς τὸ ἀπὸ ημ· καὶ ἐναλλὰξ, ὡς τὸ ἀπὸ γζ πρὸς τὸ ὑπὸ γζν, οὕτω τὸ ὑπὸ γζη πρὸς τὸ ἀπὸ ημ· ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ γζ πρὸς τὸ ὑπὸ γζν, οὕτως ἡ γζ πρὸς ζν· ὡς δὲ ἡ γζ πρὸς ζν τῆς ζη κοινοῦ ὕψους λαμβανομένης· οὕτω τὸ ὑπὸ γζη πρὸς τὸ ὑπὸ νζη. Καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ γζη πρὸς τὸ ὑπὸ νζη, οὕτω τὸ ὑπὸ γζη πρὸς τὸ ἀπὸ ημ· ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ἀπὸ ημ τῷ ὑπὸ ζην· ἐὰν ἄρα διὰ τοῦ ζ περὶ ἄξονα τὴν ζη γράψωμεν παραβολὴν, ὥστε τὰς καταγομένας δύνασθαι παρὰ τὴν ζν, ἥξει διὰ τοῦ μ· γεγράφθω καὶ ἔστω ἡ μξζ· καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ θλ τῷ αζ, τουτέστι τὸ ὑπὸ θκλ τῷ ὑπὸ αβζ· ἐὰν διὰ τοῦ β περὶ ἀσυμπτώτους τὰς θγ, γζ γράψωμεν ὑπερβολὴν· ἥξει διὰ τοῦ κ, διὰ τὴν ἀντιστροφὴν τοῦ ή. θεωρήματος τοῦ δευτέρου βιβλίου τῶν Ἀπολλωνίου Κωνικῶν στοιχείων· γεγράφθω καὶ ἔστω ὡς ἡ βκ, τέμνουσα τὴν παραβολὴν κατὰ τὸ ξ· καὶ ἀπὸ τοῦ ξ ἐπὶ τὴν αβ κάθετος ἤχθω ἡ ξοπ. καὶ διὰ τοῦ ξ τῇ αβ παράλληλος ἤχθω ἡ ρξσ. Ἐπεὶ οὖν ὑπερβολή ἐστι ἡ βκζ, ἀσύμπτωτοι δὲ αἱ θγ, γζ· καὶ παράλληλοι ἠγμέναι εἰσὶν αἱ ρξπ, ταῖς αβζ. ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ ρξπ τῷ ὑπὸ αβζ, ὥστε καὶ τὸ ρο τῷ οζ· ἐὰν ἄρα ἀπὸ τοῦ γ ἐπὶ τὸ σ ἐπιζευχθῇ, ἥξει διὰ τοῦ ο· ἐρχέσθω, καὶ ἔστω ὡς ἡ γοσ· ἐπεὶ οὖν ἐστὶν ὡς ἡ οα πρὸς αγ, οὕτως ἡ οβ πρὸς βσ, τουτέστιν ἡ γζ πρὸς ζσ· ὡς δὲ ἡ γζ πρὸς ζσ, τῆς ζν κοινοῦ ὕψους λαμβανομένης, οὕτω τὸ ὑπὸ γζν πρὸς τὸ ὑπὸ σζν· καὶ ὡς ἄρα ἡ οα πρὸς αγ, οὕτω τὸ ὑπὸ γζν πρὸς τὸ ὑπὸ σζν. Καὶ ἔστι τὸ μὲν ὑπὸ γζν, τὸ δ χωρίον· τῷ δὲ ὑπὸ σζν, ἴσον τὸ ἀπὸ σξ, τουτέστι τὸ ἀπὸ βο, διὰ τὴν παραβολήν· ὡς ἄρα ἡ οα πρὸς αγ, οὕτω τὸ δ χωρίον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς βο· εἴληπται ἄρα τὸ ο σημεῖον, ποιοῦν τὸ πρόβλημα.

Ὅτι διπλασίας οὔσης τῆς βε τῆς εα, τὸ ἀπὸ τῆς βε ἐπὶ τὴν εα μέγιστόν ἐστι πάντων τῶν ὁμοίως λαμβανομένων ἐπὶ τῆς βα, δειχθήσεται οὕτως· ἔστω γὰρ ὡς ἐν τῇ ἀναλύσει πάλιν δοθεῖσα εὐθεῖα πρὸς ὀρθὰς τῇ αβ, ἡ αγ· καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ γε ἐκβεβλήσθω, καὶ συμπιπτέτω τῇ διὰ τοῦ β παραλλήλῳ, ἠγμένῃ τῇ αγ κατὰ τὸ ζ· καὶ διὰ τῶν γζ παράλληλοι τῇ αβ ἤχθωσαν αἱ θζ, γη· καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ γα ἐπὶ τὸ θ· καὶ ταύτῃ παράλληλος διὰ τοῦ ε ἤχθω ἡ κελ· καὶ γεγονέτω ὡς ἡ εα πρὸς αγ, οὕτω τὸ ὑπὸ γημ πρὸς τὸ ἀπὸ εβ· τὸ ἄρα ἀπὸ βε ἐπὶ τὴν εα, ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ γημ ἐπὶ τὴν αγ, διὰ τὸ δύο στερεῶν ἀντιπεπονθέναι τὰς βάσεις τοῖς ὕψεσι. λέγω οὖν, ὅτι τὸ ὑπὸ γημ ἐπὶ τὴν αγ, μέγιστόν ἐστι πάντων ὁμοίου ἐπὶ τὴν βα λαμβανομένου. Γεγράφθω γὰρ διὰ τοῦ η περὶ ἄξονα τὴν ζη παραβολή· ὥστε τὰς καταγομένας δύνασθαι παρὰ τὴν ημ· ἥξει δὴ διὰ τοῦ κ, ὡς ἐν τῇ ἀναλύσει δέδεικται· καὶ συμπεσεῖται ἐκβαλλομένη τῇ θγ παραλλήλῳ οὔσῃ τῇ διαμέτρῳ τῆς τομῆς, διὰ τὸ ἕβδομον καὶ εἰκοστὸν θεώρημα τοῦ πρώτου βιβλίου τῶν Ἀπολλωνίου Κωνικῶν στοιχείων· ἐκβεβλήσθω καὶ συμπιπτέτω κατὰ τὸ ν· καὶ διὰ τοῦ β περὶ ἀσυμπτώτους τὰς νγη, γεγράφθω ὑπερβολή· ἥξει ἄρα διὰ τοῦ κ· ὡς ἐν τῇ ἀναλύσει εἴρηται· ἐρχέσθω οὖν ὡς ἡ βκ, καὶ ἐκβληθείσῃ τῇ ζη ἴση κείσθω ἡ νξ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ξκ, καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ ο· φανερὸν ἄρα ὅτι ἐφάπτεται τῆς παραβολῆς διὰ τὴν ἀντιστροφὴν τοῦ τετάρτου καὶ τριακοστοῦ θεωρήματος τοῦ πρώτου βιβλίου τῶν Ἀπολλωνίου Κωνικῶν στοιχείων. ἐπεὶ οὖν διπλῆ ἐστὶν ἡ βε τῆς εα, οὕτω γὰρ ὑπόκειται, τουτέστιν ἡ ζκ τῆς κθ· καὶ ἔστιν ὅμοιον τὸ οκθ τρίγωνον τῷ ξζκ τριγώνῳ, διπλασία ἐστὶ καὶ ἡ ξκ τῆς κο, ἔστι δὲ καὶ ἡ ξκ τῆς κπ διπλῆ, διὰ τὸ καὶ τὴν ξζ τῆς ζη· καὶ παράλληλον εἶναι τὴν πη τῇ κζ· ἴση ἄρα ἡ οκ τῇ κπ, ἡ ἄρα οκπ ψαύουσα τῆς παραβολῆς, καὶ μεταξὺ οὖσα τῶν ἀσυμπτώτων δίχα τέμνεται· ἐφάπτεται ἄρα τῆς ὑπερβολῆς, διὰ τὴν ἀντιστροφὴν τοῦ τρίτου θεωρήματος τοῦ δευτέρου βιβλίου τῶν Ἀπολλωνίου Κωνικῶν στοιχείων· ἐφήπτετο δὲ καὶ τῆς παραβολῆς κατὰ τὸ αὐτὸ κ. Ἡ ἄρα παραβολὴ τῆς ὑπερβολῆς ἐφάπτεται κατὰ τὸ κ· νοείσθω οὖν καὶ ἡ ὑπερβολὴ προσεκβαλλομένη ὡς ἐπὶ τὸ ρ· καὶ εἰλήφθω ἐπὶ τῆς αβ τυχὸν σημεῖον τὸ σ, καὶ διὰ τοῦ σ τῇ κλ παράλληλος ἤχθω ἡ συ· καὶ συμβαλλέτω τῇ ὑπερβολῇ κατὰ τὸ τ, καὶ διὰ τοῦ τ τῇ γη παράλληλος ἤχθω ἡ φτχ. Ἐπεὶ οὖν διὰ τὴν ὑπερβολὴν καὶ τὰς ἀσυμπτώτους, ἴσον ἐστὶ τὸ φυ τῷ γβ, κοινοῦ ἀφαιρεθέντος τοῦ γσ· ἴσον γὰρ τὸ φσ τῷ ση, καὶ διὰ τοῦτο ἡ ἀπὸ τοῦ γ ἐπὶ τὸ χ ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα ἥξει διὰ τοῦ σ· ἐρχέσθω, καὶ ἔστω ἡ γσχ· καὶ ἐπεὶ τὸ ἀπὸ ψχ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ χημ διὰ τὴν παραβολὴν, τὸ ἀπὸ τχ ἔλασσον ἐστὶ τοῦ ὑπὸ χημ· γεγονέτω οὖν τῷ ἀπὸ τχ ἴσον τὸ ὑπὸ χηω· ἐπεὶ οὖν ἐστὶν ὡς ἡ σα πρὸς αγ, οὕτως ἡ γη πρὸς ηχ· ἀλλ᾽ ὡς ἡ γη πρὸς ηχ τῆς ηω κοινοῦ ὕψους λαμβανομένης, οὕτως τὸ ὑπὸ γηω πρὸς τὸ ὑπὸ χηω· καὶ πρὸς τὸ ἴσον αὐτῷ, τὸ ἀπὸ χτ, τουτέστι τὸ ἀπὸ βσ ἐπὶ τὴν σα ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ γηω ἐπὶ τὴν γα· τὸ δὲ ὑπὸ γηω, ἐπὶ τὴν γα ἔλασσον ἐστὶ, τοῦ ὑπὸ γημ ἐπὶ τὴν γα· τὸ ἄρα ἀπὸ βσ ἐπὶ τὴν σα ἔλαττον ἐστὶ τοῦ ἀπὸ βε ἐπὶ τὴν εα· ὁμοίως δὴ δειχθήσεται καὶ ἐπὶ πάντων τῶν σημείων τῶν μεταξὺ λαμβανομένων τῶν ε, β· ἀλλὰ δὴ εἰλήφθω μεταξὺ τῶν ε, α σημεῖον τὸ ς· λέγω ὅτι καὶ οὕτω τὸ ἀπὸ τῆς βε ἐπὶ τὴν εα μεῖζον ἐστὶ τοῦ ἀπὸ βς ἐπὶ τὴν ςα. Τῶν γὰρ αὐτῶν κατεσκευασμένων ἤχθω διὰ τοῦ ς τῇ κλ παράλληλος ἡ ςυρ· καὶ συμβαλλέτω τῇ ὑπερβολῇ κατὰ τὸ ρ. συμβαλεῖ γὰρ αὐτῇ διὰ τὸ παράλληλος εἶναι τῇ ἀσυμπτώτῳ, καὶ διὰ τοῦ ρ παράλληλος ἀχθεῖσα τῇ αβ ἡ αρβ· συμβαλέτω τῇ κζ ἐκβαλλομένῃ κατὰ τὸ β· καὶ ἐπεὶ πάλιν διὰ τὴν ὑπερβολὴν ἴσον ἐστὶ τὸ γη καὶ τῷ αη, ἡ ἀπὸ τοῦ γ ἐπὶ τὸ β ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα, ἥξει διὰ τοῦ ς· ἐρχέσθω, καὶ ἔστω ὡς γςβ· καὶ ἐπεὶ πάλιν διὰ τὴν παραβολὴν ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ αβ τῷ ἀπὸ βημ, τὸ ἄρα ἀπὸ ρβ ἔλασσον ἐστὶ τοῦ ὑπὸ βημ· γεγονέτω τὸ ἀπὸ ρβ ἴσον τῷ ὑπὸ βηω· ἐπεὶ οὖν ἐστὶν ὡς ἡ ςα πρὸς αγ, οὕτως ἡ γη πρὸς ηβ· ἀλλ᾽ ὡς ἡ γη πρὸς ηβ τῆς ηω κοινοῦ ὕψους λαμβανομένης, οὕτω τὸ ὑπὸ γηω πρὸς τὸ ὑπὸ βηω· τουτέστι πρὸς τὸ ἀπὸ ρβ, τουτέστι πρὸς τὸ ἀπὸ βς· τὸ ἄρα ἀπὸ βς ἐπὶ τὴν ςα, ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ γηω ἐπὶ τὴν γα· καὶ μεῖζον τὸ ὑπὸ γημ τοῦ ὑπὸ γηω· μεῖζον ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ βε ἐπὶ τὴν εα, τοῦ ἀπὸ βς ἐπὶ τὴν ςα· ὁμοίως δὴ δειχθήσεται καὶ ἐπὶ πάντων τῶν σημείων τῶν μεταξὺ τῶν ε, α λαμβανομένων· ἐδείχθη δὲ καὶ ἐπὶ πάντων τῶν μεταξὺ τῶν ε, β λαμβανομένων. Πάντων ἄρα τῶν ἐπὶ τῆς αβ ὁμοίως λαμβανομένων, μέγιστον ἐστὶν τὸ ἀπὸ τῆς βε ἐπὶ τὴν εα, ὅταν ἡ διπλασία ἡ βε τῆς εα. Ἐπιστῆσαι δὲ χρὴ καὶ τοῖς ἀκολουθοῦσι κατὰ τὴν εἰρημένην καταγραφήν· ἐπεὶ γὰρ δέδεικται τὸ ἀπὸ βσ ἐπὶ τὴν σα, καὶ τὸ ἀπὸ βς ἐπὶ τὴν ςα ἔλασσον τοῦ ἀπὸ βε ἐπὶ τὴν εα· δυνατόν ἐστι καὶ τοῦ δοθέντος χωρίου ἐπὶ τὴν δοθεῖσαν ἐλάσσονος ὄντος τοῦ ἀπὸ τῆς βε ἐπὶ τὴν εα κατὰ δύο σημεῖα τὴν αβ τεμνομένην ποιεῖν τὸ ἐξ ἀρχῆς πρόβλημα. τοῦτο δὲ γίνεται, εἰ νοήσαιμεν περὶ διάμετρον τὴν χη γραφομένην παραβολήν· ὥστε τὰς καταγομένας δύνασθαι παρὰ τὴν ηω. Ἡ γὰρ τοιαύτη παραβολὴ, πάντως ἔρχεται διὰ τοῦ τ· καὶ ἐπειδὴ ἀνάγκη αὐτὴν συμπίπτειν τῇ γν παραλλήλῳ οὔσῃ τῇ διαμέτρῳ, δῆλον ὅτι τέμνει τὴν ὑπερβολὴν, καὶ κατ᾽ ἄλλο σημεῖον ἀνωτέρω τοῦ κ, ὡς ἐνταῦθα κατὰ τὸ ρ. Καὶ ἀπὸ τοῦ ρ ἐπὶ τὴν αβ κάθετος ἀγομένη, ὡς ἐνταῦθα ἡ ρς τέμνει τὴν αβ κατὰ τὸ ς· ὥστε τὸ ς σημεῖον ποιεῖν τὸ πρόβλημα, καὶ ἴσον γίνεσθαι τὸ ἀπὸ βσ ἐπὶ τὴν σα, τῷ ἀπὸ βς ἐπὶ τὴν ςα, ὡς ἐστὶ διὰ τῶν προειρημένων ἀποδείξεων ἐμφανές. Ὥστε δυνατοῦ ὄντος ἐπὶ τῆς βα δύο σημεῖα λαμβάνειν, ποιοῦντα τὸ ζητούμενον, ἔξεστιν ὁπότερον τις βούλοιτο λαμβάνειν, ἢ τὸ μεταξὺ τῶν ε, β· ἢ τὸ μεταξὺ τῶν ε, α. Εἰ μὲν γὰρ τὸ μεταξὺ τῶν ε, β ὡς εἴρηται τῆς διὰ τῶν η, τ σημείων γραφομένης παραβολῆς κατὰ δύο σημεῖα τεμνούσης τὴν ὑπερβολὴν, τὸ μὲν ἐγγύτερον τοῦ η, τουτέστι τοῦ ἄξονος τῆς παραβολῆς εὑρήσει τὸ μεταξὺ τῶν ε, β, ὡς ἐνταῦθα τὸ τ εὑρίσκει τὸ σ· τὸ δὲ ἀπωτέρω τὸ μεταξὺ τῶν ε, α ὡς ἐνταῦθα τὸ ρ εὑρίσκει τὸ ς.

Καθόλου μὲν οὖν οὕτως ἀναλέλυται καὶ συντέθειται τὸ πρόβλημα· ἵνα δὲ καὶ τοῖς Ἀρχιμηδείοις ῥήμασιν ἐφαρμοσθῇ, νενοήσθω ὡς ἐν αὐτῇ τῇ τοῦ ῥητοῦ καταγραφῇ, διάμετρος μὲν τῆς σφαίρας ἡ δβ· ἡ δὲ ἐκ τοῦ κέντρου ἡ βζ, καὶ ἡ δεδομένη ἡ ζθ· κατηντήσαμεν ἄρα φησὶν εἰς τὸ τὴν δζ τεμεῖν κατὰ τὸ χ· ὥστε εἶναι ὡς τὴν χζ πρὸς τὴν δ δοθεῖσαν, οὕτω τὸ δοθὲν πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δχ· τοῦτο δὲ ἁπλῶς μὲν λεγόμενον ἔχει διορισμόν· εἰ γὰρ τὸ δοθὲν ἐπὶ τὴν δοθεῖσαν μεῖζον ἐτύγχανε τοῦ ἀπὸ τῆς δβ ἐπὶ τὴν βζ, ἀδύνατον ἦν τὸ πρόβλημα ὡς δέδεικται· εἰ δὲ ἴσον τὸ β σημεῖον ἐποίει τὸ πρόβλημα, καὶ οὕτω δὲ οὐδὲν ἦν πρὸς τὴν ἐξ ἀρχῆς Ἀρχιμήδους πρόθεσιν. Ἡ γὰρ σφαῖρα οὐκ ἐτέμνετο εἰς τὸν δοθέντα λόγον· ἁπλῶς γὰρ λεγόμενον εἶχεν πρὸς διορισμόν· προστιθεμένων δὲ τῶν προβλημάτων τῶν ἐνθάδε ὑπαρχόντων· τουτέστι τοῦ τε διπλασίαν εἶναι τὴν δβ τῆς ζβ, καὶ τοῦ μείζονα εἶναι τὴν βζ τῆς ζθ, οὐκ ἔχει διορισμόν· τὸ γὰρ ἀπὸ δβ τὸ δοθὲν ἐπὶ τὴν ζθ τὴν δοθεῖσαν ἔλαττον ἐστὶ, τοῦ ἀπὸ τῆς δβ ἐπὶ τὴν βζ· διὰ τὸ τὴν βζ τῆς ζθ μείζονα εἶναι, ὅπερ ὑπάρχοντος ἐδείξαμεν δυνατὸν, καὶ ὅπως πρόκειται τὸ πρόβλημα. Κατανοεῖν δὲ χρὴ καὶ τοῖς ὑπ᾽ Ἀρχιμήδους λεγομένοις συμφώνως ἔχουσι τοῖς ὑφ᾽ ὑμῶν ἀναλελυμένοις· πρότερον μὲν γὰρ μετὰ τὴν ἀνάλυσιν αὐτοῦ καθόλου τὸ εἰς ὃ κατήντησε λέγων, φησὶ δοθεῖσαν τὴν δζ τεμεῖν δεῖ κατὰ τὸ χ, καὶ ποιεῖν ὡς τὸ χζ πρὸς δοθεῖσαν, οὕτω τὸ δοθὲν πρὸς τὸ τῆς δχ· εἶτα εἰπὼν ὡς καθόλου μὲν τὸ λεγόμενον ἔχει διορισμόν· προστεθέντων δὲ τῶν ὑπ᾽ αὐτοῦ εὑρεθέντων προβλημάτων, τοῦτ᾽ εἶναι διπλασίαν τὴν δβ τῆς βζ· καὶ μείζονα τὴν βζ τῆς ζθ· μὴ ἔχειν διορισμὸν μερικώτερον, ἐπαναλαμβάνει τὸ πρόβλημα· καὶ φησίν, ὅτι καὶ ἔσται πρόβλημα τοιοῦτον· δύο δοθεισῶν εὐθειῶν τῶν δβ, βζ, καὶ διπλασίας οὔσης τῆς δβ καὶ βζ, καὶ σημείου ἐπὶ τῆς βζ τοῦ θ, τεμεῖν τὴν δβ κατὰ τὸ χ, οὐκ ἔτι ὡς πρότερον τὴν δζ εἰπὼν, ἀλλὰ τὴν δβ δεῖν τεμεῖν διὰ τὸ ὡς ἀνωτέρω ἡμεῖς ἀπεδείξαμεν εἰδέναι αὐτὸν, ὡς δύο σημεῖα ἐστὶ τὰ λαμβανόμενα ἐπὶ τῆς δζ, καὶ ποιοῦντα τὸ πρόβλημα, ἓν μὲν τὸ μεταξὺ τῶν δ, β· ἕτερον δὲ τὸ μεταξὺ τῶν β, ζ· ὧν τὸ μεταξὺ τῶν δ, β ἦν τὸ πρὸς τὴν ἐξ ἀρχῆς πρόθεσιν χρήσιμον.

Ταῦτα μὲν οὖν ἀκόλουθα τοῖς Ἀρχιμήδους ῥήμασι, κατὰ τὸ δυνατὸν σαφῶς ἀπεγραψάμεθα· ἐπεὶ δὲ ὡς προείρηται καὶ Διονυσόδωρος οὐδαμῶς τοῖς ἐπὶ τέλει γραφομένοις παρ' Ἀρχιμήδους ἐπηγγελμένοις ἐντυχὼν, ἀτονήσας δὲ ὥσπερ προσευρεῖν τὰ μὴ ἐκτεθέντα, ἐφ' ἑτέραν ὁδὸν βαδίζων τοῦ ὅλου προβλήματος, οὐκ ἄχαριν εὑρέσεως τὸ πρῶτον ἀναγκαῖον, ᾠήθημεν δεῖν καὶ αὐτὸν τούτοις ἐπισυνάψαι διορθωσάμενοι κατὰ δύναμιν· καὶ γὰρ αὐτὸς ἐκ πολλῆς ἀμελετησίας τῶν ἀνθρώπων τὰ πολλὰ τῶν ἀποδείξεων τῷ πλήθει τῶν πταισμάτων ἠφανισμένην ἔχων ἐν πᾶσιν οἷς ἡμεῖς ἐνετύχαμεν ἀντιγραφῆς ἐφέρετο.

Ὡς Διονυσόδωρος· σχῆμα 27

Τὴν δοθεῖσαν σφαῖραν ἐπιπέδῳ τεμεῖν, ὥστε τὰ τμήματα αὐτῆς πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχειν τὸν δοθέντα. Ἔστω ἡ δοθεῖσα σφαῖρα, ἧς διάμετρος ἡ αβ· ὁ δὲ δοθεὶς λόγος, ὃν ἔχει ἡ γδ πρὸς δε· δεῖ δὴ τεμεῖν τὴν σφαῖραν ἐπιπέδῳ ὀρθῷ πρὸς τὴν αβ, ὥστε τὸ τμῆμα οὗ κορυφὴ τὸ α, πρὸς τὸ τμῆμα οὗ κορυφὴ τὸ β λόγον ἔχειν, ὃν ἔχει ἡ γδ πρὸς δε· ἐκβεβλήσθω ἡ βα ἐπὶ τὸ ζ· καὶ κείσθω τῆς αβ ἡμίσεια ἡ αζ· καὶ ὃν ἔχει λόγον ἡ γε πρὸς εδ, ἐχέτω ἡ ζα πρὸς αη, καὶ ἔστω ἡ αη πρὸς ὀρθὰς τῇ αβ· καὶ τῶν ζα, αη μέση ἀνάλογον εἰλήφθω ἡ αθ· μείζων ἄρα ἡ αθ τῆς αη· καὶ περὶ ἄξονα τὴν ζβ διὰ τοῦ ζ γεγράφθω παραβολὴ, ὥστε τὰς καταγομένας δύνασθαι παρὰ τὴν αη· ἥξει ἄρα διὰ τοῦ θ· ἐπειδὴ τὸ ὑπὸ ζαη ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ αθ· γεγράφθω οὖν, καὶ ἔστω ὡς ἡ ζθκ· καὶ διὰ τοῦ β ἀνήχθω παρὰ τὴν αθ ἡ βκ, καὶ τεμνέτω τὴν παραβολὴν κατὰ τὸ κ, καὶ διὰ τοῦ η· περὶ ἀσυμπτώτους τὰς ζβκ· γεγράφθω ὑπερβολή· τεμεῖ δὴ τὴν παραβολὴν μεταξὺ τῶν θ, κ, τεμνέτω κατὰ τὸ λ· καὶ ἀπὸ τοῦ λ ἐπὶ τὴν α αβ κάθετος ἤχθω ἡ λμ· καὶ διὰ τῶν η, λ τῇ αβ παράλληλοι ἤχθωσαν αἱ ην, λξ· ἐπεὶ οὖν ὑπερβολή ἐστιν ἡ ηλ, ἀσύμπτωτοι δὲ αβκ, καὶ παράλληλοι ταῖς αην, αἱ μλξ, ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ αην τῷ ὑπὸ μλξ, διὰ τὸ ή θεώρημα τοῦ δευτέρου βιβλίου τῶν Ἀπολλωνίου Κωνικῶν στοιχείων· ἀλλ' ἡ μὲν ην τῇ αβ ἴση ἐστίν· ἡ δὲ λξ τῇ μβ, τὸ ἄρα ὑπὸ λμβ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ ηαβ· καὶ δεῖν τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων ἴσον εἶναι τῷ ὑπὸ τῶν μέσων, αἱ τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον εἰσίν· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ λμ πρὸς ηα, οὕτως ἡ αβ πρὸς βμ· καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ λμ πρὸς τὸ ἀπὸ ηα, οὕτω τὸ ἀπὸ αβ πρὸς τὸ ἀπὸ βμ, καὶ ἐπειδὴ διὰ τὴν παραβολὴν τὸ ἀπὸ λμ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ ζμ αη, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ζμ πρὸς μλ, ἡ μλ πρὸς αη· καὶ ὡς ἄρα ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, οὕτω τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας· καὶ τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς τρίτης· ὡς ἄρα ἡ ζμ πρὸς αη, οὕτω τὸ ἀπὸ λμ πρὸς τὸ ἀπὸ ηα· ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ λμ πρὸς τὸ ἀπὸ αη, οὕτως ἐδείχθη τὸ ἀπὸ αβ πρὸς τὸ ἀπὸ βμ· καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ αβ πρὸς τὸ ἀπὸ βμ, οὕτως ἡ ζμ πρὸς αη· ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ αβ πρὸς τὸ ἀπὸ βμ, οὕτως ὁ κύκλος οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ αβ, πρὸς τὸν κύκλον οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ βμ· καὶ ὡς ὁ κύκλος οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ αβ, πρὸς τὸν κύκλον οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ βμ, οὕτως ἡ ζμ πρὸς αβ· ὁ ἄρα κῶνος βάσιν ἔχων τὸν κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ αβ, ὕψος δὲ τὴν αη, ἴσος ἐστὶ τῷ κώνῳ τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὸν κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ βμ, ὕψος δὲ τὴν ζμ· ὧν γὰρ κώνων ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν, ἴσοι εἰσὶν ἐκεῖνοι· ἀλλ' ὁ κῶνος ὁ βάσιν ἔχων τὸν κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ αβ, ὕψος δὲ τὴν ζα, πρὸς τὸν κῶνον τὸν βάσιν μὲν ἔχοντα τὴν αὐτὴν, ὕψος δὲ τὴν αη· ἔστιν ὡς ἡ ζα πρὸς αη, τουτέστιν ἡ γε πρὸς εδ· ἐπεὶ γὰρ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντες πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν, ὡς τὰ ὕψη· καὶ ὁ κῶνος ὁ ἄρα βάσιν ἔχων τὸν κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ αβ, ὕψος δὲ τὴν ζα, πρὸς τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ βμ, ὕψος δὲ τὴν ζμ, ἔστιν ὡς ἡ γε πρὸς εδ· ἀλλ' ὁ κῶνος ὁ βάσιν ἔχων τὸν κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ αβ, ὕψος δὲ τὴν ζα, ἴσος ἐστὶ τῇ σφαίρᾳ· ὁ δὲ κῶνος ὁ βάσιν ἔχων τὸν κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ βμ, ὕψος δὲ τὴν ζμ, ἴσος ἐστὶ τῷ τμήματι τῆς σφαίρας, οὗ κορυφὴ μὲν ἐστὶ τὸ β, ὕψος δὲ ἡ βμ· ὡς ἑξῆς δειχθήσεται· καὶ ἡ σφαῖρα ἄρα πρὸς τὸ εἰρημένον τμῆμα λόγον ἔχει, ὃν ἡ γε πρὸς εδ· καὶ διελόντι τὸ τμῆμα, οὗ κορυφὴ τὸ α, ὕψος δὲ ἡ αμ πρὸς τὸ τμῆμα οὗ κορυφὴ τὸ β, ὕψος δὲ ἡ βμ, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἡ γδ πρὸς δε· τὸ ἄρα διὰ τῆς λμ ἐπίπεδον ἐκβαλλόμενον ὀρθὸν πρὸς τὴν αβ, τέμνει τὴν σφαῖραν εἰς τὸν δοθέντα λόγον, ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

Ὅτι δὲ ὁ κῶνος ὁ βάσιν ἔχων τὸν κύκλον οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ βμ, ὕψος δὲ τὴν ζμ, ἴσος ἐστὶ τῷ τμήματι τῆς σφαίρας, οὗ κορυφὴ μὲν τὸ β, ὕψος δὲ ἡ βμ, δειχθήσεται οὕτω· γεγονέτω γὰρ ὡς ἡ ζμ πρὸς μα, οὕτως ἡ ομ πρὸς μβ· ὁ ἄρα κῶνος ὁ βάσιν ἔχων τὴν αὐτὴν τῷ τμήματι, ὕψος δὲ τὴν ομ, ἴσος ἐστὶ τμήματι· καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ζμ πρὸς μα, οὕτως ἡ ομ πρὸς μβ· καὶ ἐναλλὰξ ὡς ἡ ζμ πρὸς μο, οὕτως ἡ αμ πρὸς μβ, ἀλλ᾽ ὡς ἡ αμ πρὸς μβ, οὕτως τὸ ἀπὸ πμ πρὸς τὸ ἀπὸ μβ· καὶ οὕτως ὁ κύκλος οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ πμ, πρὸς τὸν κύκλον οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ μβ· ὡς ἄρα ὁ κύκλος οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ πμ, πρὸς τὸν κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ μβ, οὕτως ἡ μζ πρὸς μο· ὁ ἄρα κῶνος ὁ βάσιν ἔχων τὸν κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ μβ, οὕτως ἡ μζ πρὸς μο· ὁ ἄρα κῶνος ὁ βάσιν ἔχων τὸν κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ μβ, ὕψος δὲ τὴν ζμ, ἴσος ἐστὶ τῷ κώνῳ τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὸν κύκλον, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ πμ, ὕψος δὲ τὴν μο· ἀντιπεπόνθασι γὰρ αὐτῶν αἱ βάσεις ταῖς ὕψεσιν, ὥστε καὶ τῷ τμήματι ἴσος ἐστί.

Ὡς Διοκλῆς ἐν τῷ περὶ Πυρίων· σχῆμα 28

Γράφει δὲ καὶ ὁ Διοκλῆς ἐν τῷ περὶ πυρίων, προλέγων τάδε· ἐν τῷ περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου Ἀρχιμήδης ἀπέδειξεν, ὅτι πᾶν τμῆμα σφαίρας ἴσον ἐστὶ κώνῳ τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὴν αὐτὴν τῷ τμήματι, ὕψος δὲ εὐθεῖαν τινὰ λόγον ἔχουσαν πρὸς τὴν ἀπὸ τῆς τοῦ τμήματος κορυφῆς ἐπὶ τὴν βάσιν κάθετον, ὃν ἔχει συναμφότερος, ἥ τε ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας, καὶ ἡ τοῦ ἐναλλὰξ τοῦ τμήματος κάθετος πρὸς τὴν τοῦ ἐναλλὰξ τμήματος κάθετον· οἷον ἐὰν ἡ σφαῖρα ἡ βγ, καὶ τμηθῇ ἐπιπέδῳ τῷ περὶ διάμετρον τὴν γδ κύκλῳ· καὶ διαμέτρου οὔσης τῆς αβ, κέντρου δὲ τοῦ ε· ποιήσωμεν ὡς συναμφότερον τὴν εα, αζ πρὸς ζα· οὕτω τὴν ηζ πρὸς ζβ· ἔτι τε ὡς συναμφότερον τὴν εβ, βζ πρὸς ζβ, οὕτω τὴν θζ πρὸς ζα, ἀποδέδεικται ὅτι τὸ μὲν γβδ τμῆμα τῆς σφαίρας ἴσον ἐστὶ τῷ κώνῳ οὗ βάσις μὲν ἐστιν ὁ περὶ διάμετρον τὴν γδ κύκλος, ὕψος δὲ ἡ ζη· τὸ δὲ γαδ τμῆμα ἴσον ἐστὶ τῷ κώνῳ, οὗ βάσις μὲν ἐστιν ἡ αὐτή, ὕψος δὲ ἡ θζ· προτεθέντος οὖν αὐτῷ τοῦ τὴν δοθεῖσαν σφαῖραν ἐπιπέδῳ τεμεῖν, ὥστε τὰ τμήματα τῆς σφαίρας πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχειν τὸν δοθέντα, κατασκευάσας τὰ εἰρημένα φησί· λόγος ἄρα δοθεὶς καὶ τοῦ κώνου, οὗ βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν γδ κύκλος, ὕψος δὲ ἡ ζθ πρὸς τὸν κῶνον οὗ βάσις μὲν ἐστιν ἡ αὐτή, ὕψος δὲ ἡ ζη· καὶ γὰρ τοῦτο ἀπεδείχθη, οἱ κῶνοι οἱ ἐπὶ τῶν ἴσων βάσεων ὄντες, πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν ὡς τὰ ὕψη· λόγος ἄρα τῆς θζ πρὸς ζη δοθείς· καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ θζ πρὸς ζα, οὕτω συναμφότερος· ἡ εβζ πρὸς ζβ· διελόντι ὡς ἡ θα πρὸς αζ· οὕτως ἡ εβ πρὸς ζβ· διὰ τὰ αὐτὰ δή, καὶ ὡς ἡ ηβ πρὸς ζβ, οὕτως ἡ αὐτὴ εὐθεῖα πρὸς τὴν ζα· γέγονεν οὖν πρόβλημα τοιοῦτον· θέσει οὔσης εὐθείας τῆς αβ, καὶ δύο δοθέντων σημείων τῶν α, β, καὶ δοθείσης τῆς εβ, τεμεῖν τὴν αβ κατὰ τὸ ζ, καὶ προσθεῖναι τὰς θα, βη· ὥστε λόγον εἶναι τῆς θζ πρὸς ζη δοθέντα, ἔτι τε εἶναι ὡς μὲν τὴν θα πρὸς αζ, οὕτω τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν πρὸς τὴν ζβ· ὡς δὲ τὴν ηβ πρὸς βζ, οὕτω τὴν αὐτὴν δοθεῖσαν πρὸς ζα· τοῦτο δὲ ἑξῆς δέδεικται· ὁ γὰρ Ἀρχιμήδης μακρότερον αὐτὸ δείξας, καὶ οὕτως εἰς πρόβλημα ἕτερον ἀπάγει, ὃ οὐκ ἀποδείκνυσιν ἐν τῷ περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου.

Θέσει δεδομένης εὐθείας τῆς αβ, καὶ δύο δοθέντων σημείων τῶν α, β· καὶ λόγου τοῦ ὃν ἔχει ἡ γ πρὸς τὴν δ, τεμεῖν τὴν αβ κατὰ τὸ ε, καὶ προσθεῖναι τὰς ζα, ηβ· ὥστε εἶναι ὡς τὴν γ πρὸς τὴν δ, οὕτω τὴν ζε πρὸς τὴν εη· ἔτι τε εἶναι ὡς τὴν ζα πρὸς αε· οὕτω δοθεῖσαν τινὰ εὐθεῖαν πρὸς τὴν βε· ὡς δὲ τὴν ηβ πρὸς βε, οὕτω τὴν αὐτὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν πρὸς τὴν εα· γεγονέτω, καὶ τῇ αβ πρὸς ὀρθὰς ἤχθωσαν αἱ θακ, λγμ· καὶ τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ ἴση κείσθω ἑκατέρα τῶν ακ, βμ· καὶ ἐπιζευχθεῖσαι αἱ κε, με ἐκβεβλήσθωσαν ἐπὶ τὰ λ, θ· ἐπεζεύχθω δὲ καὶ ἡ κμ· διὰ τοῦ λ παράλληλος ἤχθω τῇ αβ ἡ λν· διὰ δὲ τοῦ ε τῇ νκ ἡ ξεοπ. Ἐπεὶ οὖν ἐστὶν ὡς ἡ ζα πρὸς αε, οὕτως ἡ μβ πρὸς βε· ὑπόκειται γάρ· ὡς δὲ ἡ μβ πρὸς βε, οὕτως ἡ θα πρὸς αε, διὰ τὴν ὁμοιότητα τῶν τριγώνων· ὡς ἄρα ἡ ζα πρὸς αε, οὕτως ἡ θα πρὸς αε· ἴση ἄρα ἡ ζα τῇ θα· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ βη τῇ βλ· καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς συναμφότερος ἡ θαε πρὸς συναμφότερον τὴν μβε, οὕτω συναμφότερος ἡ καε πρὸς συναμφότερον τὴν λβε. Ἑκάτερος γὰρ τῶν λόγων ὁ αὐτός ἐστι τῷ τῆς αε πρὸς εβ· τὸ ἄρα ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς λβε, καὶ συναμφοτέρου τῆς θαε ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς καε, καὶ συναμφοτέρου τῆς μβε· κείσθω τῇ κα ἴση ἑκατέρα τῶν αρ, βσ. Ἐπεὶ οὖν συναμφότερος μὲν ἡ θαε ἴση ἐστὶ τῇ ζε, συναμφότερος δὲ ἡ λβε ἴση τῇ εη· συναμφότερος δὲ ἡ καε ἴση τῇ ερ, συναμφότερος δὲ ἡ μβε ἴση τῇ σε· ϗ ἐδείχθη τὸ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς λβε, ἴσον τῷ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς και, ϗ συναμφοτέρου τῆς μβε. Τὸ ἄρα ὑπὸ ζεη ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ ρεσ· διὰ δὴ τοῦτο ὅταν τὸ ρ μεταξὺ τῶν α, ζ πίπτῃ, τότε τὸ σ ἐξωτέρω τοῦ η πεσεῖται, ϗ τὸ ἀνάπαλιν. Ἐπεὶ οὖν ἐστὶν ὡς ἡ γ πρὸς τὴν δ, οὕτως ἡ ζε πρὸς εη· ὡς δὲ ἡ ζε πρὸς εη, οὕτω τὸ ὑπὸ ζεη πρὸς τὸ ἀπὸ εη· ὡς ἄρα ἡ γ πρὸς τὴν δ, οὕτω τὸ ὑπὸ ζεη πρὸς τὸ ἀπὸ εη· τὸ δὲ ὑπὸ ζεη ἴσον ἐδείχθη τῷ ὑπὸ ρεσ, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ γ πρὸς τὴν δ, οὕτω τὸ ὑπὸ ρεσ πρὸς τὸ ἀπὸ εη· κείσθω τῇ βε ἴση ἡ εσ, ϗ ἐπιζευχθεῖσα ἡ βο ἐκβεβλήσθω ἐφ᾽ ἑκάτερα, ϗ ἀπὸ τῶν σ, ρ πρὸς ὀρθὰς ἀχθεῖσαι αἱ στ, ρυ, συμβαλλέτωσαν αὐτῇ κατὰ τ, υ· ἐπεὶ οὖν διὰ διδομένου τοῦ β, πρὸς θέσει δεδομένην τὴν αβ, ἦκται ἡ τυ, δεδομένην ποιοῦσαν γωνίαν τὴν ὑπὸ εβο ἡμίσειαν ὀρθῆς, δέδοται ἡ τυ τῇ θέσει· ϗ ἀπὸ δεδομένων τῶν σ, ρ θέσει ἠγμέναι αἱ στ, ρυ τέμνουσιν αὐτὴν κατὰ τὰ τ, υ· δοθέντα ἄρα ἐστὶ τὰ τ, υ. Δοθεῖσα ἄρα ἐστὶν ἡ τυ τῇ θέσει, ϗ τῷ μεγέθει· ϗ ἐπεὶ διὰ τὴν τῶν εοβ, στυ τριγώνων ὁμοιότητα ἐστὶν ὡς ἡ τβ πρὸς βο, οὕτω ἡ σβ πρὸς βε· ϗ συνθέντι ἐστὶν, ὡς ἡ το πρὸς οβ, οὕτως ἡ σε πρὸς εβ· ἀλλ᾽ ὡς ἡ βο πρὸς ου, οὕτως ἡ βε πρὸς ερ, ϗ δι᾽ ἴσου ἄρα ὡς ἡ το πρὸς ου, οὕτως ἡ συ πρὸς ερ· ἀλλ᾽ ὡς ἡ το πρὸς ου, οὕτω τὸ ὑπὸ του πρὸς τὸ ἀπὸ ου. ὡς δὲ ἡ σε πρὸς ερ, οὕτω τὸ ὑπὸ σερ πρὸς τὸ ἀπὸ ερ, ϗ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ του πρὸς τὸ ἀπὸ ου, οὕτω τὸ ὑπὸ σερ πρὸς τὸ ἀπὸ ερ· ϗ ἐναλλὰξ, ὡς τὸ ὑπὸ του πρὸς τὸ ὑπὸ σερ, οὕτω τὸ ἀπὸ ου πρὸς τὸ ἀπὸ ερ· τὸ δὲ ἀπὸ ου τοῦ ἀπὸ ερ διπλάσιον· ἐπειδὴ ϗ τὸ ἀπὸ οβ τοῦ ἀπὸ βε· ϗ τὸ ὑπὸ του ἄρα τοῦ ὑπὸ σερ ἐστὶ διπλάσιον· τὸ δὲ ὑπὸ σερ πρὸς τὸ ἀπὸ εη ἐδείχθη λόγον ἔχειν ὃν ἔχει ἡ γ πρὸς τὴν δ· ϗ τὸ ὑπὸ του ἄρα πρὸς τὸ ἀπὸ εη λόγον ἔχει, ὃν ἡ διπλασία τῆς γ πρὸς τὴν δ· τὸ δὲ ἀπὸ εη ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ ξο· ἑκατέρα γὰρ τῶν εη, ξο ἴση ἐστὶ συναμφοτέρῳ τῇ λβε· τὸ ἄρα ὑπὸ του πρὸς τὸ ἀπὸ ξο λόγον ἔχει, ὃν ἡ διπλασία τῆς γ πρὸς τὴν δ, ϗ δέδοται ὁ τῆς διπλασίας τῆς γ πρὸς τὴν δ λόγος· δέδοται ἄρα ϗ ὁ τοῦ ὑπὸ του πρὸς τὸ ἀπὸ ξο λόγος· ἐὰν ἄρα ποιήσωμεν ὡς τὴν δ πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς γ, οὕτω τὴν τυ πρὸς ἄλλην τινὰ ὡς τὴν φ, ϗ περὶ τὴν τυ γράψωμεν ἔλλειψιν ὥστε τὰς καταγομένας ἐν τῇ ὑπὸ ξοβ γίνεται, τουτέστιν ἐν ἡμισείᾳ ὀρθῆς δύνασθαι τὰ παρὰ τὴν φ ἐλλείποντα ὅμοια τῷ ὑπὸ τυφ, ἥξει διὰ τοῦ ξ, διὰ τὴν ἀντιστροφὴν τοῦ εἰκοστοῦ θεωρήματος τοῦ πρώτου βιβλίου τῶν Ἀπολλωνίου Κωνικῶν στοιχείων· γεγράφθω, ϗ ἔστω ὡς ἡ υξτ· τὸ ἄρα ξ σημεῖον ἅπτεται τῇ θέσει δεδομένης ἐλλείψεως. Καὶ ἐπεὶ διαγώνιος ἐστιν ἡ λκ τοῦ νμ παραλληλογράμμου, ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ νξπ τῷ ὑπὸ αβμ, ἐὰν ἄρα διὰ τοῦ β περὶ ἀσυμπτώτους τὰς θκμ γράψωμεν ὑπερβολὴν, ἥξει διὰ τοῦ ξ. Καὶ ἔσται θέσει δεδομένη διὰ τὸ ϗ τὸ β σημεῖον τῇ θέσει δεδόσθαι, ϗ ἑκατέραν τῶν αβ, βμ (ϗ διὰ τοῦτο τὰς θκμ ἀσυμπτώτους) γεγράφθω· ϗ ἔστω ὡς ἡ ξβ· τὸ ἄρα ξ σημεῖον ἅπτεται θέσει δεδομένης ὑπερβολῆς· ἥπτετο δὲ ϗ θέσει δεδομένης ἐλλείψεως· δέδοται ἄρα τὸ ξ, ϗ ἀπ᾽ αὐτοῦ κάθετος ἡ ξε· δέδοται ἄρα τὸ ε· ϗ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ἡ μβ πρὸς βε, οὕτως ἡ ζα πρὸς αε, ϗ δέδοται ἡ αε, δέδοται ἄρα ϗ ἡ αζ, διὰ τὰ αὐτὰ δὴ δέδοται ϗ ἡ ηβ.

Συντεθήσεται δὲ οὕτως· ὡς γὰρ ἐπ᾽ αὐτῆς καταγραφῆς· ἔστω ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα ἣν δεῖ τεμεῖν ἡ αβ· ἡ δὲ δοθεῖσα ἑτέρα ἡ ακ· ὁ δὲ δοθεὶς λόγος ὁ τῆς γ πρὸς τὴν δ· ἤχθω τῇ αβ πρὸς ὀρθὰς ἡ βμ ἴση οὖσα τῇ ακ· ϗ ἐπεζεύχθω ἡ κμ· ϗ τῇ μὲν κα ἴση κείσθω ἡ αρ, ϗ ἡ βθ· ἀπὸ τῶν ρ, θ πρὸς ὀρθὰς ἤχθωσαν αἱ ρσ, στ· ϗ πρὸς τῷ β σημείῳ συνεστάσθω ἡμίσεια ὀρθῆς ἡ ὑπὸ αβο, ϗ ἐκβληθεῖσα ἡ βο ἐφ᾽ ἑκάτερα τεμνέτω τὰς στ, ρυ κατὰ τὰ τ, υ· ϗ γεγονέτω ὡς ἡ δ πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς γ, οὕτως ἡ τυ πρὸς τὴν φ, ϗ περὶ τὴν τυ γεγράφθω ἔλλειψις ὥστε τὰς καταγομένας ἐν ἡμισείᾳ ὀρθῆς δύνασθαι τὰ παρακείμενα περὶ τὴν φ, ἐλλείποντα ὁμοίῳ τῷ ὑπὸ τυφ. διὰ δὲ τοῦ β περὶ ἀσυμπτώτους τὰς ακ, κμ, γεγράφθω ὑπερβολὴ ἡ βξ, τέμνουσα τὴν ἔλλειψιν κατὰ τὸ ξ· ϗ ἀπὸ τοῦ ξ ἐπὶ τὴν αβ κάθετος ἤχθω ἡ ξε, ϗ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ π· διὰ δὲ τοῦ ξ τῇ αβ παράλληλος ἤχθω ἡ λξν· ϗ ἐκβεβλήσθωσαν αἱ κα, μβ ἐπὶ τὰ λ, θ· ϗ ἡ με ἐπιζευχθεῖσα ἐκβεβλήσθω, ϗ συμπιπτέτω τῇ κν κατὰ τὸ θ· ἐπεὶ οὖν ὑπερβολὴ ἐστὶν ἡ βξ, ἀσύμπτωτοι δὲ αἱ θκ, κμ, ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ νξπ τῷ ὑπὸ αβμ, διὰ τὸ ή θεώρημα τοῦ δευτέρου βιβλίου τῶν Ἀπολλωνίου Κωνικῶν στοιχείων· ϗ διὰ τοῦτο εὐθεῖα ἐστὶν ἡ κελ· κείσθω οὖν τῇ μὲν θα ἴση ἡ αζ, τῇ δὲ λβ ἴση ἡ βη· ἐπεὶ οὖν ἐστὶν ὡς ἡ διπλασία τῆς γ πρὸς τὴν δ, οὕτως ἡ φ πρὸς τὴν τυ· ὡς δὲ ἡ φ πρὸς τὴν τυ, οὕτω τὸ ὑπὸ του πρὸς τὸ ἀπὸ ξο, διὰ τὸ κ΄ θεώρημα τοῦ πρώτου βιβλίου τῶν Ἀπολλωνίου Κωνικῶν στοιχείων· ὡς ἄρα ἡ διπλασία τῆς γ πρὸς τὴν δ, οὕτω τὸ ὑπὸ του πρὸς τὸ ἀπὸ ξο· καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ἡ τβ πρὸς βο, οὕτως ἡ σβ πρὸς βε· ϗ συνθέντι ὡς ἡ το πρὸς οβ, οὕτως ἡ σε πρὸς εβ· ἀλλ᾽ ὡς βο πρὸς ου, οὕτως ἡ βε πρὸς ερ· ϗ δι᾽ ἴσου ἄρα ὡς ἡ το πρὸς ου, οὕτως ἡ σε πρὸς ερ, ϗ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ του πρὸς τὸ ἀπὸ ου, οὕτω τὸ ὑπὸ σερ πρὸς τὸ ἀπὸ ερ· ἐναλλὰξ ὡς τὸ ὑπὸ του πρὸς τὸ ὑπὸ σερ, οὕτω τὸ ἀπὸ ου πρὸς τὸ ἀπὸ ερ· ἀλλὰ τὸ ἀπὸ ου τοῦ ἀπὸ ερ διπλάσιον, διὰ τὸ καὶ τὸ ἀπὸ βο τοῦ ἀπὸ βε· ἴση γάρ ἐστιν ἡ βε τῇ εο, ἡμισείας ὀρθῆς οὔσης ἑκατέρας τῶν πρὸς τοῖς β, ο· καὶ τὸ ὑπὸ του ἄρα διπλάσιόν ἐστι τοῦ ὑπὸ σερ· ἐπεὶ οὖν ἐδείχθη ὡς ἡ διπλασία τῆς γ πρὸς τὴν δ, οὕτω τὸ ὑπὸ του πρὸς τὸ ἀπὸ ξο, καὶ τῶν ἡγουμένων τὰ ἥμισυ· ὡς ἄρα ἡ γ πρὸς τὴν δ, οὕτω τὸ ὑπὸ ρεσ πρὸς τὸ ἀπὸ ξο· ἴση δὲ ἡ ξο τῇ εη, διὰ τὸ ἑκατέραν αὐτῶν ἴσην εἶναι συναμφοτέρῳ τῇ λβε· ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς συναμφότερος ἡ θαε πρὸς συναμφότερον τὴν μβε, οὕτω συναμφότερος ἡ καε πρὸς συναμφότερον τὴν λβε. Ἑκάτερος γὰρ τῶν λόγων ὁ αὐτός ἐστι τῷ τῆς αε πρὸς εβ. Τὸ ἄρα ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς θαε, καὶ συναμφοτέρου τῆς λβε, ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς καε, καὶ συναμφοτέρου τῆς μβε· ἀλλὰ συναμφοτέρῳ μὲν τῇ θαε ἴση ἐστὶ ἡ ζε. συναμφοτέρῳ δὲ τῇ λβε· ἴση ἡ εη· συναμφοτέρῳ τῇ καε ἴση ἡ ρε· συναμφοτέρῳ δὲ τῇ μβε, ἴση ἡ εσ· τὸ ἄρα ὑπὸ ζεη ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ ρεσ· ἀλλ' ὡς ἡ γ πρὸς τὴν δ, οὕτω τὸ ὑπὸ ρεσ πρὸς τὸ ἀπὸ εη· καὶ ὡς ἄρα ἡ γ πρὸς τὴν δ, οὕτω τὸ ὑπὸ ζεη πρὸς τὸ ἀπὸ εη· ἀλλ' ὡς τὸ ὑπὸ ζεη πρὸς τὸ ἀπὸ εη, οὕτως ἡ ζε πρὸς εη, καὶ ὡς ἄρα ἡ γ πρὸς τὴν δ, οὕτως ἡ ζε πρὸς εη, καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ μβ πρὸς βε, οὕτως ἡ θα πρὸς αε· ἴση δὲ ἡ θα τῇ ζα· ὡς ἄρα ἡ μβ πρὸς βε, οὕτως ἡ ζα πρὸς αε. Διὰ τὰ αὐτὰ καὶ ὡς ἡ κα πρὸς αε, οὕτως ἡ ηβ πρὸς βε· εὐθείας ἄρα δοθείσης τῆς αβ, καὶ ἑτέρας τῆς ακ, καὶ λόγου τοῦ τῆς γα πρὸς τὴν δ, εἴληπται ἐπὶ τῆς αβ τυχὸν σημεῖον τὸ ε· καὶ προσετέθεισαν εὐθεῖαι αἱ ζα, ηβ καὶ γέγονε τῷ δοθέντι λόγῳ ἡ ζε πρὸς εη· ἔτι τε ἐστὶν ὡς ἡ δοθεῖσα ἡ μβ πρὸς βε, οὕτως ἡ ζα πρὸς αε· ὡς δὲ αὐτὴ ἡ δοθεῖσα ἡ κα πρὸς αε, οὕτως ἡ ηβ πρὸς βε, ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

Τούτων δεδειγμένων δυνατόν ἐστι τὴν δοθεῖσαν σφαῖραν εἰς τὸν δοθέντα λόγον τεμεῖν οὕτως· ἔστω γὰρ τῆς δοθείσης σφαίρας διάμετρος ἡ αβ· ὁ δὲ δοθεὶς λόγος, ὃν δεῖ ἔχειν τὰ τμήματα τῆς σφαίρας πρὸς ἄλληλα, ὁ τῆς γ πρὸς τὴν δ, κέντρον δὲ τῆς σφαίρας ἔστω τὸ ε, καὶ εἰλήφθω ἐπὶ τῆς αβ σημεῖον τὸ ζ, καὶ προσκείσθωσαν αἱ ηα, θβ· ὥστε εἶναι ὡς τὴν γ πρὸς τὴν δ, οὕτω τὴν ηζ πρὸς τὴν ζθ· ἔτι τε εἶναι, ὡς μὲν τὴν ηα πρὸς αζ, οὕτω δοθεῖσαν τὴν εβ πρὸς βζ· ὡς δὲ τὴν θβ πρὸς βζ, οὕτω τὴν αὐτὴν δοθεῖσαν τὴν εα πρὸς αζ· τοῦτο γὰρ ὡς δυνατὸν ποιεῖν προδέδεικται· καὶ διὰ τοῦ ζ τῇ αβ πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ κλζ· καὶ διὰ τῆς κλ ἐπίπεδον ἐκβληθὲν ὀρθὸν πρὸς τὴν αβ τεμνέτω τὴν σφαῖραν· λέγω ὅτι τὰ τμήματα τῆς σφαίρας πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχει τὸν τῆς γ πρὸς τὴν δ· ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ἡ ηα πρὸς αζ, οὕτως ἡ εβ πρὸς βζ· καὶ συνθέντι, ὡς ἄρα ἡ ηζ πρὸς ζα, οὕτω συναμφότερος ἡ εβ, βζ πρὸς βζ· ὁ ἄρα κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὴν κλ, ὕψος δὲ τὴν ζη, ἴσος ἐστὶ τῷ τμήματι τῆς σφαίρας τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὴν αὐτήν, ὕψος δὲ τὴν ζα· πάλιν ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ θβ πρὸς βζ, οὕτως ἡ εα πρὸς αζ· καὶ συνθέντι ἐστὶν ὡς ἡ θζ πρὸς βζ, οὕτω συναμφότερος ἡ εα, αζ πρὸς αζ· ὁ ἄρα κῶνος ὁ βάσιν ἔχων τὸν περὶ διάμετρον τὴν κλ κύκλον, ὕψος δὲ τὴν ζθ ἴσος ἐστὶ τῷ τμήματι τῆς σφαίρας, τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὴν αὐτήν, ὕψος δὲ τὴν βζ· ἐπεὶ οὖν οἱ εἰρημένοι κῶνοι ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν ὡς τὰ ὕψη, τουτέστιν ὡς ἡ θζ πρὸς ζη, τουτέστιν ἡ γ πρὸς τὴν δ, καὶ τὰ τμήματα ἄρα τῆς σφαίρας πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχει τὸν δοθέντα, ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

Ὡς δὲ δεῖ διὰ τοῦ δοθέντος σημείου περὶ τὰς δοθείσας ἀσυμπτώτους γράψαι ὑπερβολήν, δείξομεν οὕτως· ἐπειδὴ οὐκ αὐτόθεν κεῖται ἐν τοῖς Κωνικοῖς στοιχείοις· ἔστωσαν δύο εὐθεῖαι αἱ γα, αβ τυχοῦσαν γωνίαν περιέχουσαι τὴν πρὸς τὸ α, καὶ δεδόσθω σημεῖόν τι τὸ δ· καὶ προσκείσθω διὰ τοῦ δ περὶ ἀσυμπτώτους τὰς γα, αβ γράψαι ὑπερβολήν· ἐπεζεύχθω ἡ αδ, καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ ε· καὶ κείσθω τῇ δα ἴση ἡ αε, καὶ διὰ τοῦ δ τῇ αβ παράλληλος ἤχθω ἡ δζ καὶ κείσθω τῇ αζ ἴση ἡ ζγ· καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ γδ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ β, καὶ τῷ ἀπὸ τῆς γβ ἴσον ἔστω τὸ ὑπὸ δεη, καὶ ἐκβληθείσης τῆς αδ γεγράφθω περὶ αὐτὴν διὰ τοῦ δ ὑπερβολή, ὥστε τὰς καταγομένας δύνασθαι τὰ περὶ τὴν εη ὑπερβάλλοντα, ὁμοίῳ τῷ ὑπὸ δεη· λέγω ὅτι τῆς γεγραμμένης ὑπερβολῆς ἀσύμπτωτοί εἰσιν αἱ γα, αβ· ἐπεὶ γὰρ παράλληλός ἐστιν ἡ δζ τῇ βα, καὶ ἴση ἡ γζ τῇ ζα, ἴση ἄρα καὶ ἡ γδ τῇ δβ, ὥστε τὸ ἀπὸ τῆς γβ τετραπλάσιόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς γδ· καὶ ἔστι τὸ ἀπὸ γβ ἴσον τῷ ὑπὸ δεη· ἑκάτερον ἄρα τῶν ἀπὸ γδ, δβ, τέταρτον μέρος ἐστὶ τοῦ ὑπὸ δεη εἴδους· αἱ ἄρα γα, αβ ἀσύμπτωτοί εἰσι τῆς ὑπερβολῆς, διὰ τὸ πρῶτον θεώρημα τοῦ δευτέρου βιβλίου τῶν Ἀπολλωνίου Κωνικῶν στοιχείων.

Εἰς τὴν σύνθεσιν τοῦ δʹ.

Ἐν τῇ συνθέσει προσεκβαλλὼν τὴν διάμετρον τῆς σφαίρας τὴν δβ, καὶ ἀποθέμενος τὴν ἡμίσειαν αὐτῆς ἴσην τῇ ζβ· καὶ τεμὼν αὐτὴν εἰς τὸν δοθέντα λόγον κατὰ τὸ θ, καὶ ἐπὶ τῆς δβ λαβὼν τὸ χ οὕτως ὥστε εἶναι ὡς τὴν χζ πρὸς θζ, οὕτω τὸ ἀπὸ βδ πρὸς τὸ ἀπὸ δχ, τὰ αὐτὰ κατασκευάζων τοῖς πρότερον φησὶν, ὅτι γεγονέτω ὡς συναμφότερος ἡ κδχ πρὸς δχ, ὕτως ἡ ρχ πρὸς χβ, ϗ τίθησι τὸ ρ μεταξὺ τῶν θ, ζ· ὅτι δὲ τῦτο ὕτως ἔχει δεικτέον· ἐπεὶ γὰρ ἐςὶν ὡς συναμφότερος ἡ κδχ πρὸς δχ, ὕτως ἡ ρχ πρὸς χβ· διελόντι ὡς ἡ κδ πρὸς δχ, ἡ ρβ πρὸς χβ· ἐναλλὰξ ὡς ἡ κβ πρὸς ρβ, ἡ δχ πρὸς βχ· μείζων δὲ ἡ δχ τῆς χβ, μείζων ἄρα ϗ ἡ κβ τῆς βρ· τυτέςιν ἡ ζβ τῆς βρ, ὥςε τὸ ρ ἐντὸς τῦ ζ πεσεῖται· ὅτι δὲ ϗ ἐκτὸς τῦ θ δειχθήσεται ὁμοίως τοῖς ἐν τῇ ἀναλύσει προελθύσης πάσης συνθέσεως τῦ θεωρήματος· συνάγεται γὰρ ὅτι ἐςὶν ὡς ἡ ρχ πρὸς χλ, ἡ ζφ πρὸς θβ, ὥςε ϗ συνθέντι, ϗ διὰ τῦτο γὰρ ἀκόλυθος τοῖς ἄνω εἰρημένοις ϗ ἐνταῦθα ἡ δεῖξις.

Καὶ δι' ἴσυ ἐν τῇ τεταραγμένῃ ἀναλογίᾳ· τεταραγμένην ἀναλογίαν ἐν τοῖς ςοιχείοις ἐμάθομεν τριῶν ὄντων μεγεθῶν, ϗ ἄλλων αὐτοῖς ἴσων τὸ πλῆθος, ὅταν ᾖ ὡς μὲν ἡγύμενον πρὸς ἑπόμενον ἐν τοῖς πρώτοις μεγέθεσιν, ὕτως ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσιν ἡγύμενον πρὸς ἑπόμενον· ὡς δὲ ἑπόμενον πρὸς ἄλλο τι ἐν τοῖς πρώτοις, ὕτως ἐν τοῖς δευτέροις ἄλλο τί πρὸς ἡγύμενον· Κἀνταῦθα ὖν δέδεικται ὡς μὲν ἡγύμενον ἡ ρλ πρὸς ἑπόμενον τὴν λδ, ὕτως ἡγύμενον ἡ χζ πρὸς ἑπόμενον τὴν ζθ, ὡς δὲ ἑπόμενον ἡ δλ πρὸς ἄλλο τι τὴν δχ, ὕτως ἄλλο τι ἡ εζ πρὸς ἡγύμενον τὴν χζ. ἕπεται ἄρα ϗ δι' ἴσον ὡς δέδεικται ἐν τῷ πέμπτῳ τῶν ςοιχείων, ὡς ρλ πρὸς λχ, ὕτως ἡ βζ πρὸς ζθ.

Εἰς τὸ Ε΄.

Καὶ ἐπεὶ ὅμοιον ἐςὶ τὸ εζη τμῆμα τῷ θκλ τμήματι, ὅμοιος ἄρα ἐςὶ καὶ ὁ εζω κῶνος τῷ ψθη κώνῳ. νενοήσθωσαν γὰρ χωρὶς κείμεναι αἱ καταγραφαὶ ϗ ἐπεζευγμέναι αἱ εη, ηζ, εο, οζ, θλ, λκ, θξ, ξκ· ἐπεὶ ὖν ὅμοια ἐςὶ τὰ εζη, θκλ τμήματα, ἴσαι εἰσὶ ϗ αἱ ὑπὸ εηζ, θλκ γωνίαι, ὥςε ϗ αἱ ἡμίσειαι αὐτῶν· ϗ εἰσὶν ὀρθαὶ αἱ πρὸς τοῖς φ, υ. ϗ ἡ λοιπὴ ἄρα τῇ λοιπῇ ἐςὶν ἴση· ἰσογώνιον ἄρα τὸ ηφζ τρίγωνον τῷ λυ, ϗ ἔςιν ὡς ἡ κφ πρὸς φζ, ὕτως ἡ λυ πρὸς υκ. Διὰ τὰ αὐτὰ δὴ ἰσογωνίων ὄντων τῶν φζο, υκξ τριγώνων· Ἔςιν ὡς ἡ ζφ πρὸς φο, ἡ κυ πρὸς υξ· δι' ἴσον ἄρα ὡς ἡ κφ πρὸς φο, ἡ λυ πρὸς υξ· ϗ συνθέντι ὡς ἡ ηο πρὸς οφ, ἡ λξ πρὸς ξυ: ϗ τῶν ἡγυμένων τὰ ἥμισυ, ὡς ἡ σο πρὸς οφ, ἡ ρξ πρὸς ξυ· ϗ συνθέντι, ὡς συναμφότερος ἡ σοφ πρὸς φο, τυτέςιν ἡ ψυ πρὸς υλ· ἀλλ' ὡς ἡ κφ πρὸς φζ, ἡ λυ πρὸς υκ· ϗ δι' ἴσον ἄρα ὡς ἡ ωφ πρὸς φζ, ἡ ψυ πρὸς υκ· ϗ τῶν ἑπομένων τὰ διπλάσια. Ὡς ἄρα ἡ ωφ πρὸς εζ, ἡ ψυ πρὸς θκ, τῶν ἄρα ω εζ, ψθκ κώνων ἀνάλογον εἰσὶν οἱ ἄξονες ϗ διάμετροι τῶν βάσεων, ὅμοιοι ἄρα εἰσὶν οἱ κῶνοι, ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Λόγος δὲ τῆς ωφ πρὸς τὴν εζ δοθείς· ἐπεὶ γὰρ δέδοται τὰ τμήματα τῶν σφαιρῶν, δεδομέναι εἰσὶ ϗ αἱ διάμετραι τῶν βάσεων, ϗ τὰ ὕψη τῶν τμημάτων, ὥςε δέδοται ἡ εζ, καὶ ἡ ηφ, καὶ ἡ ἡμίσεια ἄρα τῆς εζ ἡ εφ δοθήσεται, ὥςε ϗ τὸ ἀπ' αὐτῆς· ϗ ἔςιν ἴσον τῷ ὑπὸ ηφο· ἐὰν δὲ δοθὲν παρὰ δοθεῖσαν παραβληθῇ πλάτος ποιεῖ δοθεῖσαν, δοθεῖσα ἄρα ἡ φο, ἀλλὰ καὶ ἡ φη, καὶ ὅλη ἄρα ἡ διάμετρος τῆς σφαίρας δοθεῖσά ἐςὶ, ϗ διὰ τῦτο ἐςὶ ϗ ἡ μίσεια αὐτῆς δέδοται ἡ σο· ἀλλὰ μὴν ϗ ἡ οφ· δέδοται ἄρα καὶ ὁ τῆς σο πρὸς οφ λόγος, καὶ συνθέντι ὡς συναμφοτέρυ τῆς σοφ πρὸς τὴν οφ λόγος δοθεὶς ἔςιν, τυτέςι τῆς ωφ πρὸς φη· ϗ δέδοται ἄρα ϗ ἡ ωφ· ἀλλὰ μὴν καὶ ἡ εζ· δέδοται ἄρα ϗ ὁ τῆς ωφ πρὸς εζ λόγος· τὰ αὐτὰ δὲ ἂν ῥηθείη ϗ ἐπεὶ τῦ αβγ τμήματος, ϗ συναχθήσεται ἡ τῆς χτ πρὸς αβ λόγος δοθεὶς, ϗ διὰ τὸ δοθεῖσαν εἶναι τὴν αβ, δοθεῖσα ἐςὶ καὶ ἡ χτ.

Ὅτι δ' ἂν τὰ τμήματα δεδομένα ᾖ, ϗ τὰ ὕψη αὐτῶν δοθήσονται, πρόδηλον μέν· ἵνα δὲ ϗ τῦτο ἀκολύθως τῇ ςοιχειώσει τῶν δεδομένων δοκεῖ συνάγεσθαι, λεχθήσεται. ἐπειδὴ δέδοται τὰ τμήματα τῇ θέσει ϗ τῷ μεγέθει, δέδοται ϗ ἡ εζ· ϗ ἡ ἐν τῷ τμήματι γωνία, ὥςτε ϗ ἡ ἡμίσεια αὐτῆς, ϗ ἐὰν νοήσωμεν ἐπιζευγνυμένην τὴν εκ δεδομένης τῆς πρὸς τῷ φ ὀρθῆς· δεδομένη ἔςαι ϗ ἡ λοιπή· ϗ τὸ εηφ τρίγωνον τῷ εἴδει· ὥςε ϗ ὁ τῆς εφ πρὸς φη λόγος δοθεὶς ἔςαι· ϗ δέδοται ἡ εφ ἡμίσεια ὖσα τῆς εζ, δέδοται ἄρα ϗ ἡ φη· ἔνεςι δὲ ϗ ἄλλως λέγειν· ἐπεὶ δέδοται ἡ εζ τῇ θέσει, ϗ ἀποδεδομένυ τῦ φ, διχοτομία γὰρ ἐςὶ τῆς εζ πρὸς ὀρθὰς ἦκται ἡ φη τῇ θέσει· δέδοται ἄρα δὲ ϗ ἡ περιφέρεια τῦ τμήματος τῇ θέσει, δέδοται ἄρα τὸ η. ἦν δὲ ϗ τὸ φ δεδόμενον. Δέδοται ἄρα ϗ ἡ φη· ἐπεὶ ἐςὶν ὡς ἡ ψυ πρὸς χτ, τυτέςι τὸ ἀπὸ τῆς βα πρὸς τὸ ἀπὸ θκ, ὕτως ἡ κθ πρὸς δ· ἐπεὶ γὰρ γέγονεν ὡς ἡ ψυ πρὸς θκ, ἡ χτ πρὸς δ· ἐναλλὰξ ἡ ψυ πρὸς χτ ἡ κθ πρὸς δ· ἀλλ' ὡς ἡ ψυ πρὸς χτ, τὸ ἀπὸ αβ πρὸς τὸ ἀπὸ θκ· ἴσων γὰρ ὄντων τῶν κώνων, ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν· ὡς δὲ αἱ βάσεις πρὸς ἀλλήλυς, ὕτω τὰ ἀπὸ τῶν διαμέτρων τετράγωνα; Καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ βα πρὸς τὸ ἀπὸ θκ, ἡ θκ πρὸς τὸν δ. ϗ ἐναλλὰξ ὡς ἡ αβ πρὸς θκ, ἡ ϛ πρὸς τὴν δ· ἐπειδὴ τῷ λόγῳ τοῦ ἀπὸ τῆς βα πρὸς τὸ ἀπὸ θκ, ὁ αὐτὸς ἐδείχθη ὁ τῆς βα πρὸς ϛ, καὶ ὁ τῆς κθ πρὸς δ, καὶ ὁ τῆς βα ἄρα πρὸς ϛ, ὁ αὐτὸς ἐςὶ τῷ τῆς κθ πρὸς δ· ὥςε ἐναλλὰξ ἐςὶν ὡς ἡ βα πρὸς θκ, ἡ ϛ πρὸς δ.

Εἰς τὴν σύνθεσιν τοῦ Ε′.

Ἐπειδὴ ἀνάλογον εἰσὶν αἱ αβ, θκ, ϛ, δ, ἔςιν ὡς τὸ ἀπὸ αβ πρὸς τὸ ἀπὸ θκ, ἡ θκ πρὸς δ· καθόλου γὰρ ἐὰν ὦσι τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ἔςαι, ὡς τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας, ἡ δευτέρα πρὸς τὴν τετάρτην· Ἐπεὶ γὰρ ἐςὶν ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν δευτέραν, ἡ τρίτη πρὸς τὴν τετάρτην, ἐναλλὰξ ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, ἡ δευτέρα πρὸς τὴν τετάρτην· ἀλλ᾽ ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, οὕτω τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας· καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας, ἡ δευτέρα πρὸς τὴν τετάρτην.

Εἰς τὸ ϛ′.

Ἐπεὶ δὲ ὅμοιον ἐςὶ τὸ κλμ τῷ αβγ τμήματι, ἔςιν ἄρα ὡς ἡ ρλ πρὸς ρε, ἡ βπ πρὸς πθ· ἐὰν γὰρ ἐπιζευχθῶσιν αἱ μν, γθ, ἐπεὶ ὅμοια ἐςὶ τὰ τμήματα, ἴσαι εἰσὶ καὶ αἱ πρὸς τοῖς βλ γωνίαι· εἰσὶ δὲ καὶ αἱ πρὸς τοῖς μ, γ ὀρθαὶ καὶ ἡ λοιπὴ ἄρα τῇ λοιπῇ, καὶ ἰσογώνια ἐςὶ τὰ τρίγωνα, καὶ ἔςιν ὡς ἡ θβ πρὸς θγ, οὕτως ἡ λν πρὸς μν· ἀλλ᾽ ὡς ἡ θγ πρὸς θπ, ἡ μν πρὸς νρ, διὰ τὴν ὁμοιότητα τῶν γθπ, μνρ τριγώνων, καὶ δι᾽ ἴσου ἄρα ὡς ἡ βθ πρὸς θπ, ἡ θπ, ἡ λυ πρὸς υρ· ὥςε καὶ διελόντι, ὡς ἡ βπ πρὸς πθ, οὕτως ἡ λρ πρὸς ρυ· λόγος δὲ τῆς εζ πρὸς βγ δοθεὶς, δοθεῖσα ἄρα ἑκατέρα· ἐπεὶ γὰρ δέδοται τὰ τμήματα τῶν σφαιρῶν, δεδομέναι εἰσὶ καὶ αἱ διάμετροι τῶν βάσεων, καὶ τὰ ὕψη τῶν τμημάτων, ὥςε ἐπεὶ δέδοται ἡ αγ, δέδοται καὶ ἡ ἡμίσεια αὐτῆς ἡ γπ, δέδοται δὲ καὶ ἡ βπ, καὶ ὀρθὴν γωνίαν περιέχουσιν· δέδοται ἄρα καὶ ἡ βγ διὰ τὰ αὐτὰ δὴ, καὶ ἡ εζ δοθεῖσα ἐςὶν, ὥςε καὶ ὁ τῆς βγ πρὸς εζ λόγος δοθεὶς ἐςίν.

Εἰς τὴν σύνθεσιν τοῦ ϛ′.

Ὅμοια ἄρα ἐςὶ τὰ ἐπὶ τῶν κμ, αγ τμήματα κύκλων· ἐὰν γὰρ ὡς ἐν τῇ ἀναλύσει ἐπιζευχθῶσιν αἱ γθ, μν, ἐπεὶ ὀρθαὶ εἰσὶν αἱ πρὸς τοῖς γ, μ καὶ κάθεται αἱ γπ, μρ μέσαι ἀνάλογον εἰσὶν τῶν τῆς βάσεως τμημάτων, ὥςε ἐςὶν ὡς ἡ πρώτη ἡ βπ, πρὸς τὴν τρίτην τὴν πθ, οὕτω τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης, πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας τῆς βγ· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὡς ἡ λρ πρὸς ρυ, οὕτω τὸ ἀπὸ λρ πρὸς τὸ ἀπὸ ρμ· καὶ ἔςιν ὡς ἡ βπ πρὸς πθ, ἡ ρλ πρὸς ρυ· καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ βπ πρὸς τὸ ἀπὸ πγ, οὕτω τὸ ἀπὸ λρ πρὸς τὸ ἀπὸ ρμ· καὶ ὡς ἄρα ἡ πβ πρὸς πλρ, πρὸς ρμ· καὶ περὶ ἴσας γωνίας αἱ πλευραὶ ἀνάλογον εἰσί. ἰσογώνια ἄρα τὰ τρίγωνα· ἴσαι ἄρα πρὸς τοῖς β, λ γωνίαι, καὶ αἱ διπλασίους αὐτῶν αἱ ἐν τοῖς τμήμασιν, ὅμοια ἄρα εἰσὶ τὰ τμήματα.

Εἰς τὸ Ζ′.

Λόγος ἄρα δεδομένος συναμφοτέρου τῆς εδζ πρὸς δζ· ἐπεὶ γὰρ συναμφότερος ἡ εδ, δζ πρὸς δζ λόγον ἔχει δεδομένον. Ἐὰν μέγεθος πρός τι μόριον ἑαυτοῦ, λόγον ἔχει δεδομένον, καὶ πρὸς τὸ λοιπὸν λόγον ἕξει δεδομένον, ὥςε συναμφότερος ἡ εδζ πρὸς εδ λόγον ἔχει δεδομένον. Ἐπεὶ οὖν ἑκατέρα τῶν εδ, δζ πρὸς συναμφότερον τὴν εδ λόγον ἔχει δεδομένον, καὶ πρὸς ἀλλήλας λόγον ἔχουσι δεδομένον· δέδοται ἄρα ὁ τῆς εδ πρὸς δζ λόγος, καὶ δέδοται ἡ εδ· δέδοται γὰρ ἡ διάμετρος, δέδοται ἄρα καὶ ἡ δζ· λοιπὴ ἄρα ἡ ζβ δοθήσεται, ὥςε καὶ τὸ ὑπὸ δζβ, τουτέςι τὸ ἀπὸ αζ, τουτέςιν ἡ αζ, δοθεῖσα ἔςαι· καὶ ὅλη ἄρα ἡ αγ· καὶ ἄλλως δὲ λέγοις ἂν, ὅτι ἡ αγ δοθεῖσα ἐςίν. Ἐπεὶ γὰρ δέδοται ἡ διάμετρος ἡ δβ τῇ θέσει· δέδοται δὲ καὶ τὸ ζ ὡς ἦκται, καὶ ἀπὸ δεδομένου τοῦ ζ πρὸς ὀρθὰς ἦκται ἡ αγ, δέδοται ἡ αγ τῇ θέσει, ἀλλὰ καὶ ἡ τοῦ κύκλου περιφέρεια· δοθέντα ἄρα τὰ α, γ, καὶ αὐτὴ ἡ αζγ δοθεῖσα ἐςί.

Καὶ ἐπεὶ συναμφότερος μὲν ἡ εδζ πρὸς δζ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ συναμφότερος ἡ εδβ πρὸς δβ· ἐπεὶ γὰρ ἡ εδ μείζων ἢ ἡμίσεια ἐςὶ τῆς δζ, συναμφότερος ἄρα ἡ εδζ τῆς δζ μείζων ἐςὶν ἢ ἡμιόλια συναμφότερος δὲ ἡ εδ, δβ τῆς δβ ἡμιόλια· μείζονα ἄρα λόγον ἔχει ἡ εδζ πρὸς δζ, ἤπερ ἡ εδβ πρὸς δβ, ἢ καὶ ἄλλως, ἐπεὶ μείζων ἐςὶν ἡ δβ τῆς δζ, ἄλλη δέ τις ἡ εδ, ἡ εδ ἄρα μείζονα λόγον ἔχει πρὸς θζ, ἤπερ ἡ εδ πρὸς δβ συνθέντι συναμφότερος ἡ εδζ πρὸς δζ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ συναμφότερος ἡ εδβ πρὸς δβ, ἡ σύνθεσις τοῦ θεωρήματος σαφὴς διὰ τῶν ἐνταῦθα εἰρημένων.

Εἰς τὸ Η.

Ἡ θζ πρὸς ζη ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ διπλασίονα τοῦ ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ βα πρὸς τὸ ἀπὸ αδ. τουτέστιν ἡ βζ πρὸς ζδ· ἐπεὶ γὰρ ἐν ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ ἀπὸ τῆς ὀρθῆς κάθετος ἦκται ἡ αζ τῶν πρὸς τῇ καθέτῳ τριγώνων ὁμοίων ὄντων, ἔστιν ὡς ἡ ζβ πρὸς βα, ἡ αβ πρὸς βδ· καὶ ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, οὕτω τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας· καὶ τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς τρίτης, ὡς ἀνωτέρω δέδεικται· ὡς ἄρα ἡ ζβ πρὸς βδ, τὸ ἀπὸ αβ πρὸς τὸ ἀπὸ βδ· ἀλλ' ὡς ἡ βδ πρὸς δζ, οὕτω τὸ ἀπὸ βδ πρὸς τὸ ἀπὸ δα· ὡς γὰρ ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, οὕτω τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας· καὶ δι' ἴσου ἄρα, ὡς τὸ ἀπὸ βα πρὸς τὸ ἀπὸ δα, οὕτως ἡ βζ πρὸς δζ· συναχθείη δ' ἂν τὸ αὐτὸ καὶ ἄλλως οὕτως· ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς ἡ βζ πρὸς ζδ, οὕτω τὸ ὑπὸ ζβδ πρὸς τὸ ὑπὸ βδζ, τῆς βδ κοινοῦ ὕψους λαμβανομένης· καὶ ἔστι τὸ μὲν ὑπὸ δβζ ἴσον τὸ ἀπὸ βα· τὸ δὲ ὑπὸ βδζ ἴσον τὸ ἀπὸ δα· ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ βα πρὸς τὸ ἀπὸ δα, οὕτως ἡ βζ πρὸς δζ.

Καὶ ἐπεί, ἡ θζ πρὸς ζκ ἢ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἡ θβ πρὸς βκ· καθόλου γὰρ ἐὰν ὦσι δύο μεγέθη ἄνισα, καὶ προστεθῇ αὐτοῖς ἴσα τὸ μεῖζον πρὸς τὸ ἔλασσον μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ συντεθὲν πρὸς τὸ συντεθέν· ἔστωσαν γὰρ δύο εὐθεῖαι ἄνισοι αἱ αβ, γδ. καὶ προσκείσθωσαν αὐταῖς αἱ βε, δζ· λέγω ὅτι ἡ αβ πρὸς γδ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ αε πρὸς γζ, ἐπεὶ γὰρ μείζων ἐστὶν ἡ αβ τῆς γδ, ἡ αβ ἄρα πρὸς βε μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ γδ πρὸς τὴν βε, τουτέστι πρὸς δζ· ὥστε καὶ συνθέντι ἡ αε πρὸς εβ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ γζ πρὸς τὴν δζ, διὰ τὰ προδεδειγμένα.

Ἔλαττον ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν θζ η τοῦ ἀπὸ ζκ· ἐὰν γὰρ ὦσι τρεῖς εὐθεῖαι συνεχεῖς, ὡς αἱ α, β, γ, ὥστε τὴν α, πρὸς τὴν β ἐλάσσονα λόγον ἔχειν, ἤπερ τὴν πρὸς τὴν γ· τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων τῶν α, γ, ἔλασσον ἐστὶ τοῦ ἀπὸ τῆς μέσης τῆς β· ἐὰν γὰρ ποιήσωμεν, ὡς τὴν α πρὸς τὴν β, οὕτω τὴν β πρὸς ἄλλην τινά, ἔσται πρὸς μείζονα τῆς γ, ἤπερ δεῖ ἐλαττῶσαι τὸν τῆς β πρὸς γ λόγον, καὶ ἔσται τὸ ὑπὸ τῆς α καὶ τῆς μείζονα τῆς γ ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς β· ὥστε τὸ ὑπὸ τῶν α, γ ἔλασσον ἐστὶ τοῦ ἀπὸ τῆς β.

Τὸ ἄρα ὑπὸ θζη πρὸς τὸ ἀπὸ ζη ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ἀπὸ αζ πρὸς τὸ ἀπὸ ζη. ὡς γὰρ ἡ θζ πρὸς ζη, οὕτω τὸ ὑπὸ θζη πρὸς τὸ ἀπὸ ζη· τὸ δὲ ὑπὸ θζη τοῦ ἀπὸ ζκ ἔλασσον τὸ δὲ μεῖζον πρὸς τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ἔλασσον· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ βε τῇ εδ, ἔλασσον ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν βζδ τοῦ ὑπὸ τῶν βεδ· τὸ μὲν γὰρ ὑπὸ βεδ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ εδ, τὰ δὲ ἀπὸ βζδ μετὰ τοῦ ἀπὸ εζ ἴσον ἐστὶ τῷ αὐτῷ· καὶ δῆλον ὅτι ὅσῳ τῆς διχοτομίας ἐφέστηκεν τὸ ζ μεῖζον, ἔλασσον ἐστὶ τοῦ ὑπὸ τῶν ἴσων· μετὰ γὰρ μείζονος τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν, ἴσον γίνεται τὸ ὑπὸ τῶν ἴσων, ὥστε εὐθεῖα κἂν εἰς ἄνισα τέμνεται κατ' ἄλλο καὶ ἄλλο σημεῖον τὸ ὑπὸ τῶν τμημάτων τῶν ἔγγιον τῆς διχοτομίας, μεῖζον ἐστὶ τοῦ ὑπὸ τῶν ἀπωτέρων τμημάτων.

Ἡ βζ ἄρα πρὸς βε ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ εδ πρὸς δζ· καθόλου γὰρ ἐὰν τέσσαρες ὅροι ὡς οἱ α, β, γ, δ, ε· καὶ ἡ τὸ ὑπὸ τῶν αδε, ἔλασσον τοῦ ὑπὸ βγ, ὁ α πρὸς τὸν β ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ὁ γ πρὸς δε· ἔστω γὰρ τὸ ὑπὸ τῶν βγ ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν αζε· ἔστιν ἄρα ὡς ὁ α πρὸς τὸν β, ὁ γ πρὸς τὸν ζε· ὁ δὲ γ πρὸς τὸν ζε ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ πρὸς τὸν εδ καὶ ὁ αε πρὸς τὸν β ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ὁ γ πρὸς δε.

Ἔστιν ἄρα ὡς ἡ θβ πρὸς βκ, τὸ ἀπὸ θν πρὸς τὸ ἀπὸ νκ· ἐπεὶ γὰρ τῷ ὑπὸ θβκ ἴσον ἐστὶ τὰ ἀπὸ βν, αἱ τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον εἰσὶν ὡς ἡ θβ πρὸς βυ, ὁ νβ πρὸς βκ· καὶ ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, ἡ θβ πρὸς βκ· οὕτω τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς τρίτης, τουτέστι τὸ ἀπὸ βυ πρὸς τὸ ἀπὸ βκ, ὡς δέδεικται ἀνωτέρω. πάλιν ἐστὶν ὡς ἡ θβ πρὸς βν, ἡ υβ πρὸς βκ· συνθέντι ὡς ἡ θν πρὸς νβ, ἡ κν πρὸς κβ ἐναλλὰξ ὡς ἡ θν πρὸς νκ, ἡ νβ πρὸς βκ καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ θν πρὸς τὸ ἀπὸ νκ, οὕτω τὸ ἀπὸ νβ πρὸς τὸ ἀπὸ βκ· ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ νβ πρὸς τὸ ἀπὸ βκ, οὕτως ἐδείχθη ἡ θβ πρὸς βκ· καὶ ὡς ἄρα ἡ θβ πρὸς βκ, οὕτω τὸ ἀπὸ θν πρὸς τὸ ἀπὸ νκ· τὸ δὲ ἀπὸ θζ πρὸς τὸ ἀπὸ ζκ, μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ἀπὸ θν πρὸς τὸ ἀπὸ νκ πάλιν γὰρ δύο ἀνίσας ταῖς θζ, ζκ πρόσκειται ἡ νζ, καὶ διὰ τὸ ἀνωτέρω εἰρημένον ἡ θζ πρὸς ζκ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ θν πρὸς νκ, ὥστε καὶ τὰ διπλάσια· τὸ ἄρα ἀπὸ θζ πρὸς τὸ ἀπὸ ζκ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ἀπὸ θν πρὸς τὸ ἀπὸ νκ, τουτέστιν ἡ θβ πρὸς βε, τουτέστιν ἡ κζ πρὸς ζη· ἡ ἄρα θζ πρὸς ζη μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ἡμιόλιον τοῦ τῆς κζ πρὸς ζη· νοείσθωσαν γὰρ χωρὶς κείμεναι εὐθεῖαι, ὡς αἱ αβ, γ, δ. ὥστε τὸ ἀπὸ αβ πρὸς τὸ ἀπὸ γ μείζονα λόγον ἔχειν, ἤπερ, τὴν γ πρὸς τὴν δ· λέγω ὅτι ἡ αβ πρὸς δ μείζονα ἢ ἡμιόλιον λόγον ἔχει, τοῦ ὃν ἔχει ἡ γ πρὸς τὴν δ· εἰλήφθω γὰρ τῶν γ, δ μέση ἀνάλογον ἡ ε· Ἐπεὶ οὖν τὸ ἀπὸ αβ πρὸς τὸ ἀπὸ γ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ γ πρὸς τὴν δ, ἀλλ' ὁ μὲν τοῦ ἀπὸ αβ πρὸς τὸ ἀπὸ γ λόγος διπλάσιον ἐστὶν τοῦ τῆς αβ πρὸς γ· ὁ δὲ τῆς γ πρὸς τὴν δ διπλασίων ἐστὶ τοῦ τῆς γ πρὸς ε, καὶ ἡ αβ ἄρα πρὸς γ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ γ πρὸς ε. γεγονέτω οὖν ὡς ἡ ε πρὸς τὴν γ, ἡ γ πρὸς τὴν βζ· καὶ ἐπεὶ τέσσαρες εὐθεῖαι ἑξῆς ἀνάλογον εἰσὶν αἱ βζ, γ, ε, δ· ἡ βζ ἄρα πρὸς δ τριπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ βζ πρὸς γ, τουτέστιν ἡ γ πρὸς ε· ἔχει δὲ καὶ ἡ γ πρὸς δ διπλασίονα λόγον τοῦ τῆς γ πρὸς ε· ἡ ἄρα βζ πρὸς δ ἡμιόλιον.

Λῆμμα εἰς τὸ ἑξῆς.

Ἔστωσαν τέσσαρες ὅροι οἱ α, γ, δ, β· λέγω ὅτι ὁ συγκείμενος λόγος ἐκ τοῦ ὑπὸ τῶν α, β πρὸς τὸ ἀπὸ γ μετὰ τοῦ τῆς β πρὸς δ λόγου, ὁ αὐτὸς ἐστὶ τὸ ὑπὸ αβ ἐπὶ τὴν β πρὸς τὸ ἀπὸ γ ἐπὶ τὴν δ· ἔστω γὰρ τῷ μὲν ὑπὸ αβ ἴσος ὁ κ, τῷ δὲ ἀπὸ γ ἴσος ὁ λ· καὶ γεγονέτω ὡς ὁ β πρὸς δ, οὕτως ὁ λ πρὸς μ· Ὁ ἄρα τοῦ κ πρὸς μ λόγος σύγκειται ἐκ τοῦ κ πρὸς λ, τουτέστι τοῦ ὑπὸ αβ πρὸς τὸ ἀπὸ γ, καὶ τοῦ λ πρὸς μ τουτέστι τοῦ β πρὸς δ· ὁ δὲ κ τὸν β πολλαπλασιάσας τὸν ν ποιείτω· ὁ δὲ λ τὸν β πολλαπλασιάσας, τὸν ξ ποιείτω τὸν δὲ δ πολλαπλασιάσας, τὸν ο· Ἐπεὶ οὖν τὸ ὑπὸ τῶν αβ ὁ κ ἐστὶν, ὁ δὲ κ τον β πολλαπλασιάσας τὸν ν πεποίηκεν, ὁ ἄρα, ν ἐστὶν ὁ ὑπὸ αβ ἐπὶ τὸν β· πάλιν ἐπεὶ ὁ αὐτὸς ἀπὸ γ ὁ λ ἐστίν· ὁ δὲ λ τὸν δ πολλαπλασιάσας τὸν ο πεποίηκεν· Ὁ ο ἄρα ἐστὶν ὁ ἀπὸ τοῦ γ ἐπὶ τὸν δ, ὥστε ὁ τοῦ ὑπὸ αβ ἐπὶ τὸν β λόγος πρὸς τὸ ἀπὸ γ ἐπὶ τὸν δ λόγος, ὁ αὐτὸς ἐστὶ τῷ τοῦ ν πρὸς ο· δεῖ ἄρα δεῖξαι, ὅτι ὁ τοῦ κ πρὸς μ λόγος ὁ αὐτὸς ἐστὶ τῷ τοῦ ν πρὸς ο· ἐπεὶ οὖν ἑκάτερος τῶν κ, λ τὸν β πολλαπλασιάσας, ἑκάτερον τὸν ν, ξ πεποίηκεν· ἐστὶν ἄρα ὡς ὁ κ πρὸς τὸν λ, οὕτως ὁ ν πρὸς ξ· πάλιν ἐπεὶ ὁ λ ἑκάτερον τῶν β, δ πολλαπλασιάσας ἑκάτερον τῶν ξ, ο πεποίηκεν· ἔστιν ἄρα ὡς ὁ β πρὸς δ, ὁ ξ πρὸς ο· ἀλλ' ὡς ὁ β πρὸς δ, ὁ λ πρὸς τὸν μ· Καὶ ὡς ἄρα ὁ λ πρὸς μ, ὁ ξ πρὸς ο· οἱ ἄρα κ, λ, μ τοῖς ν, ξ, ο, ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσὶ σὺν δύο λαμβανόμενοι, καὶ δὴ ἴσον ἄρα ἐστὶν ὡς ὁ κ πρὸς μ, οὕτως ὁ ν πρὸς ο· καὶ ὁ τοῦ κ πρὸς μ λόγος, ὁ αὐτὸς τῷ συγκειμένῳ ἐκ τοῦ ὑπὸ αβ πρὸς τὸν ἀπὸ γ, καὶ τοῦ ὃν ἔχει ὁ β πρὸς δ· ὁ δὲ τοῦ ν πρὸς ο λόγος, ὁ αὐτὸς ἐστὶ τῷ ὑπὸ αβ ἐπὶ τὸν β πρὸς τὸν ἀπὸ γ ἐπὶ τὸν δ· Ὁ ἄρα συγκείμενος λόγος ἐκ τοῦ ὑπὸ αβ πρὸς τὸν ἀπὸ γ, καὶ τοῦ ὃν ἔχει ὁ β πρὸς δ, ὁ αὐτὸς ἐστὶ τῷ ὑπὸ αβ ἐπὶ τὸν β πρὸς τὸν ἀπὸ γ ἐπὶ τὸν δ.

Φανερὸν δὲ, καὶ ὅτι τὸ ὑπὸ αβ ἐπὶ τὸν β ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ β ἐπὶ τὸν α· ἐπεὶ γὰρ ἐστὶν ὡς ὁ α πρὸς τὸν β, οὕτω τὸ ὑπὸ αβ πρὸς τὸ ἀπὸ τοῦ β, τοῦ β κοινοῦ ὕψους λαμβανομένου· ἐὰν δὲ τέσσαρες ὅροι ἀνάλογοι ὦσιν· τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων, ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν μέσων· ὁ ἄρα ὑπὸ αβ ἐπὶ τὸν β, ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ β ἀπὸ τὸν α.

Εἰς τὸ ἄλλως τοῦ η′.

Ἔρηται ἐν τοῖς προλαβοῦσιν, ὡς ἐὰν δύο μεγέθεων ληφθῇ τὸ μέσον, ὁ τῶν ἄκρων λόγος σύγκειται ἐκ τοῦ ὃν ἔχει τὸ πρῶτον πρὸς τὸ μέσον, καὶ τὸ μέσον πρὸς τὸ τρίτον. Ὁμοίως δὲ κἂν πλείονα μέσα ληφθῇ, ὁ τῶν ἄκρων λόγος σύγκειται ἐκ τῶν λόγων ὧν ἔχουσι πάντα κατὰ τὸ ἑξῆς πρὸς ἄλληλα τὰ μεγέθη καὶ ἐνταῦθα οὖν φησὶν, ὅτι ὁ τοῦ βαδ τμήματος πρὸς τὸ βγβ τμῆμα λόγος σύγκειται, ἔκ τε τοῦ ὃν ἔχει τὸ βαδ τμῆμα πρὸς τὸν κῶνον, οὗ βάσις μὲν ἐστὶν ὁ περὶ διάμετρον τὴν βδ κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ σημεῖον· Καὶ ὁ αὐτὸς κῶνος πρὸς τὸν κῶνον τὸν βάσιν μὲν ἔχοντα τὴν αὐτὴν, κορυφὴν δὲ τὸ γ σημεῖον καὶ ὁ εἰρημένος κῶνος πρὸς τὸ βγδ τμῆμα δηλαδὴ τοῦ δαβ τμήματος, καὶ τοῦ βγδ μέσων λαμβανομένων τῶν εἰρημένων κωνικῶν· ἀλλ' ὁ μὲν τοῦ βαδ τμήματος πρὸς τὸν βαδ κῶνον, ὁ τῆς κθ ἐστὶ πρὸς θγ, διὰ τὸ πόρισμα τοῦ δευτέρου θεωρήματος τοῦ δευτέρου βιβλίου. Ἐλέγετο γὰρ τὸ τμῆμα πρὸς τὸν ἐν ἑαυτῷ κῶνον τοῦτον ἔχειν τὸν λόγον, ὃν ἔχει συναμφότερος, ἥ τε ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας, καὶ τὸ ὕψος τοῦ λοιποῦ τμήματος πρὸς τὸ ὕψος τοῦ λοιποῦ τμήματος· ὁ δὲ τοῦ βαδ κώνου πρὸς τὸν βγδ κῶνον, ὁ τῆς αθ ἐστὶ πρὸς θγ· Ἐπεὶ γὰρ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντες πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν ὡς τὰ ὕψη· ὁ δὲ τοῦ β γδ κώνου πρὸς τὸ βγδ τμῆμα, ὁ τῆς αθ ἐστὶ πρὸς θζ, διὰ τὸ ἀνάπαλιν τοῦ εἰρημένου πορίσματος, ὥστε ὁ τοῦ βαδ τμήματος πρὸς τὸ βγδ τμῆμα λόγος σύγκειται, ἔκ τε τοῦ τῆς ηθ πρὸς θγ, καὶ τοῦ τῆς αθ πρὸς θγ, καὶ τοῦ τῆς αθ πρὸς θζ· ὁ δὲ συγκείμενος λόγος ἔκ τε τοῦ τῆς ηθ πρὸς θγ, μετὰ τοῦ τῆς αθ πρὸς θγ ὁ τοῦ ὑπὸ ηθα ἐστὶ πρὸς τὸ ἀπὸ θγ· τὰ γὰρ ἰσογώνια παραλληλόγραμμα λόγον ἔχει τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν· ὁ δὲ τοῦ ὑπὸ ηθα πρὸς τὸ ἀπὸ γθ, μετὰ τοῦ τῆς αθ πρὸς θζ, ὁ τοῦ ὑπὸ ηθα ἐστὶν ἐπὶ τὴν θα, πρὸς τὸ ἀπὸ γθ ἐπὶ τὴν θζ, ὡς δέδεικται ἐν τῷ προληφθέντι λήμματι· ὁ δὲ τοῦ ὑπὸ ηθα ἐπὶ τὴν θα, ὁ αὐτός ἐστι τῷ ἀπὸ αθ ἐπὶ τὴν θη· καὶ τοῦτο γὰρ συναποδέδεικται ἐν τῷ προληφθέντι· ὁ ἄρα τοῦ τμήματος πρὸς τὸ τμῆμα λόγος ὁ αὐτός ἐστι τῷ τοῦ ἀπὸ αθ ἐπὶ τὴν θη, πρὸς τὸ ἀπὸ γθ ἐπὶ τὴν θζ. Ἐπεὶ οὖν δεῖ δεῖξαι, ὅτι τὸ τμῆμα πρὸς τὸ τμῆμα ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ διπλάσιον τοῦ τῆς ἐπιφανείας πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν λόγου, δεῖ ἄρα δεῖξαι, ὅτι τὸ ἀπὸ αθ ἐπὶ τὴν θη, πρὸς τὸ ἀπὸ γθ ἐπὶ τὴν θζ, ἐλάσσονα ἢ διπλασίονα λόγον ἔχει τοῦ ὃν ἔχει ἡ ἐπιφάνεια τοῦ βαδ τμήματος, πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ βγδ· τουτέστι τοῦ ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ αβ πρὸς τὸ ἀπὸ γβ· ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ αβ πρὸς τὸ ἀπὸ βγ, οὕτως ἡ αθ πρὸς θγ· δέδεικται γὰρ τοῦτο ἐν τοῖς προλαβοῦσι θεωρήμασι. Δεῖ ἄρα δεῖξαι, ὅτι τὸ ἀπὸ αθ ἐπὶ τὴν θη, πρὸς τὸ ἀπὸ γθ ἐπὶ τὴν θζ ἐλάσσονα, ἢ διπλασίονα λόγον ἔχει τοῦ τῆς αθ πρὸς θγ· ἀλλὰ τὸν τῆς αθ πρὸς θγ λόγου διπλάσιός ἐστιν ὁ τοῦ ἀπὸ αθ πρὸς τὸ ἀπὸ θγ· καὶ ὅτι ἄρα τὸ ἀπὸ αθ ἐπὶ τὴν θη πρὸς τὸ ἀπὸ γθ ἐπὶ τὴν θζ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ἀπὸ αθ πρὸς τὸ ἀπὸ θγ. Ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ αθ πρὸς τὸ ἀπὸ θγ τῆς θη κοινοῦ ὕψους λαμβανομένης, οὕτω τὸ ἀπὸ αθ ἐπὶ τὴν θη, πρὸς τὸ ἀπὸ γθ ἐπὶ τὴν θη· χρὴ ἄρα δειχθῆναι, ὅτι τὸ ἀπὸ αθ ἐπὶ τὴν θη, πρὸς τὸ ἀπὸ γθ ἐπὶ τὴν θζ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ αὐτὸ τὸ ἀπὸ αθ ἐπὶ τὴν θη, πρὸς τὸ ἀπὸ γθ ἐπὶ τὴν θη· πρὸς ὃ δὲ τὸ αὐτὸ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἐκεῖνο μεῖζον ἐστί· δεῖ ἄρα δεῖξαι, ὅτι τὸ ἀπὸ γθ ἐπὶ τὴν ζθ μεῖζον ἐστὶ τοῦ ἀπὸ γθ ἐπὶ τὴν θη· τουτέστιν ὅτι μείζων ἡ ζθ τῆς θη· ἔστι δὲ τοῦτο φανερόν· ἀνίσοις γὰρ ταῖς αθ, θγ ἴσαι πρόσκεινται αἱ ζα, γη.

Ταῦτα εἰπών, αὐτὸς μὲν οὐκ ἐπήγαγε τὴν σύνθεσιν, ἡμεῖς δ' αὐτὴν προσθήσομεν. ἐπεὶ ἡ ζθ τῆς θη μείζων ἐστὶ τὸ ἀπὸ γθ ἐπὶ τὴν θζ, μεῖζον ἐστὶ τοῦ ἀπὸ γθ ἐπὶ τὴν θη· ὡς δὲ τὸ ἀπὸ αθ ἐπὶ τὴν θη πρὸς τὸ ἀπὸ γθ ἐπὶ τὴν θζ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ αὐτὸ τὸ ἀπὸ αθ ἐπὶ τὴν θη, πρὸς τὸ ἀπὸ γθ ἐπὶ τὴν θη· ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ αθ ἐπὶ τὴν θη, πρὸς τὸ ἀπὸ γθ ἐπὶ τὴν θη, τὸ ἀπὸ αθ πρὸς τὸ ἀπὸ γθ· τὸ ἄρα ἀπὸ αθ ἐπὶ τὴν θη, πρὸς τὸ ἀπὸ γθ ἐπὶ τὴν θζ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, τοῦ ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ αθ πρὸς τὸ ἀπὸ θγ· ἀλλ' ὁ τοῦ ἀπὸ αθ πρὸς τὸ ἀπὸ θγ λόγος διπλάσιος ἐστὶ τοῦ τῆς αθ, πρὸς θγ· τὸ ἄρα ἀπὸ αθ ἐπὶ τὴν θη, πρὸς τὸ ἀπὸ γθ ἐπὶ τὴν θζ, ἐλάσσονα ἢ διπλασίονα λόγον ἔχει τοῦ τῆς αθ πρὸς θγ· ἀλλ' ὁ μὲν τῶν τμημάτων λόγος ὁ αὐτὸς ἐδείχθη τῷ ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ αθ ἐπὶ τὴν θη πρὸς τὸ ἀπὸ γθ ἐπὶ τὴν θζ· ὁ δὲ τῶν ἐπιφανειῶν ὃν ἔχει ἡ αθ πρὸς θγ, τὸ ἄρα τμῆμα πρὸς τὸ τμῆμα ἐλάσσονα ἢ διπλασίονα λόγον ἔχει, τοῦ τῆς ἐπιφανείας πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν λόγου· ἑξῆς δὲ ἀναλύων τὸ ἕτερον μέρος τοῦ θεωρήματος ἐπάγει· Φημὶ δὴ ὅτι τὸ μεῖζον τμῆμα πρὸς τὸ ἔλασσον μείζονα λόγον ἔχει, ἢ τὸν ἡμιόλιον τοῦ τῆς ἐπιφανείας πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν λόγου· ἀλλ' ὁ μὲν τῶν τμημάτων ἐδείχθη ὁ αὐτὸς τῷ ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ αθ ἐπὶ τὴν θη πρὸς τὸ ἀπὸ γθ ἐπὶ τὴν θζ· τοῦ δὲ τῆς ἐπιφανείας πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν λόγου ἡμιόλιος ἐστὶ ὁ τοῦ ἀπὸ αβ κύβου πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς βγ κύβον· τοῦ γὰρ τῆς αβ πρὸς βγ διπλάσιος μέν ἐστιν ὁ τοῦ ἀπὸ αβ τετραγώνου πρὸς τὸ ἀπὸ βγ τετράγωνον· τριπλάσιος δὲ ὁ τοῦ ἀπὸ τῆς αβ πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς βγ κύβον· ἀλλ' ὡς ὁ ἀπὸ τῆς αβ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς βγ κύβον, οὕτως ὁ ἀπὸ αθ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς θβ κύβον. Ὡς γὰρ ἡ αβ πρὸς τὴν βγ, οὕτως ἡ αθ πρὸς θβ, διὰ τὴν ὁμοιότητα τῶν αβγ, αβθ τριγώνων· ἐὰν δὲ ὦσι τέσσαρες εὐθεῖαι, ἀνάλογον καὶ τὰ ἀπ' αὐτῶν στερεὰ τὰ ὅμοια, καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένα ἀνάλογον εἰσίν, ὥστε ὁ ἀπὸ τῆς αθ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ θβ κύβον, ἡμιόλιον λόγον ἔχει τοῦ ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ αβ τετράγωνον, τουτέστιν ἡ ἐπιφάνεια πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν, ἀλλ' ὡς τὸ τμῆμα πρὸς τὸ τμῆμα, οὕτως τὸ ἀπὸ αθ ἐπὶ τὴν θη, πρὸς τὸ ἀπὸ γθ ἐπὶ τὴν θζ· φημὶ οὖν ὅτι τὸ ἀπὸ αθ ἐπὶ τὴν θη, πρὸς τὸ ὑπὸ ἀπὸ ἐπὶ τὴν θζ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ὁ ἀπὸ τῆς αθ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς θβ κύβον· τουτέστιν ὁ ἀπὸ αθ πρὸς τὸ ἀπὸ θβ· καὶ ὁ τῆς αθ πρὸς θβ· Ὁ γὰρ τοῦ ἀπὸ αθ πρὸς τὸ ἀπὸ θβ διπλασίω τοῦ τῆς αθ πρὸς θβ προσλαβὼν τὸν τῆς αθ πρὸς θβ· ὁ αὐτός ἐστι τῷ ἀπὸ τῆς αθ κύβου πρὸς τὸν ἀπὸ θβ κύβον. Ἑκάτερος γὰρ τοῦ αὐτοῦ ἐστὶ τριπλάσιος· ὁ δὲ τοῦ ἀπὸ αθ πρὸς τὸ ἀπὸ θβ προσλαβὼν τὸν τῆς αθ πρὸς θβ· ὁ τοῦ ἀπὸ αθ ἐστὶ πρὸς τὸ ὑπὸ γθβ· ἐπεὶ γὰρ ὁ τῆς αθ πρὸς θβ λόγος ὁ αὐτὸς ἐστὶ τῷ τῆς θβ πρὸς θγ, τῆς βθ μέσης ἀνάλογον ὑπαρχούσης ὁ τοῦ ἀπὸ αθ πρὸς τὸ ἀπὸ θβ μετὰ τοῦ τῆς αθ πρὸς θβ, ὁ αὐτὸς ἐστὶ τῷ τοῦ ἀπὸ αθ πρὸς τὸ ἀπὸ θβ μετὰ τοῦ τῆς βθ πρὸς θγ· ἀλλ' ὁ τῆς βθ πρὸς θγ ὁ αὐτὸς ἐστὶ τῷ τοῦ ἀπὸ βθ πρὸς τὸ ὑπὸ βθγ, τῆς βθ κοινοῦ ὕψους λαμβανομένης. Ὥστε ὁ τοῦ ἀπὸ αθ πρὸς τὸ ἀπὸ θβ λόγος, μετὰ τοῦ τῆς αθ πρὸς θβ, ὁ αὐτὸς ἐστὶ τῷ τοῦ ἀπὸ αθ πρὸς τὸ ἀπὸ θβ, μετὰ τοῦ ἀπὸ θβ πρὸς τὸ ὑπὸ βθγ· ἀλλ᾽ ὁ τοῦ ἀπὸ αθ πρὸς τὸ ὑπὸ βθγ λόγος ὁ συγκείμενος ἐστὶν ἐκ τοῦ ἀπὸ αθ πρὸς τὸ ἀπὸ βθ, καὶ τοῦ ἀπὸ βθ πρὸς τὸ ὑπὸ βθγ, τοῦ ἀπὸ βθ μέσου λαμβανομένου· ὥστε ὁ τοῦ ἀπὸ αθ πρὸς τὸ ἀπὸ βθ λόγος, μετὰ τοῦ τῆς αθ πρὸς θβ, ὁ αὐτὸς ἐστὶ τῷ τοῦ ἀπὸ αθ πρὸς τὸ ὑπὸ βθγ· ὁ δὲ τοῦ ἀπὸ αθ πρὸς τὸ ὑπὸ βθγ λόγος, ὁ αὐτὸς ἐστὶ τῷ τὸν ἀπὸ αθ ἐπὶ τὴν θη, πρὸς τὸ ὑπὸ βθγ ἐπὶ τὴν θη, τῆς θη κοινοῦ ὕψους λαμβανομένης. φημὶ δὴ ὅτι τοῦ ἀπὸ αθ ἐπὶ τὴν θη, πρὸς τὸ ἀπὸ γθ ἐπὶ τὴν θζ, μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ αθ ἐπὶ τὴν θη, πρὸς τὸ ὑπὸ γθβ ἐπὶ τὴν θη· πρὸς ὃ δὲ τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει, ἐκεῖνο ἔλασσον ἐστί· δεικτέον ὅτι τὸ ἀπὸ γθ ἐπὶ τὴν θζ ἔλασσον ἐστὶ τοῦ ὑπὸ βθγ ἐπὶ τὴν θη, ταυτὸν ἐστὶ τῷ δεῖξαι, ὅτι τὸ ἀπὸ γθ πρὸς τὸ ὑπὸ γθβ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ θη πρὸς θζ· ἐὰν γὰρ ὦσι τέσσαρες ὅροι ὡς ἐνταῦθα, τὸ ἀπὸ γθ καὶ τὸ ὑπὸ γθβ, καὶ ἡ θη καὶ θζ, καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων ἔλασσον ᾖ τοῦ ὑπὸ τῶν μέσων, ὁ α. πρὸς τὸν β. ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ὁ γ. πρὸς τὸν δ. ὡς δέδεικται ἀνωτέρω· εὐλόγως ἄρα ἐχρῆν δεῖξαι τὸ ἀπὸ γθ ἐπὶ τὴν θζ ἔλασσον τοῦ ὑπὸ γθβ ἐπὶ τὴν θη· ταυτὸν ἐστὶν τῷ δεῖξαι ὅτι τὸ ἀπὸ γθ πρὸς τὸ ὑπὸ γθβ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ θη πρὸς θζ· ἀλλ᾽ ὡς τὸ ἀπὸ γθ πρὸς τὸ ὑπὸ γθβ, ἡ γθ πρὸς θβ· δεῖ ἄρα δεῖξαι, ὅτι ἡ γθ πρὸς θβ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ θη πρὸς θζ· τουτέστιν ἡ ηθ πρὸς θζ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ γθ πρὸς θβ· ἤχθω ἀπὸ τοῦ ε τῇ εγ πρὸς ὀρθὰς ἡ εκ· καὶ ἀπὸ τοῦ β κάθετος ἐπ᾽ αὐτὴν ἡ βλ· ἐπίλοιπον ἡμῖν δεῖξαι δεῖ, ὅτι ἡ ηθ πρὸς θζ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ γθ πρὸς θβ· ἴση δέ ἐστιν ἡ θζ συναμφοτέρῳ τῇ θα κε· ἡ γὰρ αζ τῇ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστί· δεῖ ἄρα δεῖξαι ὅτι ἡ ηθ πρὸς συναμφότερον τὴν θα κε μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ γθ πρὸς θβ· καὶ ἀφαιρεθείσης ἄρα ἀπὸ τῆς ηθ τῆς γθ· ἀπὸ δὲ τῆς κε τῆς ελ ἴσης τῇ βθ δεήσει δειχθῆναι, ὅτι λοιπὴ ἡ γη πρὸς λοιπὴν συναμφότερον τὴν αθ κλ, μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ γθ πρὸς θβ· ἐπεὶ γὰρ ἔδει δειχθῆναι, ὅτι ἡ ηθ πρὸς συναμφότερον τὴν θα κε μείζονα λόγον ἔχει· ἤπερ ἡ γθ πρὸς θβ· καὶ ἐναλλὰξ, ὅτι ἡ ηθ πρὸς θγ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ συναμφότερος ἡ θα κε πρὸς θβ· τουτέστι πρὸς λε, καὶ διελόντι ἡ ηγ πρὸς γθ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ συναμφότερος ἡ θα κλ πρὸς λε, τουτέστι πρὸς βθ· ἐναλλὰξ, ὅτι ἡ ηγ πρὸς συναμφότερον τὴν θα κλ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ γθ πρὸς θβ· ἀλλ᾽ ὡς ἡ γθ πρὸς θβ, οὕτως ἡ θβ πρὸς θα, τουτέστιν ἡ λε πρὸς αθ· ὅτι ἄρα ἡ ηγ πρὸς συναμφότερον τὴν θα κλ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ λε πρὸς αθ· καὶ ἐναλλὰξ, ὅτι ἡ γη, τουτέστιν ἡ κε πρὸς ελ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ συναμφότερος ἡ κλθα πρὸς θα, διελόντι ἡ κλ πρὸς λε μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ αὐτὴ ἡ κλ πρὸς θα· τουτέστιν ὅτι ἐλάσσων ἡ λε τῆς θα ἐστίν. Ἑξῆς δὲ ἡμεῖς τὴν σύνθεσιν προσθήσομεν, ἐπεὶ ἡ λε τῆς αθ ἐλάσσων, ἡ ἄρα κλ πρὸς λε μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ κλ πρὸς αθ· συνθέντι ἡ κε πρὸς ελ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ συναμφότερος ἡ κλαθ πρὸς αθ· ἡ δελε τῇ βθ ἐστὶν ἴση· ἡ ἄρα ηγ πρὸς βθ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ συναμφότερος ἡ κλ αθ πρὸς αθ· ἐναλλὰξ, ἡ ἄρα ηγ πρὸς συναμφότερον τὴν κλαθ, μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ βθ πρὸς θα, τουτέστιν ἡ γθ πρὸς θβ· ἐναλλὰξ ἡ ηγ πρὸς γθ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ συναμφότερος ἡ κλαθ πρὸς θβ· συνθέντι ἡ ηθ πρὸς θγ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ συναμφότερος ἡ κλαθ μετὰ τῆς θβ, τουτέστι συναμφότερος ἡ αθ κε πρὸς βθ· ἴση δὲ ἡ κε τῇ αζ· ἡ ἄρα ηθ πρὸς θγ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ζθ πρὸς θβ· ἐναλλὰξ ἡ ηθ πρὸς θζ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ γθ πρὸς θβ· ὡς δὲ ἡ γθ πρὸς θβ, οὕτω τὸ ἀπὸ γθ πρὸς τὸ ὑπὸ γθβ· ἡ ἄρα ηθ πρὸς θζ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ἀπὸ γθ πρὸς τὸ ὑπὸ γθβ. καὶ διὰ πρότερον εἰρημένα, τὸ ἀπὸ γθ ἐπὶ τὴν θζ ἔλασσον ἐστὶ τοῦ ὑπὸ γθβ ἐπὶ τὴν θη· τὸ ἄρα ἀπὸ αθ ἐπὶ τὴν θη πρὸς τὸ ἀπὸ γθ ἐπὶ τὴν θζ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ἀπὸ βθ ἐπὶ τὴν θη, πρὸς τὸ ὑπὸ γθβ ἐπὶ τὴν θη, τουτέστι τὸ ὑπὸ αθ ἐπὶ τὴν θη, πρὸς τὸ ὑπὸ γθβ, ἐπὶ τὴν θζ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ἀπὸ αθ πρὸς τὸ ὑπὸ γθ· ὁ δὲ τοῦ αθ πρὸς τὸ ὑπὸ βθγ, τοῦ ἀπὸ βθγ, μέσου λαμβανομένου, σύγκειται ἔκ τε τοῦ ὃν ἔχει τὸ ἀπὸ αθ πρὸς τὸ ἀπὸ θβ, καὶ τὸν ἀπὸ βθ πρὸς τὸ ὑπὸ βθγ· ὁ δὲ τοῦ ἀπὸ βθ πρὸς τὸ ὑπὸ βθγ λόγος ὁ αὐτὸς ἐστὶ τῷ τῆς βθ πρὸς θγ, τουτέστι τῷ τῆς αθ πρὸς βθ· τὸ ἄρα ἀπὸ αθ ἐπὶ τὴν θη, πρὸς τὸ ἀπὸ γθ ἐπὶ τὴν θζ, μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ἀπὸ αθ πρὸς τὸ ἀπὸ θβ, μετὰ τοῦ τῆς αθ πρὸς θβ· ὁ δὲ συγκείμενος λόγος ἔκ τε τὸν ἀπὸ αθ πρὸς τὸ ἀπὸ θβ, καὶ τοῦ τῆς αθ πρὸς θβ, ὁ αὐτὸς ἐστὶ τῷ τοῦ ἀπὸ τῆς αθ κύβου, πρὸς τὸν ἀπὸ θβ κύβον· τουτέστι τοῦ ἀπὸ αβ κύβου πρὸς τὸν ἀπὸ βγ κύβον· τὸ ἄρα ἀπὸ αθ ἐπὶ τὴν θη πρὸς τὸ ἀπὸ γθ ἐπὶ τὴν θζ μείζονα λόγον ἔχει τοῦ ὃν ἔχει ὁ ἀπὸ αβ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ βγ κύβον· ἀλλ᾽ ὁ μὲν τοῦ ἀπὸ αθ ἐπὶ τὴν θη πρὸς τὸ ἀπὸ γθ ἐπὶ τὴν θζ λόγος, ὁ αὐτὸς ἐδείχθη τῷ τῶν τμημάτων λόγῳ· ὁ δὲ τοῦ ἀπὸ τῆς αβ κύβου πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς βγ κύβου λόγον, ἡμιόλιος ἐδείχθη τοῦ τῶν ἐπιφανειῶν λόγου· τὸ ἄρα τμῆμα πρὸς τὸ τμῆμα μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ἡμιόλιον τοῦ ὃν ἔχει ἡ ἐπιφάνεια πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν.

Εἰς τὸ Θ'.

Δῆλον δὲ ὅτι ἡ βα τῆς μὲν ακ ἐλάσσων ἐστὶν, ἢ διπλασία δυνάμει, τῆς δὲ ἐκ τοῦ κέντρου μείζων, ἢ διπλασία· ἐπιζευχθείσης γὰρ ἀπὸ τοῦ β ἐπὶ τὸ κέντρον τῆς πρὸς τῷ κέντρῳ ἀμβλείας γινομένης ὑπὸ τῆς βα, τὸ ἀπὸ τῆς αβ μεῖζον ἐστὶ τῶν ἀπὸ τῶν τὴν ἀμβλεῖαν περιεχουσῶν ἴσων οὐσῶν· ὥστε τοῦ ἑνὸς αὐτῶν, τουτέστι τοῦ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου μείζων ἐστὶν, ἢ διπλάσιον. πάλιν δὲ τοῦ ἀπὸ αβ ἴσου ὄντος τοῖς ἀπὸ ακ, βκ· καὶ μείζονος ὄντος τοῦ ἀπὸ ακ τοῦ ἀπὸ κβ, τὸ ἀπὸ αβ τοῦ ἀπὸ ακ ἔλασσον ἐστὶν ἢ διπλάσιον· καὶ ταῦτα μὲν ἐπὶ τοῦ σχήματος, ἐφ᾽ οὗ σημεῖον θ. Ἐν δὲ τῷ ἑτέρῳ σχήματι τἀναντία τούτοις εἰκότως λεχθήσεται.

Ἔστω τῇ ελ ἴση ἡ εν· καὶ ἀπὸ τοῦ κύκλου τοῦ περὶ διάμετον τὴν θζ, κῶνος ἔστω κορυφὴν ἔχων τὸ ν σημεῖον· ἴσος δὴ καὶ οὗτος ἐστὶ τῷ κατὰ τὴν θεζ περιφέρειαν ἡμισφαιρίῳ. Ἐπεὶ γὰρ ὁ κύλινδρος ὁ βάσιν ἔχων τὸν περὶ διάμετρον τὴν θζ, ὕψος δὲ τὴν δε, τοῦ μὲν κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὴν αὐτὴν, καὶ ὕψος ἴσον, τριπλάσιος ἐστὶ, τοῦ δὲ ἡμισφαιρίου ἡμιόλιος τὸ ἡμισφαίριον διπλάσιον ἐστὶ τοῦ αὐτοῦ κώνου· ἔστι δὲ καὶ ὁ κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν περὶ διάμετρον τὴν θζ κύκλον· ὕψος δὲ τὴν λν, διπλάσιος τοῦ αὐτοῦ κώνου· καὶ τὸ ἡμισφαίριον ἄρα ἴσον ἐστὶ τῷ κώνῳ τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὸν περὶ διάμετρον τὴν ζθ κύκλον, ὕψος δὲ τὴν λν.

Τὸ δὲ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν αργ μεῖζον ἐστὶ τοῦ περιεχομένου ὑπὸ τῶν ακγ, διότι τὴν ἐλάσσονα πλευρὰν τῆς ἐλάσσονος τοῦ ἑτέρου μείζονα ἔχει· εἴρηται γὰρ ἀνωτέρω, ὅτι ἐὰν εὐθεῖα τμηθῇ εἰς ἄνισα, κατ᾽ ἄλλο καὶ ἄλλο σημεῖον τὸ ὑπὸ τῶν τμημάτων τῶν κατὰ τὴν ἐγγυτέραν τῆς διχοτομίας τομὴν μεῖζον ἐστὶ τοῦ ὑπὸ τῶν τμημάτων κατὰ τὴν ἀποτέρω· ταυτὸν δὲ ἐστὶν εἰπεῖν· διότι τὴν ἐλάσσονα πλευρὰν τῆς ἐλάσσονος τοῦ ἑτέρου μείζονα ἔχει· ὅσῳ γὰρ ἐλάσσων ἐστὶ, τοσούτῳ πλέον ἀφέστηκεν ἡ τομὴ τῆς διχοτομίας.

Τὸ δὲ ἀπὸ τῆς αρ ἴσον ἐστὶ τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τῶν ακ, γξ· ἥμισυ γὰρ ἐστὶ τοῦ ἀπὸ τῆς αβ· ἐὰν γὰρ ἐπιζευχθῇ ἡ βγ διὰ τὸ ἐν ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ ἀπὸ τῆς ὀρθῆς κάθετον ἦχθαι τὴν βκ, καὶ τὰ πρὸς τῇ καθέτῳ τρίγωνα ὅμοια εἶναι· τῷ ὅλῳ γὰρ τὸ ὑπὸ γακ ἴσον τῷ ἀπὸ αβ, ὥστε καὶ τὸ ὑπὸ τῆς ἡμισείας τῆς γα, καὶ ακ, τουτέστι τὸ ὑπὸ γξ ακ ἴσον ἐστὶ τῷ ἡμίσει τοῦ ἀπὸ αβ, τουτέστι τῷ ἀπὸ αρ.

Μεῖζον οὖν ἐστὶ καὶ τὸ συναμφότερον τοῦ συναμφοτέρου· ἐπεὶ γὰρ ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ ακ, γξ, τῷ ἀπὸ αρ, μεῖζον δὲ τὸ ὑπὸ αργ τοῦ ὑπὸ ακγ· ἐὰν δὲ ἀνίσοις ἴσα προστεθῇ, τὰ ὅλα ἐστὶν ἄνισα, καὶ ἐκεῖνο μεῖζον, ὃ καὶ ἐξ ἀρχῆς μεῖζον, τῷ ὑπὸ αργ προστεθέντος τοῦ ἀπὸ αρ, τῷ δὲ ὑπὸ ακγ τοῦ ὑπὸ ακγξ, μεῖζον γίνεται τὸ ὑπὸ αργ μετὰ τοῦ ἀπὸ αρ, τοῦ ὑπὸ ακγ, μετὰ τοῦ ὑπὸ ακγξ, ἀλλὰ τὸ ὑπὸ αργ, μετὰ τοῦ ἀπὸ αρ ἴσον γίνεται τῷ ὑπὸ γαρ, διὰ τὸ δεύτερον θεώρημα τοῦ δευτέρου βιβλίου τῆς στοιχειώσεως· τὸ δὲ ὑπὸ ακγ μετὰ τοῦ ὑπὸ ακγξ ἴσον τῷ ὑπὸ ακκξ διὰ τὸ πρῶτον θεώρημα τοῦ αὐτοῦ βιβλίου, ὥστε τὸ ὑπὸ γαρ μεῖζον ἐστὶ τοῦ ὑπὸ ακξ· τῷ δὲ ὑπὸ τῶν ξκα ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν μκγ. Ὑπόκειται γὰρ ὡς ἡ ξγ πρὸς γκ, ἡ μα πρὸς ακ· ὥστε καὶ συνθέντι ὡς ἡ ξκ πρὸς κγ, οὕτως ἡ μκ πρὸς κα· καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν μέσων. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ξκα ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ μκγ· ἀλλὰ τοῦ ὑπὸ τῶν ξκα μεῖζον ἦν τὸ ὑπὸ γαρ· καὶ τὸ ὑπὸ γαρ ἄρα μεῖζον ἐστὶ τοῦ ὑπὸ μκγ· ὥστε μείζονα λόγον ἔχει ἡ αγ πρὸς γκ, ἤπερ ἡ μκ πρὸς αρ· ἐπεὶ γὰρ τέσσαρες εὐθεῖαι εἰσὶν αἱ γκ, κμ, γα, αρ· καὶ τὸ ὑπὸ τῆς πρώτης καὶ τῆς γα, καὶ τετάρτης τῆς αρ, μκ, ἴσον ἐστὶ τοῦ ὑπὸ δευτέρας τῆς μκ, καὶ τῆς τρίτης τῆς κγ· ἡ πρώτη ἡ γα πρὸς δευτέραν τὴν μκ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ τρίτη ἡ κγ πρὸς τετάρτην τὴν αρ· καὶ ἐναλλὰξ ἡ γα πρὸς κγ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ μκ πρὸς αρ· ὃν δὲ λόγον ἔχει ἡ αγ πρὸς γκ, τοῦτον ἔχει τὸ ἀπὸ τῆς αγ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς γβ· ἐπιζευχθείσης γὰρ τῆς βγ, διὰ τὸ ἐν ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ ἀπὸ τῆς ὀρθῆς κάθετον εἶναι τὴν βγ, γίνεται ὡς ἡ αγ πρὸς γβ, ἡ βγ πρὸς γκ· καὶ διὰ τοῦτο ὡς ἡ πρώτη πρὸς τὴν τρίτην, τουτέστιν ἡ αγ πρὸς γκ, οὕτω τὸ ἀπὸ τῆς αγ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς γβ· ὡς δὲ τὸ ἀπὸ τῆς αγ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς γβ, οὕτω τὸ ἀπὸ αβ πρὸς τὸ ἀπὸ βκ· ὅμοιον γὰρ τὸ αβκ τῷ αβγ· ἔστιν ἄρα καὶ ὡς ἡ αγ πρὸς γκ, οὕτω τὸ ἀπὸ αβ πρὸς τὸ ἀπὸ βκ· ἡ δὲ αγ πρὸς γκ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ μκ πρὸς αρ· καὶ τὸ ἀπὸ αβ ἄρα πρὸς τὸ ἀπὸ βκ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ μκ πρὸς αρ, καὶ τῶν ἡγουμένων τὰ ἡμίσεια τὸ ἥμισυ τοῦ ἀπὸ αβ· ὅπερ ἐστὶ τὸ ἀπὸ αρ, πρὸς τὸ ἀπὸ βκ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡμίσεια τῆς μκ πρὸς τὴν αρ· τουτέστιν ἡ μκ πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς αε, ἀλλὰ τῷ ἀπὸ αε ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ ζλ· ἐπειδὴ ἡ μὲν αβ τῇ εξ ὑπόκειται ἴση, ἡ δὲ εζ τῇ ζλ δυνάμει διπλῆ· ἴση γὰρ ἡ ελ τῇ λζ. Τῆς δὲ αε διπλασία ἡ νλ· ἐπεὶ καὶ τῆς λζ· ὥστε τὸ ἀπὸ ζλ πρὸς τὸ ἀπὸ βκ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ μκ πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς αε, ἥ ἐστιν ἴση τῇ λν· μείζονα ἄρα λόγον ἔχει καὶ ὁ κύκλος ὁ περὶ διάμετρον τὴν θζ πρὸς τὸν κύκλον τὸν περὶ διάμετρον τὴν βδ, ἤπερ ἡ μκ πρὸς νλ· ὥστε μείζων ἐστὶν ὁ κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν περὶ διάμετρον τὴν ζθ κύκλον, κορυφὴν δὲ τὸ σημεῖον τοῦ κώνου, τοῦ βάσιν μὲν ἔχοντος τὸν περὶ διάμετρον τὴν βδ κύκλον, κορυφὴν δὲ τὸ μ σημεῖον. Ἐὰν γὰρ ποιήσωμεν ὡς τὸν περὶ διάμετρον τὴν ζθ κύκλον πρὸς τὸν περὶ διάμετρον τὴν βδ κύκλον, οὕτω τὴν κμ πρὸς ἄλλην τινὰ, ἔσται πρὸς ἐλάσσονα τῆς λν· καὶ ἔσται ὁ κῶνος ὁ βάσιν ἔχων τὸν περὶ διάμετρον τὴν ζθ κύκλον, ὕψος δὲ τὴν εὑρεθεῖσαν ἐλάσσονα εὐθεῖαν, ἴσος μὲν τῷ μβδ διὰ τὸ ἀντιπεπονθέναι τὰς βάσεις τοῖς ὕψεσιν, ἐλάττων δὲ τοῦ νθζ διὰ τὸ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντας πρὸς ἀλλήλους εἶναι ὡς τὰ ὕψη· δῆλον οὖν ὅτι καὶ τὸ ἡμισφαίριον τὸ κατὰ τὴν εζθ περιφέρειαν, μεῖζον ἐστὶ τοῦ τμήματος τοῦ κατὰ τὴν αβδ περιφέρειαν.

ΜΕΘΟΔΟΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΩΣ

Χωρῦσα περὶ εὑρέσεως, τῶν δύο Μέσων συνεχῶς ἑξῆς Ἀνάλογον Γραμμῶν, ἐπινοηθεῖσα, καὶ φιλοπονηθεῖσα παρὰ

ΜΠΑΛΑΝΟΥ ΒΑΣΙΛΟΠΟΥΛΟΥ

ΔΙΔΑΣΚΑΛΟΥ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ.

Μετά τε προσθήκης μιᾶς Προτάσεως περὶ καταγραφῆς ἐλλειψοειδῶν Σχημάτων.

Μέθοδος καταγραφῆς ἐλλειψοειδοῦς σχήματος ὡρισμένων οὐσῶν τῶν αὐτοῦ διαμέτρων, διὰ μόνου τοῦ κανόνος καὶ διαβήτου γινομένης παρὰ τοῦ αὐτοῦ ἐπινοηθεῖσα Συγγραφέως.

Π Ρ Ό Β Λ Η Μ Α.

Τῶν τοῦ ἐλλειψοειδοῦς σχήματος διαμέτρων δοθεισῶν τὸ περὶ αὐτὰς ἐλλειψοειδὲς σχῆμα καταγράψαι.

(Ἴδε Σχῆμα, ϛ΄.)

Ἔςωσαν αἱ δοθεῖσαι τοῦ ζητουμένου ἐλλειψοειδοῦς σχήματος διάμετροι αἱ αβ, γδ, τεμνόμεναι ἀλλήλαις δίχα ϗ πρὸς ὀρθὰς κατὰ τὸ ε. καὶ ζητηθήτω τὸ περὶ αὐτὰς γραφόμενον ἐλλειψοειδὲς σχῆμα. Τμηθήτω δὴ ἑκατέρα τῶν αε, εβ μειζόνων ἡμιδιαμέτρων κατὰ τὰ ζ, ϗ η, σημεῖα. εἶτα ἀφαιρεθήτω ἀπὸ τῆς εγ, ἐλάττονος, ἡμιδιαμέτρου τὸ γθ, διάςημα ἴσον τῷ αζ, ἢ ζε. ϗ ἐπεζεύχθω ἡ ζθ. Δίχα δὲ τῆς ζθ, τμηθείσης κατὰ τὸ κ, συνιςάσθω ἐπ' αὐτῆς κάθετος ἡ κλ, τέμνουσα τὴν θδ, κατὰ τὸ μ. Καὶ ληφθήτω, ἐπὶ τῆς εγ, τὸ εν, διάςημα ἴσον τῷ εμ, ϗ ἀπὸ τῶν μ, ϗ ν, σημείων ἀχθήτωσαν διὰ τῶν ζ, ϗ η, αἱ μζξ, μηο, νζπ, νηρ εὐθεῖαι· τελευταῖον κέντροις μὲν τοῖς ζ, ϗ η, ϗ διαςήματι τῷ ζα, ἢ ηβ, ἴσα γὰρ, γραφήτωσαν ἑκατέρωθεν τὰ σατ, χβφ, τόξα. Κέντροις δὲ τοῖς μ, ϗ ν, ϗ διαςήματι τῷ μγ, ἢ νδ, ἴσα γὰρ ϗ ταῦτα, γραφήτωσαν, τὰ τγφ, χδσ τόξα, ϗ ἔςαι τὸ ἐπιταχθέν. Ὁ λόγος ἐν τῷ ζ βιβλίω, προτάσει λά. τοῦ ά. μέρους τῆς Γεωμετρίας, ἔνθα περὶ διαφόρων τρόπων καταγραφῆς ἐλλειψοειδοῦς σχήματος.

Ἰςέον δ', ὅτι κατὰ τὴν διάφορον πρὸς ἀλλήλας σχέσιν τῶν διδομένων διαμέτρων τοῦ ζητουμένου ἐλλειψοειδοῦς σχήματος διαφόρως εὑρίσκονται ϗ τὰ κέντρα τῶν τε σατ, χβφ, ϗ τγφ, χδσ, τόξων. Καὶ ὁτὲ μὲν πίπτουσιν ἐντὸς τῶν περάτων τῆς ἐλάττονος διαμέτρου, ὡς ἐπὶ τοῦ ϛ΄. σχήματος· ὁτὲ δὲ ἐκτὸς, ὡς ἐπὶ τοῦ ζ. ϗ ἄλλοτε τὸ εθ, διάςημα εὑρίσκεται ἴσον τῷ εμ, ὡς ἐπὶ τοῦ ή. δύναται δὲ ἑκατέρα τῶν αε, εβ, διαιρεῖσθαι ϗ εἰς ἴσα ϗ εἰς ἄνισα. Ἀεὶ δὲ τὸ γθ, ἴσον λαμβάνεσθαι ὀφείλει τῷ αζ, ἢ ηβ, διαςήματι.

Τοῖς ἐντευξομένοις τῷ παρόντι φιλοπονήματι, μικρῷ μὲν ὄντι, μεγάλην, δὲ παρ' ἐμοὶ κριτῇ, παρέξοντι τὴν ὠφέλειαν τοῖς φιλομαθέσι,

ΜΠΑΛΑΝΟΣ ΒΑΣΙΛΟΠΟΥΛΟΣ

Ὁ ΠΡΩΤΟΠΑΠΑ͂Σ ἸΩΑΝΝΊΝΩΝ ΧΑΊΡΕΙΝ.

Πολλὰ μὲν ἤδη, φιλοτιμότατοι ἄνδρες ϗ φιλομαθεῖς, τὰ συντελοῦντα εἰς εὕρεσιν τῶν πολλοῖς ἀπορουμένων, καί τισιν ὅλως ἀπιστουμένων, αὔξησίν τε τῶν ἐπιστημῶν, ϗ τελειοτέραν αὐτῶν διακόσμησιν. Δύο δὲ ταυτὶ τὰ ἀναγκαιότερα, ἀγχίνοιά φημι ϗ φιλοπονία, ὧν ἄνευ τἄλλα πάντα, ἀνωφελῆ πως εἰσὶν, ἢ μικρόν τι χρησιμεύουσι. Τούτων δ' αὖθις ἡ μὲν παρ' αὐτῆς δωρεῖται, ἵν' οὕτως εἴπω, τῆς φύσεως, ϗ ἔμφυτος ὑπάρχει τοῖς ἀνθρώποις τελειότης, ὡς ἐκ τῆς τῶν αἰσθητηρίων ἀναφυομένη ἐπιτηδειότητός τε ϗ συμμετρίας, ϗ αὐτῆς τῆς πρὸς τὸ φαντάζεσθαι εὐχερῶς τὰ νοητὰ δυνάμεως, ϗ τῆς ἐν τῇ μνήμῃ τῶν ἐγνωσμένων διαμονῆς. Ἡ δὲ, τῆς ἡμετέρας ἐξαρτᾶται θελήσεως, ϗ τῆς πρὸς τὰ πλείω εἰδέναι ἀκορέστου ἐφέσεως. Ταῖς δυσὶ γὰρ ταύταις ἀνθρωπίναις ἀρεταῖς, οἵ τε πάλαι, ϗ νῦν τῶν Ἐπιστημῶν ἐρασταὶ καθοπλιζόμενοι, ϗ ἑκόντες τοῖς πόνοις ὁσημέραι γενναίως παραταττόμενοι, ἀφειδοῦντες τοῦ σώματος, πρὸς μείζονα τοῦ νοὸς τελειότητα, οὐ μόνον εἰς κρείττονα ταύτας προήγαγον καλλονὴν, ἀλλ' ἀναπτύσσοντές γε τὰ παρ' ἄλλοις ἀμφιβαλλόμενα, ϗ προσθέντες ἑκάστῃ τὰ ἐλλείποντα ἀνέθρεψάν τε καλῶς, ϗ ἀκμαιοτέρας αὐτὰς ἀπέδειξαν. Ὧν τὸ κάλλος ϗ ἡ ἰσχὺς τοῖς αὐτῶν τροφίμοις γνώριμον, ϗ οὐδὲ τούτοις πᾶσιν.

Ἀμφοτέρων τοίνυν συντρεχουσῶν, ἀμφοτεροδέξιοι εἰσὶ ϗ οἱ τῶν ἐπιστημῶν ἀπρὶξ ἀντεχόμενοι. Εὐχερέστερόν τε ἅμα ϗ ἀκριβέστερον τὰς θεωρίας ποιοῦνται, τὸν νοῦν ϗ ἐπ' αὐτῶν τῶν δυσνοήτων ϗ ἀγνοουμένων γονιμώτερον ἐπὶ τὸ ἐνεργεῖν τῇ ἀκμήτῳ καθιστῶντες φιλοπονίᾳ, ὡς ϗ ὁ τῇ ἀντλίᾳ συνεχῶς ἀρδεύων τὴν γῆν. Καὶ ὀξύτερόν γε πρὸς ἀντίληψιν, ἡνιόχου δίκην τοῦ εἰς ταχύτερον δρόμον τοὺς ὁμοζύγους ἵππους τῇ μάστιγι διεγείροντος. Θατέρου δὲ τῶν δύο τούτων καλῶν ὑποσκάζοντος, ἀτελῆ τὰ πάντα ϗ ἄκοσμα, κἂν πολλὰ εἴη τὰ μέσα. Οὐ γὰρ ἡ πολλῶν διδασκάλων ἀκριβὴς παράδοσις, οὐ τῶν ὑπομνηματιστῶν αἱ ἐντελεῖς τῶν δυσνοήτων ἀναπτύξεις, οὐ πλῆθος βιβλίων, οὔτε χρόνου μακροῦ συνεχὴς παιδεία, ἢ εὐπορία τῶν πρὸς τὸ ζῆν, ϗ καιρὸς ὡρισμένος μελέτης, οὔτε μὴν ἐλευθερία γλώττης, οὐδ' ἄλλο τι τῶν τοιούτων δύναταί τι πρὸς ἐπίτευξιν βαθυτέρων νοημάτων, ϗ τῶν τοῖς ἄλλοις ἀπιστουμένων, ἢ ἀπορουμένων κατάληψιν, ἀγχινοίας τε μὴ ἐνυπαρχούσης, ϗ φιλοπονίας μὴ συντρεχούσης.

Πρὸς ἀλλήλας δ' αὗται παραβαλλόμεναί τε ϗ ἀντιπαρεξεταζόμεναι ἰδίῳ τινὶ ἀλλήλων ὑπερέχουσι προτερήματι, καί πως ἑαυτὰς βελτίους ἀλλήλων ἀποκαθιστῶσιν. Ἀγχίνοια μὲν γὰρ ὑψηλοτέρα φιλοπονίας καθέστηκε, ϗ πολλῷ τῷ μέτρῳ ταύτης τιμιωτέρα τῇ ἀξίᾳ κρίνεται. Διὸ ϗ πάντες ἀγχινοίας ἐφίενται. Καὶ οὐδένα οἶμαι τῶν φιλομαθῶν ἀγχινοίᾳ τῶν ἄλλων ἀπολειπόμενον, μὴ δυσανασχετεῖν ϗ ἀσχάλλειν ἐπὶ τῇ θεωρίᾳ τῶν δυσλήπτων, πολλὰ τῇ φύσει καταμεμφόμενον, πολλοὺς δὲ ταύτῃ ὑπερταίροντα μὴ μεγαλαυχεῖν τε ϗ ἐναβρύνεσθαι· κτήσασθαι δὲ ταύτην ἀμήχανον. Οὐ γὰρ τῶν ἐφ' ἡμῖν, οὐδ' ἐπίκτητος, κἂν πολλοῖς ἰατροῖς δαπανήσῃ τις τὸν βίον. Φιλοπονία δὲ χρησιμωτέρα πολὺ ἀγχινοίας, ϗ ἀνάγκης, ἵνα τἀληθὲς εἴπω, ἀγχίθυρον. Ὅσα γὰρ διὰ τῆς ἀγχινοίας εὐχερῶς δέχεταί τις διδασκόμενος, ἢ θεωρῶν ἐφευρίσκει, ταῦτα τῇ φιλοπονίᾳ ἀναπόλῶν κατὰ νοῦν, εἰς βάθος ἐντυποῖ τῆς μνήμης, ϗ ἀνεξαλείπτως κατεργάζεται. Ἃ δὲ τῇ ἀγχινοίᾳ ἀπολείπεται, τῇ φιλοπονίᾳ πάντως ἀναπληροῖ.

Τοιαύτην τοιγαροῦν περὶ τούτων τὴν κρίσιν κατ᾽ ἐμαυτὸν ποιούμενος, ϗ ὀρθῶς ἔχειν οἰόμενος, ἐραστὴς φιλοπονίας, ὡς εἶχον ἐγενόμην δυνάμεως. Καὶ ταύτῃ μᾶλλον τεθαρρηκὼς, πρὶν ἢ παρελθεῖν πεντεκαίδεκα ἡλιακὰς ὁλοκλήρους περιόδους, τοῖς Γεωμετρικοῖς ἐνασχολούμενος προβλήμασί τε, ϗ θεωρήμασι, καίτοι εὐληπτοτέραν ϗ ἀκριβεστέραν ἔκθεσιν τούτων ποιούμενος εἰς διακαῆ. ἐκ τῆς ἐν τούτοις ἡδύτητος, ἐμπέπτωκα ἔρωτα θατέρου τῶν πάλαι ϗ νῦν ἀπορουμένων πολυθρυλλήτων γεωμετρικῶν προβλημάτων, τοῦ εἰς γεωμετρικὴν φημὶ εὕρεσιν τῶν δύο Μέσων συνεχῶς ἑξῆς Ἀνάλογον Γραμμῶν, δοθεισῶν τῶν ἄκρων ἀφορῶντος, ἀδύνατον ὅλως ἡγούμενος τὴν τοῦ ἑτέρου ἐπίτευξιν, τοῦ εἰς Τετραγωνισμὸν προβαλλομένου τοῦ κύκλου. Πολλὰ δὲ διὰ πολλῶν ἡμερῶν κἂν τούτῳ ποιήσας, διαφόρους τε τρόπους εἰς κατασκευὴν ποικίλων γεωμετρικῶν σχημάτων ἐπινενοηκὼς, ϗ μηδενὸς τῶν τότε ἐπινοηθέντων εἰς τὴν τῶν ζητουμένων εὕρεσιν χρησιμεύσαντος, χαίρειν εἰπὼν τοῖς βουλομένοις, τοιούτοις ἐνασχολεῖσθαι θεωρήμασιν, ὑψηλοτέρας ἀγχινοίας ϗ βαθυτέρας φιλοπονίας, τὴν περὶ τούτου εἶναι ζήτησιν ἀποφαινόμενος, ϗ ἀνδρῶν ἀποκύημα, τῶν πρὸς τὸ ζῆν μερίμνων ἀπηλλαγμένων, ϗ τὰς θεωρίας ἐν γαλήνῃ ποιουμένων βαθυτάτῃ, εἰς τὴν θεωρίαν ϗ ἔρευναν τῶν κατὰ τὴν ἐμὴν δύναμιν Γεωμετρικῶν ἐτράπην προβλημάτων, ἐμαυτῷ μᾶλλον μεμφόμενος, ὡς τοῖς ἀδυνάτοις ἐπιχειροῦντι, ϗ κλώθειν πειρωμένῳ, τὸ δὴ λεγόμενον, τὰ ἀσύγκλωστα. Τῆς δὲ περὶ τῶν τοιούτων ἡδυτάτης θεωρίας τὴν φλόγα ἀναζωπυρησάσης τοῦ προκαταλαβόντος με, ὡς ἔφθην εἰπὼν, ἔρωτος, ἀναλαβὼν ἐμαυτὸν ἀπὸ τῆς τοῦ ποθουμένου ἀπογνώσεως, ὡς ἀπὸ χαλεπῆς τινος νόσου, καί πως εὔελπις γεγονὼς, ἀσμένως τῶν προτέρων ἐκ δευτέρου ἡψάμην πόνων. Ἐν διαστήματι δὲ ἱκανῶν ἡμερῶν μηδὲν ϗ τότε ἀνύσας, ϗ εἰς ἀπόγνωσιν αὖθις τῆς τοῦ κυνηγεσίου θήρας ἐμπεσὼν, ϗ πάλιν ἐμαυτὸν ἀναλαβὼν, ϗ τοῦτο ἐκ διαλειμμάτων διὰ πολλοῦ ποιησάμενος γεωμετρικῶς τὴν τοῦ ἠπορημένου τούτου λύσιν ἐξευρόμην, διὰ τοῦ ουτωσὶ κατασκευασθέντος διαγράμματος, γεωμετρικαῖς αὐτὴν ἐμπεδώσας ἀποδείξεσι.

Πολλάκις δὲ τήν τε κατασκευὴν τοῦ αὐτοῦ προβλήματος, ϗ τὰς δείξεις ἀκριβῶς ἐρευνήσας, μή τι ἐν αὐταῖς δεδομένον εἴη ζητῶν, ἢ ἀναπόδεικτον, ἢ ὅλως κρύπτηταί τις παραλογισμὸς, ϗ μηδὲν τοιοῦτον εὑρὼν, πέπεισμαι ἐμαυτῷ, ὑγιῶς τε ἔχειν τὰ πάντα ϗ γεωμετρικαῖς ἀσφαλίζεσθαι ἀρχαῖς. Ἀλλ᾽ οὐ μέντοιγε ἐφησυχάζειν ἠδυνάμην, ἂν μὴ ϗ παρ᾽ ἄλλοις κριταῖς τὰ αὐτὰ δόξειεν.

Ἔγραψα τοίνυν κατὰ τὸ αψν΄. Ἔτος τὸ σωτήριον πρὸς τοὺς ἐν τῇ περιφήμῳ Ἀκαδημίᾳ Πετρουπόλεως ἐπιστήμονας, ἀξιῶν αὐτοὺς δηλῶσαί μοι διὰ γραμμάτων ὁπωσδήποτε ἔχουσι τὰ περὶ τοῦ αὐτοῦ προβλήματος, ϗ τῆς τούτου λύσεως. Οἱ δὲ ἀπαντῶντες τοῖς ἐμοῖς γράμμασιν, ὡς ἐζήτουν, τὰς τῶν πάλαι ϗ νῦν ἐκτεθειμένας ἐφόδους εἰς λύσιν τοῦ τοιούτου προβλήματος διὰ βραχέων ἐδήλουν, προσθέντες ἐν τῷ τέλει, ὡς ἐν ἐπιλόγῳ, αὐτολεξὶ ϗ ταῦτα.

„Εἰ τοίνυν, Αἰδεσιμώτατε ἄνερ, συντομώτερον ϗ εὐχερέστερον, ἄνευ τῆς καταγραφῆς τῶν „κωνικῶν τομῶν, ϗ καμπύλων γραμμῶν δυσχερεστέρας οὔσων καταγραφῆς, ἰσχύεις λῦσαι τὸ παρὸν „Πρόβλημα, παρέχον οὐ μικρὰν τὴν λυσιτέλειαν τοῖς φιλομαθέσι, ϗ κοινωνῆσαι τοῦτο τῇ Ἀκαδη„μίᾳ οὐδ᾽ ὅλως διστάζεις, πέπεισο ἀσφαλέστατα, ὅτι αὕτη ἡ Ἀκαδημία, ἥτις παντοίοις τρόποις „περιποιεῖται ϗ περιθάλπει τοὺς ἐνασχολουμένους πρὸς τὸ αὐξῆσαι τὰς ἐπιστήμας, μετὰ μεγίστης ἡδο„νῆς τοὺς σοὺς πόνους ἀποδεχθήσεται ϗ φιλοφρονήσει· ἔρρωσο.

Ταῦτα δ᾽ ἐγὼ ἀποδεξάμενος, ϗ μηδένα ἔχων εἰς τοῦτο δισταγμὸν, ἐν τάχει πρὸς τὴν αὐτὴν ἀπέστειλα Ἀκαδημίαν τὴν διὰ πολλῶν πόνων, ἐκ ὀλίγων δὲ ἱδρώτων εὑρεθεῖσάν μοι λύσιν τοῦ Προβλήματος, συντομωτέρας μέντοι τῆς αὐτοῦ κατασκευασθείσης δείξεως, ἵνα μὴ προσκορής τε ἅμα, ϗ ἐπαχθὴς εἰς θεωρίαν εἴη. Μετὰ ἑπταμηνιαῖον δὲ ϗ ἐπέκεινα τοῦ χρόνου διάστημα, ἐνστάσεις τινὰς παρὰ τῆς αὐτῆς ἐδεξάμην Ἀκαδημίας, γενομένης τῆς βασάνου ἐπὶ τῆς τοῦ προβλήματος δείξεώς τε ϗ κατασκευῆς διὰ τῶν ἀριθμητικῶν ἐφόδων, ἀλλὰ μὴ γεωμετρικῶς ὡς ἐζήτουν. Διὸ ϗ οἱ εὑρεθέντες ἀριθμοὶ ἀντὶ τῶν δύο μέσων συνεχῶς ἑξῆς ἀνάλογον γραμμῶν τῶν γεωμετρικῶς εὑρεθεισῶν, ἐλάττονες ἦσαν τῶν ἀριθμητικῶς εὑρισκομένων. Τοῦτο δὲ παρὰ τὴν διάφορον τῶν ἐν τῷ διαγράμματι γραμμῶν λῆψιν εἰς τὴν αὐτοῦ κατασκευὴν, οὐχὶ δὲ παρὰ τὸ παραλογισμόν τινα κρύπτεσθαι, προέρχεται. Εἰ γὰρ ἡ ἐν τῷ Σχήματι βζ γραμμὴ ληφθῇ ἐλάττων τῆς βγ, ἐγγύτεροι πάντως εὑρεθήσονται οἱ ἀριθμοὶ τῶν ἀληθῶν, ἵνα μὴ ϗ ἴσοι ἐκείνοις εἴπω. Οὗ χάριν, καίπερ τότε συνεχόμενος τεταρταίῳ πυρετῷ χρονίῳ, θαρρῶν ἔμπης τῇ ἀκριβείᾳ τῆς τε κατασκευῆς ϗ δείξεως τοῦ Προβλήματος, κατὰ τὰς διαλειπούσας μόνας ἡμέρας, τὰς λύσεις τῶν ἐνστάσεων, ὡς εἶχον δυνάμεως, κατεσκεύασα. Καὶ εἰς Οὐενετίας ταύτας ἀπέστειλα μετὰ τῆς προτάσεως, πρὸς τοὺς ἐκεῖ διατρίβοντας γνησίους μοι μαθητὰς, μικράν τινα παραλλαγὴν ϗ ἔκτασιν διὰ τὸ εὐληπτότερόν τε ϗ ἀκριβέστερον, ποιησάμενος τῆς προεκτεθείσης δείξεως. Οἱ δὲ διὰ συνδρομῆς φίλων εὐγενῶν, ϗ φιλεπιστημόνων ἀνδρῶν, τὰς μὲν λύσεις τῶν ἐνστάσεων μετὰ τῆς τοῦ προβλήματος προτάσεως ἀπέστειλαν εἰς τὴν ἐν Πετρουπόλει Ἀκαδημίαν, τὴν δὲ πρότασιν μόνην μετὰ ἐγκυκλίου ἐπιστολῆς εἰς τὴν ἐν Παρισίῳ, Βρεττανίᾳ, Ὁλλάνδᾳ, Βερολίνῳ, Ἅλλῃ τῆς Σαξονίας, ϗ τὴν ἐν Βονωνίᾳ, παρ' ἧς ϗ μόνης ἐδεξάμην τὴν εἰς τὰ ἐμὰ γράμματα ἀπάντησιν. Οὐ μέντοι εἰς κρίσιν τοῦ προβλήματος, ἀλλ' ἔπαινόν πως τῶν πόνων, ϗ εὐχαριστίαν τοῦ εἰς αὐτὴν σταλῆναι τὴν πρότασιν. Πρὸς γὰρ τοῖς ἄλλοις ἐμπεριέχει ϗ ταῦτα αὐτολεξεί.

„Ἡ ἡμετέρα Ἀκαδημία, ἧ ἐγὼ ἐξ ἀπορρήτων εἰμί, σοὶ ϗ περὶ τῆς σῆς ἀγχινοίας συνήδεται, καὶ χάριτας ὁμολογεῖ, τῆς πρὸς αὐτὴν σου ἐξαιρέτου ἀγάπης. Τὸ μέντοι κρυφιώτατον ζήτημα διαλῦσαι, ϗ τὴν ἰδίαν αὐτῆς κρίσιν ἐπαγαγεῖν οὐ τολμᾷ. Καὶ τοῦτο ἔχει ἑαυτῇ νενομοθετημένον· ϗ τὰ ἑξῆς· (μετὰ δὲ ταῦτα) Σὲ δὲ ἀνερ ἐξοχώτατε, βουλοίμην εἶναι καθ' ἑαυτὸν πεπεισμένον, τὴν σὴν ἡμᾶς ἀγχίνοιαν λίαν θαυμάζειν, ϗ πρὸς σὲ σπουδὴν ϗ ἀγάπην θάλπειν καὶ τρέφειν. Εἴθε πολλοὶ μιμοῖντο τὰ σὰ ἐγχειρήματα· ϗ τὰ ἑξῆς.

Καὶ αὕτη μὲν ἡ Ἀκαδημία ταῦτα, παρὰ δὲ τῶν ἄλλων οὐδεμία, οὐκ οἶδ' ὅπως, ἀπόκρισις προσφιλής, ἢ γοῦν ἐναντία, μέχρι τοῦδε ἐγένετο, δύο ἔγγιστα ἡλιακῶν παρελθόντων χρόνων. Οὗ τί ἂν εἴη λυπηρότερον, ἵνα μή τι ἄλλο εἴπω; Εἰ μὲν γὰρ ὀρθῶς ἥτε κατασκευὴ ϗ δεῖξις, τοῦ αὐτοῦ προβλήματος ἔχει, τοιαύτην δεῖ ϗ τὴν περὶ αὐτοῦ γίνεσθαι, ἢ τοῦτο δίκαιον, κρίσιν. Εἰδ' ἀμφότεραι, ἢ γοῦν ἡ ἑτέρα μόνη παραλογισμόν τινα ἐν ἑαυτῇ κρύπτει, τὸν αὐτὸν πάντως γε παραλογισμὸν ἐλέγχεσθαι ἀνακαλυπτόμενον. Εἰ γὰρ ἀδύνατος ἦν ἡ τοῦ προβλήματος τούτου λύσις, ὥς τινες ἐν μέρει ἀποφαίνονται, πῶς ἂν κατὰ διαφόρους τοῦ σχήματος καταγραφὰς διαφόρως λαμβανομένων τῶν βζ, βθ εὐθειῶν κατά γε ἔλλειψιν ϗ ὑπεροχὴν πρὸς τὰς βγ, ϗ βη, αἱ αὐταὶ εὑρίσκονται μέσαι γραμμαί, τῶν αὐτῶν ἄκρων κειμένων; Ἀλλ' οὐ τοῦτό γε προσεχὲς αἴτιον τῆς τῶν τοιούτων περιφήμων Ἀκαδημιῶν σιωπῆς. Δύναται δὲ ἕκαστος τῶν ἐντευξομένων φιλομαθῶν ἐκ τῶν εἰρημένων τοῦτο τεκμαίρεσθαι.

Ἀπογνοὺς τοίνυν τῶν πρὸς τὰς Ἀκαδημίας ἐλπίδων, ϗ μὴ ἀνεχόμενος τοὺς ἐμοὺς διὰ πολλοῦ, ϗ πάνυ πολλοῦ, γενομένους πόνους εἰς μάτην ἀποδοῦναι. Τὸ δὲ τοιοῦτον γεωμετρικὸν πρόβλημα, τὸ παρὰ πᾶσι μὲν τῶν Γεωμετρῶν παισὶ θαυμαζόμενον, παρὰ πολλῶν δὲ ἐπιμελῶς ζητούμενον, καί τισιν, ὡς κριθὲν ἀδύνατον, ἀλλοτρίοις ἐφόδοις θεραπευόμενον, τοῖς βαθυτάτοις τῆς σιγῆς κατακαλυφθῆναι κύμασιν, ἔγνωκα τούτων δικαίους ἀποκαταστῆσαι κριτὰς τοὺς ἐντευξομένους τῷ ἐμῷ τούτῳ φιλοποιήματι, ϗ ἀπαθῶς τὰ ἐν αὐτῷ θεωρήσοντας.

Οὗ ἕνεκα ϗ τύποις ἤδη ἐκδέδοται, ὅπως ἂν οἱ τῶν τοιούτων γνήσιοι ἐρασταί, ὡς φιλομαθεῖς, ἔχωσι ϗ διὰ τούτου, τοὺς τῆς φιλοπονίας ἐπιγινώσκειν καρπούς, ϗ τὴν λυσιτέλειαν. Καὶ μὴ ἀποδειλιῶντες τοῖς πόνοις τῶν δυσλήπτων ἑαυτοὺς ὡς ἀδυνάτων, ἀπομακρύνωσιν. Ἐπεὶ δὲ πάλιν πολλάκις μοι οἱ ἐν Οὐενετίαις ῥηθέντες μαθηταὶ ἐκοίνουν διὰ γραμμάτων, ϗ τὰ περὶ τοῦ προβλήματος τοῖς κατὰ μέρος λεγόμενά τε ϗ ἀποφαινόμενα, ἑκάστου τῶν ἐκεῖ ϗ ἐν Βονωνίᾳ ἐπιστημόνων, κατὰ τὸ δοκοῦν αὐτῷ ἐπάγοντος τὴν κρίσιν. Καὶ τῶν μὲν ἀκρατῶς, ἢ οἰκειότερον εἰπεῖν, αὐθεντικῶς ἀντιφερομένων, ϗ μηδόλως ἀποδεχομένων τὴν τοῦ προβλήματος λύσιν, ταῖς ἀδύνατον ταύτην κρίνουσιν ἑπόμενοι, τῶν δὲ ἐπαινούντων μᾶλλον ταύτην, μετὰ τὴν ἀκριβῆ αὐτῆς θεωρίαν, ϗ ὀρθῶς ἔχουσαν ἀποφαινομένων, ὧν εἷς ϗ ἐκ τοῦ τάγματος τῶν Ἰησουϊτῶν, Εὐκλείδειον ταύτην κρίνων, παιδαριώδεις τὰς τῶν ἄλλων ἐνστάσεις ἐκάλει. Καὶ τῶν ἄλλων τὴν μέσην που βαδιζόντων, ϗ πολυτρόπως ἀπορούντων ἐπὶ τῆς τοῦ προβλήματος δείξεως, τὸ δ' ἀληθές, ἀνάπτυξιν τῶν ἐν αὐτῇ πάντων ζητούντων, ἵνα ἑκάστῳ μέρει τὸ ὀφειλόμενον ἀποδῶ. Τῶν μὲν τὴν εἰς τοῦτο ἀπελέγχων ἀπόγνωσιν, τῶν δὲ τὴν ἀπαθῶς ὑπ' αὐτῶν φερομένην κρίσιν ἀσφαλιζόμενος, ϗ τῶν τῆς τρίτης μερίδος τὸ ἀμφιρρεπὲς θεραπεύων, ἀκριβεστέραν τὴν αὐτὴν τοῦ προβλήματος κατειργασάμην δεῖξιν, τὰ μὲν ἀμφιβαλλόμενά πως μεταλλάττων. Τὰ δὲ διὰ τὸ συνεπτυγμένον ἀπορούμενα διασαφῶν, προσθεὶς τοῖς ἄλλοις ϗ τὰ εἰς δήλωσιν τοῦ λόγου τῆς κατὰ τὸ ο διαιρέσεως τῆς μξ ἐναπολαμβανομένης γραμμῆς, κἂν μὴ τοῦτο ὀφειλόμενον ἦν, ϗ τὰ εἰς ἀνατροπὴν τῆς δι' ἀριθμῶν γενομένης βασάνου ἀφορῶντα.

Μέμνησθε δέ μου οἱ ἐντυγχάνοντες, ἂν μὴ τινὸς ἄλλου, τῶν πόνων. Καὶ ἀσμένως ἀποδέξασθε τὴν εἰς τοὺς φιλομαθεῖς θερμοτάτην μου ἀγάπην. Ἀκριβῆ μὲν τὴν θεωρίαν τῶν ἐν τῷ προβλήματι ποιούμενοι, ἀπαθῶς δὲ τὴν περὶ αὐτοῦ ἀποδιδόντες ψῆφον. Ἵνα δὲ μή τις με ταῦτα λέγοντα τὸν ἔπαινον ζητεῖν ὑπολάβῃ, χάριτας αὐτῷ ὁμολογήσω, ἄν τινα παραλογισμὸν ἐν τῇ δείξει μου κρυπτόμενον ἀνακαλύψῃ. Οὕτω γὰρ ἂν ϗ τὸ πρόβλημα ἀσφαλεστέραν, οἶμαι, δέξεται τὴν ἐπίδοσιν. Ἔρρωσθε οἱ ἀσμένως ἀποδεχόμενοι χαίροντες ἅμα, ϗ εὐδαιμονοῦντες τοῖς κρείττοσι.

Μέθοδος τῆς τῶν δύο μέσων συνεχῶς ἑξῆς ἀνάλογον γραμμῶν εὑρέσεως δοθεισῶν τῶν ἄκρων, διὰ μόνου τοῦ κανόνος καὶ διαβήτου Γεωμετρικῶς ὁδεῦσαι.

Λ Η Μ Μ Ά Τ Ι Ο Ν.

Παντὸς ὀρθογωνίου παραλληλογράμμου, καὶ τοῦ περὶ αὐτὸ γραφομένου κύκλου τὸ κέντρον ἐπὶ τῆς κοινῆς τομῆς ἐστὶ τῶν αὐτοῦ διαγωνίων διαμέτρων.

(Ἰδὲ Σχῆμα παραλληλόγραμμον.)

Ἔστω παραλληλόγραμμον ὀρθογώνιον τὸ αβγδ, οὗ αἱ διαγώνιοι διάμετροι, αγ, βδ, τεμνέσθωσαν ἀλλήλαις ἔνθα τὸ ε. Λέγω ὅτι τὸ ε σημεῖον, κέντρον ἐστὶ τοῦ αβγδ, ὀρθογωνίου παραλληλογράμμου, καὶ τοῦ περὶ αὐτὸ γραφομένου κύκλου. Ἐπεὶ γὰρ τὰ αδγ, δαβ τρίγωνα ἔχουσι τὰς δύο πλευρὰς, αδ, δγ δυσὶ ταῖς δα, αβ ἴσας ἑκατέραν ἑκατέρα, ἴση γὰρ ἡ αβ, τῇ δγ, κατὰ τὴν τετάρτην τοῦ πρώτου τοῦ στοιχειωτοῦ, καὶ ἡ αδ κοινή. Ἔχουσι δ' ἔτι καὶ τὰς ὑπὸ αδγ, δαβ γωνίας ὁμοίως ἴσας. Ὀρθὴ γὰρ ἑκατέρα ἐκ τῆς κατασκευῆς, ἄρα καὶ βάσεις τὰς αγ, δβ ἴσας ἔχουσι κατὰ τὴν τετάρτην τοῦ αὐτοῦ. Αὖθις ἐπεὶ τὰ αεδ, βεγ τρίγωνα ἔχουσι τὰς δύο γωνίας, τὰς ὑπὸ εαδ, εδα δυσὶ ταῖς ὑπὸ εγβ, εβγ ἴσας, τὴν μὲν ὑπὸ εαδ, τῇ ὑπὸ εγβ, τὴν δὲ ὑπὸ εδα τῇ ὑπὸ εβγ ὡς ἐναλλὰξ, καὶ τὰς πρὸς ταῖς ἴσαις γωνίαις πλευρὰς, αδ, βγ ὡσαύτως ἴσας. Ἄρα κατὰ τὴν κϛ'. τοῦ αὐτοῦ, καὶ τὰς ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας λοιπαὶ πλευρὰς, αε, εδ ἴσας ἔχουσι, ταῖς ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας δυσὶ πλευραῖς γε, εβ, ἑκατέραν ἑκατέρα. Ἴση ἄρα ἡ μὲν αε, τῇ εγ· ἡ δὲ δε, τῇ εβ· ἑκατέρα ἄρα τῶν αγ, βδ διαγωνίων διαμέτρων τοῦ αβγδ ὀρθογωνίου παραλληλογράμμου δίχα τέμνεται. Εἰσὶ δὲ καὶ ἴσαι, ὡς δέδεικται, αἱ τέσσαρες ἄρα αε, εβ, εγ, εδ ἴσαι εἰσί· καὶ τὸ ε σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ αβγδ ὀρθογωνίου παραλληλογράμμου. Ἀλλὰ καὶ ὁ κέντρῳ μὲν τῷ ε, διαστήματι δὲ τῷ εα, ἢ ἄλλῳ τινὶ τῶν λοιπῶν, γραφόμενος κύκλος, διελεύσεται καὶ διὰ τῶν ἄλλων σημείων. Τὸ ε, ἄρα σημεῖον, ἡ κοινὴ τομὴ, τῶν αγ, βδ διαγωνίων διαμέτρων κέντρον ἐστὶ, καὶ τοῦ περὶ τὸ αβγδ ὀρθογώνιον παραλληλόγραμμον κύκλου· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Π Ρ Ό Β Λ Η Μ Α.

Δύο δοθεισῶν ἀνίσων εὐθειῶν, δύο μέσας αὐτῶν συνεχῶς ἑξῆς ἀνάλογον γραμμὰς γεωμετρικῶς εὑρεῖν.

Ἰδὲ Σχῆμα Α'.

Ἔστωσαν αἱ δοθεῖσαι δύο ἄνισοι εὐθεῖαι, αβ, βγ. καὶ ζητηθήτωσαν αἱ μεταξὺ αὐτῶν δύο συνεχῶς ἑξῆς ἀνάλογον γραμμαί. Κείσθωσαν δὴ αἱ αβ, βγ πρὸς ἀλλήλας, ὥστε ὀρθὴν ποιεῖν γωνίαν τὴν ὑπὸ αβγ. Τῶν δὲ αβ, βγ ἐξαχθεισῶν κατὰ τὸ συνεχὲς ἀορίστως, ἀπὸ τοῦ β σημείου ἐπὶ τὰ δ καὶ ε. Εἰλήφθω ἐπὶ τῆς βδ γραμμῆς, ἡ βζ ἴση τῇ βγ, καὶ γραφήτω περὶ τὴν αζ ἡμικύκλιον τὸ αηζ τέμνον τὴν βε κατὰ τὸ η. Καὶ ἔσται ἡ βη μέση ἀνάλογος τῶν αβ, βζ, κατὰ τὴν ιγ'. τοῦ ϛ. τοῦ Στοιχειωτοῦ. Τῇ δὲ βη ἴσης ληφθείσης τῆς βθ, ἐπὶ τῆς αὐτῆς βδ, γραφήτω αὖθις ἡμικύκλιον περὶ τὴν αθ τὸ ακθ, τέμνον τὴν γε κατὰ τὸ κ. Καὶ ἔσται, κατὰ τὴν ῥηθεῖσαν πρότασιν, μέση ἀνάλογος, τῶν αβ, βθ ἡ βκ. Γραφήτωσαν δὲ καὶ περὶ τὰς γη, γκ, κύκλοι οἱ γληµ, γνκξ, τέμνοντες τὴν βδ, κατὰ τὰ μ, καὶ ξ σημεῖα. Καὶ ἔσται μέση ἀνάλογος, τῶν μὲν ηβ, βγ, ἡ βμ· τῶν δὲ κβ, βγ ἡ βξ. Εἶτα διαιρεθήτω ἡ μξ ἐναπολαμβανομένη γραμμὴ ἀναλόγως ταῖς ζμ, ξθ κατὰ τὸ ο. Ὥστε εἶναι ὡς ἡ ζμ πρὸς τὴν ξθ, τὴν μο, πρὸς τὴν οξ. Καὶ γραφήτω τρίτον περὶ τὴν αο ἡμικύκλιον τὸ απο, τέμνον τὴν βε, κατὰ τὸ π. Καὶ ἔσται μέση ἀνάλογος τῶν αβ, βο ἡ βπ. Λέγω τοίνυν καὶ τὴν βο μέσην εἶναι ἀνάλογον τῶν πβ, βγ, καὶ τὰς μὲν βπ, βο εἶναι τὰς ζητουμένας. Τὰς δὲ τέσσαρας αβ, βπ, βο, βγ συνεχῶς ἑξῆς ἀνάλογον. Ὡς ἡ αβ δηλονότι πρὸς τὴν βπ, τὴν βπ πρὸς τὴν βο, καὶ τὴν βο πρὸς τὴν βγ. Ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ απ, πο, ϗ τῆς γπ δίχα τμηθείσας κατὰ τὸ ρ, ἤχθω ἀπὸ τȣ̃ ο, διὰ τȣ̃ ϱ, ἡ ορσ εὐθεῖα τέμνȣσα τὴν απ κατὰ τὸ σ, ἀπὸ δὲ τȣ̃ σ πιπτέτω μὲν κάθετος ἐπὶ τῆς αϑ ἡ σφ· ἤχθω δὲ παράλληλος τῇ αὐτῇ αϑ, ἡ στ· ϗ ἀπὸ τȣ̃ ο, συνεσάσθω κάθετος ἐπὶ τῆς στ ἡ ου, τέμνȣσα τὴν στ κατὰ τὸ υ, ϗ ἐπεζεύχθω ἡ φυ, ἣν λέγω διὰ τȣ̃ ϱ σημείȣ διέρχεσθαι. Εἰ γὰρ μή, διελεύσεται δήπȣθεν δι' ἄλλȣ τινὸς σημείȣ τῆς γπ, ἢ τῶν μεταξὺ τȣ̃ ρ ϗ 9, ἢ τῶν ἐν μέσῳ τȣ̃ ρ ϗ β.

Ἰδὲ Σχῆμα Β'.

Διήχθω δὴ διὰ τȣ̃ χ, ὡς ἡ φχυ, τέμνȣσα τὴν σο, κατὰ τὸ ψ. ὥσε τὰς σψο, φψυ διαγωνίȣς διαμέτρȣς τȣ̃ σφου, ὀρθογωνίȣ παραλληλογράμμȣ κοινὴν ἔχειν τομὴν τὸ ψ, σημεῖον. Καὶ κατὰ τὸ προεκτεθὲν Λημμάτιον τὸ ψ, σημεῖον κέντρον ἐσὶ τȣ̃τε σφου, ὀρθογωνίȣ παραλληλογράμμȣ, ϗ τȣ̃ περὶ αὐτὸ γραφομένȣ κύκλȣ. Πιπτέτω δὲ ἀπὸ τȣ̃ ψ, κέντρȣ κάθετος ἐπὶ τῆς φο, ἡ ψω. Καὶ κατὰ τὴν γ'. τȣ̃ γ'. τȣ̃ σοιχειωτȣ̃ δίχα αὐτὴν τεμεῖν. Ἴση ἄρα ἡ φω τῇ ωο. Ἐπεὶ δὲ τὸ ψ ἐντὸς ἐσὶ τȣ̃ σφβ 9, ὀρθογωνίȣ παραλληλογράμμȣ, πάντως γε ϗ ἡ ψω ἐντὸς πεσεῖται τῶν φβ, σημείων. Παράλληλος γάρ ἐσιν, ἐκ τῆς κατασκευῆς, τῇ γε. Μείζων ἄρα ἡ φβ, τῆς φω. Ἐπεὶ δὲ πάλιν ἡ φω ἴση ἐσὶ τῇ ωο, ὡς ἤδη δέδεικται, ἄρα ἡ αὐτὴ φβ, μείζων ἐσὶ ϗ τῆς ωο· ἀλλ' ἡ ωο, μείζων ἐσὶ τῆς βο, ἡ φβ, ἄρα πολλῷ μείζων ἐσὶ τῆς βο. Ἀφαιρεθήτω τοίνυν ἀπὸ τῆς φβ, ἡ β 2 ἴση τῇ βο. Καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ϱ 2. Τῇ δὲ ρ 2 ἤχθω παράλληλος ἡ ψ 3. Καὶ προσεθήτω τῇ ωο ἀπὸ τῆς οδ ἡ ο 4 ἴση τῇ φ 3, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ψ 4, ὥσε συςαθῆναι τὸ ψ 4 ο τρίγωνον. Καὶ ἐπεὶ αἱ β 2, βο ἴσαι εἰσὶν, ἐκ τῆς κατασκευῆς, κοινὴ δὲ ἡ βϱ, αἱ δύο δὴ 2 β, βϱ ἴσαι εἰσὶ δυσὶ ταῖς οβ, βρ. Ἔσι δὲ ϗ ἡ ὑπὸ 2 βϱ γωνία ὁμοίως ἴση τῇ ὑπὸ οβϱ. ὀρθὴ γὰρ ἑκατέρα, ἄρα κατὰ τὴν δ'. τȣ̃ ά. τȣ̃ σοιχειωτȣ̃ αἵτε ϱ 2, ϱο βάσεις, ϗ ἡ ὑπὸ ρ 2 β, ροβ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσὶ, προσετέθησαν δὲ, ταῖς ωφ, ωο ἴσαις αἱ φ 3, ο 4 ἴσαι κατὰ τὴν κατασκευὴν, ἄρα κατὰ τὸ β'. ἀξίωμα, αἱ ω 3, ω 4 ἴσαι ἀλλήλαις εἰσὶ, κοινὴ δὲ ἡ ωψ, ἄρα κατὰ τὴν ῥηθεῖσαν δ'. τȣ̃ σοιχειωτȣ̃ αἱ ψ 3, ψ 4 βάσεις ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί. Ὁμοίως δὲ ϗ αἱ ὑπὸ ψ 3 ω, ψ 4 ω γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. Ἀλλ' αἱ ψ 3, ϱ 2 εὐθεῖαι παράλληλοι εἰσὶν ἐκ τῆς κατασκευῆς, ϗ εἰς αὐτὰς πέπτωκεν ἡ αδ, ἄρα κατὰ τὴν κθ'. τȣ̃ αὐτȣ̃ ἡ ὑπὸ ϱ 2 β, ἐκτὸς γωνία, ἴση ἐσὶ τῇ ὑπὸ ψ 3 ω, ἐντὸς ϗ ἀπεναντίον. Ἔσι δὲ ϗ ἡ μὲν ὑπὸ ϱοβ ἴση τῇ ὑπὸ ϱ 2 β, ὡς δέδεικται· ἡ δὲ ὑπὸ ψ 4 ω, τῇ ὑπὸ ψ 3 ω, ἄρα ϗ ἡ ὑπὸ ψοω ἴση ἐσὶ τῇ ὑπὸ ψ 4 ω. Ἀλλ' ἡ μὲν ὑπὸ ψοω γωνία ἐκτός ἐσι τȣ̃ ψ 4 ο τριγώνȣ· ἡ δὲ ὑπὸ ψ 4 ω, ἐντὸς, ἄρα ἡ ἐκτὸς γωνία τȣ̃ ψ 4 ο τριγώνȣ ἴση ἐσὶ τῇ ἐντὸς, ὅπερ ἀδύνατον κατὰ τὴν ις. τȣ̃ αὐτȣ̃. Οὐκ ἄρα ἡ φυ διαγώνιος διάμετρος διὰ τȣ̃ χ, διέρχεται σημείȣ. Οὔτε μὴν δι' ἄλλȣ τινὸς τῶν μεταξὺ τȣ̃ ρ, ϗ 9. Καὶ ἑπομένως ȣ̓δὲ τὸ κέντρον τȣ̃τε σφου ὀρθογωνίȣ παραλληλογράμμȣ ϗ τȣ̃ περὶ αὐτὸ γραφομένȣ κύκλȣ ἐκτὸς πίπτει τῆς ϱ 9.

Ἰδὲ Σχῆμα Γ'.

Ἀλλά γε διελθέτω ἡ φυ διαγώνιος διάμετρος διά τινος σημείȣ τῶν ἐν μέσῳ τȣ̃ ϱ ϗ β, ὡς ἡ φ 5 υ, τέμνȣσα τὴν ϱσ κατὰ τὸ 6 σημεῖον. Καὶ διὰ τȣ̃ 6 διελθέτω παράλληλος τῇ β 9 ἡ 78. Καὶ ἐπεὶ κατὰ τὸ προεκτεθὲν Λημμάτιον τὸ 6 σημεῖον κέντρον ἐσὶ τȣ̃τε σφου ὀρθογωνίȣ παραλληλογράμμȣ, ϗ τȣ̃ περὶ αὐτὸ γραφομένȣ κύκλȣ. Ἡ δὲ 78 γραμμὴ κάθετος ἐσὶ ἐφ' ἑκατέρας τῶν φο, συ διὰ τὸ παραλλήλως ἦχθαι τῇ β 9, πρὸς ὀρθὰς κειμένῃ ἐπὶ τῆς αϑ, ἐκ τῆς κατασκευῆς· πάντως γε ἑκατέρα τῶν φο, συ ἀπεναντίον πλευρῶν τȣ̃ σφου ὀρθογωνίȣ παραλληλογράμμȣ δίχα τέμνεται ὑπὸ τῆς 78, κατὰ τὴν γ'. τȣ̃ γ'. τȣ̃ σοιχειωτȣ̃. Ἴση ἄρα ἡ σ 8, τῇ 8 υ, ἀλλ' ἡ σ 8, μείζων ἐσὶ τῆς σ 9, ἄρα ϗ ἡ 8 υ μείζων ἐσὶ τῆς σ 9. Ἔσι δὲ ἡ 9 υ μείζων τῆς 8 υ, ἄρα ἡ 9 υ πολλῷ μείζων ἐσὶ τῆς σ 9. Ἀφαιρείσθω δὴ ἀπὸ τῆς 9 υ, ἡ 9 Α ἴση τῇ σ 9, ϗ ἐπεζεύχθω ἡ ϱ Α. Τῇ δὲ ϱ Α ἤχθω παράλληλος ἡ Β, ϗ προσεθήτω τῇ σ 9, ἡ σ Γ, γραμμὴ ἴση τῇ υ Β.

Εἶτα ἐπεζεύχθω ἡ 6 Γ, ϗ συναχθήσεται τὸ αὐτὸ ἄτοπον, ὃ ϗ ἐπὶ τȣ̃ ἀνωτέρω χήτατος. Αἱ μὲν γὰρ ϱσ, ρΑ βάσεις τῶν ρσ 9, ϱ Α 9 ὀρθογωνίων τριγώνων ἴσαι εἰσὶ κατὰ τὴν δ'. τȣ̃ ά. τȣ̃ σοιχειωτȣ̃, διὰ τὸ ἴσας εἶναι ϗ τὰς σ 9. 9 Α εὐθείας, καὶ κοινὴν τὴν καὶ ϱ. Ὥσε καὶ αἱ ὑπὸ ϱσ 9, ρ Α 9 γωνίαι ἴσαι εἰσὶ, κατὰ τὴν αὐτήν. Εἰσὶ δὲ ἴσαι ϗ αἱ σ 8 8 υ εὐθεῖαι, ὡς δέδεικται κατὰ τὴν ὑπόθεσιν τȣ̃ ἐναντίȣ, ϗ ταύταις προσετέθησαν ἴσαι, αἱ σ Γ, υ Β, ἄρα ϗ αἱ Γ 8, 8 Β, ἴσαι εἰσὶ κατὰ τὸ β'. ἀξίωμα. Κοινῆς δὲ λαμβανομένης τῆς 86, ἐπεὶ καὶ αἱ ὑπὸ 6 8 Γ, 6 8 B γωνίαι ἴσαι εἰσὶν, ὀρθὴ γὰρ ἑκατέρα ἐκ τῆς κατασκευῆς, δῆλον ὅτι αἱ 6 Γ, 6 B, βάσεις τῶν 6 8 Γ, 6 8 B, ὀρθογωνίων τριγώνων ἴσαι εἰσὶ, κατὰ τὴν ῥηθεῖσαν δ'. καὶ ἡ ὑπὸ 6 Γ 8 γωνία τῇ ὑπὸ 6 B 8. Ἔστι δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ρ A 9 ἐκτὸς γωνία ἴση τῇ ὑπὸ 6 B 8 ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον, κατὰ τὴν κθ'. τοῦ αὐτοῦ· ἄρα ἡ ὑπὸ ρ A 9 ἴση ἐστὶ καὶ τῇ ὑπὸ 6 Γ 8. τῇ δὲ ὑπὸ ρ A 9, ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ρ σ 9, ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ρ σ 9, ἐκτὸς γωνία τοῦ 6 Γ σ, τριγώνου ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ 6 Γ 8, ἤτοι 6 Γ σ· ἐντὸς τοῦ αὐτοῦ. Τοῦτο δὲ ἀδύνατον κατὰ τὴν ῥηθεῖσαν ις'. τοῦ στοιχειωτοῦ. Ἡ φυ ἄρα διαγώνιος διάμετρος οὐ διέρχεται διὰ τοῦ ȝ, σημείου, ἢ ἄλλου τινὸς τῶν μεταξὺ τῶν ρ, καὶ β. Δέδεικται δ' ὅτι οὐδὲ διὰ τοῦ χ, ἢ ἄλλου τινὸς τῶν ἐν μέσῳ τοῦ ρ, καὶ γ, ἄρα διὰ τοῦ ρ, μόνου διέρχεται, ὡς ἡ φρυ. ὅπερ ἦν τὸ ἀμφιβαλλόμενον. Διέρχεται δὲ καὶ ἡ σο, διὰ τοῦ ρ, κατὰ τὴν κατασκευὴν, ἄρα τὸ ρ, κοινὴ ἐστὶ τομὴ τῶν σο, φυ, διαγωνίων διαμέτρων τοῦ σφου, ὀρθογωνίου παραλληλογράμμου· καὶ κατὰ τὸ προεκτεθὲν Λημμάτιον τὸ κέντρον τοῦτε σφου, ὀρθογωνίου παραλληλογράμμου, καὶ τοῦ περὶ αὐτὸ γραφομένου κύκλου τὸ ρ, ἐστὶ σημεῖον.

Ἐπεὶ δὲ ἡ ὑπὸ συο, γωνία ὀρθὴ ἐστὶν, ἐκ τῆς κατασκευῆς, καὶ βέβηκεν ἐπὶ τῆς σρο, ἄρα ἐν ἡμικυκλίῳ ἐστὶ κατὰ τὴν λά. τοῦ αὐτοῦ, οὗ διάμετρος ἡ σρ. Ἀλλὰ καὶ ἡ ὑπὸ σπο, γωνία ὀρθὴ ἐστὶ, κατὰ τὴν αὐτὴν πρότασιν, ἐν ἡμικυκλίῳ γάρ ἐστι τῷ απο, καὶ βέβηκεν ἐπὶ τῆς σρο, ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ στο, ἐν τῷ αὐτῷ ἡμικυκλίῳ ἐστὶν ἐν ᾧ καὶ ἡ ὑπὸ συο. Ἀλλ' ἡ ὑπὸ συο, ἐστὶν ἐν τῷ ἡμικυκλίῳ τοῦ περὶ τὸ σφου, ὀρθογώνιον παραλληλόγραμμον γραφομένου κύκλου· ἄρα ὁ κέντρῳ μὲν τῷ ρ, διαστήματι δὲ τῷ ρο, ἢ ρσ, ἢ ρυ, γραφόμενος κύκλος διελεύσεται καὶ διὰ τοῦ π. Αἱ πέντε ἄρα εὐθεῖαι ρτ, ρπ, ρυ, ρο, καὶ ρφ ἴσαι εἰσί. Τῇ δὲ ρτ, ἴση ἐστὶν ἡ ργ, ἐκ τῆς κατασκευῆς. Ἄρα αἱ ἓξ εὐθεῖαι, ρσ, ρτ, ρυ, ρο, ργ, καὶ ρφ ἴσαι εἰσί. Καὶ ὁ κέντρῳ μὲν τῷ ρ, διαστήματι δὲ τῷ ρσ, ἢ ἄλλῳ τινὶ τῶν ρτ, ρυ, καὶ λοιπῶν γραφόμενος κύκλος διελεύσεται καὶ διὰ τοῦ γ. Τὸ πυογ ἄρα τόξον ἡμικύκλιον ἐστί. Καὶ ἡ βο μέση ἀνάλογος τῶν βπ, βγ κατὰ τὴν ιγ'. τοῦ ϛ'. τοῦ στοιχειωτοῦ. Ἔστι δὲ καὶ ἡ βπ μέση ἀνάλογος τῶν αβ, βο κατὰ τὴν κατασκευήν· ἄρα αἱ τέσσαρες εὐθεῖαι, αβ, βπ, βο, καὶ βγ συνεχῶς ἑξῆς εἰσὶν ἀνάλογον, ὡς ἡ αβ, πρὸς τὴν βπ, ἡ βπ, πρὸς τὴν βο, καὶ ἡ βο, πρὸς τὴν βγ. Δίδονται δὲ αἱ αβ, βγ ἄκραι, ἄρα εὕρηνται αἱ ζητούμεναι μέσαι, βπ, βο· ὅπερ ἦν τὸ ἐν ἀρχῇ ὑποχεθέν. Δύο ἄρα δοθεισῶν ἀνίσων εὐθειῶν, εὕρηνται αἱ δύο μέσαι αὐτῶν συνεχῶς ἑξῆς ἀνάλογον γραμμαί.

Ἐπιστάσεως μέντοι ἄξιον, ὅτι ἡ μξ, ἐναπολαμβανομένη Γραμμὴ μεταξὺ τῶν μ, καὶ ξ, σημείων διῄρηται ἔνθα τὸ ο, σημεῖον κατὰ τὸν λόγον τῆς ζμ, πρὸς τὴν ξϑ, ὡς προηρμήνευται, ὅτι οὐκ ἐνδέχεται ἄλλως τὴν αὐτῆς γενέσθαι διαίρεσιν· λαμβανομένης γὰρ ἑκατέρας τῶν βζ, βϑ, ἀντὶ τῆς β'. τῶν ζητουμένων, καὶ μηδετέρας οὔσης ἀληθοῦς, ὡς ὀψόμεθα, εὑρίσκονται διὰ τῶν γμη, γξκ, ἡμικυκλίων ἐγγύτερον τῆς ἀληθοῦς, αἱ βμ, βξ· ἡ μὲν ὑπερέχουσα τὴν βζ, τῇ ζμ, ὑπεροχῇ ἡ δὲ ἐλλείπουσα τῆς βϑ, τῇ ξϑ· καὶ ἐναπολαμβάνεται τοῖς μ, ξ, σημείοις ἡ μξ, γραμμή· μηδετέρας δὲ καὶ τῶν βμ, βξ, ἴσης οὔσης τῇ ζητουμένῃ ἀληθεῖ β'. ὡς καὶ τοῦτο δειχθήσεται, ἀλλὰ τῆς μὲν ἐλλειπούσης, τῆς δὲ ὑπερεχούσης τῆς ἀληθοῦς, διαιρεῖσθαι πάντως γε δεῖ τὴν μξ, ἐναπολαμβανομένην, ὥστε εὑρεθῆναι ἑτέραν γραμμὴν ὑπερέχουσαν μὲν τὴν βμ, ὁμολόγῳ τινὶ ὑπεροχῇ, ᾗ καὶ ἡ βμ, ὑπερέχει τὴν βζ· ἐλλείπουσαν δὲ τῆς βξ, ὡσαύτως ὁμολόγῳ ὑπεροχῇ, ᾗ καὶ ἡ βξ, ἐλλείπει τῆς βϑ· ὥσπερ γὰρ ἑκατέρα τῶν βμ, βξ, ἐγγύτερον ἐστὶ τῆς ἀληθοῦς, διὰ τὸ τὴν ὑπὸ τῶν αὐτῶν περάτων ἐναπολαμβανομένην μξ, γραμμὴν ἐλάττονα εἶναι τῆς ὑπὸ τῶν περάτων τῶν βζ, βϑ, ἐναπολαμβανομένης ζϑ, οὕτω ἀληθὴς ἐστὶν, ἧς καὶ ἀντὶ ἐλάττονος καὶ ἀντὶ μείζονος λαμβανομένης, οὐδεμία ὑπὸ τῶν αὐτῆς περάτων ἐναπολαμβάνεται γραμμή, ἀλλ' ἡ αὐτὴ ὑπερέχει μὲν τὴν ἐλάττονα, ἐλλείπει δὲ τῆς μείζονος. Διῃρημένης δὲ τῆς μξ, κατὰ τὸν λόγον τῆς ζμ, πρὸς τὴν ξϑ, εὑρίσκεται ἡ βο, μέση τῶν βμ, βξ, τὴν μὲν βμ, ὑπερέχουσα τῇ μο, ὑπεροχῇ, ὁμολόγῳ οὔσῃ τῇ ζμ, τῆς δὲ βξ, ἐλλείπουσα τῇ οξ, ὁμολόγῳ καὶ αὐτῇ οὔσῃ τῇ ξϑ. Καὶ ὥσπερ τὸ μὲν περὶ τὴν γη, ἡμικύκλιον ἐκτὸς πίπτει τοῦ ζ, διὰ τὸ τὴν βζ, πολλῷ ἐλάττονα εἶναι τῆς ἀληθοῦς· τὸ δὲ περὶ τὴν γκ, ἐντὸς τοῦ ϑ, διέρχεται, τῷ τὴν βϑ, πολλῷ μείζονα εἶναι τῆς αὐτῆς, οὕτω καὶ τὸ περὶ τὴν γπ, ἐκτὸς μὲν πίπτει τοῦ μ, διὰ τὸ εἶναι τὴν βμ, ἐλάττονα τῆς ἀληθοῦς, τοῦ δὲ ξ, ἐντός· μείζων γὰρ ἡ βξ, τῆς ἀληθοῦς· ἡ βο, ἄρα οὔτε ὑπερέχει τῆς ἀληθοῦς δευτέρας τῶν ζητουμένων, οὔτε ἐλλείπει, ἴση ἄρα· ὥστε καὶ ἡ βπ, ἴση ἐστὶ τῇ ἀληθεῖ πρώτῃ τῶν αὐτῶν.

Ἔτι ἐπεὶ ἡ μξ, τέτμηται ἀναλόγως ταῖς ζμ, ξϑ, πάντως γε ὡς ἔχει ἡ ζμ, πρὸς τὴν ξϑ, ἔχει καὶ ἡ μο, πρὸς τὴν οξ· ὥστε καὶ ἐναλλὰξ ὡς ἡ ζμ, πρὸς τὴν μο, ἡ ξϑ, πρὸς τὴν οξ· καὶ συνθέσει ἄρα, ὡς ἡ ζο, πρὸς τὴν μο, ἡ οϑ, πρὸς τὴν οξ· καὶ ἐναλλὰξ πάλιν ὡς ἡ ζο, πρὸς τὴν οθ, ἡ μο, πρὸς τὴν οξ. Ἡ βο, ἄρα μέση ἐστὶ, ϗ τῶν βζ, βθ, τὴν μὲν βζ, ὑπερέχουσα τῇ ζο, ὑπεροχῇ, ὁμολόγῳ οὔσῃ τῇ μο, ὡς δέδεικται ἤτοι τῇ ζμ. τῆς δὲ βθ, ἐλλείπουσα τῇ οθ, ὁμολόγῳ τῇ οξ, ἤγουν τῇ ξθ· ἀναλογεῖ ἄρα ἡ βο, ἑκατέρα τῶν βμ, βξ, ὥστε ψευδομένων τῶν βμ, βξ. ἡ βο, δήπουθεν ἀληθής ἐστι μέση. ὑγιῶς ἄρα τέτμηται ἡ μξ, ὑπολαμβανομένη, ἔνθα τὸ ο, κατὰ τὸν λόγον τῆς ζμ, πρὸς τὴν ξθ.

Ὅτι δὲ ἑκατέρα μὲν τῶν βζ, βμ, ἐλάττων ἐστὶ τῆς ἀληθοῦς β'. τῶν ζητουμένων, ἑκατέρα δὲ τῶν βξ, βθ, μείζων, ἐκ τῶν ἑξῆς γενήσεται δῆλον. Ἐπεὶ γὰρ ἡ βζ, εἴληπται ἴση τῇ βγ, τετάρτῃ, πάντως γε ἐλάττων ἐστὶ τῆς β'. μὲν τῶν ζητουμένων, τρίτης δὲ τῶν τεσσάρων· ἄνισοι γὰρ αἱ αβ. βγ· ἐπεὶ δὲ πάλιν ἡ βμ μέση ἀνάλογος ἐστὶ, τῶν ηβ, βγ, εἴγε ἴση ἦν ἡ αὐτὴ βμ, τῇ ἀληθεῖ β'. ἦν ἂν δήπουθεν ϗ ἡ βη, ἴση τῇ ἀληθεῖ α', τῶν ζητουμένων. αὕτη γὰρ εὕρηται ἀντὶ πρώτης διὰ τῆς κατασκευῆς· εἰ δὲ ἡ βη, ἴση ἦν τῇ ἀληθεῖ α'. ἦν ἂν ἔτι ἡ αὐτὴ ϗ μέση ἀνάλογος τῶν αβ, βμ, ὥσπερ ϗ ἡ βμ, τῶν ηβ, βγ· ἀλλὰ τοῦτο ψευδὲς ἐκ τῆς κατασκευῆς· ἔστι γὰρ μέση ἀνάλογος τῶν αβ, βζ, ϗ ἐλάττων τῆς ἀληθοῦς πρώτης, ὥστε ϗ ἡ βμ, ἐλάττων ἐστὶ τῆς ἀληθοῦς δευτέρας. Τὸν αὐτὸν τρόπον δειχθήσεται ϗ ἡ βξ, μείζων τῆς αὐτῆς· ὅτι ϗ ἡ βκ, μέση οὖσα ἀνάλογος τῶν αβ, βθ, μείζων ἐστὶ τῆς ἀληθοῦς πρώτης· ὅτι δὲ ϗ ἡ βθ, πολλῷ μείζων ἐστὶ τῆς ἀληθοῦς δευτέρας φανερόν. Εἴληπται γὰρ ἴση τῇ βη, ἡ δὲ βη, μέση ἐστὶν ἀνάλογος τῶν αβ, βζ, ἤτοι αβ, βγ· ἡ δὲ μέση ἀνάλογος τῶν αβ, βγ, μεταξὺ ἐμπίπτει τῶν ζητουμένων· ἐλλείπουσα μὲν τῆς α'. ὑπερέχουσα δὲ τὴν β'. ἄρα ἡ βθ, μείζων ἐστὶ τῆς ἀληθοῦς β'. ὅπερ ἦν τὸ μετὰ τῶν ἄλλων ὑποχεθέν.

Ἰστέον δ', ὅτι ἡ μὲν βζ, δύναται ληφθῆναι ϗ μείζων ϗ ἐλάττων τῆς βγ, ἡ δὲ βθ, τῆς βη, ϗ τὰς αὐτὰς εὑρίσκεσθαι μέσας γραμμὰς τῶν αὐτῶν ἄκρων φυλαττομένων· ἀλλ' ἐπεὶ τὸ μεῖζον ϗ ἔλαττον ἀόριστον ἐστί· ϗ ὅτε μὲν λαμβανομένης τῆς βζ. πολλῷ μείζονος, ἐμπίπτει ὁ περὶ τὴν γη, κύκλος ἐντὸς τοῦ ζ· ὥσπερ ϗ ὁ περὶ τὴν γκ, ἐντὸς τοῦ θ. ϗ τηνικαῦτα δέον ἐλάττονα λαμβάνειν τὴν αὐτὴν γζ. ϗ πολλαπλασιάζεσθαι, τούς τε κύκλους τοὺς περὶ τὴν γη, γραφομένους, καὶ τὰ περὶ τὴν αζ, ἡμικύκλια, ἕως ἂν ὁ περὶ τὴν ἐλαττωθεῖσαν γη, κύκλος ἐκτὸς πέσῃ τοῦ ζ· ὡς ἐπὶ τοῦ παρόντος ὁρᾶται Δ'. διαγράμματος. Ὅτε δὲ λαμβανομένης τῆς βζ, κατὰ συμβεβηκὸς ἴσης τῇ ἀληθεῖ, ὁ περὶ τὴν γη, κύκλος διέρχεται διὰ τοῦ ζ, σημείου, ϗ δι' ἑνὸς μόνου κύκλου τε ϗ ἡμικυκλίου συνίσταται τὸ διάγραμμα ὡς ὁρᾷς ἐπὶ τοῦ Ε'. Ἐπὶ μὲν γὰρ τοῦ Δ'. διαγράμματος, ληφθείσης τῆς ΒΖ, μείζονα ἢ διπλασίου τῆς βγ, ὁ γΗΜ, κύκλος ὁ περὶ τὴν γΗ, διῆλθε διά τινος σημείου τῶν ἐντὸς τοῦ Β, ϗ Ζ. ϗ ἡ ΒΜ, ἐλάττων γέγονε τῆς ΒΖ, διά τοι τοῦτο ἐδέησε ληφθῆναι τὴν αζ, μικρὸν μείζονα τῆς βγ, ϗ ἐλάττονα τῆς ΒΖ. ϗ οὕτω τῶν λοιπῶν γενομένων κατὰ τὴν προεκτεθεῖσαν ἑρμηνείαν ἐπὶ τῆς κατασκευῆς, συνέστη τὸ διάγραμμα.

Ἐπὶ δὲ τοῦ Ε'. ληφθείσης τῆς βζ, ἐλάττονος ἢ διπλασίας τῆς βγ. ϗ τοῦ περὶ τὴν αζ, γραφομένου ἡμικυκλίου τέμνοντος τὴν γε, κατὰ τὸ η, ὁ περὶ τὴν γη, κύκλος διῆλθε διὰ τοῦ ζ· ὥστε δῆλον ὅτι γε ἡ βζ, εἴληπται κατὰ συμβεβηκὸς ἴση τῇ ἀληθεῖ β'. τῶν ζητουμένων, διὸ διὰ μόνου ἑνὸς ἡμικυκλίου ϗ ἑνὸς κύκλου γέγονε τὸ ἐπιταχθέν. Ἐπεὶ τοίνυν φημὶ τὸ μεῖζον ϗ ἔλαττον ἀόριστον ἐστὶ, τούτου ἕνεκα ὀφείλει ἡ βζ, ἴση λαβάνεσθαι τῇ βγ, διά τε τὸ ἀποστάτερον, ϗ πολλῷ μᾶλλον τὸ ὡρισμένον· ϗ τὰ λοιπὰ γίνεσθαι ὡς προηρμήνευται. τὰ αὐτὰ δὲ συμβήσεται κἂν ἡ βθ, πολλῷ ἐλάττων ληφθῇ τῆς βη.

Τῇ αὐτῇ ἐφόδῳ χρώμενοι τὰς αὐτὰς δύο μέσας συνεχῶς ἑξῆς ἀνάλογον εὑρήσομεν γραμμὰς, δοθεισῶν τῶν ἄκρων ϗ κατὰ τὸ ἀνάπαλιν, τῆς μὲν δηλονότι ἐλαχίστης ἀντὶ πρώτης τῶν αὐτῶν, τῆς δὲ μεγίστης ἀντὶ δευτέρας. Τὰ αὐτὰ γὰρ ἔσονται, ὁπωσδηποτοῦν τῶν ἄκρων δεδομένων. Προσετέθη δὲ ϗ τοῦτο, εἰς ἔνδειξιν μὲν τῆς ἐπί τε τῆς κατασκευῆς ϗ δείξεως τοῦ διαγράμματος ἀκριβείας, ἔλεγχον δὲ τῶν ἐμπαθῶς κατ' αὐτῶν φερομένων.

ΜΕΡΟΣ ΔΕΥΤΕΡΟΝ.

Μετάφρασις τῆς ἐκ Πετρουπόλεως ἀκαδημιακῆς ἐπιςολῆς.

Τῷ αἰδεσιμωτάτῳ ἀνδρὶ κυρίῳ Μπαλάνῳ Βασιλοπούλῳ Ἀρχιπρεσβυτέρῳ καὶ Διδασκάλῳ Ἰωαννίνων, εὐπράττειν.

Ἡ ἐν Πετρουπόλει τῶν Ἐπιςημῶν Ἀκαδημία.

Ἀφίκοντο εἰς τὴν ὑμετέραν Ἀκαδημίαν τὰ τιμαλφέςατά σου γράμματα, ϗ πάντες οἱ ἐν αὐτῇ τῶν ἐπιςημῶν τρόφιμοι, μετ' οὐ τῆς τυχούσης εὐγνώμονος προθυμίας οἰδασί σοι τὴν αὐτὴν, ἣν αὐτοῖς παρέχειν ἠβουλήθης τιμήν. Ἔγνωσαν ἐξ αὐτῶν εἰωθέναι σε καταριθμεῖν τὰς περὶ τὴν μαθηματικὴν σπουδὰς ἐν ταῖς ἐπιπονωτέραις φροντίσι μετὰ ϗ καθαρωτέρας ἐπιμελείας. Γράφεις γὰρ ἐντυχεῖν σε τὴν λύσιν τοῦ δηλείου λεγομένου μαθηματικοῦ προβλήματος, περὶ ἧς πολυμέριμνοι ἦσαν οἱ ἀρχαιότεροι τῶν μαθηματικῶν, τούτου δηλαδὴ εὑρεῖν δύο μέσας ἀνάλογον ἐν συνεχεῖ ἀναλογίᾳ δεδομένων τῶν ἄκρων.

Τὴν ἀριθμητικὴν μὲν οὖν λύσιν, τὴν πᾶσι γνωριμωτάτην, οὐχ ὁρᾷς ἥτις πορίζεται τῷ τρόπῳ τούτῳ· πολλαπλασιασθήτω τὸ τετράγωνον τῆς πρώτης τῶν δοθεισῶν ἐπὶ τὴν δοθεῖσαν τετάρτην, ϗ τούτου γενομένου ἐξαχθήτω ἡ κυβικὴ ῥίζα, ϗ αὕτη παρίςησι τὴν πρώτην τῶν ζητουμένων· ἀλλ' ἐθήρευσας τὴν τὴν Γεωμετρικὴν εὐχερεςάτης οὔσαν κατασκευῆς, ἢ κρεῖττον εἰπεῖν, εὐχερεςέρας, ὑπὲρ ἐκεῖναι, αἵτινες μέχρι τοῦ νῦν σώζονται παραδεδομέναι παρὰ τῶν ἀγχινουςέρων τροφίμων τῆς μαθήσεως. Πρὶν δὲ ἢ ἐκδοῦναι εἰς φῶς τὴν σὴν τοῦ προβλήματος λύσιν, προεῖλου εἰδημονιᾶσε γενέσθαι τί περὶ τούτου παρὰ τοῖς ἄλλοις νεωτέροις μαθηματικοῖς εὕρηται. Ἵνα δὲ τῇ σῇ ἐφέσει ἀποχρώντως ἀφοσιωσώμεθα, παρακτέον ἡμῖν τὰς παρὰ τῷ Εὐτοκίῳ Ἀσκαλωνίτῃ ἐν τοῖς εἰς τὸ δεύτερον τοῦ Ἀρχιμήδους περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου σχολίοις λύσεις. Μέναιχμός τις ὡς ἐκ τῆς τοῦ Εὐτοκίου δηλοῦται μαρτυρίας, δοθεισῶν τῶν ἄκρων, ἐδίδαξε δύο εὐθείας γραμμὰς, (ἤτοι τὰς δοθείσας) συνάψαι γνωμονικῶς (ἤτοι κατ' ὀρθὴν γωνίαν) ϗ ἐπὶ τῆς ἐλάττονος τῶν δοθεισῶν ἄκρων ἀντὶ παραμέτρου παραβολῆς ληφθείσης τὴν παραβολὴν καταγράψαι· ὥσπερ ϗ ἐπὶ τῆς μείζονος τῶν δοθεισῶν ἀντὶ παραμέτρου παραβολῆς ὡσαύτως ληφθείσης ἑτέραν παραβολὴν καταγράψαι τῆς αὐτῆς ὑπαρχούσης κορυφῆς ἑκατέρας παραβολῆς· ἐκ δὲ τῆς κοινῆς τομῆς τῶν παραβολῶν κάθετον ἀγαγεῖν ἐπὶ τοῦ ἄξονος τῆς παραβολῆς, ἧς ἡ παράμετρος εἴληπται ἡ ἐλάττων τῶν δοθεισῶν. Γίνεται ϗ ἡ κάθετος αὕτη τῷ τρόπῳ τούτῳ· συναφθήτω τὸ ἐκεῖθεν σημεῖον τῆς κοινῆς τομῆς τῶν παραβολῶν τῷ ἄξονι τῆς παραβολῆς, ἢ τῇ ἡμιτακτικῇ τῆς παραβολῆς, ἧς ἡ παράμετρος ἐςὶν ἐλάττων, ἐλάττων ϗ τῶν ζητουμένων συνεχῶς ἀνάλογον (ὥς μοι δοκεῖ, ἔδει κρεῖττον εἰπεῖν, ἐλάττων τῶν δοθεισῶν) ϗ ἀποτμηθεῖσα ἐνδείκνυσι τὴν μείζονα τῶν ζητουμένων μέσον ἀνάλογον, (ἡ ἡμιτακτικὴ δηλ.)

Ὑπάρχουσι ϗ ἄλλαι πλείονες λύσεις ϗ κατασκευαὶ ἐν τοῖς τῶν νεωτέρων μαθηματικῶν συγγράμμασιν· ὡς ἔνεςιν εἰδεῖν τίνας ἐν τοῖς ςοιχείοις τῆς ἀναλύσεως τοῦ Βολφίου· σελίδι 528 § ἤτοι παραγράφῳ 624 ἐκτεθειμένας· ἀλλὰ πᾶσαι αὗται αἱ κατασκευαὶ ϗ λύσεις οὕτω πορίζονται, ὥςε δεῖν προϋποθέσθαι τὴν κατασκευὴν τῶν κωνικῶν τομῶν· ἥτις τὴν αὐτὴν συνεισάγει δυσχέρειαν τῇ ἀνωτέρω

Εἰ τοίνυν, αἰδεσιμώτατε ἄνερ, συντομώτερον, ϗ εὐχερέςερον ἄνευ τῆς καταγραφῆς τῶν κωνικῶν τομῶν, ϗ καμπύλων γραμμῶν, δυσχερεςέρας οὔσων καταγραφῆς ἰσχύεις λῦσαι τὸ παρὸν πρόβλημα, παρέχον οὐ μικρὰν τὴν λυσιτέλειαν τῇ μαθήσει, ϗ κοινωνῆσαι τοῦτο τῇ Ἀκαδημίᾳ ἀδόλως διςάζεις· πέπεισο ἀσφαλέςατα, ὅτι αὕτη ἡ Ἀκαδημία, ἥτις παντοίοις τρόποις περιποιεῖται, ϗ περιθάλπει τοὺς ἐναχολουμένους πρὸς τὸ αὐξῆσαι τὰς ἐπιστήμας, μετὰ μεγίστης ἡδονῆς τοὺς τοιούτους ἀποδεχθήσεται, ϗ φιλοφρονήσει· ἔρρωσο.

Ἐξέδοτο ἐν Πετροπόλει κατὰ τὸ ͵αψνα. ἔτος, Μαρτίου λ'.
Τῷ ὀνόματι τῆς τῶν ἐπιστημῶν ἀκαδημίας ἔγραψα
Γ. W. Ῥούχμαν.

Τῷ σοφωτάτῳ Κυρίῳ ἀμπάτε Στελίνῳ, Μπαλάνος Βασιλόπουλος ὁ Πρωτοπαπᾶς Ἰωαννίνων, χαίρειν.

Ἔφθασε ϗ εἰς ἡμᾶς, ἀνδρῶν ἄριστε, ἡ ἀγαθὴ ὑμῶν φήμη· δεδήλωκέ μοι πρὸ πολλοῦ ὁ φιλομαθέστατος γνήσιός μοι μαθητὴς κύριος Νικόλαος Κυριάκη διὰ τῶν αὐτοῦ πρός με γραμμάτων τὴν φιλοσοφικὴν ὑμῶν ἀγαθὴν διάθεσιν, ϗ τὴν μετ' εὐνοίας ἀποδοχὴν τῆς περὶ εὑρέσεως τῶν δύο μέσων ἑξῆς ἀνάλογον γραμμῶν δοθεισῶν τῶν ἄκρων Προτάσεων, ϗ τὴν ἀκριβῆ ταύτης θεωρίαν, ἐξ ἧς ἀνέκυψε, ϗ ἡ περὶ τῆς κατὰ τὸ ο, διαιρέσεως τῆς μξ γραμμῆς ἀπορία, ἣν ϗ τὸ σταλέν μοι τότε ἐδήλου διάγραμμα. Ἀλλ' ἐγὼ τηνικαῦτα χρονίῳ συνεχόμενος τεταρταίῳ πυρετῷ, ϗ ἀσθενῶς ἔχων τῷ σώματι, οὐκ ἠδυνήθην ἀπαντῆσαι, ὡς τὸ εἰκὸς, εἰς λύσιν τῆς παρ' ὑμῶν ταύτης ἀπορίας, ὅτε ϗ ἔδει, μετὰ καιρὸν δὲ τοῦτο πεποίηκα, ϗ εἰς Βενετίαν τὴν τῆς ἀπορίας λύσιν ἀπέστειλα, ὡς εἶχον μέντοι τότε δυνάμεως· μαθὼν δὲ παρὰ τῶν ἐν Βενετίαις διατριβόντων μοι μαθητῶν, δι' ἔρωτα τῆς Λατινίδος, ϗ τῶν νέων ἐπιστημῶν, ὡς οἱ πολλοὶ τῶν αὐτοῦ μαθηματικῶν, τὴν ἐκ τῆς κατασκευῆς τοῦ διαγράμματος τῆς αὐτῆς προτάσεως ἐξηρτημένην ἀπαντοῦσι δεῖξιν, ϗ ταύτην μόνην εἰς ἐμπέδωσιν τῆς τοῦ προβλήματος ἱκανὴν ἀποφαίνονται, ὀρθῶς περὶ τούτου κρίνοντες, μικρόν τι ἀναλαβὼν τῆς προτέρας μου δυνάμεως μείζοσιν ἐμαυτὸν ἐνέβαλον πόνοις· ϗ δὴ λημμάτιόν τι προετοιμάσας συνήγαγον δι' αὐτοῦ ἀναγκαίως, ὥς γε μοι δοκεῖ, μὴ ἐξεῖναι κατ' ἄλλον τινὰ λόγον τὴν μξ διαιρεθῆναι γραμμὴν παρὰ τὸν τῆς ζμ πρὸς τὴν ξθ', ὡς ἐπὶ τῆς τοῦ διαγράμματος κατασκευῆς ἡρμήνευται· ὅθεν δὲ ϗ ταύτην μόνην τὴν δεῖξιν τῆς προσταλείσης προτάσεως τῇ πρώτῃ αὐτῆς συνέταξα δείξει, ὡς ἀρκοῦσαν ἤδη εἴς τε ἐμπέδωσιν τοῦ τοιούτου προβλήματος, ϗ ἐπιβεβαίωσιν τῆς πρώτης αὐτοῦ δείξεως. οἶμαι δ' ὅτι, ἵνα μὴ καὶ πέπεισμαι εἴπω, ϗ τοὺς ἐριστικῶς προθυμουμένους κατὰ τῆς αὐτῆς φέρεσθαι προτάσεως μηδὲν ἀντιπεῖν ἔχειν· διὸ δὴ ϗ πρὸς τὴν σὴν μεγαλόνοιαν ἀδιστάκτως στέλλω τὴν πρότασιν, δυσὶν ἀσφαλιζομένην δείξεσιν, ὡς ταῖς τοιαύταις χαίρουσαν θεωρίαις. Ἀξιῶν αὐτὴν λεπτομερῶς ἐρευνῆσαι τὰ ἐν αὐτῇ, μηδὲ τὸ σμικρότατον καταλιποῦσαν, ἢ γοῦν παραδραμοῦσαν, ϗ διὰ τῶν τιμαλφεστάτων αὐτῆς γραμμάτων δηλῶσαι μοι τὰ δόξαντα. ἔρρωσο φιλοσόφων ἄριστε χαίρων τε ἅμα, ϗ εὐδαιμονῶν.

Κατὰ τὸ ͵αψνγ. Ἀνθεστηριῶνος κε. Ἰωαννινόθεν.

Τοῖς σοφωτάτοις καὶ ἐπιστημονικωτάτοις ἀνδράσι τοῖς ἐν τῇ περιφήμῳ Ἀκαδημίᾳ Πετρουπόλεως, Μπαλάνος Βασιλόπουλος ὁ Πρωτοπαπᾶς Ἰωαννίνων, χαίρειν.

Ὅσον τῷ ὄντι τερπνόν τε ἅμα ϗ ἐπωφελὲς τοῦ σκοποῦ ἐπιτυγχάνειν, ϗ μὴ μάτην ποιεῖν, τοσοῦτον ἤδη λυπηρὸν, ϗ ἀνωφελὲς τοὐναντίον, ϗ πολλῷ μᾶλλον λυπηρότερον τὸ παρ' ἐλπίδα συμβαῖνον. ἔγωγε τοίνυν πολλοὺς, ϗ διὰ πολλοῦ ὑπομείνας τοὺς πόνους, ϗ οὐδὲ μετρίοις καταβρεχθεὶς τοῖς ἱδρῶσιν, εἰς ἐπίτευξιν τῆς μεθόδου, τῆς τῶν δύο μέσων συνεχῶς ἑξῆς ἀνάλογον γραμμῶν εὑρέσεως κατὰ γεωμετρικοὺς χωροῦσης κανόνας, ϗ εὑρὼν τὴν πρὸς ἡμᾶς εἰς κρίσιν πρὸ πολλοῦ σταλεῖσαν γεωμετρικὴν ἔφοδον, ὡς τῶν τοιούτων ὄντας ὑπερασπιστὰς, ἀντὶ τῆς παρ' ὑμῶν ἐλπιζομένης τῆς αὐτῆς ἐφόδου ἐπιβεβαιώσεως, ἐδέχθην τὴν παρὰ τοῦ σοφωτάτου, ὡς γράφουσιν, Εὔλερ ἀνασκευὴν ταῖς ἀριθμητικαῖς συνισταμένην ἐφόδοις, ὡς μικρὰν δῆθεν ἐχουσῶν τὴν ἰσχὺν, τῶν γεωμετρικῶν ἀρχῶν τε ϗ ἀποδείξεων, ὅπου γε μᾶλλον τοὐναντίον ἔδει ποιῆσαι, τὰς γεωμετρικὰς τοῦ προβλήματος ἀποδείξεις γεωμετρικῶς βασανίσας, ϗ μὴ ἀφέντα τὴν ὑπέραν τὸν πόδα διώκειν, τὸ δὴ λεγόμενον. Διὸ δὴ ἵνα μὴ εἰς μάτην οἱ ἐμοὶ ἀπέλθωσι πόνοι. τῶν ὧνπερ εἶχον περὶ τὴν εὑρεθεῖσαν ταύτην ἔφοδον ἐλπίδων ἐκπέσοιμι κατεσκεύασα ὡς εἶχον τότε δυνάμεως, χρονίῳ τεταρταίῳ συνεχόμενος πυρετῷ, τὴν πρὸ πολλῶν ἡμερῶν σταλεῖσαν ἡμῖν ἀπάντησιν εἰς ἀνασκευὴν τῶν παρὰ τοῦ Εὔλερ ἐνστάσεων ϗ ἐμπέδωσιν τοῦ προβλήματος, μικρόν τι παραλλάξας τὴν τῆς πρώτης δείξεως κατασκευὴν, καὶ δευτέραν προσθεὶς ἀπόδειξιν ἐκ τοῦ ἐπιλογισμοῦ τῆς κατὰ τὸ ο διαιρέσεως τῆς μξ ἐναπολαμβανομένης γραμμῆς ἐξηρτημένην. Ἀλλ' ἐπεὶ οὔτε παρ' ὑμῶν διὰ γραμμάτων ἔμαθον τὰ περὶ τῆς αὐτῆς ἀπαντήσεως οὔτε μὴν παρὰ τῶν ἐν Βενετίαις γνησίων μοι ἀκροατῶν ἔχω τί περὶ τούτου σαφὲς εἰπεῖν· ἔμεινε δή μοι κατὰ τὸν εἰπόντα Ἄστροις ταμὰ τεκμαίρεσθαι, ἐλαφρωθεὶς ἤδη τοῦ προκαταλαβόντες με πυρετοῦ, ϗ μικρόν τι τῆς προτέρας ἀναλαβὼν δυνάμεως. Ἀκούων δ' ὅτι ϗ πολλοὶ τῶν ἐν τοῖς μαθήμασιν ἀσχολουμένων τὴν ἐκ τῆς τοῦ διαγράμματος κατασκευῆς τοῦ αὐτοῦ προβλήματος ἐξηρτημένων ἀπαιτοῦσι δεῖξιν· ϗ ταύτην μόνην εἰς ἐμπέδωσιν τῆς προτάσεως ἀσφαλεστέραν ἀποφαίνεται ὀρθὴν τῷ ὄντι περὶ τούτου τὴν κρίσιν ποιοῦντες, κατεσκεύασα ϗ τὴν ἤδη πρὸς ὑμᾶς στελλομένην δεῖξιν, συντάξας αὐτὴν μόνην τῇ πρώτῃ, διὰ τὸν φόβον τῆς μακρηγορίας, πρὸς χάριν καὶ τοῦτο ποιήσας τῶν φιλομαθῶν· οἶμαι δὴ κατὰ τὴν ἐμὴν κρίσιν ϗ ὡς ἐμαυτῷ πέπεισμαι τὰς δύο ταύτας στελλομένας τῆς Προτάσεως δείξεις, ὀρθῶς τε ἔχειν παρ' ἡμῶν κριθῆναι, ϗ παντὸς ἄλλου τῶν ἀπαθῶς δεξομένην τὴν πρότασιν, ϗ κατὰ γεωμετρικοὺς χωρεῖν κανόνας μηδενὸς τῶν ἐν αὐτοῖς εἰς σύστασιν κειμένων, ἀναποδείκτου ὄντος ἢ λαμβανομένου, ἢ ὅλως δεδομένου. Εἰδὲ ϗ τούτων ἑκατέρα μόνην εἰς ἔνδειξιν ἱκανὴ τοῦ προβλήματος· ἀλλ' οὖν γε διὰ μὲν τῆς ά. δείξεως ἀποδείκνυται Γεωμετρικῶς ἐκ τῆς τοῦ σ φ ρ υ ὀρθογωνίου παραλληλογράμμου κατασκευῆς τὸν διὰ τῶν π' ϗ γ' σημείων διερχόμενον κύκλον διαβαίνειν ἀναγκαίως ϗ διὰ τοῦ ό σημείου, ἔνθα ἡ μ' ξ' ἀναλόγως τοῖς ζμ. ξπ. τέμνεται. Διὰ δὲ τῆς β'. συνάγεται ἐμφανῶς ϗ τοῦτο ἐκ τοῦ προεκτεθέντος λημματίου· συνεπιφέρεται δ' ἔτι ϗ ὅτι ὀρθῶς ἡ μ' ξ' κατὰ τὸ ό τέμεται γραμμὴ ἀναλόγως τοῖς ζ μ' ξ θ', ϗ ἀδύνατον κατ' ἄλλο τοῦτο παθεῖν σημεῖον. Διὸ ϗ εἰς κρίττονα τοῦ προβλήματος ἀνάπτυξιν ἀμφότεραι συνετάγησαν. Ἐγὼ μὲν οὖν οὕτω πέπεισμαι ϗ οὑτωσὶ ἀληθῆ τὴν πρότασιν κρίνω, ὡς μηδεμίαν τοῦ λοιποῦ ἐξεῖναι ἐμπεσεῖν περὶ αὐτῆς ἀμφιβολίαν, ἢ γοῦν ἔνστασιν μὴ ῥᾳδίως λυθησομένην, τῷ ϗ μικρὸν ἐπιστήσαντι, ἵνα μὴ ϗ ψευδῆ οὖσαν εἴπω λυθησομένην· ὑμᾶς δὲ ὡς τῆς ἀληθείας ὄντας ὑπερμάχους ϗ γνησίους τῶν τοιούτων ἐραστὰς προβλημάτων, λεπτομερῶς μὲν ἐρευνῆσαι δέον, τά τε ἐν τῇ κατασκευῇ τοῦ διαγράμματος, ϗ τὰ ἐν ἑκατέρᾳ τῶν ἐκτεθειμένων αὐτοῦ ἀποδείξεων· τὴν δὲ περὶ τούτων κρίσιν ἀπαθῆ ποιήσασθαι, ϗ τῶν τιμαλφεστάτων ὑμετέρων ἀξιῶσαι με γραμμάτων δηλοῦντας δι' αὐτῶν ϗ ἡμῖν τὰ δόξαντα· ὅπως ἂν ϗ τοῖς ἄλλοις τὸ τοιοῦτον κοινωθῇ πρόβλημα, ϗ μέτοχοι τῶν ἐμῶν πόνων οἱ τῶν μαθημάτων γένωνται τρόφιμοι, ϗ τότ' ἂν ἐπιγνῶ, οἷοι τῶν ἱδρῶσιν ἀφειδῶς ποτιζομένων μαθημάτων οἱ καρποί. Ἔρρωσθε.

Ἐγκεχάρακται μὲν ἐν Ἰωαννίνοις κατὰ τὸ αψνγ'. ἔντος τὸ σωτήριον Ἀνθεστηριῶνος κε. ἐστάλη δὲ εἰς τὴν περίφημον τῆς Πετρουπολ. Ἀκαδημίαν.

Ἐγκύκλιος ἐπιστολὴ γεγραμμένη διὰ τὰς τρεῖς ἀκαδημίας, Βρετανίας, Ὁλλανδίας, καὶ Παρισίων, σταλεῖσα δὲ κατὰ τὸ αψνδ'. Φευρ. ιδ'.

Τοῖς σοφωτάτοις τε καὶ ἐπιστημονικωτάτοις Διδασκάλοις, τοῖς Ἐν τῇ περιφήμῳ ἀκαδημίᾳ Βρετανίας, Μπαλάνος λόπελος ὁ πρωτοπαπᾶς Ἰωαννίνων, χαίρειν.

Τίς οὐκ ἂν δικαίως ἐπαινέσειεν, ἀνδρῶν ἄριστοι, Λύσιππόν τε ϗ Ἀπελλῆν; τίς μὴ τὴν ἑκατέρου θαυμάσειεν ἀγαθὴν τῷ ὄντι διάθεσιν; ἀμφότεροί γε εἰς τὰς τῶν εἰκόνων κατασκευὰς ἐργάται ἦσαν ἐπιδεξιώτατοι, ἀλλὰ ϗ κριταὶ ἀλλήλων ἄμφω ἐγίνοντο δικαιότατοι. Διὸ ϗ Λύσιππος μὲν Ἀπελλῆν, Ἀπελλῆς δὲ Λύσιππον εἰς κρίσιν τῶν ἰδίων ἐκάλει γραφῶν. Ἔγωγε τοίνυν τοῖς μαθήμασι μᾶλλον, ὡς εἶχον δυνάμεως, ἐνασχολούμενος εἰς θερμὸν ἐμπέπτωκα ἔρωτα τῆς τῶν δύο μέσων συνεχῶς ἑξῆς ἀνάλογον γραμμῶν εὑρέσεως δοθεισῶν τῶν ἄκρων, τῆς διὰ μόνου τοῦ κανόνος ϗ διαβήτου γεωμετρικῶς γενομένης, ϗ πολλὰ πολλάκις εἰς ἐπίτευξιν τοῦ οὑτωσὶ ποθουμένου ποιήσας, καὶ πολλοὺς ἐκχέας τοὺς ἱδρῶτας οὐκ εἰς μάτην τοῦτο πεποίηκα. Ἀλλ' ὥς γέ μοι δοκεῖ, τὸ πρὸ πολλοῦ ἀγνοούμενον, ϗ πολλοῖς ὡς ἀδύνατον κρινόμενον ἔγνωσται ἤδη, ὥστε ϗ τοῖς ἄκροις χείλεσι, τὸ δὴ λεγόμενον, τῶν γεωμετρικῶν ἁψαμένοις προβλημάτων τε ϗ θεωρημάτων ἀκριβῶς ἀντιλαμβάνεσθαι τῆς τοῦ διαγράμματος κατασκευῆς, ϗ ἐγκρατεῖς τῶν τούτων γίνεσθαι δείξεων· οὕτω δὲ ἀκριβῆ εἶναι τὴν τοῦ προβλήματος τούτου γεωμετρικῶς εὑρεθεῖσαν ἔφοδον, κατὰ τὴν ἐμὴν κρίνω κρίσιν, ὡς μηδὲ ἄλλην ποτὲ ἐνδέχεσθαι κρείττονα εὑρεθῆναι, ἢ γοῦν τελειοτέραν ϗ εὐχερεστέραν ταύτης γενέσθαι. Ἐπεὶ δ' αἱ εὔνοιαι, κατὰ τὸν εἰπόντα, δειναὶ δικάσαι τὰς ψήφους, ζηλώσας ἤδη εἰς τοῦτο Λύσιππόν τε ϗ Ἀπελλῆν τὸν δίκαιον ἐζήτουν τῶν ἐμῶν πόνων γε ϗ ἱδρώτων κριτήν. Διὸ δὴ κατ' ἐμαυτὸν περὶ τούτου διανοούμενος ἔγνωκα πρὸς ὑμᾶς στεῖλαι τὴν πρότασιν, ϗ κριτὰς ταύτης ἀποκαταστῆσαι τοὺς ϗ αὐτοῖς τοῖς ἀδύτοις ἐμβατεύσαντες τῆς μαθήσεως, ϗ τὰ ὄργια ταύτης ἀκριβῶς μυηθέντας, ὡς ϗ πρὸς ἡμᾶς ἡ φήμη φθάσασα τρανῶς τοῦτο δεδήλωκε, ϗ οἱ ἀφθόνως διαδιδόμενοι καρποὶ τῶν εὐθαλῶν λειμώνων τῆς περιβοήτου ταύτης ἀκαδημίας διαβεβαιοῦσιν. Ἀξιῶ δὲ ὑμᾶς ἀσμένως ϗ τὴν πρότασιν ταύτην ἀποδεχθῆναι, ϗ μετ' εὐνοίας αὐτὴν ἀκριβῶς θεωρῆσαι, μηδὲ τὸ ἐλάχιστον τῶν ἐν αὐτῇ ἀνεξέταστον καταλιπόντας. Καὶ πρὸς τὸ αὐτῆς μᾶλλον ἀφορᾷν χρήσιμον, ὡς τοῖς τοιούτοις χαίροντας φιλοπονήμασι, ϗ τοὺς περὶ τὰ τοιαῦτα καταγινομένους, ϗ πολλοὺς καταβάλλοντας τοὺς πόνους δεξιουμένους τε ϗ περιθάλποντας· τὴν δὲ τοῦ διαγράμματος ταύτης κατασκευὴν, καὶ τὰς μετ' αὐτὸ δύο γεωμετρικῶς ἐκτεθησομένας δείξεις διὰ τῶν γεωμετρικῶν βασανίσαι ἀρχῶν γε ϗ ὑποθέσεων. Διὰ μὲν γὰρ τῆς πρώτης δείξεως γραμμικῶς ἀποδείκνυται τὸν περὶ τὴν γ' π' γραφόμενον κύκλον, ϗ διὰ τοῦ ὁ σημείου διέρχεσθαι, ἔνθα ἡ ἐναπολαμβανομένη μ' ξ' γραμμὴ ἀναλόγως ταῖς ζ μ', ξ θ' τέμνεται γραμμαῖς. Ἐκ δὲ τῆς δευτέρας, τῆς ἐκ τῆς τοῦ διαγράμματος κατασκευῆς ἐξηρτημένης, αὐτὸ τοῦτο γεωμετρικῇ ἐφόδῳ συνάγεται· ϗ πρὸς τούτοις ἔτι, ϗ τὸ μὴ δύνασθαι τὴν μ' ξ' διαιρεῖσθαι γραμμὴν ἄλλως συνεπιφέρεται· ϗ τοῦτον γε τὸ ἐμὸν περὶ ταύτης τῆς προτάσεως ζήτημα· εἴγε δηλονότι ἥτε τοῦ διαγράμματος κατασκευὴ, ϗ αἱ τούτου δείξεις γεωμετρικῶς χωροῦσι, ϗ γεωμετρικαῖς ἐπερείδονται ἀρχαῖς, μηδὲν ἔχουσαι τῶν ἐν αὐταῖς δεδομένον ϗ λαμβανόμενον, ἢ γοῦν ἀναπόδεικτον, οὐδὲ λυθῆναι μὴ δυνάμενον· εἰ γὰρ ϗ ἐμαυτῷ πέπεισμαι ὀρθῶς τε ἄμφω ἔχειν, ϗ μηδεμίαν εὑρίσκεσθαι ἀμφιβολίαν ἀμφοτέραις ταῖς δείξεσι γεωμετρικῶς βασανιζομέναις, ὡς τῶν γεωμετρικῶς μόνων κατὰ Πτολεμαῖον ἀποδείξεων ἐπιστημονικὴν ἐχουσῶν τὴν ἐπιφορὰν, ἀλλ' οὖν γε τὴν παρ' ὑμῶν ἀπαθῆ κρίσιν χρησταῖς προσμένων ταῖς ἐλπίσιν, εἰς ἀσφαλεστέραν τῆς προτάσεως ἐπιβεβαίωσιν, μετὰ πολλῆς ταύτην ἀπαιτῶ τῆς ἱκεσίας· ϗ τότ' ἂν μᾶλλον οἷοι αἱ καρποὶ γνωσθήσονται τῶν ἀφειδῶς περὶ τὰ τοιαῦτα καταβαλλομένων πόνων. ὑγιαίνοιτε, φιλοσόφων κράτιστοι χαίροντες ἅμα καὶ εὐδαιμονοῦντες τοῖς κρείττοσι.

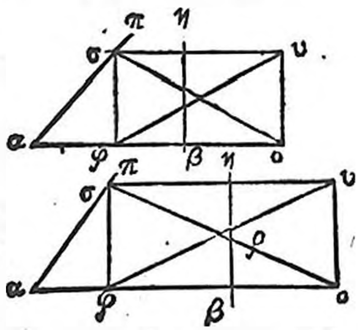
Κατὰ τὸ αψνδ. Ποσειδεῶνος ἐννάτῃ ἐπὶ εἰκάδι· Ἰωαννινόθεν.

Τὴν ὑμετέραν σοφολογιωτάτην, καὶ ἐπιστημονικωτάτην Πανaιδεσιμότητα εὐλαβοφρόνως προσκυνῶ σὺν τῷ σωτηρίῳ προσφωνήματι. ἣν καὶ διατηροίη ὁ ἐκ νεκρῶν ἀναστὰς ὑγιαίνουσαν, πανευδαίμονα καὶ μακρόβιον μετὰ πάντων τῶν ἐφετῶν καὶ καταθυμίων. 1754. Ἀπριλλίου 8. Ἐνετίῃθεν.

Διὰ τὸ ἅγιον Πάσχα ἦλθον ἐνταῦθα πρὸ ὀλίγων ἡμερῶν ἐκ Βονωνίας, ὅπου διέτριψα ἕνα χρόνον ὁλόκληρον κατὰ συνέχειαν χωρὶς νὰ ἔλθω ἐδῶ διὰ τὰ μεγάλα ἔξοδα τῶν ὁδοιποριῶν, ϗ ὅπου σὺν Θεῷ μέλλω νὰ ἐπιστρέψω μετ' οὐ πολλὰς, εἰς ἐκπλήρωσιν τοῦ ἔργου μου, ϗ ὅθεν δεν ἔλειψα νὰ τῆς γράψω διεξοδικῶς τὸν παρελθόντα Σεπτέμβριον. Δὲν λείπω λοιπὸν διὰ τοῦ παρόντος μου νὰ ἀποδώσω αὐτῇ τὴν ὀφειλομένην εὐλαβῆ προσκύνησιν, δηλοποιῶν, ὅτι δι' εὐχῶν αὐτῆς ὑγιαίνω, ϗ ἀποκρινόμενος εἰς τὰ παρ' αὐτῆς τότε κοινὰ πρὸς ἐμὲ, ϗ τὸν ἐν Χριστῷ μοι ἀγαπητὸν ἀδελφὸν κὺρ Γεώργιον γράμματα, ϗ τὰ ἰδίᾳ πρὸς ἐμὲ γραφέντα, ἅπερ ἀσφαλῶς ἐλάβομεν μετὰ τῶν διαφόρων τῆς προτάσεως ἀναπτύξεων, ἃς ἐπέμψατε εἰς ἀπόκρισιν, ϗ λύσιν τῶν ἐνστάσεων· ἔγνωμεν τὰ εἰς κάποιον τρόπον δίκαια παράπονα αὐτῆς πρὸς ἡμᾶς, ὡς δῆθεν μὴ γράψαντας πρὸς αὐτὴν, καὶ ἀμελοῦντας τοῦ περὶ τοῦ προβλήματος ἀγῶνος, ϗ ὡς ἀμνημονήσαντας αὐτῆς, ϗ δειλιῶντες ἐν ταῖς παρὰ τῶν ἐναντίων ἐνστάσεσι, ϗ τὰ ἑξῆς. Ἤμεθα βέβαιοι ὅμως, ὅτι ἂν τὰ οὐκ οἶδα ποίᾳ κακῇ τύχῃ διαπεπτωκότα ἡμέτερα γράμματα, τά τε ἐμοῦ ἐκ Βονωνίας, ϗ παρὰ τοῦ κὺρ Γεωργίου πολλάκις ἐντεῦθεν γραφέντα ἐλαμβάνετε, ϗ ἂν ἐμανθάνετε τὴν ἡμετέραν προθυμίαν, τὴν ζέσιν, τὴν θερμότητα, ϗ τὸν ἀγῶνα ὃν κατὰ δύναμιν οὐκ ἐπαυσάμεθα ἐπιδεικνύμενοι ὑπὲρ τοῦ προβλήματος, ἠθέλετε συμπεράνῃ, ὅτι ἡμεῖς ϗ ἦμεν, ϗ ἐσμὲν, ϗ ἐσόμεθα αὐτῆς. Ἀλλ' ἐπειδὴ οὐκ ἐπετύχετε τοῖς αὐτοῖς γράμμασιν· εἴχετε δίκαιον νὰ ὑποπτευθῆτε· ὡς τόσον ἡμεῖς εἰς ἀπόδειξιν τοῦ προβλήματος ἀγῶνος ἡμῶν, προασπισμοῦ, καὶ προμαχίας κατὰ τῶν ἐναντίων, ἂν ἄλλο δὲν προβάλωμεν, προβάλλομεν αὐτὸν τὸν οἶκον τῶν παρὰ Θεοῦ εὐλογημένων Καραϊωαννιτῶν, ὅπου ἰξεύρουν πόσον ἐπιμελούμεθα, ϗ τὸ πρόβλημα ὑπερασπεζόμεθα, εἶναι ἔτι ἱκανὸν εἰς ἀπόδειξιν καὶ αὐτὴ ἡ ἐπιμέλεια τοῦ νὰ τυπωθῇ τὸ πρόβλημα μὲ τὴν πρὸς τὰς ἀκαδημίας ἐπιστολὴν, τὰ ὁποῖα σταλέντα ϗ πρὸς αὐτὴν τυπωμένα ἴσως τὰ ἐλάβετε μέχρι τοῦδε, ϗ ἐβεβαιώθητε. Ἐπειδὴ γὰρ μετὰ πολὺν ἀγῶνα εἴδομεν, ὅτι δὲν παύουν οἱ ἐναντίοι, ὄντες προκατειλημμένοι ἀπὸ τὸ ἀδύνατον κἀντεῦθεν ϗ τοῦ μικροῦ ἐπιλαβέσθαι πειρώμενοι, ἐκάμομεν καθὼς πολλάκις μᾶς ἐγράψατε νὰ τὸ τυπώσωμεν ἐπ' ὀνόματι αὐτῆς, διὰ νὰ μὴ τύχῃ ϗ τὸ σφετερισθῇ ἄλλος ἐπὶ τῷ ἰδίῳ ὀνόματι καθὼς ἔκαμαν ϗ εἰς ἄλλα εἰς τὰ μέρη ταῦτα οἱ ξέναις πτεροῖς ὡς ἄλλος κολοιὸς σεμνυνόμενοι, καὶ πάλιν ὕςερα ἀπὸ τὴν τύπωσίν του νὰ τὸ ὑπερασπιζώμεθα, ϗ εἰς τὰς πέριξ ἀκαδημίας ςείλωμεν μήπως εὕρωμεν τὴν βοηθήσουσαν· ὁ κὺρ Γεώργιος δὲν ἔλειψεν ἐνταῦθα νὰ ἀγωνίζεται, δείχνοντάς το εἰς μαθηματικοὺς, ϗ θηρώμενος τοὺς ὑπὲρ ἡμῶν ἐσομένους, ϗ συμψηφισομένους, ἀπὸ τοὺς ὁποίους εὑρεθέντες τινὲς ὁποῦ τὸ ἀποδέχονται, ϗ εἶναι ὑπὲρ ἡμῶν, τί δύνανται νὰ κάμουν ϗ αὐτοὶ κατὰ μέρος, ὅταν δὲν ἔχωμεν μίαν Ἀκαδημίαν ὁποῦ νὰ κυρώσῃ, ϗ νὰ ἀναλάβῃ τὸν πόλεμον ἐναντίον τῆς ἄλλης ὁποῦ νὰ ἐναντιωθῇ. ἐγὼ ἀπὸ τὸ ἄλλο μέρος ἐν Βονωνίᾳ καθὼς ἐπῆγα τὸν Μάϊον πέρυσι δὲν ἔλειψα νὰ ἀκολουθήσω τὸ αὐτό. ἔδειξα τὸ πρόβλημα τῷ ἐκεῖ περιφήμῳ ἀςρονόμῳ ἐμοῦ ὄντι καθηγητῇ ἐν τῇ ἀςρονομίᾳ, κὺρ Εὐςαθίῳ Τζανιώτῃ ὀνομαζομένῳ μοῦ ἔκαμε μίαν ἀνθίςασιν ἔγγραφον ἐν συντόμῳ, ϗ μοῦ τὴν ἐνεχείρισεν εἰς καιρὸν ὁποῦ ἐμίσευεν ἔξω ἀπὸ τὴν πόλιν εἰς τὸ Πεδίον διὰ ξεφάντωσιν ϗ ἄνεσιν ὅλον τὸ καλοκαῖρι ὁποῦ σχολάζουσιν ἀπὸ τὰ μαθήματα κατὰ τὴν συνήθειαν τῶν ἀκαδημιακῶν διδασκάλων. ἐπῆγα εἰς τὸ κατάλυμά μου, ϗ ἄνοιξα νὰ ἰδῶ τὴν ἀνθίςασιν τὴν ἔγγραφον, εὗρον αὐτὴν ὁποῦ δὲν εἴχετο λόγου, ϗ δὲν εἶχε κανένα δίκαιον· τὸν ἀκαρτερῶ ἀπέξω διὰ νὰ τοῦ ἀποκριθῶ ὤντας βέβαιος, ὅτι ἂν ἐκείνη ἦτον ἡ ἀμφιβολία του, ϗ ὄχι ἄλλη, νὰ τὸν κάμω νὰ συναινέσῃ, ϗ νὰ τὸ ἀποδεχθῇ ὡς ἀληθέςατον ϗ ὀρθῶς ἔχον τὸ πρόβλημα. Μόλις ἦλθεν εἰς τὰς 15 Αὐγούςου. ἐπῆγα, τὸν εὗρον, τοῦ ἀπεκρίθην, ἔμεινε πληροφορημένος ὡμολόγησε πῶς αὐτὸς εἶχε λάβῃ λάθον μὴ θεωρήσας αὐτὸ ἀκριβῶς, ϗ ἀρξάμενος πάλιν νὰ τὴν θεωρήσῃ, ἐπελάβετο πάλιν, ὅτι οὐκ ἐποιήσατε μνείαν τῆς κατὰ τὸ ο, διαιρέσεως ἐν τῇ δείξει, ϗ ἄλλα τοιαῦτα, τὰ ὁποῖα σᾶς τὰ ἔγραψα ἐγὼ εἰς πλάτος εἰς ἕν μου γράμμα (ὁποῦ ὡς φαίνεται εἶναι χαμένον) τὸ ὁποῖον ςαλμένον παρ᾽ ἐμοῦ ἐνταῦθα τῷ κὺρ Γεωργίῳ σᾶς τὸ ἔςειλε, ἐν ᾧ ἔκαμα ϗ ἓν σχῆμα ὁποῦ αὐτὸς ἔκαμνε πρὸς ἀνθίςασιν, εἰς τὴν ὁποίαν ἀποκρινόμενος ἐγὼ, δὲν ἠξιώμην ἀκροάσεως παρ᾽ αὐτοῦ, ἀλλ᾽ ἔλεγέ μοι νὰ ςείλω τὸ πρόβλημα ϗ εἰς τὸν ἐν Παταβίῳ Ἀββᾶτε Σούτζην νὰ κρίνῃ ϗ αὐτὸς, ϗ εἰπῇ τὴν γνώμην του. Ἐγὼ ϗ ἠξεύροντας τὸν Ἀββᾶτε Σούτζην πῶς ἐφέρθη, ὅταν ἐδῶ του τὴν εἶχε δείξῃ ὁ κὺρ Γεώργιος, ἀπεκρίθην τῷ ἀςρονόμῳ, ὅτι ὁ διδάσκαλός μου τὴν ἐδικήν σας κρίσιν προτιμᾷ παντὸς ἄλλου, ϗ ἐπειδὴ αὐτὸς δὲν ἀκαρτέρεσε νὰ ἀκούσῃ πολλὰ ἐκ ςόματος, σᾶς ἔγραψα τὴν ἀνθίςασίν του διὰ νὰ τοῦ ἀποκριθῆτε ἐγγράφως. Ἐπειδὴ ὅταν εἶναι γεγραμμένα τὰ λεγόμενα, ἢ προβαλλόμενα δίδουν περισσοτέραν ἀκρόασιν, ἢ προσοχήν. ἀκαρτερῶ σας καμμίαν σας ἀπόκρισιν, εἰς τὸ αὐτό μου γράμμα, ϗ δὲν ἔλαβα μέχρι τῆς σήμερον. Ἐγίνετο ἡ ἐπιμέλεια νὰ τυπωθῇ διὰ τὸν προρρηθέντα φόβον τοῦ σφετερισμοῦ, ἐςάλη κἀμοὶ μία κόπια ἐνταῦθα παρὰ τοῦ κὺρ Γεωργίου, ἀξιώσει τοῦ ἐκλαμπροτάτου ἄρχοντος κὺρ Γεωργίου Καραϊάννου μὲ ἐπιςολὴν διὰ νὰ τὴν προσφέρω κοινῶς πάσῃ τῇ ἀκαδημίᾳ. τὴν ἐπρόσφερα, εὐχαρίςησαν διὰ τὴν τιμὴν ὁποῦ τοὺς ἐκάμετε νὰ τὴν ςείλετε ϗ πρὸς τὴν ἰδίαν ἀκαδημίαν αὐτῶν νὰ ἀποκριθοῦν ὅμως εἰς ἐπικύρωσιν τοῦ προβλήματος, ἢ ἀναίρεσιν ἂν ἔχῃ σφάλμα, δὲν τοὺς εἶναι συγχωρημένον ὡς μοῦ εἶπαν αὐτοὶ οἱ ἴδιοι, διὰ τί εἶναι νόμος τῆς ἰδίας των ἀκαδημίας ἄνωθεν ϗ ἐξ ἀρχῆς νὰ μὴν ἐπιχειρίζουν ἢ ἐπικύρωσιν ἢ ἀναίρεσιν εἰς ὁποιονοῦν αὐτοῖς προβληθησόμενον νέον, διὰ τί πολλάκις συμβαίνει· ὅτι ἡ μία Ἀκαδημία ἢ ἀποδέχεται, ἢ οὐκ ἐκεῖνο ὁποῦ ἡ ἄλλη ἐνδέχεται νὰ μὴν τὸ κρίνῃ, ὁμοίως, ϗ ἀκολουθεῖ ἔπειτα νὰ πίπτουν εἰς διαλέξεις ἀναμεσόν των. ϗ νὰ γράφουσιν ἐναντίον μία τῆς ἄλλης, ἀπὸ τὸ ὁποῖον προξενοῦνται ϗ ἔξοδα εἰς τὸ νὰ τυπώνουν, ϗ χασομερίαις εἰς τὸ νὰ γράφουν ϗ ἀποκρίνονται, τοιαύτην δὲ εὐκολίαν ἡ ἐν Παρισίοις ἀκαδημία ἔχει, διὰ τί οἱ ἐκεῖ προφέσσορες, ἤτοι διδάσκαλοι ἔχουν πληρωμαῖς μεγαλώταταις, ϗ βασιλικὰς δαπάνας, ϗ ἀγκαλὰ ϗ ἡ ἐδική των ἀκαδημία (ἤτοι ἡ ἐν Βονωνίᾳ) δὲν εἶναι κατωτέρα ἀπ᾽ ἐκείνην τὴν ἐν Παρισίοις, ποιοῦσα ϗ αὐτὴ κάθε πέμπτην ἑσπέρας σύναξιν τῶν προφεσσόρων, ϗ τὰ παρ᾽ αὐτῶν εὑρισκόμενα νέα προβαλλόμενα ϗ ἐναντιούμενα διὰ πολλῶν ἐπιχειρημάτων ἐξετάζει ϗ ἢ ἀναιρούμενα ἀποδοκιμάζει, ἢ ἀποδεικνύμενα ἐπικυροῖ, ϗ τυπώνει, ἔχουσα ϗ αὐτὴ πράξεις ἀκαδημιακὰς, ϗ τἄλλα ὡς ἐν Παρισίοις, ὅμως διὰ τὰ ἐδικά της μόνον ἐφευρέματα ἔχει νὰ ἐξοδεύῃ, ϗ νὰ ἐξετάζῃ, ϗ νὰ κρίνῃ, μὰ ὄχι διὰ ἐφευρέματα ἄλλων, ὧν τέτοιος νόμος αὐτῇ ἐξ ἀρχῆς, διὰ νὰ ἀποφύγῃ τὰς διαλέξεις ὁποῦ ἠμποροῦν να τῆς προξενήσουν χασομερίαις ϗ ἔξοδα χωρὶς ὄφελος αὐτῆς. ὅθεν ϗ προχθὲς ὁποῦ ἔμελλον νὰ μισεύσω ἐκεῖθεν. πάλιν ὑπῆγα ἐρωτῶν αὐτοὺς διὰ καμμίαν ἀπόκρισιν ἢ ναὶ, ἢ οὔ, ϗ μοῦ ἀπεκρίθησαν τὰ αὐτά. λέγοντές μοι ἔτι, ὅτι ϗ ἂν ἦτον ἕνας φανερὸς παραλογισμὸς ἡμεῖς δὲν ἀνεχόμεθα νὰ ἀποκριθοῦμεν τὸ οὔ. ἔξω μόνον μίαν ἐπιςολὴν ἔχομεν νὰ γράψωμεν πρὸς τὸν διδάσκαλόν σου εὐχαριςικὴν διὰ τὴν τιμὴν ὁποῦ μᾶς ἔκαμε, τὴν ὁποίαν ἐπροςάξαμεν νὰ τὴν γράψῃ ὁ σεκρετάριος τῆς ἀκαδημίας, ϗ μετὰ τὸ Πάσχα σοῦ τὴν δίδομεν, διὰ τί τώρα διὰ τὰς ἑορτὰς ϗ τὴν μεγάλην ἑβδομάδα δὲν ἔχομεν σύναξιν, ϗ θέλομεν τοῦ γράψει λατινιςὶ, διὰ τί ἡμεῖς ἑλληνιςὶ δὲν ἔχομεν τὴν ἐλευθερίαν ἐκείνην νὰ γράψωμεν, ϗ μεταγλωττίσσαι την, ϗ ςεῖλε την εἰς αὐτόν. ταῦτα μοῦ εἶπαν, ϗ σὺν

Θεοῦ γυρίζωντας, θέλω ἔχει αὐτὴν τὴν ἐπιστολὴν, ϗ θέλω σᾶς τὴν στέλλει. ταῦτα μὲν τὰ ὡς ἀπὸ τῆς κοινότητος τῆς ἀκαδημίας, κατὰ μέρος δὲ ἐξέδωκε τὸν λόγον κάθε ἀλγεβρίστας, ϗ μαθηματικὸς εἰς τοὺς μαθητάς του· ὅτι εἶναι παραλογισμὸς ἐν τῇ προτάσει, ϗ ὅτι εἶναι ἀδύνατον νὰ εὑρεθῇ, ϗ ὅτι ἂν ἤθελεν εἶσαι ἀληθινὴ αὐτὴ ἡ ἐφεύρεσις γεωμετρικὴ, κινδυνεύει πλέον νὰ σφάλει ἡ ἄλγεβρα εἰς τὴν ὁποίαν εἶναι τώρα ἐπακουμβισμένη ὅλη ἡ μαθηματικὴ, ϗ ἡ φυσικὴ, ἡ ὁποία ἄλγεβρα δείχνει. ὅτι διὰ νὰ κατασκευασθῇ ἡ ἑρμηνεία τοῦ τοιούτου προβλήματος, χρειάζεται ἓν στερεὸν, ἢ μίαν πάραβολὴν, ϗ μίαν ὑπερβολὴν, διὰ δὲ τοῦ κύκλου εἶναι ἀδύνατον, ϗ πῶς ἡ ἄλγεβρα θέλει τὸ στερεὸν, ἰδοὺ ὁποῦ κάμνω ἐδῶ τὴν πρᾶξιν ἀλγεβραϊκῶς δεικνύουσαν τὴν ἀνάβασιν εἰς τὸν τρίτον βαθμὸν, δεικνύοντα τὸ τριχῇ διαστατόν. Ὄντων γὰρ τῶν τεσσάρων τούτων γραμμῶν ἑξῆς ἀναλόγως, ὧν σημεῖα τὰ A: B: c: d. γράμματα, ἐπειδὴ αἱ δύο ἄκραι εἰσὶ δεδομέναι, αἱ δύο μέσαι εἰσὶν αἱ ἄγνωσαι, ϗ ζητούμεναι, αἵτινες παρασταθήτωσαν διὰ τοῦ χ γράμματος· ζητηθήτω οὖν πρῶτον ἡ C ἤτοι ἡ τρίτη τῇ τάξει· ἔσται οὖν A: : B: C., ἤτοι A: X: : X πρὸς τὸν δ′: ὅρον, ὃς ἐστὶ τρίτος ἐν τῇ τάξει· οὐκοῦν πολλαπλασιάσει τοῦ γ′: ϗ β′: ϗ διαιρέσει ἐπὶ τὸν α′: ἔσται ὁ δ′: $\frac{X^2}{A}$ εὑρεθέντος οὖν τούτου τοῦ δ′: μὲν κατὰ τὴν γενομένην ἀναλογίαν τρίτου δὲ κατὰ τὴν α′ : ἐκτεθεῖσαν τάξιν, τεθήτωσαν αὖθις $\frac{X}{A}$ οἱ ὅροι ἑξῆς· ϗ ἀντὶ τοῦ c τεθήτω τὸ $\frac{X^2}{A}$· ἔσται οὖν A: X: : $\frac{X^2}{A}$ πρὸς τὸν δ′. d, ὃς ἔσται, πολλαπλασιάσει τοῦ γ′: ϗ β′: ϗ διαιρέσει ἐπὶ τὸν α′: ἔσται, $\frac{X^3}{A}$ ἤτοι πολλαπλασιάσει τοῦ δευτέρου διαιρετοῦ ἐπὶ τὸν ἀριθμητὴν X^3 (ϗ γὰρ ἔσται ταυτὸν) ἔσται $\frac{A : X^3}{A}$ συναιροῦ: $\frac{\Delta}{A}$ μένων δὲ τοῦ διαιροῦντος, ϗ πολλαπλασιάζοντος μενεῖ X^3 ὅπερ δείκνυσιν ὅτι ἐστὶ τριῶν διαστάσεων, ἤτοι τριχῇ διαστατὸν, ὁ δὲ κύκλος ἐν τῇ ἀλγέβρα παρίσταται διὰ τοῦ X^2 δευτέρου βαθμοῦ· ὅθεν ἐπιπεδικῶς κατασκευάζεται, τοῦτο δὲ ὂν X^3, οὐ κατασκευάζεται διὰ τοῦ κύκλου· σαφέστερον δὲ τὴν πρᾶξιν οὕτω ποιήσω· A: X: : X: $\frac{X^2}{A}$, ϗ ἔπειτα A: X: : $\frac{X^2}{A}$: $\frac{X^3}{\frac{A}{\Delta}}$ δηλαδὴ $\frac{\cancel{A}\, X^3}{\cancel{A}}$ ὅπερ ἐστὶν ἴσον τῷ X^3. οὕτω δείκνυσιν ἡ Ἄλγεβρα ἀναβαῖνον τὸ πρόβλημα εἰς τρίτον βαθμόν. Αὐτοὶ λοιπὸν διὰ τοῦτο νομίζουσι τὸ πρόβλημα ἐπιπεδικῶς μὴ δυνάμενον καταγραφῆναι, ϗ εὑρεθῆναι· ἐγὼ ἀπεκρίθην, ὅτι ἀληθῶς τοῦ κύκλου ἡ ἑρμηνεία ἐστὶ χ^2, ὅταν ὅμως γένηται οὐδεὶς κύκλου, ἀλλὰ τριπλοῦ, ἐνδέχεται γενέσθαι, ϗ πῶς ἂν λέγετε ὅτι διὰ νὰ διασωθῇ ἡ Ἀλγεβραϊκὴ ἀλήθεια, πρέπει νὰ εἶναι ψευδὴς ἡ Πρότασις. ἐγὼ λέγω πάλιν, ὅτι ἂν ψεύδηται ἡ Πρότασις, ἀκολουθεῖ νὰ συμψεύδεται ἡ γεωμετρία, ἥτις κατὰ τοὺς ἰδίους της κανόνας ἀποδείκνυσι τὴν πρότασιν ταύτην. ἀλλὰ λέγω ὅτι οὔτε ἐκείνη, οὔτε αὐτὴ ψεύδεται, ἀλλ᾽ ἑκατέρα εὑρίσκει τὸ αὐτὸ μὲ διάφορον τρόπον, ϗ κατὰ τοὺς ἰδίους της κανόνας. εἰς ταῦτα αὐτοὶ δὲν διδοῦν ἀκρόασιν. μάλιστα ἕνας Ἰησουΐτης διδάσκαλος τῆς Ἀλγέβρας εἶπεν εἰς τοὺς μαθητάς του, ὅτι δὲν καταδέχεται οὔτε νὰ τὴν ἰδῇ, ἐπειδὴ εἶναι βεβαιωμένος πῶς εἶναι ἀδύνατον· ϗ πῶς ἐκοπίασαν πόσοι ϗ πόσοι, ϗ πῶς εἶδε τόσας ϗ τόσας ἄλλας μεθόδους, ϗ εὑρέθησαν παραλογιζόμεναι· ὅθεν οἱ μαθηταί του ἔξω ἄρχισαν νὰ μοῦ λέγουν, ὅτι εἶναι ἀδύνατον, ϗ πῶς εἶναι παραλογισμὸς, ϗ ἄλλα τοιαῦτα, καθὼς τὸ βεβαιώνει ὁ Πάδρε Ῥικάτης, οὕτως ὀνομαζόμενος ὁ Γιεζουΐτης· ἐγὼ τοὺς εἶπα, ὅτι τὸν σιὸρ Πάδρε Ῥικάτην οὔτε τὸν ἐρωτῶ, οὔτε τοῦ τὴν ἐπρόσφερα νὰ τὴν ἰδῇ, οὔτε τοῦ τὴν προσφέρω, καὶ ἂς μὴ πρειράζηται, οὔτε νὰ λάβῃ τὸν κόπον νὰ τὴν θεωρήσῃ, διατὶ δὲν τὸν ἐρωτᾷ ὁ διδάσκαλος ὁποῦ τὴν στέλλει, ἤτοι ὁ ἐφευρετὴς, ἀλλ᾽ ἐρωτᾷ μόνην τὴν Ἀκαδημίαν, ϗ ὅτι ἀποκριθῇ ἡ ἀκαδημία ἐκεῖνο ἔχει νὰ ἐξετάσῃ· μάλιστα (εἶπα) οὐδὲ εἶναι ἴδιον ἀνθρώπου σοφοῦ νὰ συμπεραίνῃ εἰς τοιοῦτον τρόπον, πῶς ἐπειδὴ εἶδε ϗ τόσας ἄλλας, ϗ ἦτον σφαλεραὶ, ἄρα ϗ αὐτὴ εἶναι σφαλερὰ, ἀλλὰ πρέπει νὰ τὴν ἰδῇ πρῶτον, ϗ νὰ ἀνακαλύψῃ τὸν παραλογισμὸν ποῦ εἶναι· μὲ ταῦτα πιστεύσατέ μοι ἀπόκτησα ἐχθροὺς, ϗ ὁ θεὸς νὰ φυλάξῃ, ἀπὸ τὰ διαβολικὰ πνεύματα τῶν Γεζουϊτῶν, μάλιστα ἐκεῖ ὁποῦ ἤμεθα ἡμεῖς οἱ Γραικοὶ ὑποβλεπόμενοι, ϗ μισούμενοι, διατὶ εἴμεθεν εἰς τὴν ἐπαρχίαν τοῦ Ῥώμης, ϗ δὲν θέλουν νὰ ἀκούσουν, πολλοῦ γε ϗ δεῖ νὰ ἰδοῦν μὲ καλὴν καρδίαν Γραικόν. Τὸ μῖσος πρὸς τοὺς Ἕλληνας τὸ ἔχουν, ϗ ὁ φθόνος πολὺς κατ᾽ αὐτῶν. εἶναι τινὲς, ὁπῦ ἂν ἦτον δυνατὸν, ἤθελαν νὰ δείξυν, ὅτι ἀπὸ τὸς Ἕλληνας δὲν ἐφάνη τίποτες εἰς τὸν κόσμον ποτὲ, ἀλλὰ δὲν δύνανται, διὰ τὶ ἡ ἀλήθεια βοᾷ. ὅτι εἴτι ἔχυν ἀπὸ τὰς ἐπιςήμας, τῦτο πρέπει νὰ ὁμολογήσυν εὑρετὰς τὸς Ἕλληνας, καυχῶνται μόνον διὰ τὰ νέα ἐφευρέματα, μᾶλλον δὲ παλαιὰ, ὑπ' αὐτῶν ἀνακαινιθέντα, ϗ τὸς Ἕλληνας τώρα τὸς μετρῦσι βεβυθισμένυς εἰς μέγα βάθος ἀμαθείας. καυχῶνται πῶς ἔφθασαν εἰς ἀκριβεςέραν θεωρίαν ὑπὲρ τὸς Ἕλληνας ἐν ταῖς ἐπιςήμαις, τὸ ὁποῖον εἶναι μὲν ἀληθὲς, ὅμως μὲ τὴν ἐποικοδόμησιν ἐπάνω εἰς τὰ θεμέλια τῶν Ἑλλήνων· εἶναι τινὲς ὁπῦ γράφοντες βιβλία, ὁπῦ πίπτει λόγος περὶ τῶν Ἑλλήνων, εὐθὺς δεικνύυσι τὸ μῖσος μὲ κάποιας ὀλίγας ἀφορμὰς ὁπῦ λαμβάνυσι διὰ νὰ ἐλέγξυν κάνένα ὁπῦ παλαιόθεν δὲν ἦτον ἢ καλῶς, ἢ ἀρκύντως ἐξηγημένον· ἀπὸ τὴν Ἀριςοτελικὴν φιλοσοφίαν συχναῖς φοραῖς λέγυσιν, ὁ Θεὸς νὰ τὸς φυλάξῃ νὰ μὴ πέσυν ἄλλην μίαν φορὰν εἰς τὸ σκότος της, ϗ ἄλλα τοιαῦτα. Εἶναι πάλιν καίτινες διακριτικοὶ, φιλαλήθεις, καὶ σοφοὶ ἀληθῶς, οἱ ὁποῖοι τὸς τε παλαιὸς Ἕλληνας ἐνθειάζυσι, ϗ ἡμᾶς ἀγαπῶσι, ϗ τρόπον τινὰ μᾶς ἐλεῦσι διὰ τὴν κατάπτωσιν τῦ γένυς ϗ τῆς πάλαι σοφίας, μεμνημένοι τῶν Ἀθηνῶν, ϗ πῶς εἰς τὸ γένος τῶν Ἑλλήνων ἔτρεχον πανταχόθεν διὰ νὰ λάβυν φῶς ἐν ταῖς ἐπιςήμαις, ϗ τώρα οἱ Ἕλληνες ὑπάγυν νὰ λάβυν ἀπ' αὐτὸς. Τύτων ὖν ὕτως ἐχόντων, ἂς ςοχαθῇ ἡ σοφολογιότης σας, ἂν ἀνέχονται νὰ φανῇ ἕνα τοιῦτον ἐφεύρεμα παρ' Ἕλληνος εἰς καιρὸν ὁπῦ οἱ μὲν Ἕλληνες ὡς ἀμαθεῖς παρ' αὐτῶν νομίζονται, ϗ καταφρονῦνται, αὐτοὶ δὲ ἀνθῦσι μὲ θαυμαςὰ σπυδαςήρια, ϗ ἀκαδημίας περιφήμυς, ϗ καθ' ἑκάςην καλλιεργῦσι τά τε παλαιὰ ϗ νέα ἐν παντὶ γένει, ϗ εἴδει ἐπιςημῶν, ὄντες ἀφιερωμένοι ἕκαςος εἰς τὸ ἴδιον μόνον ἐπάγγελμα, ϗ ἔχοντες πᾶσαν ἄνεσιν τῦ σπυδάζειν μὲ μεγάλας πληρωμὰς, ϗ τοσῦτοι εἰς τὸ πλῆθος διδάσκαλοι εἰς μίαν μόνην πολιτείαν, ὡς ἐν Βονωνίᾳ, ὁπῦ εἶναι ὀγδοήκοντα δύο τὸν ἀριθμὸν, ϗ μὲ θαυμασίας τάξεις, ϗ μὲ ὄργανα πάσης ἐπιςήμης ϗ τέχνης ἀξιάγαςα, μὲ σχολεῖα ὁπῦ εἶναι ἐξαίσια ἀρχιτεκτονικῆς ἀποτελέσματα, μὲ βοήθειαν τῦ Σενάτυ, ϗ τῦ Πρίγγιπος ὁπῦ ἀντιλαμβάνονται, ϗ συναίρυσι τοῖς σπυδάζυσι πολλαχῶς μὲ βιβλιοθήκαις ὑπερθαύμαςαις, ϗ πολυεξόδυς, μάλιςα μίαν νέαν ὁπῦ ὁ νῦν Πάπας ἀφιερώνει εἰς τὸ Ἰνςιτῦτον τῆς Βονωνίας ἐξοδεύοντας τριάντα χιλιάδας σκῦδα διὰ εὐεργεσίαν τῦ ἐν τῇ Πατρίδι αὐτῦ (ὁπῦ εἶναι ἡ Βονωνία) σπυδαςηρίυ· ϗ τί νὰ εἴπῃ τινὰς, ἢ πῶς νὰ παραςήσῃ τὰ ὅσα εὑρίσκονται εἰς τὸ αὐτὸ Ἰνςιτῦτον· πᾶν γένος ϗ εἶδος μετάλλυ, πᾶν γένος ϗ εἶδος χόρτυ, πᾶν γένος ϗ εἶδος ξύλυ, ϗ ἐν ὀλίγοις πᾶν εἴτι φέρει γῆ, ϗ θάλασσα προκείμενον τοῖς φυσικοῖς εἰς θεωρίαν· τί νὰ εἴπῃ πάλιν τινὰς διὰ τὴν ἀγάπην ὁπῦ ἔχυν νὰ σπυδάζυν, ἐπειδὴ ἡ ἀρετὴ τιμᾶται παρὰ πᾶσι, ϗ ἡ προκοπὴ, ϗ τὸ ἐκεῖ Σενάτον χαίρει πολλὰ εἰς τὴν αὔξησιν τῆς σπυδῆς. ἔκαμαν μίαν ἀκαδημίαν τὸν παρελθόντα χειμῶνα πάνδημον, τὴν ὁποίαν δὲν τὴν εἶχαν κάμῃ παρὰ πρὸ ἑπτὰ χρόνων· ϗ τῦτον τὸν χρόνον, ὁπῦ παρόντος τῦ Καρδιναλίυ, ὃς ϗ Πρίγγιψ λέγεται, ϗ τῦ Σενάτυ, προεβλήθησαν τινὰ προβλήματα νέα ἐφευρεθέντα ἐν φυσικὸν, ϗ ἐν ἀλγεβραϊκὸν, ϗ εἴμεθαν ϗ ὅλοι οἱ σχολάροι παρόντες, ὁπῦ ὕςερα ἀπὸ τόσας διαλέξεις ϗ ἐπιχειρήματα ἐκυρώθησαν. Ἡ ἀνατομικὴ Καθέδρα πάλιν τῆς Βονωνίας εἶναι ὑπερθαύμαςος διὰ τὰς διαλέξεις ϗ ἐπιχειρήματα, ὁπῦ καθ' ἡμέραν εἰς δεκαὲξ μαθήματα ὁπῦ κάμῃ ὁ Προφέσσορ ὁπῦ νὰ ἐπιχειρισθῇ νὰ κάμῃ τὴν αὐτὴν ἀνατομίαν ὕςερα ἀπὸ τὰ Χριςύγεννα, οἱ ἄλλοι προφέσσορες ὅλοι ἐπιχειρῦσιν ἐναντίον τυ, ϗ αὐτὸς εἶναι χρεώςης νὰ λύσῃ κάθε ἄπορον, ϗ κάθε πρόβλημα. Καὶ ἐπειδὴ τὸς παρελθόντας χρόνυς ἀπέθαναν δύο ἀπὸ τῆς αὐτῆς καθέδρας, λαβόντες πάθος εἰς τὸ ςῆθος ἀπὸ τὸν ἀγῶνα, εἶχαν τραβιχθῇ οἱ Προφέσσορες, ϗ δὲν ἤθελε τινὰς νὰ κάμῃ τὰ αὐτὰ δεκαὲξ μαθήματα ἐπὶ τῆς καθέδρας ταύτης· εὐθὺς ὖν τὸ Σενάτον ἔβαλε βραβεῖον τοιῦτον, ὁπῦ ὅποιος κάμῃ τὰ αὐτὰ μαθήματα τῶν δεκαὲξ ἡμερῶν ἅπαξ, νὰ λαμβάνῃ εἰς ὅλην τυ τὴν ζωὴν εἰκοσιπέντε φλορία εντράδα τὸν κάθε χρόνον, ἂν πάλιν κάμῃ τὰ αὐτὰ μαθήματα καὶ ἄλλον χρόνον ὁ ἴδιος νὰ λαμβάνῃ πάλιν ἕτερα τοσαῦτα ἐφ' ὅρυ ζωῆς, ϗ ἁπλῶς ὁσάκις ἐπὶ τῆς αὐτῆς καθέδρας κάμῃ τὰ αὐτὰ μαθήματα νὰ διπλασιάζῃ, καὶ τριπλασιάζῃ ἡ αὐτὴ ἐντράδα. Ὅθεν πέρυσι, ϗ ἐφέτος ἔκαμε τὰ αὐτὰ μαθήματα κάποιος Βαλβῆς ἄξιος ἄνθρωπος, ϗ ἔκαμε πενῆντα φλορία ἐντράδα τὸν κάθε χρόνον διὰ ὅλην τυ τὴν ζωὴν, ϗ ἂν θελήσῃ ϗ ἄλλον χρόνον, τὰ 50 φλορία τῦ γίνονται ἑβδομῆντα πέντε· τὸν ἐρχόμενον ὅμως χρόνον προετοιμάζει ἄλλος τὰ δεκαὲξ μαθήματα, διὰ νὰ λάβῃ τὸ αὐτὸ βραβεῖον ἐφ' ὅρυ ζωῆς, ϗ ὅλως ὅποιος θέλει, ϗ δύναται νὰ διαφενδεύσῃ τὴν αὐτὴν Καθέδραν εἰς δεκαὲξ ἡμέρας πρόκειται τὸ βραβεῖον ἐφ' ὅρυ ζωῆς αὐτῦ· εἰς τοιῦτον τρόπον αὐξάνυσιν αἱ ἐπιςῆμαι, αἱ μαθήσεις αἱ τέχναι πᾶσαι, ϗ παντοῖα γένυς, ϗ εἴδυς· ὁπῦ οἱ ἄθλιοι τῦ γένυς μας σπυδαςαὶ ὐδὲ ἐφαντάσθησαν ταῦτα, μάλιςα διὰ τὶ σπυδάζυσιν εἶναι περιφρονημένοι ὑπὸ τῶν ἀμαθεςάτων, πολλῦ γε ϗ δεῖ νὰ βοηθῦνται· ὅθεν ὐδὲ τὰ ἄλλα ἔθνη, ὁπῦ τώρα ἐνηγκαλίσθησαν ὅλην τὴν σπυδὴν, ϗ ηὔξησαν τὰς ἡγεμονίας των, τὰς βασίλειά των, ἐπαρχίας των διὰ τὴν σοφὴν κυβέρνησιν, ϗ τὴν πρὸς ἀλλήλους ἀγάπην ϗ ὁμόνοιαν πρὸς τὸ κοινὸν συμφέρον, διὰ τοὺς Ἕλληνας δὲν ἔχουν κἀμμίαν ὑπόληψιν εἰς τὴν σπουδὴν, ὅθεν ϗ εἰς τὸ παρὰ τῆς ὑμετέρας ἐλλογιμότητος πρόβλημα ἀμφιβάλλουσι. διὰ τὶ μετροῦντες τοὺς Ἕλληνας τώρα χωρὶς σπουδὴν, ϗ σπουδαστήρια, ἀπὸ τὸ ἄλλο μέρος προκατειλημμένοι ἀπὸ τὸ ἀδύνατον, ϗ τὸν ἀπελπισμὸν τῆς εὑρέσεως τοῦ αὐτοῦ προβλήματος, ὅταν ἀκούσωσι πῶς ἕνας Ἕλλην ὑπόσχεται τὴν εὕρεσιν, ἀπιστοῦσι, ϗ ὅταν ἴδωσι τὴν μέθοδον δοκιμάζουσι νὰ πιασθῶσιν ἀπὸ τὸ παραμικρὸν, διὰ νὰ τὴν ἐλέγξωσι σφαλερὰν, μὴ ἀνεχομένης τῆς αὐτῶν ἐπάρσεως νὰ εὑρεθῇ ἓν τοιοῦτον παρ' Ἕλληνος πάλιν ἐν τῇ τῶν Ἑλλήνων καταπτώσει, ϗ ἐν καιρῷ τῆς ἰδίας αὐτῶν ἀκμῆς.

Ἔρχομαι ἤδη νὰ τῆς φανερώσω ποῦ ἐστάθη τέλος πάντων ἡ ἀπορία αὐτῶν ἐν τῷ προβλήματι, τὴν ὁποίαν κατὰ μέρος ἐμοὶ εἶπεν ὁ Ἀστρονόμος Εὐστάθιος Τζανώτης προχθὲς, ὅταν ἐκεῖθεν ἐμίσευσα, ϗ ἐπῆγα νὰ τοῦ ζητήσω πάλιν κἀμμίαν ἀπόκρισιν. Ἐνίσανται ἐν τῷ παραλληλογράμμῳ τρόπῳ τοιῷδε· τίς μᾶς βεβαιώνει, ἂν ἡ ἀπὸ τοῦ ὁ διὰ τοῦ ρ́ ἀγομένη εὐθεῖα, ὑπάγει νὰ τέμνῃ τὴν ά π́ γραμμὴν εἰς ἐκεῖνο τὸ δίκαιον σημεῖον σ́, ἐξ οὗ πίπτουσα ἡ κάθετος σ́ φ́ εὑρίσκειν δύναται τὸ δίκαιον φ́ σημεῖον, ὥστε νὰ ἀκολουθῇ ἔπειτα, ὅτι ἡ ἀπὸ τοῦ φ εἰς τὸ ύ διαγώνιος νὰ διαπερᾷ διὰ τοῦ ρ: ὅταν γὰρ ἡ ἀπὸ τοῦ ὁ διὰ τοῦ ρ́ ἄγεται δὲν εἶναι ὑπόχρεως ϗ βεβιασμένη διὰ οὐδὲ κἀνένα λόγον γεωμετρικὸν νὰ τέμνῃ τὴν ά π́ κατὰ τὸ σ́. ἐνδέχεται γὰρ (λέγουσιν ἐνιστάμενοι) τέμνειν αὐτὴν εἰς ἄλλο σημεῖον σ ἢ πρὸς τὸ μέρος τοῦ π. ἢ πρὸς τὸ μέρος τοῦ α. τότε ἡ ἀπὸ τοῦ σημείου ἐκείνου σ πίπτουσα κάθετος, οὐχ εὑρίσκει τὸ φ́. ἀλλ' ἢ πρὸς τῷ λ. ἢ πρὸς τῷ υ πεσεῖται τότε ἕπεται, ὅτι ἡ φ́ β́ νὰ εἶναι ἢ μείζων ἢ ἐλάττων τῆς β́ ό. κἀντεῦθεν ἡ φ́ ύ οὐ διὰ τοῦ ρ́ διελεύσεται ὡς ἐν τοῖς σχήμασι τούτοις. Ἐπεὶ γὰρ τὸ ρ́ ἐστὶν ἐπὶ τῆς ηβ ἀκινήτου, καὶ ἀμετακίνητον σημεῖον, ὅταν μὲν ἄγηται ἀπὸ τοῦ ό διὰ τοῦ ρ ἡ ό σ́ ὑπάγει καλὰ, διαπερῶσα διὰ τοῦ αὐτοῦ ρ́ διωρισμένως, ὅταν ὅμως ἄγεται ἡ φ́ ύ δὲν εἶναι ἀναγκαῖον νὰ ἀπεράσῃ διὰ τοῦ ρ, διὰ τὶ μισεύει ἀπὸ τὸ φ́ ἀδιόριστον σημεῖον, τοῦ ὁποίου τὸ ἀδιόριστον ἤρτηται ἀπὸ τὸ ἀδιόριστον σ́, τὸ ὁποῖον ἐπὶ τῆς α π δὲν εἶναι διωρισμένον. Ἐνδέχεται γὰρ νὰ εἶναι τὸ σ́ ἢ κατὰ τὸ π́, ἢ κατὰ τὸ α. ὅθεν ἐνίσανται, ὅτι ἕπεται ἡ ἀπὸ τοῦ σ́ ἀγομένη κάθετος νὰ μὴν εὑρίσκῃ ἐκεῖνο τὸ φ́ σημεῖον



ὁποῦ νὰ ἔχῃ τὸν αὐτὸν τόπον μεταξὺ τοῦ ν́ ϗ λ, ὃν ἔχει τὸ ο μεταξὺ τοῦ μ́ ϗ ξ ἀπὸ τὸ ἄλλο μέρος. ταύτην τὴν ἀμφιβολίαν σᾶς τὴν ἔγραφα ϗ ἐγὼ, ὅταν ἐγύρισα ἀπὸ τὸ Πατάβιον ἐνταῦθα εἰς ἓν γράμμα ὁποῦ μὲ τὸν κὺρ Γεώργιον κοινὸν τῆς ἐγράψαμεν πέρυσι, ϗ μᾶς ἀπεκρίθητε ἀποδεικνύοντες κατὰ τὸν Εὐκλείδην, ὅτι τὸ φ́ σημεῖον ἔχει τὸν αὐτὸν τόπον μεταξὺ τῶν ν́ ϗ λ. ὃν τὸ ό μεταξὺ τοῦ μ́ ϗ ξ. ἀλλ' ἡ ἀπορία στέκει ἀλλέως, ἤγουν, ὅτι ϗ ὑποτιθεμένου πῶς τὸ φ́ σημεῖον εἶναι ἐκεῖνο τὸ ἀνάλογον τῷ ό ἀπὸ τὸ ἄλλο μέρος τινὶ τρόπῳ δύναται νὰ δειχθῇ, ὅτι ἡ ἀπὸ τοῦ σ́ κάθετος ἀγομένη εἶναι ὑπόχρεως (οὕτως εἰπεῖν) νὰ εὕρῃ τὸ δίκαιον σημεῖον φ́. ἐπειδὴ ἡ σ́ φ́ δὲν εἶναι ἁπλῶς εὐθεῖα ὁποῦ νὰ ἐξαχθῇ ἀπὸ τοῦ ἑνὸς σημείου σ́ εἰς τὸ ἄλλο φ́, ἀλλὰ πίπτει κάθετος ἀπὸ τοῦ σ́, ϗ αὐτοὶ λέγουν ὅτι δὲν ἠξεύρομεν πῶς ἀναγκαίως ἔχει νὰ εὕρῃ τὸ φ́ σημεῖον, πόθεν τοῦτο δυνάμεθα νὰ βεβαιωθῶμεν; ἡ γὰρ κατασκευὴ τοῦ παραλληλογράμμου ἀρχίζει εἰς ἄλλον τρόπον, προηγουμένης δηλαδὴ τῆς ό σ́ διὰ τοῦ ρ́ διαγωνίου. ὅθεν δὲν εἶναι βέβαιον ἂν ἡ σ́ φ́ κάθετος ἐξίσου ἀφίσταται τῆς ή β́, ὡς ϗ ἡ ό ύ ϗ ἀκολούθως ἂν τὸ παραλληλόγραμμον ἀφ' οὗ γένῃ ἀκολουθεῖ νὰ εἶναι δίχα διῃρημένον ὑπὸ τῆς ή β́. τοῦτο δὲ ὅλον προέρχεται ἀπὸ τὸ ἀδιόριστον εἶναι τὸ σ́ ἐπὶ τῆς ά π́ ϗ εἰς τοῦτο εἶχε λόγον ἡ ἀπορία τους, τὴν ὁποίαν ϗ ἡ ἐλλογιμότης σας θέλει τὴν ἐξετάσει· ταύτην οὖν τὴν ἀπορίαν ἠξεύρωντας ἐγὼ, εἶχα προσαχθῇ διὰ νὰ ἔχω ἑτοίμην τὴν ἀπόκρισιν· ὅθεν ϗ εἶχα γράψῃ Ἰταλικῶς τὴν ἀπόκρισιν εἰς πλάτος, σχηματίζωντας πῶς ἡ ἐλλογιμότης σας ἀποκρίνεσθε εἰς ἐμὲ ὁποῦ σᾶς εἶχα ἐναντιωθῇ δῆθεν μὲ αὐτὴν τὴν ἀπορίαν πρὸ πολλοῦ, ϗ μοῦ εἴχετε ἀποκριθῇ Ἑλληνιστὶ, ϗ ἐγὼ τὴν ἐμεταγλώττισα δῆθεν, ϗ τοὺς τὴν παρασαίνω. ἡ ἀπόκρισις ὁποῦ ἔκαμα ἐστάθη αὕτη, ἐν συντομίᾳ γραφομένη ἐνταῦθα. ὅταν τὸ σ́ σημεῖον εἶναι ἀδιόριστον. ἀκολουθεῖ ὅτι ϗ τὸ φ́ νὰ εἶναι ἀδιόριστον κατὰ τὸν λόγον σας. ϗ ἀκολούθως ἡ ἀπὸ τοῦ ἀδιορίστου φ́ ἀγομένη φ́ ύ ἐνδέχεται νὰ περνᾷ διὰ τοῦ ρ́. ἀλλ' ἐντὸς τούτου ἢ διὰ τοῦ ψ, ἢ διὰ τοῦ 5 δὰς εἰπεῖν, ἤγουν ὄχι διὰ τῆς κοινῆς τομῆς τῶν ἀληθῶς διαγωνίων, ἀλλὰ εἰς ἄλλο σημεῖον τῆς σ́ ό. ὅταν οὖν δὲν ἀπεράσῃ διὰ τοῦ ρ́ ἡ φ́ ύ, ἐξ ἀνάγκης ἕπεται ὅτι ἡ αὐτὴ γραμμὴ δὲν μισεύει ἀπὸ τὸ δίκαιον σημεῖον φ΄, ἀλλ᾽ ἀπὸ τὸ αὐτὸ ἢ πλησιέστερον, ἢ ἀπώτερον ὂν τοῦ β΄, καὶ ἑπομένως ἀκολουθεῖ νὰ μὴν εἶναι ἡ φ΄ β΄ ἴση τῇ β΄ ὁ, ὅθεν οὐδὲ τὸ παραλληλόγραμμον δίχα διῃρημένον. ἀλλὰ μὴν ὁ ἐφευρετὴς τῆς μεθόδου δείκνυσιν, ὅτι ἡ φ΄ ὑ διαπερᾶ διὰ τοῦ ρ, διὰ τῆς ἐξῆς εἰς ἀδύνατον ἐπαγωγῆς, καὶ οὐ διαπερᾶ οὔτε διὰ τοῦ ψ, οὔτε διὰ τοῦ ȝ. ἄρα ἡ φ΄ ὑ μισεύει ἀπὸ τὸ δίκαιον σημεῖον φ΄, καὶ ἀκολούθως καὶ ἡ σ΄ φ΄ κάθετος πίπτει ἀπὸ τὸ δίκαιον σημεῖον σ΄. τὸ γὰρ μὴ διαπεράσαι τὴν φ΄ ὑ διὰ τοῦ ρ εἶναι ἓν αἰτιατὸν ἐξ ἀνάγκης ἑπόμενον, ὅταν τὸ φ΄ ᾖ ἢ ἀπώτερον τοῦ β΄, ἢ πλησιέστερον, ὅπερ ἐστὶν ὡς αἴτιον προσεχὲς καὶ ἄμεσον, ἀλλαμὴν τὸ αἰτιατὸν οὐκ ἔστι (δείκνυται γὰρ διὰ τῆς εἰς ἀδύνατον ἐπαγωγῆς διαπερᾶν διὰ τοῦ ρ) ἄρα οὔτε τὸ αἴτιον ἐστὶν ἐν ταύτῃ τῇ κατασκευῇ τῆς τοιαύτης μεθόδου, δηλαδὴ οὐκ ἔστι τὸ φ΄ ἢ ἀπώτερον, ἢ πλησιέστερον τοῦ β΄, ἀλλὰ τὸ δίκαιον καὶ ἀπαιτούμενον σημεῖον φ΄, καὶ ἑπομένως καὶ τὸ σ΄, ἐξ οὗ ἡ κάθετος εὑρίσκει τὸ φ΄, ἐστὶ τὸ δίκαιον, καὶ ἀπαιτούμενον. Μὲ ταύτην τὴν ἀπόκρισιν ἀπεσομίωθησαν, καὶ ἀφέθησαν νὰ προβάλουν αὐτὴν τὴν ἀνθίστασιν, καὶ ἔπειτον πλέον νὰ ἐξετάσουν τὴν εἰς ἀδύνατον ἀπαγωγὴν, τὴν ὁποίαν ἐπεχειρίσθησαν νὰ ἐλέγξουν ὡς οὐκ ὀρθῶς ἔχουσαν, οὐκ οὔσης τῆς κατασκευῆς ὡς ἀπαιτεῖται, καὶ ὡς γενικὴν οὖσαν, καὶ ἄλλα τοιαῦτα, τὸ ὁποῖον διὰ νὰ δείξουν μοῦ ἔκαμαν ἕναν παραλογισμὸν διαβολικὸν, ὁποῦ δὲν ἔχει λόγον, τὸν ὁποῖον εἰς τὴν ὥραν τοῦ μισεύματός μου ἀπ᾽ ἐκεῖ προχθὲς μοῦ τὸν ἔκαμαν, ὅταν ἐπῆγα νὰ τοὺς χαιρετήσω· ἐγὼ μετὰ ταῦτα σκεψάμενος, ἔγνων πῶς παραλογίζονται. ὅθεν μετὰ τρεῖς τέσσαρας ἡμέρας ὁποῦ ἔχω νὰ ἐπιστρέψω σὺν Θεῷ πάλιν ἐκεῖ, ἔχω νὰ τοὺς ἐλέγξω τὸν παραλογισμόν των, καὶ νὰ ἰδῶμεν ποῦ τέλος πάντων θέλει ἐπακουμβίσουν. εἰς τὰ τοιαῦτα συχνάκις εὑρίσκομαι ἅγιε διδάσκαλε, καὶ διαλέγομαι ἀποκρινόμενος ὡς δυνατὸν, ἀμὴ τί νὰ κάμωμεν, ὁποῦ ὅ,τι εἰποῦν αὐτοὶ, καὶ ἂν εἶναι καὶ παράλογον, πάντες οἱ ἀκούοντες συγκατανεύουσι μὲ δίκαιον τοῦ αὐτὸς ἔφα. ἡμᾶς ὅμως τίς μᾶς ἀκούει, ἔσωντας νὰ εἶναι παρ᾽ αὐτοῖς περιφρονούμενοι εἰς τὸν παρόντα αἰῶνα οἱ Ἕλληνες. ἐστάλθη ἡ πρότασις καὶ εἰς τὴν Ἀκαδημίαν τὴν ἐν Παρισίοις, καὶ μετ᾽ οὐ πολλὰς ἐλπίζομεν ἐκεῖθεν κάμμίαν ἀπόκρισιν, καὶ ὅτι οἱ ἐκεῖθεν εἰποῦν, πλέον καὶ οἱ ἄλλοι θέλουν συγκατανεύσει. στέλλονται μετ᾽ οὐ πολλὰς καὶ τὰ πρὸς τὸν Εὔλερ, καὶ ὁ Θεὸς νὰ τοὺς φωτίσῃ νὰ κρίνουν ἀπαθῶς τὴν ἀλήθειαν. ἀμὴ τί δυνάμεθα νὰ κάμωμεν ἡμεῖς ἐν τῇ καταπτώσει τοῦ γένους ἡμῶν, καὶ ἐν καιρῷ ὁποῦ οἱ Ἕλληνες ζητοῦσι παρ᾽ αὐτῶν; εἶναι τινὲς ἐδῶ καὶ ἱερωμένοι, καὶ λαϊκοὶ μαθηματικοὶ ὁποῦ εἶναι ὑπὲρ ἡμῶν, καὶ τοὺς ἀκαδημιακοὺς κατηγοροῦσιν ὡς φθονεροὺς, καὶ ἐχθροὺς τῶν Ἑλλήνων, ἀμὴ τί δύνανται νὰ κάμουν; τώρα ὑπομονὴ, καὶ ὁ Θεὸς θέλει κάμει νὰ εὕγῃ ὁ κόπος σας μίαν φορὰν εἰς φῶς, συναγωνιζομένων καὶ ἡμῶν εἰς δύναμιν. τὴν ἔδειξα ἐν Βοωνίᾳ καὶ τῇ φιλοσόφῳ, μήπως αὐτὴ γένηται μεθ᾽ ἡμῶν, ἥτις ἐπαίνησε τὴν μέθοδον, ὅμως μοῦ ἀπεκρίθη, ὅτι ἔχει νὰ τὴν σκεφθῇ ἀκριβῶς· τῆς εἶχα δώσῃ ἓν χειρόγραφόν σας Ἑλληνικὸν ἀπ᾽ ἐκεῖνα ὁποῦ μᾶς ἐπέμψατε, καὶ τὸ ἀνέγνωσε θαυμασίως διὰ τί εἶχε σπουδάξῃ καὶ τὴν Ἑλληνικὴν διάλεκτον, καὶ ἀναγινώσκει, καὶ γινώσκει καὶ αὐτὸν τὸν Δημοσθένην. τοιαύτης ἀγχινοίας ἡ γυνὴ, μοῦ εἶπεν, ὅτι θέλει μοῦ ἀποκριθῇ τὴν γνώμην της μετὰ τὴν εἰς τὰ ἐκεῖσε ἐπάνοδόν μου. Τούτων οὕτως ἐχόντων, ἂς μὴν ὑποπτεύεται διὰ ἡμᾶς, διὰ τί οὔτε ἐπαυσάμεθα, οὔτε παυσόμεθα, καὶ ὑπερασπιζόμενοι τὸ πρόβλημα καὶ ἀγωνιζόμενοι. Συμπαθήσατέ μαι διὰ τὴν πολυλογίαν, καὶ διὰ τί δὲν γράφω ὡς πρέπει, ἔσωντας νὰ φροντίζω πάλιν τὰ τῆς ἀποδημίας διὰ τὴν Βονωνίαν, καὶ δὲν ἔχω καιρὸν νὰ γράψω οὔτε κὰν τῇ ἀγαπητῇ μοι αὐταδέλφῃ, ἡ ὁποία παρακαλῶ νὰ ἔχῃ παρ᾽ αὐτῆς τὴν εἴδησιν, ὅτι ὑγιαίνω, καὶ δὲν τῆς γράφω, καιροῦ μὴ λαμβάνων, ὡσὰν ὁποῦ νύκτωρ καὶ μεθ᾽ ἡμέραν ἀγωνίζομαι νὰ τελειώσω τὸ ἔργον μου διὰ νὰ ἐλευθερωθῶ ὅσον τάχιστα, ὡσὰν ὁποῦ τὰ ἔξοδα ἐν Ἰταλίᾳ εἶναι ὑπέρμετρα, καὶ εἶναι χρεία νὰ ἔχῃ τινὰς πλοῦτον, διὰ νὰ δυνηθῇ νὰ τὰ ὑποφέρῃ. τοὺς περὶ ἐμοῦ ἐρωτήσοντας συγγενεῖς καὶ φίλους προσκυνῶ. ἂς ἔχωμεν καὶ αὖθις ἐφετὰ ἡμῖν γράμματα αὐτῆς, καὶ εἰς ὅσον δύναται ἂς μὴ λείπῃ νὰ ὑποστηρίζῃ τὸ πρόβλημα δι᾽ ὁποίων ἀναπτύξεων καὶ ἀποδείξεων τὴν φωτίσει ὁ Κύριος, καθὼς καὶ ἡμεῖς ὑπὲρ αὐτῆς ὄντες ἀεὶ δὲν παύομεν ὡς δυνάμεθα νὰ τὴν δεφενδεύωμεν· ὁ δὲ Κύριος διατηροίη αὐτὴν ὑγιαίνουσαν, εὐδαίμονα, καὶ μακρόβιον εἰς καύχημα τοῦ γένους.

Τῆς ὑμετέρας σοφολογιωτάτης Πανιδεσιμότητος.

Δοῦλος Εὐλαβὴς
Νικόλαος Κυριάκη Ζαρζούλης.

Viro egregio praestantissimoque Franciscus Maria Zanottus Bononiensis scientiarum Academiae S. P. D.

Inventum novum atque mirabile, quo geometriam augete, vir praestantissime, conatus es, ingenium tuum, tuamque praeclaram in geometricis rebus facultatem ostendis. Academia nostra Bononiensis, cui ego a secretis sum, tibi et de tuo ingenio gratulatus, et de egregia in se voluntate gratias agit. Ceterum quaestionem reconditissimam dirimere, et judicium suum ferre non audet. Idque sibi propositum habet ut in controversiis omnibus, praesertim talibus, se sustineat. Tu interim, vir praestantissime, tibi persuadea, velim, nos tuum ingenium vehementer admirari, studiumque fovere· utinam multi conatus tuos imitentur. Me in primis tuum habe. vale

Bononiae. prid. cal. Maius A. MDCCLIV.

Ἀνδρὶ ἀρίςῳ, καὶ ἐξοχωτάτῳ Φραγγίσκος Μαρία Ζαννότης Σεκρετάριος τῆς ἐν Βονωνίᾳ τῶν ἐπιςημῶν Ἀκαδημίας. εὖ Πράττειν.

Ἡ νέα, ϗ θαυμασία ἐφεύρεσις, ᾗ τὴν γεωμετρίαν αὐξῆσαι, Ἄνερ ἐξοχώτατε, ἐπειράσω, ἀγχίνοιαν τὴν σὴν, ϗ τὴν ἐν τοῖς γεωμετρικοῖς περιφανῆ σὴν δύναμιν ἀποδείκνυσιν. Ἡ ἡμετέρα Ἀκαδημία, ᾗ ἐγὼ ἐξ ἀπορρήτων εἰμὶ, σοὶ καὶ περὶ τῆς σῆς ἀγχινοίας συνήδεται, καὶ χάριτας ὁμολογεῖ τῆς πρὸς αὐτὴν σου ἐξαιρέτου ἀγάπης. Τὸ μέντοι κρυφιώτατον ζήτημα διαλῦσαι, καὶ τὴν ἰδίαν αὐτῆς κρίσιν ἐπαγαγεῖν οὐ τολμᾷ, ϗ τοῦτο ἔχει ἑαυτῇ προνενομοθετημένον, ὅπως πασῶν τῶν ἀμφισβητήσεων, ϗ μάλιςα τοιούτων, ἐπέχῃ ἑαυτὴν, ϗ κωλύῃ. Σὺ δὲ, ἄνερ ἐξοχώτατε, βουλοίμην εἶναι καθ' ἑαυτὸν πεπεισμένον τὴν σὴν ἡμᾶς ἀγχίνοιαν λίαν θαυμάζειν, ϗ πρὸς σὲ σπουδὴν ϗ ἀγάπην θάλπειν ϗ τρέφειν. εἴθε πολλοὶ μιμοῖντο τὰ σὰ ἐγχειρήματα. ἐμὲ ἐν τοῖς πρώταις τῶν σῶν ἔχε. Ἔρρωσο.

Ἐν Βονωνίᾳ τῇ προτεραίᾳ τῶν καλανδῶν Μαΐου. 1754.

Θεοφιλέςατε σεβασμιώτατε Θεοπρόβλητε καὶ σοφολογιώτατε δέσποτα τῆς ὑμετέρας θεοφιλοῦς σεβασμιότητος τὴν χαριτάβρυτον δεξιὰν εὐλαβῶς ἀσπάζομαι.

Τοὺς σεβασμίους ἀσπασμοὺς τοὺς ὁποίους ἡ ὑμετέρα θεοφρούρητος θεοφιλεία διὰ τῆς πρὸς τὸν ἐλλογιμώτατον Κύριον παπᾶ Πέτρον Μάνεσιν ἐπιςολῆς, μοῦ ἀπέςειλεν, ἀντάμα μὲ τὴν τοῦ ἱερολογιωτάτου Διδασκάλου κυρίου Μπαλάνου ἐπιςολὴν δεξάμενος, ὑπερβολικῶς ηὐφράνθην διὰ τοὺς ἀσπασμοὺς, ἐπειδὴ ἐπληροφορήθην, ὅτι ἐνθυμᾶσθε ἀκόμι τὸν ταπεινόν σας δοῦλον, τὸ ὁποῖον εἶναι δόξα, τρυφὴ, ϗ χαρὰ ὑπέρμετρος ἐδική μου διὰ τὴν ἐπιςολὴν, ἐπειδὴ ἀναγινώσκοντας τὰς τῶν ἐνςάσεων λύσεις, ἐκατάλαβα ποταπὸν φωςῆρα εἰς τὰς μαθηματικὰς ἐπιςήμας τὸ ἡμέτερον ὀρθόδοξον γένος ἔχει, ἕτοιμον εἰς τὰς ἀνασκευὰς τῶν ἐνςάσεων, πρόχειρον νὰ λύσῃ κάθε δυσκολίαν, ἀρκετὸν νὰ πείσῃ ἴσως κάθε νοῦν, πῶς ὁ τρόπος, μὲ τὸν ὁποῖον εὑρίσκει τὰς δύο μέσους ἀναλόγους εἶναι ἄπταιςος. Ἀλλ' ἐπειδὴ ὁ ἐδικός μου νοῦς ἐπείσθη πολλαῖς φοραῖς ἀπὸ τὴν ἀνάλυσιν, πῶς ἕνα τέτοιον πρόβλημα νὰ λυθῇ μὲ ἕναν τέτοιον τρόπον εἶναι ἀδύνατον, ἀκόμι δὲν θέλει νὰ καταπεισθῇ, ἀκόμι ἔχει ταῖς δυσκολίαις του ϗ ἐνςάσεις εἰς αὐτὰς τὰς λύσεις πάλιν ἐπινοεῖ. ϗ διὰ νὰ μὴν κάμω ἐκεῖνο ὁποῦ ὁ σοφὸς Εὔλερ ἔκαμεν, ὁ ὁποῖος σιωπῶντας εἰς τὴν λύσιν τῆς ἐνςάσεώς του, ἴσως μὲ τὴν σιωπὴν ἀπεκρίθη, ἰδοὺ πῶς ἀποκρίνομαι· λύσει ὁ ἱερολογιώτατος τὴν α. ἔνςασιν, λέγωντας (διὰ νὰ εἰπῶ συντόμως τὸ νόημά του) πῶς εἶναι ἀδύνατον νὰ λυθῶσι διὰ τῆς ἀναλύσεως πάντα τὰ γεωμετρικῶς προβαλλόμενα. πλὴν ἂς σημειώσῃ πῶς ὅλοι ὅσοι σπουδάζουν ϗ καταγίνονται εἰς τὴν ἀνάλυσιν, λύουν ἀναλυτικῶς, ὅσα συνθετικῶς δηλ. γεωμετρικῶς προβάλλονται ϗ εὐκολώτερα, ϗ συντομώτερα· ϗ δὲν εἶναι πρόβλημα εἰς τὴν Γεωμετρίαν τὸ ὁποῖον ἀναλυτικῶς νὰ μὴν διαλύεται, καθὼς ϗ εἰς τὰ περὶ ἀναλύσεως βιβλία φαίνεται. προσέτι λύονται τῇ δυνάμει τῆς ἀναλύσεως ϗ τοῦ λογισμοῦ τῆς ὁλοκληρίας κάποια προβλήματα, τὰ ὁποῖα μόνῃ τῇ δυνάμει τῆς συνθέσεως ἢ ἀδύνατον, ἢ δυσκολώτατον εἶναι νὰ λυθῶσιν. Ὅσα δὲ προβλήματα ἀδύνατον εἶναι νὰ λυθῶσι καθὼς εἶναι ὁ τετραγωνισμὸς τῦ κύκλυ, ἢ ἄλλα ὅμοια, φανερὰ μᾶς τὸ παρασαίνει ἡ ἀνάλυσις· ἢ ὅσα πάλιν μερικῶς ἢ ὄχι γενικῶς καθὼς εἶναι τὸ ἀνὰ χεῖρας πρόβλημα, διαῤῥήδην μᾶς τὸ δείχνει, παρασαίνοντάς μας προσέτι: Πῶς ὄχι δι εὐθείας ἢ κύκλυ, ἀλλὰ δι εὐθείας ἢ παραβολῆς, ἢ διὰ κύκλυ ἢ παραβολῆς, ἢ δι εὐθείας ἢ ὑπερβολῆς τὸ τοιῦτον λύεται. ἢ ἔτζι κάνει εἰς ὅλα τὰ ἄλλα προβλήματα, δείχνει δηλ. μὲ ποῖα σχήματα τὸ πρόβλημα λύεται. Ὁπόταν δὲ ἀναλυτικῶς τὰ προβλήματα δοκιμάζωνται ἀνίσως ἡ ἐξίσωσις ὁπῦ εὑρίσκεται ἀληθεύει εἰς κάθε ὑπόθεσιν, ἡ λύσις γενικὴ εἶναι, καὶ τὸ πρόβλημα γενικῶς ἐλύθη, ἀνίσως δὲν ἀληθεύει εἰς κάθε ὑπόθεσιν, καθὼς εἰς τὴν παρῦσαν μέθοδον ἔδειξε, ἡ λύσις δὲν εἶναι γενική, ἢ ἑπομένως ὄτε ἀληθής· ἢ ταῦτα περὶ τῆς ἀλύσεως. Ἐρχόμενος δὲ εἰς τὴν β' λύσιν, ἐπειδὴ βλέπει τὸ ἄτοπον ὁπῦ συμπεραίνεται, μῦ ὁμολογεῖ, πῶς ἡ βφ εἶναι πολλῷ μείζων τῆς βο, ἢ ὁμολογῦντας ἐτῦτο, ἐπειδὴ βλέπει, πῶς εἰς τὸ διάγραμμα ὁπῦ ἐτυπώθη, πλέον δὲν συμπεραίνει τὸ ἄτοπον, ὁπῦ εἶχε σκοπὸν νὰ συμπεράνῃ, διὰ τὸ νὰ ἔπεσε τὸ τρίγωνον ρ3ο γράφει ἄλλο διάγραμμα ἢ μῦ θέλει, διὰ νὰ κατασκευάσῃ τὸ τρίγωνον· καὶ κατασκευάζει βέβαια τὸ τρίγωνον, ἀλλὰ τὸ ἄτοπον δὲν συμπεραίνεται· ἐπειδὴ ἐπάνω εἰς ταῖς β3, β4 ταῖς ἴσαις δὲν συνίςανται παντελῶς τρίγωνα διὰ νὰ δείξῃ τὰς γωνίας ρ4β 3β ἴσας, ἢ διὰ τὸ νὰ εἶναι ἴσαι ἢ αἱ ρ3β, ρ3β, ἢ αὐτὴ ἡ ρ3β ἴση τῇ 3β, ἑπομένως νὰ συμπεράνῃ τὸ ἄτοπον· ὅθεν βλέποντας, πῶς δὲν συμπεραίνεται παντελῶς τὸ ἄτοπον ὁπῦ ζητεῖ ἐσοφίσθηκα μήπως ἢ εἶναι σφάλμα εἰς τὴν ἐπιςολήν τυ, ἢ ἀντὶς νὰ εἰπῦ εἰλήφθω ἡ φ3 ἴση τῇ ο4, εἶχεν εἰλήφθω ἡ ω3 ἴση τῇ ο4 ἐπειδὴ ἀνίσως ἢ ληφθῇ ἡ 3φ, ἴση τῇ ο4, τότε γίνονται αἱ δύο 3ω, ω4 ἴσαι, διὰ τὸ νὰ εἶναι ἴση ἡ φω, τῇ ωο· ὅθεν ὡς εἰς τὰ δύο τρίγωνα 3ω ω4 δείχνονται ἴσαις ἡ γωνίαις 3ω, 4ω, ἢ ἑπομένως συμπεραίνεται τὸ ἄτοπον ὁπῦ ζητεῖ· ἀλλὰ ἢ ἂν ἔτζι ἤθελε γράψῃ· λέγω πῶς ὁ 3 ἡ παραλλήλως τῇ φα ἀγομένη, ὄτε ἐκτὸς τῦ ν καθὼς ὑποθέττει, ὄτε ἐπὶ τὸ ν, ἀλλὰ πίπτει ἐπὶ τὸ φ ἢ πίπτοντας ἐπὶ τὸ φ ἐπειδὴ ἡ φω εἶναι ἴση μὲ τὴν ωο, ἂν προσθέσῃ εἰς τὴν ωο μέρος τι, εἶον τὸ ο4 δὲν κάνει ἐπ' αὐτὰς ἴσα τρίγωνα διὰ νὰ δειχθῦν ἴσαις ἡ γωνίαις φω, 4ω, ὥςε ὁπῦ διὰ νὰ γενεῖν ἴσα τὰ τρίγωνα, πρέπει νὰ ταυτιςῇ ἡ ρ4 μὲ τὴν ρο, ἢ πάλιν ἐγκρεμνίσθη τὸ τρίγωνον, ὁπῦ ἐκατασκεύασε ἢ πίπτοντας τὸ τρίγωνον δὲν συμπεραίνει ἄτοπον, ἢ μὴν συμπεραίνοντας ἄτοπον, πάλιν λέγω πῶς τὸ λ εἶναι τὸ κέντρον, ἢ ὄχι τὸ ρ· ἢ ἐπειδὴ δὲν εἶναι τὸ ρ, δὲν εὑρέθηκαν αἱ δύο μέσοι ἀνάλογοι. Προσθέτει εἰς τὴν αὐτὴν λύσιν, πῶς ἠμπορεῖ νὰ δειχθῇ ἡ μο ἴση τῇ λφ, ἀλλὰ ἢ ἂν δειχθῶσιν, ἴσως πάλιν ἀπορίαι καὶ δυσκολίαι εἰς αὐτὴν τὴν δεῖξιν γεννῶνται. Καὶ ταῦτα περὶ τῆς β'. Λύει τὴν γ'. λέγωντας, πῶς οἱ παῖδες τῶν Γεωμέτρων κέχρηνται τῇ παρ' αὐτοῖς λεγομένῃ γεωμετρικῇ πτώσει· ἀλλ' ἂς ἔχει εἴδησιν ὁ Ἐλλογιμώτατος ἱεροδιδάσκαλος, πῶς τέτοιους παῖδας δὲν τὲς ἐγνωρίζω, ἢ ἂν τοὺς ἐγνώριζα ἤθελα νὰ τὲς εἰπῶ. Τί ὦ καλοὶ παῖδες διὰ τί δὲν ἀκολυθεῖτε, ἢ διὰ τί δὲν μιμᾶσθε τὸν πατέρα σας τὸν Εὐκλείδην; ἢ νὰ τὲς εἰπῶ ἤθελα, σοφοὶ παῖδες ἀνίσως ἢ μὲ τὴν κατασκευὴν τὴν ὁποίαν ἐκάμετε, διὰ τῆς αὐτῆς, εἶναι ἀδύνατον, ἢ εἶναι δύσκολον νὰ γένῃ ἡ ἀπόδειξις, μίαν τέτοιαν κατασκευὴν διὰ τί τὴν ἐκάμετε; εἰς τὰ προβλήματα ἡ κατασκευὴ εἶναι ὁδὸς, διὰ τῆς ὁποίας εὑρίσκομεν τὸ ζητέμενον, ἢ ἂν ἐκείνη εἶναι ἡ ὁδὸς τῆς εὑρέσεως, ἐκείνη ἀναμφιβόλως ἔχει νὰ εἶναι ἡ ὁδὸς ἢ τῆς δείξεως, ἢ ὁπόταν δὲν ἠμπορεῖ νὰ δείξῃ ἐκεῖνο ὁπῦ εὕρηκε, φανερὸν εἶναι, πῶς μήτε νὰ τὸ εὕρῃ δεν ἐδυνήθη· ἢ νὰ τὲς προσθέσω ἀκόμη ἤθελα, πῶς ἂς ἐνθυμηθῦν, ὅτι μὲ αὐτὴν τὴν κατὰ πτῶσιν κατασκευὴν ἀπομένει πάντοτε τὸ εὑρεθὲν ἀόριςον· διὰ τὸ νὰ μὴν εἶναι λόγος ὁπῦ νὰ μᾶς βιάζῃ νὰ λάβωμεν ἐκείνην τὴν γραμμὴν, φερ' εἰπεῖν τὴν εὑρεθεῖσαν βο, ἢ νὰ λάβωμεν ἄλλην πρὸς ἀρέσκειαν, φερ' εἰπεῖν τὴν βξ, ἢ βδ. Καὶ ταῦτα περὶ τῆς γ'. Λύει δὲ τὴν δ'. λέγωντας· ἡ δὲ τετάρτη ἔνςασις μικρόν τι δύναται ὡς προείρηται, διὰ νὰ μὴν εἰπῶ ὐδὲν· ἑκάςη γὰρ τῶν ἐπιςημῶν, ἐξόχως δὲ ἡ Μαθηματικὴ, ἐκ τῶν οἰκείων ἀρχῶν, ἀξιωμάτων τε καὶ ὑποθέσεων ἔχει τὸ πιςὸν, ἢ ὐδεὶ τῆς συναντιλαμβανομένης, ἀρχιτεκτονικὴ ὖσα, καὶ ὑπερβεβηκῖα· ἀλλ' ἂς ἐνθυμηθῇ ὁ Ἱερολογιότης τε, πῶς ἡ ἀνάλυσις μία ἢ αὐτὴ ἐπιςήμη εἶναι μὲ τὴν γεωμετρίαν, ταῖς ἰδίαις ἀρχαῖς, τὰ αὐτὰ ἀξιώματα, ἢ τὰς αὐτὰς ὑποθέσεις ἔχει, ἢ κατ' ὐδὲν τῆς Γεωμετρίας διαφέρει, εἰμὴ μόνον ὅτι ἡ μὲν ἀναλυτικῶς ἢ συντόμως ὁδεύει, ἡ δὲ συνθετικῶς ἢ ἐκτεταμένως· καὶ διὰ τῦτο ἡ μὲν ἀνάλυσις, ἡ δὲ σύνθεσις παρὰ πάντων καλεῖται· καλεῖται δὲ ἡ αὐτὴ ἀνάλυσις ἢ Γεωμετρία ὑψηλοτέρα, ϗ Γεωμετρία ἁπλῶς, μέθοδος τοῦ εὑρίσκειν, ϗ μὲ τὸ Ἀραβικὸν ὄνομα Ἄλγεβρα· οὔτε, ἐπειδὴ δὲν διαφέρει ἀπὸ τὴν Γεωμετρίαν, καὶ μᾶς δείχνει, πῶς εἶναι ἀδύνατον νὰ εὑρεθῇ τοιούτης λογῆς ἕνα τέτοιον πρόβλημα· ἄρα ἀδύνατον εἶναι ϗ δὲν εὑρέθη· ἂς σημειώσῃ προσέτι ὁ Ἱερολογιώτατος, πῶς ἂν λέγεται ἡ ἀνάλυσις εἰδικὴ, λέγεται, ὄχι διὰ τί δὲν λύει γενικῶς κάθε πρόβλημα, ἀλλὰ διὰ τί μεταχειρίζεται τὰ στοιχεῖα, τὰ ὁποῖα εἴδη ὁ Καρτέσιος ὠνόμασε· ϗ ταῦτα περὶ τῆς δ'. Ἂς συγχωρήσῃ σὲ παρακαλῶ ὁ Ἱερολογιώτατος διδάσκαλος τὸ πεῖσμά μου, ϗ ἂς θεωρήσει ἀκριβῶς, ἴσως δὲν τὸ εὕρῃ πεῖσμα, ἀλλὰ ἀλήθειαν, ϗ πεισθεὶς, θέλει τοῦ ἀπομένει ἡ δόξα ϗ ἡ τιμὴ, ἀσὰν ὁποῦ ἐκοπίασε τόσον διὰ ἕνα τέτοιον πολυθρύλλητον, ἀλλὰ ἀδύνατον, καθὼς ἀπέδειξα, πρόβλημα· ἐπειδὴ τὸ νὰ ἐκοπίασε διὰ αὐτὸ εἶναι τιμὴ ϗ ἔπαινος, τὸ δὲ νὰ τὸ θέλῃ ἄπταιστον, σωμὰ εἰς τοὺς Μαθηματικοὺς, ϗ ἂς μὴν τὸ πιστεύσει, δὲν εἶναι ἐπαινετόν· ϗ ταῦτα μὲν περὶ τῶν ἐνστάσεων, καθὼς ἡ ἐνεστῶσα τοῦ θέρους ὑπερβολικὴ καῦσις μοῦ ἐσυγχώρησεν. Ἡ δὲ ὑμετέρα θεοφύλακτος σεβασμιότης, ἂς μὲ ἠξεύρει ὅλον ἐδικόν της ϗ ἕτοιμον εἰς τὰς προσταγὰς αὐτῆς.

Ἐκ Κερκύρας αψνς. Ἰουλίου. κ'.

Νικηφόρος Θεοτόκης ὁ ταπεινὸς Ἱερομόναχος.

Τρύφωνι τῷ Πανοσιωτάτῳ Συγκέλλῳ τῆς Ἰωαννίνων Ἐκκλησίας καὶ σοφολογιωτάτῳ Διδασκάλῳ, Εὐγένιος Ἱεροδιάκονος ὁ Βούλγαρις τὴν ἐκ κέντρου ψυχῆς ἀδελφικὴν πρόσρησιν.

Εἰ οὗτος εἰλικρινοῦς φιλίας ἔλεγχος ἀκραιφνὴς, πάθος ἀντιδιδόμενον, ϗ τῆς παρ' ἄλλου εὐνοίας, ἡ πρὸς ἐκεῖνον αὐτοῦ, μάρτυς ἑκάστῳ ἐχέγγυος, ἔχοις ἂν ἄρα, ἐξ ὧν περὶ ἡμᾶς πάσχειν ὁμολογεῖς, οὐκ ἐλλιπῆ ϗ παρ' ἡμῶν τῆς ἀγάπης τὴν ἀντιμέτρησιν. Πείσεις δὲ ϗ ἡμᾶς αὐτὸ, φασὶ, πεπεισμένους ἐφ' οἷς πεπόνθαμεν. Οὐ γὰρ οὐδ' ἡμῖν δηλονότι ποτὲ τοῦ θαυμαστοῦ Τρύφωνος, οὐδὲ μνεία ἐπέρχεται, οὐδὲ λόγος γίνεται πρὸς τοὺς ἐντυγχάνοντας, μὴ παρ' αὐτὸ τὴν ψυχὴν πρὸς τὸ ἥδιστον διατιθεμένοις. Ἀλλ' ὁ ἐν τῷ κρυπτῷ ἡμῶν ἄνθρωπος αὐτίκα τοῖς πᾶσιν ἐπίδηλος, ϗ ἡ διάχυσις ἐκ ἀφανοῦς, ϗ ἐκ τοῦ περισσεύματος τῆς καρδίας οἱ λόγοι. Καὶ ὅλως, πάθους τινὸς οὐκ ἀσήμου τοῦ περὶ τὴν σὴν λογιότητα, ἀκριβῆ πανταχόθεν ἡμῖν ἐπιφαίνεται τὰ γνωρίσματα, ὡς ϗ αὐτοῖς, εἴ τισι ϗ ἄλλοις, τὸ τοῦ Ἀσκραίου Ποιητοῦ πεφωρᾶσθαι ψευδόμενον, τοὺς ὁμοτέχνους ἀντιτέχνους καλέσαντος. Ἀλλὰ τὸ μὲν τῆς φιλίας τῆς πρὸς ἀλλήλους, οὕτως ἰσορρόπως ἔχει ὡς εἴρηται, ϗ δὴ καὶ ἔχει καὶ ἑξῆς διὰ βίου, οἷόν τι φυτὸν γενναῖον, ἀπὸ τῆς κατὰ τὴν φιλοσοφίαν ϗ τότε φυταλιᾶς εἰς βάθος ἡμῖν ῥιζούμενον, ϗ εἰς ὕψος κομῶν ϗ θάλλον, ϗ ταῖς διὰ γραμμάτων διακαέσιν ἀρδείαις ἀμοιβαίοις προσταζόμενον. Τὸ δὲ τοῦ θρυλλουμένου προβλήματος εὕρημα, ἐπεὶ ϗ τοῦτο διαπυνθάνῃ, πῶς ἄρα ἡμῖν ἀπήντηκεν, ἐρῶ. Λέξω δὲ οὐκ ἄκων (τοῦτο δὴ τὸ φερεκράτειον·)

. . . . Σοί τε γὰρ κλύειν,

Ἐμοί τε λέξαι, θυμὸς ἡδονὴν ἔχει.

Ἀλλὰ μικρὸν ἄνωθεν ἑλόντα, οἶμαι πρὶν ὑποστῆναι ἐγένετο, τὸν νῦν ἀτεχνῶς κατῳκισμένῳ, ϗ μόνον οὐκ ἀπειρηκότι ἐπὶ τῇ προσδοκίᾳ τοῦ κρυπτοδεικνυμένου εἰς τόδε σκέμματος Καὶ μὴν, ϗ ἄττα περὶ αὐτὸ, μακρὸν ἐλιννύοντι ϗ σφαδάζοντι τὴν ψυχὴν, ὡς εἰκὸς, ὑπόληπτο, προεκθέσθαι ἴσως οὐκ ἄσκοπον. Οὐ γὰρ χθὲς ἡμῖν, οὐδὲ πρώην τὰ ὦτα ἡ τῶν δύω μέσων ἐθρόησεν εὕρεσις· ἐνιαυτοὶ δὲ ἤδη παρήλασαν πλέον ἢ πεντεκαίδεκα, ἐξ οὗ γε ἡ περὶ αὐτῆς διαρρεύσασα φήμη, ἐνῆγε μὲν εἰς τὸ θαυμάζειν ϗ ἡμᾶς ἐπ' αὐτῇ, οὐ παρεῖχε δὲ μαθεῖν τὴν ἐπίνοιαν. Ἐτηρεῖτό γε ἐν ἀπορρήτοις τὸ πρᾶγμα, ἐπεὶ μήπω τοῖς τυχοῦσιν ἐδόκει δημοσιεύεσθαι. Καὶ τισὶ μὲν, ὡς δῆθεν τὰ τοιαῦτα τετελεσμένοις οὖσι τε, ϗ ἀξίοις ἀνεκοινοῦτο· ἡμῖν δὲ ἄρα ὡς ἀμυήτοις τισὶ ϗ βεβήλοις, οἷς οὐ θεμιτὸν ἦν εἰς τὰ ἄδυτα ταῦτα παρακύπτειν, πᾶσα μὲν θύρα ἐπετίθετο, πᾶσα δὲ θέα ἀπείργετο. Ἐκ τούτου, πῶς οἴει; Παντοῖος ἐγινόμην ἐγὼ, ϗ μηδὲν ἔχων ὅ,τι ϗ δράσω, ἄλλοτε ἄλλως ὡς ἐπὶ πεττείας τὰς κρίσεις μετέπιπτον. Καί ποτε ϗ μεταξὺ ὑπενόουν, μὴ ϗ κόμπος τις εἴη κενὸς ϗ ψευδὴς ὁ πολὺς θροῦς ἐκεῖνος, ἀκούων μὲν ὑπὸ πολλῶν διακωδωνιζομένην τὴν εὕρεσιν, ὁρῶν δ' εἰς τοσοῦτον ὑπερτιθεμένην αὐτῆς τὴν ἐπίδειξιν. Καὶ ταῦτα οὐδ' αἰτίας τινὸς οὔσης, ἐξ ἧς ἂν τὰ τῆς ἀναβολῆς σχοίη τὸ εὔλογον. Εὑρέθη γε, οὐδὲ λε-γου ἔδει πολλῶν ϗ περιττῶν, ὥστε ἐκδοθῆναι τὸ γράμμα. Τὰς μὲν γὰρ ἄλλας τῶν συγγραφῶν, ὅσαις τῷ τῆς διασκευῆς ἐντέχνῳ, ϗ ῥυθμῷ λέξεως, ϗ τῷ ἄλλῳ πλούτῳ τῆς κατὰ τὴν ῥητορείαν δυνάμεως, ἐπανθεῖ τὰ τῆς χάριτος, εἰκὸς ϗ μακροτέρας δεομένης τῆς ἐπιμελείας, μὴ οὕτω ταχὺ εἰς τὸ μέσον ἐκφέρεσθαι. Καὶ τάχα συγγνωστέον μὲν τῷ Ἰσοκράτει, τὸν δεκαέτην πανηγυρικὸν διαγλύφοντι ϗ τορεύοντι, συγγνωστέον δὲ ϗ Πλάτωνι τῷ κτενίζειν τε ϗ βοστρυχίζειν, ϗ πάντα τρόπον ἀναπλέκειν τοὺς διαλόγους τοὺς αὐτοῦ, ἄχρι γήρως μὴ διαλείποντι. Προβλήματος δὲ Γεωμετρικοῦ ἡ μὲν ἔκθεσις ἁπλῆ, ἡ δὲ φράσις ἀκριβής, ἡ δὲ λέξις ἀφελής. Καὶ ἅμα νοῦς τ' ἐπεβάλλετο, ϗ λόγος ἐξεῖπε, γυμνοῖς τῶν ἐννοιῶν τ. Γ. συμβόλοις χρησάμενος· ταῦτ' εὖ εἰδότι παρῆν ἐνδοιάζειν, ὡς εἴρηται, τεκμήριον τῆς ἀποτυχίας ποιουμένῳ τὴν τῆς μεθόδου διὰ μακροῦ ἀπαγγελίαν. Ἐπεὶ δὲ ἡ τῆς εὑρέσεως φήμη συμπαριοῦσα τῷ χρόνῳ μᾶλλον ἐῤῥώννυτο, ϗ ἐδόκει ἤδη τοῦ μοδίου ὑποξενωθέντα τὸν λύχνον, ἐπὶ τὸ λυχνίον τεθεῖναι. Καὶ λοιπὸν ἦν ὡς ἐλέγετο, τῶν κατὰ τὰς ἐν Εὐρώπῃ περιβλέπτους Ἀκαδημίας λυχνιώνων τινὸς, ἐν καλῷ ποι ἱδρυθῆναι, ὡς ἂν ᾖ τοῖς πᾶσι περίοπτος. Ἢ κἂν τῇ, παρὰ τῷ τ' ἀληθοῦ ὑμῖν ἐξιστορηκότι ἐκείνῳ, Λυχνοπόλει, οἷα δὴ πολίτην ἄξιον ὄντα, πολιτογραφηθῆναι. ἐντεῦθεν κἄμοι ἡ ψῆφος ἐλευκαίνετο, συνεκνικώσης τῷ θρυλλουμένῃ τῆς Κρίσεως. Οὐδέ γε εἰκὸς ἦν, τῶν ἄλλων, ἐν μυριαγωγοῖς σοφίας ὁλκάσι, πρύμναν ἀνακρούεσθαι λεγομένων, ἡμᾶς τῷ ῥοθίῳ μὴ ὑπενδιδόναι· μόνους δὲ αὐτοὺς τολμᾶν, ἐν Ἀκατίῳ οὕτω σμικρῷ ναυτιλλομένους, πρὸς κῦμα τοσοῦτον ἀντεξετάζεσθαι, τὸ μέν γε ὕποπτον, ἐφ' οἷς μὴ λόγος ἐπαυγάζει σαφὴς, φιλόσοφον· τὸ δὲ ϗ ὑπερδιατείνεσθαι πάντῃ μὴ οὕτως ἔχειν, ἐπεὶ μὴ σφίσι δοκεῖ, ϗ ταῦτα οὐκ ὀλίγων, οὐδ' ἀσήμων τινῶν ὄντων τῶν συνηγορούντων, ἴσως ἀβέλτερον, ϗ τρόπου δεινῶς ἐθελοκακοῦντος ἴδιον. Τοιγαροῦν καὶ θαυμάζειν μάλα ἐνδίκως εἶχον τὸν ἄνδρα, ϗ ἐπὶ τῇ λεπτότητι τῶν φρενῶν ἐμακάριζον, ϗ τὸ ἐπινοηθὲν ἄξιον εἶναι τῆς Πυθαγορικῆς ἔγγραφον βουθυσίης. Καὶ χαιρόντων ἤδη, κατ' ἐμαυτὸν ἔφασκον, μᾶλλον δὲ ὑπ' αἰσχύνης ἑαυτοὺς καλυπτόντων οἱ περὶ Εὔδοξον, ϗ Ἀρχύταν, ϗ Μέναιχμον, ϗ Διοκλεῖς ἐκεῖνοι, ϗ Νικομήδεις, Ἥρωνές τε, ϗ Ἀπολλώνιοι, ϗ Πάπποι, ϗ Σπόροι, καὶ Πλάτωνες αὐτοὶ οἱ δαιμόνιοι· ὧν οἱ μὲν εἰς ὀργανικὰς, ϗ μηχανικὰς κατασκευὰς τὸν τοῦ στερεοῦ διπλασιασμὸν ἀπάγειν ἐπιχειροῦντες, ϗ μεσολάβοις τισὶν ἐπὶ τούτῳ ἐντέχνοις χρώμενοι, οἱ δὲ διὰ τῶν στερεῶν καλουμένων τόπων φερόμενοι, οἱ δὲ διὰ τῶν ἐπιπέδων, οἱ δὲ κινήσεις συμπλέκοντες, οἱ δὲ κύκλους περιγράφοντες, ϗ ἑνί γε τῳ ἕκαστος τῷ τρόπῳ, τῆς τῶν ἐν δυσὶ δεδεμέναις ἀκρότησι, δυεῖν ἐφεξῆς μέσων, ἐπιτυχίας τὴν ἀπόπειραν λαβόντες (1), ὅσον γε τείνει εἰς Γεωμετρικὴν φῦναι ἀκρίβειαν, οὐδὲν ὤνησαν. Ἀμέλειται ϗ πλεῖον τοῦ Πλάτωνος ὧδε. Καὶ ἄλλας μὲν, ἄλλοτι τῶν καλῶν ἤνεγκε χρόνος, ὁ δὲ καθ' ἡμᾶς τὸ κάλλιστον τοῦτο, περὶ ὃ τοσοῦτοι τε ϗ τηλικοῦτοι πολλὰ ὠδύναντες, ὑπηνέμιον ἡμῖν τὸ ὠὸν τετόκασι. Ταῦτα μοι ἦν, ϗ τὰ ἐπὶ τῆς δευτέρας ψήφου ἐπιφωνήματα, λαμπρὰ μὲν καθ' ἑαυτὰ, οὐ πάνυ δὲ πόῤῥω τυχὸν τῆς ἀξίας ἐπιβοώμενα, εἰ μόνον μὴ τῷ Ἑρμεῖ ψευδομένῳ ἐξ ἀτυχίας ἀπαντῆσαι ἡμῖν ἐγένετο. Ἀλλ' ἔστι τῷ ὄντι τὸ περὶ τὰ τοιαῦτα ἐκ φήμης δικάζειν ἐπισφαλὲς, ὥσπερ δὴ ϗ τὸ, φασὶν οὔτι θέμις ψεύδεσθαι θεὸν ἔσχεν, ψευδόμενον. Ὅρα γὰρ ὡς παλίμβολος ἐγώ σοι γίνομαι δικαστὴς, ἑτεροῖα σοι τὴν κρίσιν. νέον φαινόμενος, ἢ πάροιθεν. Καὶ χάρις σοι ὦ φιλότης ὅτι πέμψας τὸ γράμμα, ἔξω γενέσθαι τῆς ἐξαπάτης ἡμᾶς ἐποίησας. Ἀνέγνων γε αὐτὸ, ϗ μὴ καταγνῶναι, οὐδ' ἂν ὅτι πολὺ βουληθείην, οὐκ ἔσχον. Οὐ κεῖταί μοι τῆς Πυθαγόρου κλεινῆς βουθυσίης τὸ ἔργον ἄξιον, τῇ δὲ τοῦ Αἰγείου μᾶλλον βεστατίῃ κρίνεται παραπλήσιον. Παρ' ὅσον, οὐδ' Ἡρακλέους τινὸς ἆθλος, ἢ τούτου κάθαρσις ἀλλὰ ϗ τοῦ τυχόντος τὴν ἐν τοῖς Γεωμετρικοῖς μαθήμασι δεξιότητα. Παραλογισμός γε ἐστὶ σαφὴς ὁ ἐκδοθεὶς, ϗ τῶν πάνυ ἀφελῶν, ὑφ' οὗ μόνος ἄν τις παρακρουσθείη ἀρτιμαθὴς ὢν τὰ τοιαῦτα, ὃς ἀκμὴν ἀνέφυσεν ὀδόντας, ἢ, τῶν οὓς ἐδίδαξαν, εἰ τύχοι, ἀριστερὰ γράμματα μοῦσαι. Παραλογισμὸν δὲ λέγοντι, τοσοῦτου μοι ἀποδεῖ τοῦ ἀπόδειξιν ὀνομάζειν, ὅσον οὐδὲ ταῖς μηχανικαῖς τῶν ἐπινοιῶν τὴν φερομένην τάξοιμι ἂν ἐναρίθμιον. Ἐκεῖναι ϗ γὰρ, εἰ καὶ μὴ ἐπιστημόνως χωροῦσιν, ἀλλ' ἀληθεύουσιν. Αὕτη δὲ, ἐπὶ σαθροτάτοις θεμελίοις τοῖς τοῦ ψεύδους, κρηπιζομένη, ὅσον οὐρανὸς ἄπεστι γαίης, τοσοῦτον τῆς ἀληθείας ἀποπεπλάνηται. Καὶ εὖ ὅτι μηχανικὴ ἡ εὕρεσις, ὁ

(1) Παρ' Εὐτοκίῳ ἐν τοῖς εἰς τὸν Ἀρχιμ: Θεωρ: α. βιβλ: β: περὶ Σφαίρ: ϗ Κυλίνδρ.

ἐκδὺς ἀκύειν, ἔρεῖς, ἀνέχεται, πολλοῦ γ' ἂν δεήσειε τοῦ ψευδομένην ὁμολογῆται. Τί θαυμαςόν; τοιοῦτοι τῶν παραλογιζομένων τὸ πάθος, τὸ μηδὲ συνορᾶν ἔχειν τὴν ἀπὸ τοῦ ὀρθοῦ λόγου παρατροπὴν αὐτῶν, ϗ ἀπόπτωσιν. Ὃ δὴ καὶ οἱ παρακεκινημένοι τὰς φρένας πάσχουσιν, οἳ παραγνοῦντες καὶ παραπαίοντες, πᾶν ὁτιοῦν, ἢ τοῦτο, ἑαυτοὺς πείθουσιν. Οἰόμενοι γὰρ αὐτοὶ σωφρονεῖν, ἔπειτα τοῖς ὑγιαίνουσι λαμπρὰν τὴν μανίαν ἐπιγελῶσιν, ἢ καὶ ἐπιδακρύουσιν. Ἀλλὰ γὰρ πότερος ἡμῶν τοῦ καρποῦ, φασὶν, ἐπεδράξατο, ἄλλοι ἐπιδικάσονται. Πολλοὶ δὲ καθ' ἡμᾶς καὶ τῶν Ἑλλήνων εἰσὶν οἷς σπέρματα λόγων τῇ προνοίᾳ ἔδοξε καταθέσθαι τῶν Ἀττικῶν οὐ λειπόμενα. Οὗτοι γοῦν ἀμφοτέρων ὥσπερ ἀντιδίκων (ὡς Ἀριςοτέλης φησὶ (1)) τοὺς λόγους ἐτάσαντες, τὴν δικαίαν εὖ οἶδ' ὅτι ποίσουσι. Πρὸ δὲ πάντων αὐτοῖς ἐπιψηφιεῖ, ὃς οὐδενὸς δεύτερος εἰ τὴν περὶ ταῦτα τριβὴν ϗ δεινότητα. Ἡμᾶν δ' ἂν εἴη τὴν ᾗ προσώκειλεν ὕφαλον· ὁ θαυμαςὸς Γεωμέτρης, πλησίςιος οὐριοδρομῶν, ὡς ᾤετο, ςῆσαι κατάδηλον, ἀνάγκαις, ᾗ φασὶ, γραμμικαῖς, ταυτὸν εἰπεῖν, λόγοις ἀναντιρρήτοις, τὴν ἀπάτην ἀνακαλύψαντας. Ἄτοπον γὰρ ἐπιεικῶς κατὰ τὸν παρὰ τῷ Χαιρωνεῖ Χρύσιππον (2), τὸν ἐναντίον λόγον οἰομένους δεῖν τιθέναι μὴ μετὰ συνηγορίας, ἀλλ' ὁμοίως τοῖς δικολόγοις κακοῦντα, ὥσπερ οὐ πρὸς τὴν ἀλήθειαν, ἀλλὰ περὶ νίκης ἀγωνιζομένους, οὕτω τιθέναι. Καίγε ἐκείνη ἔρις κακίςη ἴσην μὲν τὴν ἔριν ἀντιφυτεύουσα, μηδὲν δὲ τὸ παράπαν εἰς πορισμὸν γνώσεως συνεισφέρουσα. Ἀγαθὴ δ' ἔρις ἥδε βροτοῖσιν, ἡ κατὰ λόγον καὶ μετὰ λόγου συνιςαμένη, καὶ τὴν μὲν ἄγνοιαν θατέρου πάντως τῶν ἐριζόντων ἀποσκεδάζουσα, εἰς ὁμόνοιαν δὲ τέως, καὶ ὁμοφροσύνην αὐτοὺς συνάγουσα. Ὡς ἔμοιγε ἐλπὶς ὕπεςιν οὐ κέφη. ὅτι καὶ ὁ τῆς μεθόδου πατὴρ παλινῳδίαν ᾄσεται, καὶ σύμφωνον τῇ ἀληθείᾳ συνηχήσει τὸ μέλος, εἰ μόνον τοῖς παροῦσιν ἐγκύψαι ἐπιμελῶς ἀξιώσειεν. Πάρεργον δ' οὖν ἡμῖν πρὸ παντὸς εἴη αὐτὸ προςήσασθαι τὸ πρόβλημα περὶ οὗ ὁ λόγος, καὶ τοῦτο τὴν κατασκευὴν καὶ ἀπόδειξιν ἀνελλιπῶς τε, καὶ ἀκριβῶς, καὶ τί ἄλλο, ἢ ἐπὶ λέξεως; ὑποσυνάψαι, ὅπως ἂν ὑπ' ὄψεσιν παραςὰς ὁ Πινδαρικὸς οὗτος Καινεὺς ὁ ἐξ ὕλης ἀδαμαντίνης κεχαλκευμένος, ὁ σιδήρῳ ἄρρηκτος, καὶ ἄτρωτος τὸ σῶμα, καὶ ἀπαθὴς, ὁ σχίζων ὀρθῷ ποδὶ γᾶν, ῥᾴδιον ἑαυτὸν συνιδεῖν παράσχοιτο, εἰ πιθανῶς, καὶ μὴ πεπλασμένως, τὸ δρᾶμα ἡμῖν ὑπεκρίνατο.

Καὶ τὰ λοιπὰ τοῦ προβλήματος.

Π ρ ό β λ η μ α.

„Δύω δοθεισῶν ἀνίσων εὐθειῶν, δύω μέσας αὐτῶν συνεχῶς ἑξῆς ἀνάλογον Γεωμετρικῶς „εὑρεῖν. (Σχῆμ. 42.)

„Ἔςωσαν αἱ δοθεῖσαι δύω ἄνισοι εὐθεῖαι αβ, βγ, καὶ ζητηθήτωσαν αἱ μεταξὺ αὐτῶν „δύω συνεχεῖς ἑξῆς ἀνάλογον. Κείσθωσαν δὴ αἱ αβ, βγ πρὸς ἀλλήλας, ὥςε ὀρθὴν ποιεῖν γω„νίαν τὴν ὑπὸ αβγ· τῶν δὲ αβ, βγ ἐξαχθεισῶν κατὰ τὸ συνεχὲς ἀορίςως ἀπὸ τοῦ β σημείου „ἐπὶ τὰ δ καὶ ε, εἰλήφθω ἐπὶ τῆς δβ, ἡ βζ, ἴση τῇ βγ, καὶ εὑρεθήτω μέση ἀνάλογος τῶν „αβ, βζ ἡ βη, διὰ τῆς ιγ': τοῦ ϛ': τοῦ ςοιχειωτοῦ· τῇ δὲ βη ἴσης ληφθείσης τῆς βθ ἐπὶ τῆς αὐ„τῆς βδ, εὑρεθήτω αὖθις διὰ τῆς ῥηθείσης προτάσεως, μέση ἀνάλογος τῶν αβ, βθ ἡ βκ. „Καὶ γραφήτωσαν περὶ τὰς γκ, γκ εὐθείας (3) κύκλοι οἱ γλ ημ, γνκξ. Εἶτα διαιρεθήτω „ἡ μξ ἀναλόγως ταῖς ζμ, ξθ κατὰ τὸ ο (4), ὥςε εἶναι ὡς ἡ ζμ πρὸς τὴν ξθ, τὴν μο πρὸς „τὴν οξ. Καὶ εὑρεθήτω γ: μέση ἀνάλογος τῶν αβ, βο ἡ βπ: λέγω τοίνυν τὰς βπ, βο εἶναι „τὰς ζητουμένας, καὶ τὰς τέσσαρας αβ, βπ, βο, βγ συνεχῶς εἶναι ἑξῆς ἀνάλογον· ὡς ἡ αβ „δηλονότι πρὸς τὴν βπ, τὴν βπ πρὸς τὴν βο, καὶ τὴν βο πρὸς τὴν βγ.

Καὶ τὰ μὲν τῆς κατασκευῆς ταῦτα, εὔλογα τὰ πάντα, καὶ πρὸς ςάθμην Γεωμετρικὴν ἀπηκριβωμένα, ὡς ἄρα τοῖς αἰτήμασι, καὶ τῇ γ': καὶ ι': καὶ ια': τοῦ Αου: τῶν ςοιχείων, καὶ τῇ Θη: καὶ ιγη: τοῦ ςου: προσερειδόμενα· τὰ δὲ τούτων ἐχόμενα αἰτήματά τινα ἐςὶ καὶ προβλήματα ἐκ τῶν ςοιχείων καὶ αὐτὰ ὑποτιθέμενα, οἷς ἡ δεῖξις ὕςερον συγκροτηθήσεται.

„Ἐπεζεύχθωσαν γε, φησὶν, αἱ απ, πο (5), καὶ τῆς γπ δίχα τμηθείσης (6) κατὰ τὸ

---

(1) Μεταφ. β. (2) Πλουτ: ςωϊκῶν ἐναντιωμ: (3) Νόειμοι ὡς περὶ διαμέτρους. (4) Θ: τοῦ ϛ:
(5) Αἰτ: κον: (6) Ιη τοῦ Αου:

,,ρ, ἤχθω ἀπὸ τῦ ο διὰ τῦ ρ, ἡ ορσ εὐθεῖα (1) τέμνουσα τὴν ατ κατὰ τὸ σ· (συμπεσεῖται ,,γὰρ πάντως ἐπειδὴ γὰρ ἡ ὑπὸ, ατο, ἐν τῷ ἡμικυκλίῳ γωνία ὀρθή ἐστιν (2), αἱ δὲ τῦ, ατο, τριγώνυ τρεῖς γωνίαι ἅμα, δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσὶν (3); ἀνάγκη πᾶσα τὰς ὑπὸ ταο, καὶ τοα δυεῖν ὀρθῶν ἐλάσσονας εἶναι (4). Καὶ ἔτι μᾶλλον τὰς ὑπὸ ταο καὶ ροα. Καὶ ἴτως ἐμπιπτέσης τῆς αο, τὰς ἀπὸ δυεῖν ἐλασσόνων, (τῶν ὑπὸ ταο, ϗ τοα) ἐκβαλλομένας εὐθείας ατ, ορ συμπίπτειν, ἐφ᾽ ἃ μέλη εἰσὶν αἱ τῶν δύω ὀρθῶν ἐλάσσονες (5)).
,,Ἀπὸ δὲ τῦ σ πιπτέτω μὲν κάθετος ἐπὶ τῆς αβ, ἡ σφ (6), ἤχθω δὲ παράλληλος τῇ αὐτῇ ,,αβ, ἡ στ (7). Καὶ ἀπὸ τῦ ο ὀνισάσθω κάθετος ἐπὶ τῆς στ ἡ ου, (8) τέμνουσα τὴν στ κα- ,,τὰ τὸ υ. Καὶ ἐπεζεύχθω ἡ φυ (9) ἣν λέγω διὰ τῦ ρ σημείυ διέρχεσθαι.

Σημειωτέον ὡς εἰ τῦτο δειχθῇ ὐδεὶς τῦ λοιπῦ λόγος ἀμφισβητήσεως περιέςαι, τῦ μὴ κατὰ θυμὸν ἤδη ἀποβῆναι τῶν δύω μέσων τὴν εὕρεσιν. Ἐπεὶ γὰρ αἱ οσ καὶ φυ τῦ ὀρθογωνίυ παραλληλογράμμυ φσυο εἰσὶ διαγώνιοι. (Τὰς δὲ διαγωνίυς τῶν παραλληλογράμμων δίχα τέμνεσθαι ὑπ᾽ ἀλλήλων, ἀληθές τε καὶ εὐαπόδεικτον ἐςὶν) ὁ κέντρῳ μὲν τῷ ρ, διαςήματι δὲ τῷ, ἧς ἂν βύλοιο, τῶν ἡμιδιαγωνίων εἴτε τῆς ρσ, ἢ τῆς ρυ καταγραφόμενος κύκλος, διὰ πασῶν τῶν τῦ ὀρθογωνίυ γωνιῶν διελεύσεται; σ, καὶ υ, καὶ ο, καὶ φ: ὁ αὐτὸς δὲ κύκλος καὶ διὰ τῆς κατὰ τὸ τ γωνίας ὀρθῆς ὔσης ἀχθήσεται, τῆς μήτε εἴσω τῆς περιμέτρυ πιπτέσης, μήθ᾽ ὑπερπιπτέσης, ὡς ὑπὸ Οὐίζωνος δεδειγμένον κεῖται ἐν ταῖς παρὰ Τακυετίῳ σημειώσεσι (10) Ἔνθεν τοι διὰ τὸ παρὰ τῷ αὐτῷ Τακυετίῳ α: πόρ: τῆς ιγ: τῦ ς: τῶν ςοιχείων, ἔςαι μὲν ἡ πβ μέση τῶν αβ, καὶ βο, ἔςαι δ᾽ ἡ βο μέση τῶν πβ καὶ βγ· ταυτὸν εἰπεῖν, αβ, βπ, βο, βγ ∸, ὅπερ εὑρεῖν τε πρόκειται, καὶ δεῖξαι. Ἀλλὰ γὰρ ἐν ἐκείνῳ μάλιςα κεῖται ἡ τῦ λόγυ διαφέρεια, καὶ ἡ δύναμις τῆς δείξεως περὶ τὴν φυ ςρέφεται πᾶσα, πότερον ἐπιζευγνυμένη διὰ τῦ ρ διέρχεται, ἢ δ᾽ ἄλλυ τινὸς σημείυ; Ἐφ᾽ ᾧ γῦν ἐκεῖνο δεῖξαι διὰ τῆς εἰς ἀδύνατον ἀπαγωγῆς χωρεῖ ὁ τὸ πρόβλημα ἐπιλύσων. Ἔχει δὲ ὧδε ἡ ἔφοδος αὐτῷ ἐπὶ λέξεως.

,,Εἰ γὰρ μή, διελεύσεται δήπουθεν δι᾽ ἄλλυ τινὸς σημείυ τῆς γπ, ἢ τῶν μεταξὺ τῶν ,,ρθ, ἢ τῶν ἐν μέσῳ τῶν ρβ σημείων.

Ὁπότερον ὖν τύτων ὑποτεθῇ, παρὰ πόδας αὐτῷ δοκεῖ τὸ ἄτοπον ἕψεσθαι. Ὅθεν δὴ καὶ διασκευάζει τὴν δεῖξιν, τῷ αὐτῷ λόγῳ πιθανὸν τυγχάνον δεικνὺς, μηδέτερον.

,,Διήχθω δὴ διὰ τῦ χ, ὡς ἡ φχυ τέμνυσα τὴν σο, κατὰ τὸ ψ. Καὶ ἐπεὶ τὰ μὲν ,,φσυ, ουσ ὀρθογώνια τρίγωνα, ἔχυσι τὰς δύο πλευρὰς φσ, συ ταῖς δυσὶ πλευραῖς ου, υσ ,,ἴσας, ἑκατέραν ἑκατέρᾳ (ἴση γὰρ ἡ σφ τῇ ου κατὰ τὴν λδην: τῦ Αυ: τῦ ςοιχειωτῦ, καὶ ἡ ,,συ κοινή) καὶ γωνίαν τὴν ὑπὸ φσυ, γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ουσ ἴσην (ἄμφω γὰρ ὀρθαὶ ἐκ τῆς κατα- ,,σκευῆς). Ἄρα καὶ βάσις ἡ φψυ, βάσει τῇ οψσ ἴση ἐςὶ, κατὰ τὴν Δην: τῦ Αυ: τῦ ςοιχειω- ,,τῦ. Αὖθις ἐπεὶ τὰ σψυ, οψφ ἀμβλυγώνια τρίγωνα, ἔχυσι δύω γωνίας, τὰς ὑπὸ ψσυ, ψυσ, ,,ἴσας δυσὶ ταῖς ὑπὸ ψοφ, ψφο, ἑκατέραν ἑκατέρᾳ ὡς ἐναλλάξ, κατὰ τὴν κθην: τῦ Αυ: τῦ ,,ςοιχειωτῦ· παράλληλα γὰρ αἱ συ, φο διὰ τῆς κατασκευῆς, ἔχυσι δὲ μίαν πλευρὰν τὴν συ, ,,μιᾷ πλευρᾷ τῇ φο ἴσην (11). Ἄρα κατὰ τὴν κϛην: τῦ αὐτῦ, καὶ τὰς λοιπὰς πλευρὰς ταῖς λοι- ,,παῖς πλευραῖς ἴσας ἔχυσιν, ἑκατέραν ἑκατέρᾳ. Ἴση ἄρα ἡ μὲν σψ τῇ ψο, ἡ δὲ υψ τῇ ψφ. ,,Ὥςε τῦ σφου ὀρθογωνίυ παραλληλογράμμυ, αἱ σψο, φψυ διάμετροι, ἴσαι τε ἀλλήλαις εἰσὶ, ,,καὶ δίχα τέμνονται κατὰ τὸ ψ. Καὶ ἑπομένως τὸ ψ σημεῖον κέντρον ἐςὶ τῦτε σφου παραλληλο- ,,γράμμυ, καὶ τῦ περὶ αὐτὸ γραφομένυ κύκλυ.

Ὁ μὲν λόγος ἅπας ἀληθής, ἐν δὲ τῦτο προσσημειωτέον ἐνταῦθα, μήτις (ὅπερ ἔχατον προστεθῇ) κύκλον περὶ τὸ παραλληλόγραμμον γραφόμενον ἀκύων, αὐτὸν τὸν περὶ τὴν πγ πρωθυςέρως γεγραμμένον ἐπὶ τῦ σχήματος ὑπολάβῃ νοούμενον· ὐδὲ γὰρ ἀνάγκη τὸν κέντρῳ μὲν τῷ ὑποτεθέντι τῦ ὀρθογωνίυ ψ, διαςήματι δὲ τῷ ψσ καταγραφόμενον κύκλον, τὸν διὰ τῦ σ λέ-

(1) Αἰτ: αον: ϗ βον: (2) λα. τῦ γυ: (3) λβ. τῦ αυ: (4) διὰ τὸ παρὰ Τακυετ: Εον: πόρισμα τῆς αὐτῆς. (5) Ἀξ: ιαον: παρ Εὐκλείδ: ὁ δίκην θεωρήματ: παρὰ Κλαβίῳ, ϗ Τακυετ: ϗ ἄλλοις προβάλλεται, ϗ δείκνυται. (6) ιβ. τῦ Αυ: (7) λα. τῦ Αυ: (8) ιβ. τῦ Αυ: (9) Αἰτ: Αον: (10) βιβλ: Γο: τῶν ςοιχ: ἐν τῷ σχολ: τῆς κα: προτ: (11) διὰ τὴν λδ. τῦ Αυ:

γω, καὶ υ, καὶ ο, καὶ φ, (κατὰ τὴν ἀποδειχθεῖσαν τῶν ἡμιδιαγωνίων ἰσότητα) φερόμενον, τὸν
αὐτὸν εἶναι τὸν περὶ τὴν πγ ὡς περὶ διάμετρον γεγραμμένον. Πόθεν γάρ; εἰ μὴ πρότερον τὰς
(αἵπερ ἂν ἐπιζευχθεῖεν) ψπ, καὶ ψγ ἴσαις ταῖς ἡμιδιαγωνίοις αὐταῖς φθάσειεν ἀποδεῖξαι;
Ἀλλ᾽ ὄπω τοιόνδε τι ὁ προληφθεὶς κατεσκεύασε λόγος. Νοητέον ἄρα ἀντὶ τῦ, περὶ τὸ φσυο πα-
ραλληλόγραμμον, γραφομένυ κύκλυ, ἐκεῖν τῶν ἐν τῷ διαγράμματι, διὰ τῆς εἰς τόδε κατα-
σκευῆς, καταγραφέντων τινὰ, μόνον δὲ τὸν ψιλαῖς ταῖς φαντασίαις ἐς τόδε ἀνατετυπωμένον.

„Πιπτέτω δὴ ἀπὸ τῦ ψ κέντρυ κάθετος ἡ ψω, ἐπὶ τῆς φο, καὶ, κατὰ τὴν γην: τῦ
„γυ: τῦ ςοιχ: δίχα αὐτὴν τεμεῖ. Ἡ μὲν γὰρ φο ἐκτὸς ἐςὶ τῦ κέντρυ, τῦ, περὶ τὸ σφυο πα-
„ραλληλόγραμμον, γραφομένυ κύκλυ (τῦ ὡς ἀνωτέρω δηλ. νοεμένυ.) Ἡ δὲ ψω διὰ
„τῦ κέντρυ τῦ αὐτῦ διέρχεται, κατὰ τὴν ὑπόθεσιν, κύκλυ (τῦ, ὡς εἴρηται, νοεμένυ)·
„καὶ πρὸς ὀρθὰς τέμνει τὴν φο γραμμήν. Ἴση ἄρα ἡ φω τῇ ωο. Κοινὴ δὲ ἡ ωψ. Καὶ γωνία
„ἡ ὑπὸ φωψ, γωνίᾳ τῇ ψωο, ὁμοίως ἴση ἐςίν. Ἄρα καὶ ἡ ψφ βάσις, ἴση τῇ ψο βάσει. (τῦ-
„το δὲ καὶ ἀμέσως ἐκ τῶν πρὸ τέτυ δειχθέντων ἕπεται. Ἴσαι γὰρ αἱ τῦ
„ὀρθογωνίυ διάμετροι, καὶ δὴ καὶ τὰ τέτων ἡμίση.) Καὶ ἡ ὑπὸ ψφω γω-
„νία, τῇ ὑπὸ ψοω γωνίᾳ, κατὰ τὴν Δην: τῦ Αυ: τῦ αὐτῦ.

Ἢ καὶ ὅτω συντόμως. Ἐπὶ τῶν σφο, καὶ υοφ, αἱ σφ, καὶ φο ἴσαι ταῖς υο καὶ οφ,
ἑκατέρα ἑκατέρᾳ· Ἴσαι δὲ καὶ αἱ ὑπὸ τέτων περιεχόμεναι γωνίαι ἑτέρα τῇ ἑτέρᾳ· (ὀρθαὶ
γάρ.) Ἄρα καὶ τὰ λοιπά. (1) Καὶ ἡ ὑπὸ ψφω, τῇ ὑπὸ ψοω. Διὸ καὶ τῶν ἐν τῷ 4 καὶ 5 Ἀριθμ:
τὰ πλεῖω, ὡς εἰς τῦτο τείνοντα περιττά· τὸ γὰρ δι᾽ ὀλίγων γινόμενον, διὰ πολλῶν φιλοτιμεῖσθαι
ἐν τοῖς φιλοτιμεῖσθαι ἐν τοῖς τοιέτοις ποιεῖν, ὐχ ὅπως μάταιον, ἀλλὰ ϗ ἀπειροκαλίας, ἢ ἀμυ-
σίας γραφὴν διαφεύγον· φίλον γὰρ τοῖς μαθήμασι τὸ τῦ λόγυ ἁπλῦν καὶ ἀπέριττον. Ἀλλ᾽ ἐ-
χόμεθα τῶν ἐφεξῆς.

„Ἤχθω δὲ, φησὶ, παράλληλος τῇ ψφ, ἡ ρ2. Καὶ ἀφαιρεθήτω ἀπὸ τῆς ωμ, ἡ μ3,
„ἴση τῇ λ2. Καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ρ3. Καὶ ἐπεὶ αἱ φψ, ρ2 παράλληλοί εἰσιν ἐκ τῆς κατασκευῆς,
„καὶ ἐπ᾽ αὐτὰς πέπτωκεν ἡ φω, πάντως γε κατὰ τὴν ῥηθεῖσαν κθην:, καὶ ἡ ὑπὸ ρ2ω ἐκτὸς
„γωνία, ἴση ἐςὶ τῇ ὑπὸ ψφω ἐντός. Ἀλλ᾽ ἡ λμ δίχα καὶ πρὸς ὀρθὰς τέμνεται ὑπὸ τῆς γη,
„ἔνθα τὸ β (κατὰ τὴν γην: τῦ γυ: τῦ αὐτῦ) ἡ μὲν γὰρ λμ ἐκτὸς ἐςὶ τῦ κέντρυ τῦ γλημ
„κύκλυ (τῦτο δὲ πάντως, διότι αἱ δοθεῖσαι αβ, βγ ἄνισοι εἰσίν.) Ἡ δὲ
„γκ πρὸς ὀρθὰς ἐφέςηκεν ἐπ᾽ αὐτῆς, καὶ διὰ τῦ κέντρυ τῦ γλημ κύκλυ. (ὑπετέθη γὰρ
„τὸν κύκλον περὶ τὴν ηγ, ὡς περὶ διάμετρον γράφεσθαι, καθάπερ ὖν
καὶ τὸν γνκξ περὶ τὴν γκ. Ἐν Ἀριθμ: 1.). Τῶν δὲ λβ, βμ ἴσων, ἀφήρηνται ἴσαι
„αἱ λ2, μ3. (Ἡ μὲν λ2 διὰ τῆς ρ2 τῆς παραλλήλυ ἀχθείσης πρὸς τὴν ψφ,
ὐ γὰρ ἄλλως. Ὃ καὶ καλῶς σημειωτέον. Ἡ δὲ μ3 κατὰ ἀποτομὴν ἀπὸ
τῆς βμ μείζονος ὄσης, δυνάμει τῆς γης: τῦ Αυ: τῶν ςοιχείων· τῦτο γὰρ εἰ
„καὶ μὴ εἴρηται, ἀλλὰ νοεῖται.) Ἄρα κατὰ τὸ γον: ἀξίωμα αἱ ἐναπολειφθεῖσαι 2β,
„3β, ἴσαι εἰσί. Κοινῆς δὲ λαμβανομένης τῆς βρ (ἐπὶ τῶν τριγώνων δηλ. 2ρβ, βρ3)
„ἔσονται αἱ δύο εὐθεῖαι 2β, βρ, ἴσαι δυσὶ ταῖς 3β, βρ. Ἔςι δὲ καὶ ἡ ὑπὸ 2βρ γωνία, ἴση
„τῇ ὑπὸ 3βρ, ὀρθὴ γὰρ ἑκατέρα. Ἄρα κατὰ τὴν ῥηθεῖσαν δην: τῦ ςοιχειωτῦ, καὶ βάσις ἡ
„2ρ, βάσει τῇ 3ρ ἴση ἐςί. Καὶ ἡ ὑπὸ ρ2β γωνία, τῇ ὑπὸ ρ3β ὁμοίως ἴση. Ἔςι δὲ καὶ ἡ
„ὑπὸ ψφβ, ἴση τῇ ὑπὸ ρ2β, ὡς δέδεικται. (ταυτὸν γὰρ ἐςὶν εἰπεῖν τὴν ὑπὸ ψφω, καὶ ὑπὸ
„ψφβ· ἡ αὐτὴ γὰρ παρίςαται γωνία.) Ἄρα ἡ ὑπὸ ρ3β ἴση τῇ ὑπὸ ψφβ. Ἀλλὰ μὴν ἡ ὑπὸ
„ψφω, ἴση ἐςὶ τῇ ὑπὸ ψοω, ὡς ἤδη συνῆκται ἐκ τῆς τῦ ἐναντίυ ὑποθέσεως. (ἐν Ἀριθμ:
5.). (Νοήσεις δέ μοι ἐναντίαν ὑπόθεσιν τὴν ἐν Ἀριθμῷ 4, καθ᾽ ἣν ἡ ἐπιζευ-
γνυμένη φυ, τέμνυσα τὴν σο κατὰ τὸ ψ, ἐν αὐτῷ τύτῳ τῷ σημείῳ, καὶ τὸ
„τῦ ὀρθογωνίυ φσυο ἴσχησι κέντρον.) Ἄρα ἡ ὑπὸ ρ3β ἐκτὸς γωνία τῦ ρ3 τριγώνυ,
„ἴση ἐςὶ τῇ ὑπὸ ρ23 ἐντὸς αὐτῦ γωνίᾳ. Ὅπερ ἀδύνατον κατὰ τὴν ιςην: τῦ Αυ: τῦ ςοιχειωτῦ.
„Παντὸς γὰρ κατ᾽ αὐτὴν τριγώνυ, μιᾶς τῶν πλευρῶν προσεκβληθείσης, ἡ ἐκτὸς γωνία μείζων

(1) δη: του Αυ:

„ἐςὶν ἑκατέρας τῶν ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον. Οὐκ' ἄρα ἡ φυ διὰ τοῦ χ διέρχεται. Ὁμοίως δὲ δει„χθήσεται ἀδύνατον κἂν δι' ἄλλου τινὸς τῶν ἐπὶ τῆς ρβ, ὑποτεθῇ διέρχεσθαι, πλὴν τοῦ ρ.

„Ἐπεὶ δὲ ἡ τῇ ψφ παράλληλος ἀγομένη, δύναται διελθεῖν καὶ διὰ τοῦ λ, ἢ διά„τινος τῶν μεταξὺ λ καὶ φ σημείων. Εἰ μὲν διὰ τοῦ λ διέλθῃ, ἐπεζεύχθω ἡ ρμ. εἰ δὲ διάτινος „τῶν μεταξὺ τοῦ λ καὶ φ, προστεθείτω τῇ βμ ἀπὸ τῆς βθ. (Ἴση γὰρ ἡ μο τῇ λφ ὡς δειχθή„σεται) ἴσον διάστημα τῷ ἀπὸ τῆς λ, μέχρις οὗ ἡ τῇ ψφ παραλλήλως ἀγομένη διέρχεται. Καὶ „ἐπεζεύχθω ἡ ἀπὸ τοῦ ρ. Καὶ τὸ αὐτὸ πάντως συναχθήσεται ἄτοπον.

Τῆς φυ μὴ διὰ τοῦ ρ (τοῦτο γὰρ ἐςὶ τὸ μάλιςα χρῆζον δείξεως, καὶ οὗ ἕνεκα ὁ τοσοῦτος καταβάλλεται λόγος, διὰ δέ τινος τῶν μεταξὺ ρ καὶ ει σημείων ἀγομένης οἷον διὰ τοῦ χ., ἐπεὶ κατὰ τὸ μᾶλλον καὶ ἧττον ἀφεςηκέναι ἐνδέχεται τοῦ ρ σημείου τὸ χ, δι' οὗ διέρχεσθαι ὑποτίθεται, φανερὸν ὅτι καὶ ἡ τῶν παραλλήλων ἀπόςασις ἐντεῦθεν ἀόριςος οὖσα, καὶ κατὰ θάτερα τῶν περάτων, οἷον κατὰ τὰ φ καὶ 2, ἐν ἀδήλῳ κεῖται ὅση τις ἐςίν. Ἀλλὰ τὸ φ σημεῖον διὰ τῆς σφ καθέτου ὥριςαι, τὸ ἄρα 2 τὸ ὑπὸ τῆς ἀγομένης παραλλήλου, ἐςὶ τὸ σαλεῦον. Καὶ γένοιτ' ἂν ἄρα τοῦτο νῦν μὲν ἐγγυτέρω, νῦν δ' ἀπωτέρω τοῦ φ, ὡς ἄν ποτε σχοίη ἡ τοῦ χ ἀπ' ἀλλήλως διάςασις. Οὕτω δέ τοι τὸ 2 ἀςατοῦν, ἐνδέχοιτ' ἂν συμπεσεῖν αὐτῷ τῷ λ, καθ' ὃ τὴν αβ, ὁ περὶ τὴν κγ ὡς περὶ διάμετρον (Ἀριθμ: 5) γεγραμμένος κύκλος κατέτεμεν. Ἐνδέχοιτ' ἂν δὲ καὶ εἴσω τοῦ κύκλου πεσεῖν, ὡς ἐπὶ τοῦ σχήματος. (Ἀριθ: 6.) Ἐνδέχοιτ' ἂν δὲ πέως καὶ ἐκτὸς τοῦ αὐτοῦ κύκλου. Καὶ τοῦτο ἐςὶ τὸ μεταξὺ τοῦ λ καὶ φ, ὡς ὁ τὴν μέθοδον ἡμῖν διαγράφων, καλῶς ποιῶν, σεσημείωκεν. (Ἀριθμ: 7.). Ἀλλὰ γὰρ ὅπως ποτ' ἂν καὶ τύχοι τὸ σημεῖον τοῦτο (τὸ 2) πεσεῖν, καθ' ὁποιανδήτινα λέγω θέσιν τε καὶ ἀπόςασιν τὴν πρὸς τὸ λ. κατὰ τὴν αὐτὴν θέσιν τε καὶ ἀπόςασιν, καὶ τὸ 3 πρὸς τὸ μ, διὰ τῆς ἐπιζευγνυμένης ρ3, ἡ τῆς δείξεως δύναμις ἀπαιτεῖ. Ἤτοι γὰρ, κατ' αὐτὴν, καὶ τοῦτο (τὸ 3) ἐπ' αὐτῆς πεσεῖται τῆς τοῦ κύκλου καὶ τῆς εὐθείας, κατατομῆς, ὡς ἐπὶ τοῦ μ. Ἢ γοῦν τοῦ κύκλου ἐντὸς, καθάπερ ἐπὶ τοῦ σχήματος· ἢ καὶ ἐκτὸς, μεταξὺ τοῦ μ καὶ ο. Ἤδη μὲν οὖν ἔνγε τοῦτο ἐν ἀμφισβητησίμοις δοκεῖ μοι εἶναι ςρεφόμενον, τὸ ἐφεξῆς. Πότερον ἄρα πάρεςιν ἀεὶ τοσαύτην εὐθεῖαν ἀπὸ τῆς μο, διὰ τῆς ρ3 ἀπολαβεῖν, ὁπόσην ἂν ἀπὸ τῆς φλ, ἡ τῇ ψφ παράλληλος ρ2 ἀφέλοιτο; δέον γὰρ, μήτοιγε τῆς ρ2 παραλλήλου μεταξὺ φ καὶ λ (ὅπερ ἐνδέχεσθαι καὶ αὐτὸς ὡμολόγησεν (Ἀρι 7) ἀποτερματισθείσης, ἡ ἀποτεμνομένη 2λ τοσαύτη ᾖ, ὁπόση ἑτέρωθεν ἡ τοῦ ο σημείου ἀπὸ τοῦ μ τυγχάνει ἀπόςασις. Τηνικαῦτα γὰρ ἡ ρ3, τῇ ρο συμπίπτουσα ὑποσυνάπτειν οὐ δίδωσι τὴν ἀτοπίαν, ἐξ ἧς ἡ τοῦ προβλήματος λύσις ὅλη ὅλως ἐξήρτηται. Τοιγαροῦν ἐπεὶ καὶ τοῦτο συνεῖδεν ὁ Γεωμέτρης, καλῶς προσέθετο τὸ, Ἴση γὰρ ἡ μο τῇ λφ τοῦτο μέντοι δείξεως εἶναι ἐπιδεὲς παντίπου δῆλον, καὶ οὐδ' αὐτὸν ἔλαθεν. Οὐκοῦν δεόντως παρασυνῆψε, τὸ ὡς δειχθήσεται. Ἀλλὰ γὰρ ἤδη εὔκαιρον ἂν ἦν τοῦτο δεῖξαι, μᾶλλον δὲ ἀναγκαῖον· τούτου γὰρ ἄνευ ἡ εἰς τὸ ἀδύνατον ἀπαγωγὴ, πάντη ἀσυνάρτητος· οὐ γὰρ ἂν ἐπαχθείη τὸ ἄτοπον τοῦ τὴν ἐκτὸς γωνίαν ἴσην εἶναι τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον, ἀφ' ᾧ ἡ δεῖξις κρηπίζεται (Ἀρ: 6) μηδενὸς συνιςαμένου τριγώνου· οὐδὲν δ' ἂν συςαίη συμπιπτούσης τῆς ρ3 τῇ ρο· δύω γὰρ εὐθεῖαι χωρίον οὐ περιέχουσι. Συμπέσοι δ' ἂν τῆς μο ἴσης τῇ 2λ, τῇ ἀπότε τῆς παραλλήλου ρ2, καὶ τοῦ κύκλου ἐκτὸς ἀπειλημμένης. Τοῦτο δὲ δυνατὸν, εἰ μὴ αἱ φλ καὶ μο φθάσασαι ἴσαι ἀποδειχθῶσι. Δεικτέον ἄρα ἦν αὐτῷ πρὸ παντὸς τοῦτο. Ὃ δὲ τὴν δεῖξιν ὑπερέθετο. Ἴση γὰρ, φησὶν, ἡ λφ τῇ μο, ὡς δειχθήσεται. Οὐκοῦν εὐλόγως ἡμεῖς ἐνδοιάσομεν, ἕως οὗ τὸ ὑποσχεθὲν αὐτῷ πληρωθῇ. Ἐπείγε γὰρ οὐδὲν τὴν φυ καὶ διὰ τοῦ χ διϊέναι, ἐπεὶ μήπω ἐξ ἀνάγκης ἕπεται τὸ ἄτοπον ἀποδείχθη τῆς τῶν γωνιῶν (τῆς ἐκτὸς δηλ: καὶ ἐντὸς) τοῦ τριγώνου ἰσότητος. Τὰ μὲν οὖν περὶ τούτου ταύτηγε δίκαια ἐςὶν, ὡς ἂν πᾶς τις ὁμολογήσειεν ἀκριβῶς ἐπιςήσας τῷ πράγματι· ὅγε μὴν τῆς μεθόδου πατὴρ, ὡς τέλειον ἤδη τὸν προκείμενον αὐτῷ λόγον ἐκδοὺς, καὶ ἐπ' ἀκριβὲς περάνας τὸ ἀδύνατον τῆς ὑπὲρ τὸ ρ διελεύσεως τῆς διαγωνίου φυ, διάτινος τῶν μεταξὺ τοῦ ρ καὶ 9 δηλ: σημείου, αὐτὸ τοῦτο κρατύνειν ἐπιχειρεῖ ὑποκαταβάς· παραπλησίᾳ τῇ δείξει κἀπὶ τῶν ὑπὸ τὸ ρ, ἀδύνατον ὁμοίως δεικνὺς τὴν φυ, καὶ διὰ τῶν μεταξὺ ρ καὶ β σημείως τινὸς διέρχεσθαι. Ἔχει γὰρ οὕτως ἐχόμενα.

„Ἀλλάγε διελθέτω ἡ αὐτὴ φυ διαγώνιος διάμετρος διὰ τινὸς σημείου τῶν μεταξὺ ρ „καὶ β, ὡς διὰ τοῦ 4, τέμνουσα τὴν σο κατὰ τὸ 5 σημεῖον. Καὶ πιπτέτω κάθετος ἀπὸ τοῦ 5 ἡ „56 γραμμή. Ἀπὸ δὲ τοῦ ρ ἤχθω παράλληλος τῇ 4φ γραμμῇ ἡ ρ7. Καὶ ἐπεὶ ἡ ρ7 ἐκτὸς τοῦ

,,ν πίπτει, ἀφαιρεθήτω ἀπὸ τῆς ξδ, τὸ ξ8 μέρος, ἴσον τῷ ντ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ρ8· τούτων
,,γὰρ γενομένων εὐχερῶς δειχθήσεται ἡ ὑπὸ ρσβ ἐκτὸς γωνία τοῦ ρ8ο τριγώνου, ἴση τῇ ὑπὸ ρ8ο
,,ἐντός. Δοθέντος γὰρ διέρχεσθαι τὴν φυ διὰ τοῦ 4 σημείου, πάντως γε τὸ 5 σημεῖον, καθ' ὃ
,,τέμνονται αἱ σο, φ4υ διαγώνιοι διάμετροι τοῦ σφου παραλληλογράμμου κατὰ τὴν ὑπόθεσιν,
,,κέντρον ἐστὶ τοῦ σφου παραλληλογράμμου, ϗ τοῦ περὶ αὐτὸ γραφομένου κύκλου· (νοεῖν δὲ δεῖ
,,τὸν κύκλον κἀνταῦθα, ὡς ἐπὶ τοῦ 4 Ἀριθμοῦ σεσημείωται.) Πιπτούσης δὲ
,,ἀπὸ τοῦ 5 σημείου τῆς 56 γραμμῆς πρὸς ὀρθὰς ἐπὶ φο, αἱ φβ, βο ἴσαι εἰσὶ κατὰ τὰ ἤδη εἰ-
,,ρημένα (ἐν Ἀριθμ: 5, ὅπου ἡ φω, ἴση τῇ πο ἐδείκνυτο·) κοινῆς δὲ εἰλημμένης τῆς
,,65, δειχθήσονται αἱ φ5, 5ο ἴσαι ἀλλήλαις, ὡς καὶ αἱ φψ, ψο ἐπὶ τοῦ προτέρου διαγράμ-
,,ματος. (Ἀρ: 5). Ὥστε ϗ γωνία ἡ ὑπὸ 5φ6, ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ 5ο6. Ἐπεὶ δὲ παραλλήλως ἦκ-
,,ται τῇ 4φ ἡ ρ7, δῆλον ὅτι ϗ τῇ ὑπὸ 4φβ ἐκτὸς γωνίᾳ, ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ρ7β ἐντός, κατὰ
,,τὴν κθην: τοῦ αου: τοῦ στοιχειωτοῦ. Δίχα δὲ τῆς νξ διαιρουμένης ὑπὸ τῆς γκ ἔνθα τὸ β, κα-
,,τὰ τὴν γην: τοῦ γου: τοῦ αὐτοῦ, (ἐπεὶ δηλ: ὡς περὶ διάμετρον περὶ τὴν γκ,
ὁ γνκξ κύκλος περιεγράφη, καὶ αἱ αβ, βξ ἄνισοι. Τοῦτο δὲ ὡς ἀναγ-
καῖον ὂν πρὸς ἀκρίβειαν τῆς δείξεως, καὶ ἀνωτέρω Ἀριθ: 6 σεσημείω-
,,ται.) Καὶ τῶν ν7, ξ8; ἴσως προστιθεμένων ταῖς βν, βξ ἴσαι ἔσονται πάντως γε ϗ αἱ β7,
,,β8 ἴσαι, κατὰ τὸ βον: ἀξίωμα, τὸ λέγον Ἐὰν ἴσαις ἴσα προστεθῇ, τὰ ὅλα ἐστὶν ἴσα. Κοι-
,,νῆς δὲ εἰλημμένης τῆς βρ, δειχθήσονται ϗ αἱ ρ7, ρ8 βάσεις ἴσαι, διὰ τῆς δης: τοῦ αὐτοῦ.
,,Ὥστε ϗ ἡ ὑπὸ ρ7β γωνία, ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ ρ8β. Ἀλλὰ τῇ ὑπὸ ρ7β, δέδεικται ἴση ἡ ὑπὸ 5φβ.
,,Ἄρα Ἡ ὑπὸ 5φβ, ἴση ἐστὶ ϗ τῇ ὑπὸ ρ8β. Τῇ δὲ ὑπὸ 5φβ ἴση ἐστὶ ϗ ἡ ὑπὸ ροβ, εἴτ' οὖν
,,5οβ. Ἄρα ἡ ὑπὸ ροβ ἐκτὸς τοῦ ρο8 τριγώνου, ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ ρ8ο ἐντός· ὅπερ ἀδύνατον κατὰ
,,τὴν ῥηθεῖσαν ιστην: τοῦ αου: τοῦ στοιχειωτοῦ.

Ἐπαναλαβὼν ἡμῖν τὴν δεῖξιν ὁ Γεωμέτρης τὴν ἀνωτέρω, ἐν ὑποθέσει ὅτι διά τινος τῶν μεταξὺ ρ ϗ β σημείων, οἷον διὰ τοῦ 4, ἡ φυ διερχομένη, τὴν οσ τέμνει κατὰ τὸ 5. Καὶ ἀπὸ τοῦ ρ παράλληλον ἀχθῆναι αἰτήσας τῇ 4φ τὴν ρ7, ὡς ὁμολογούμενον εἴληφε, τὴν ἔξω τοῦ ν τῆς παραλλήλου ταύτης ἀποπεράτωσιν. Φησὶ γάρ, ϗ ἐπεὶ ἡ ρ7 ἔξω τοῦ ν πίπτει, κ.τ.λ. : Ἐπεὶ ἔστιν οὖν κἀνταῦθα ἐνδοιάζειν περὶ τοῦ σημείου 7, ὡς ϗ ἀνωτέρω (ἐν Ἀριθμ: 7) περὶ τοῦ 2. Ἡ γὰρ ἀπόστασις τῶν σημείων ρ ϗ 5, ἀφ' ὧν τοῦ μὲν 5 ἡ ἡμιδιαγώνιος 5φ ἄγεται, τοῦ δὲ ρ ἡ παράλληλος ρ4, αὐτὴ ϗ τὴν ἑτέρωθεν τῶν σημείων συνεπισπᾶται ἀπόστασιν, λέγω τῶν 7 ϗ φ. Καὶ ἡ ἐκείνων τῇ τούτων συμμεγεθύνεται πάντως, ἢ συνεκμειοῦται. Ἀλλὰ γὰρ τὸ φ τῆς 5φ πέρας ὄν, ἕστηκεν, τῇ καθέτῳ σφ φθάσαν διορισθῆναι· λείπεται ἄρα τὸ 7 ἡμῖν εἶναι τὸ σαλευόμενον. Εἰ δὲ τοῦτο, ἐνδέχοιτ' ἂν ϗ τῷ ν αὐτῷ συμπεσεῖν σημείῳ, καθ' ὃ ὁ γνκξ κύκλος τὴν αβ εὐθεῖαν κατέτεμεν. Ἐνδέχοιτο δ' ἂν ϗ ἐντὸς τοῦ αὐτοῦ κύκλου πεσεῖν, μεταξὺ τοῦ ν ϗ φ. Ἡ δὲ νφ οὐκ ἴση πάντως οὐδενὶ λόγῳ τῇ οξ ἀποδέδεικται, ὥσπερ οὐδ' ἡ φλ τῇ μο ἀνωτέρω. (Ἐν Ἀριθμ: 7) τὴν γὰρ τούτων ἰσότητα καίτοι ἐπαγγειλάμενος ἀνωτέρω, (ἐν οἷς Ἴση γάρ, εἶπεν, ἡ μο τῇ λφ, ὡς δειχθήσεται.) Οὔπω δέδειχε, τὴν δ' ἐκείνων οὐδ' ὅλως ὑπέσχετο. Καίτοι ῥᾷστον ἦν ϗ περὶ αὐτῶν εἰπεῖν, ὅτι δειχθήσεται. Τί γὰρ χαλεπόν, εἰ ἀπονὶ ἔξεστι ψεύδεσθαι; Ὥστε ἐπεὶ ἐνδέχεται τὴν νφ μείζονα εἶναι τῆς οξ, δυνατὸν τὴν ρ7 παράλληλον, εἴσω τοῦ ν, ὡς εἴρηται, ἀποτερματισθεῖσαν, τοσοῦτον ἀφελεῖν ἀπὸ τοῦ ν πρὸς τὸ φ, ὅση ἡ οξ. Τουτέστιν ὅση ἡ τῆς γωνίας τοῦ ὀρθογωνίου ἀπόστασις ἀπὸ τοῦ ξ σημείου καθ' ὃ ὁ γνκξ κύκλος τὴν αδ εὐθεῖαν κατέτεμεν. Εἰ δὲ τοῦτο γένηται, τίς οὐ συνορᾷ ὡς ἡ ρ8, εἰ μέλλοι ἀπολήψεσθαι τῇ β7 ἴσην τὴν β8, αὐτῇ τῇ ρσ συμπεσεῖται; συμπεσούσης δὲ πόθεν ἡμῖν ὁ τῆς ἀτοπίας ληφθήσεται ἔλεγχος, ὃν ἐκ μόνου τοῦ τριγώνου ἐλπίζειν ἐστί; φανερὸν ὡς οὐδαμόθεν. Δύω γὰρ εὐθεῖαι χωρίον οὐ περιέχουσι. Δεικτέον ἄρα κἀνταῦθα τῶν νφ, ϗ οξ τὴν ἰσότητα. Ἢ μᾶλλον τὴν τῶν φλ ϗ μο. Ταύτῃ γὰρ δειχθείσῃ κἀκείνη συνέψεται. Δεικτέον δὲ ϗ τὸ τὴν παράλληλον ρ7 ἔξω τοῦ ν πίπτειν, ὅπερ εἰκῇ ϗ ἀλόγως παρέρριπται. Ἀλλὰ γὰρ τῷ καλῷ ἡμῶν Γεωμέτρῃ τούτων οὐ φροντὶς ὡς ἔοικεν· αὐτὸν γὰρ οἷον κεκρουκέναι τὸν βατῆρα τῆς θύρας νομῶν, εὐθύμως μάλα χωρεῖ ἐπὶ τὸ πέρας τῆς θαυμαστῆς ἀποδείξεως, προστιθείς:

,,Ἡ φυ ἄρα διαγώνιος, οὐδὲ διὰ τοῦ 4, ἢ ἄλλου τινὸς τῶν μεταξὺ τοῦ ρ ϗ β σημείων διέρ-
,,χεται. Δέδεικται δ' ὅτι οὐδὲ διὰ τοῦ χ, ἢ ἄλλου τῶν μεταξὺ τοῦ ρ ϗ υ σημείων. Ἄρα διὰ τοῦ

„ρ μόνου διέρχεται, οἷα ἡ φρυ. ὅπερ ἦν τὸ ἀμφιβαλλόμενον. Καὶ τὸ ρ σημεῖον ἐστὶ τὸ κέντρον „τοῦτε σφου ὀρθογωνίου παραλληλογράμμου, καὶ τοῦ περὶ αὐτὸ γραφομένου κύκλου.

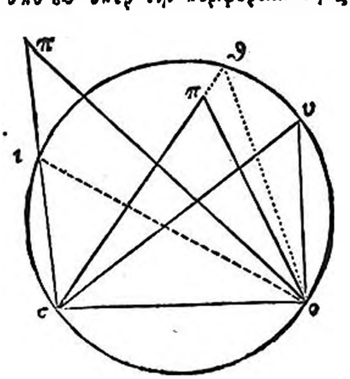
Εἰ οὕτω πεποιθότως τὸ ἄρα ἡμῖν ὑποθρυλλίζων, καὶ τὸ δέδεικται στομβάζων, ἐν οὕτω σφοδρῶς κλονεμέναις ταῖς ὑποθέσεσιν, ὁ τῆς μεθόδου Πατὴρ, χρυσοῦς ὀλυμπιᾶσι σταθῆναι δίκαιος εἶναι οἴεται μηδὲ τοὺς Ἑλλανοδίκας ὑποστελλόμενος· τὰ δὲ ἐντεῦθεν, ὥς γε πρὸς τὸν σκοπὸν, ἅπαντα ἔρρωται τὰ ἀπὸ τοῦ ρ ἐκείνου τοῦ προῖκα ὑποτεθέντος. Καίτοι κἂν τούτοις ἐστί τι μὴ πάνυ πρὸς ἀκρίβειαν γεωμετρικὴν ἐπιφερόμενον. Ἀλλὰ παραθῶμεν καὶ ταῦτα.

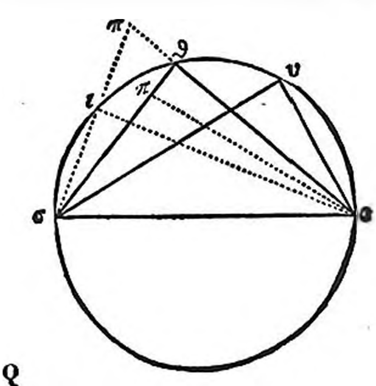
„Ἐπεὶ ἡ ὑπὸ συο γωνία ὀρθή ἐστιν, ἐκ τῆς κατασκευῆς, καὶ βέβηκεν ἐπὶ τῆς σρο, ἄρα „ἐν ἡμικυκλίῳ ἐστὶ (κατὰ τὴν λαην: τοῦ αὐτοῦ γου:) οὗ βάσις ἡ σρο.

Τὴν ὑπὸ συο γωνίαν ὀρθὴν εἶναι, καὶ ἐπὶ τῆς σρο βεβηκέναι, αὐτὴ ἡ τοῦ ὀρθογωνίου κατασκευὴ δείκνυσιν. Οὗ δὲ ἐπιφέρει ἐντεῦθεν, ὅτι ἄρα ἐν ἡμικυκλίῳ ἐστὶ (κατὰ τὴν λαην: τοῦ γου:) οὗ βάσις ἡ σρο, οὔμοι δοκεῖ γνησίως εἶναι ἐπιφερόμενον, καίτοι ἄλλως ἀληθεῖον. Ἐν μὲν γὰρ τῇ λαῃ:, διδόμενον μὲν ἐστὶ τὸ ἐν ἡμικυκλίῳ εἶναι τὴν γωνίαν, ζητούμενον δὲ τὸ εἶναι ὀρθήν· ὧδε δὲ ὁ λόγος βαίνει ἀντίστροφα, διδόμενον μὲν ἔχων τὸ ὀρθὴν εἶναι, κατηγορούμενον δὲ τὸ ἐν ἡμικυκλίῳ. Σαφέστερον λέγω. Ἐν ἐκείνῃ ὁ στοιχειωτὴς ὑποτίθησι γωνίαν ἐν ἡμικυκλίῳ συνεστῶσαν, κἀντεῦθεν δείκνυσιν ὅτι ἡ γωνία ὀρθή. Οὗτος δὲ τὸ ἐν ἐκείνῃ δεικνύμενον (τὴν τῆς γωνίας δηλ: ὀρθότητα) πιστὸν ἐκ τῆς κατασκευῆς ἔχων καὶ βέβαιον καὶ τὸ ἐν ἡμικυκλίῳ εἶναι (ὅπερ ἐν τῇ ῥηθείσῃ προτάσει ὑποτίθεσιν ὡς ὁμολογούμενον) ὑποσυνάπτειν δοκῶν, ἔπειτα τὴν λαην: εἰς μαρτυρίαν ἡμῖν προχειρίζεται. Ἀλλ' εἰ μὴ τοῦτο ἐπιφορᾶς εἶδος ἐστὶν ἐπαρίστερον, αὐτὸς μηδὲ τὴν ἀρχὴν εἰδέναι ἐρῶ, τί τὸ ὀρθῶς καὶ δεξιῶς ἐστὶ συλλογίζεσθαι. Τί οὖν; ἐρεῖ τις, οὐκ ἐν τῷ ἡμικυκλίῳ ἐστὶν ἡ γωνία, ἡ ὑπὸ συο; Πάνυ μὲν οὖν. Ἀλλ' οὐκ ἐκ τῆς λαης: τοῦ γου: ἐξ αὐτῆς δὲ τῆς κατασκευῆς τοῦ ὀρθογωνίου, καὶ τὸ ἐπὶ τῆς σρο, ὡς ἐπὶ βάσεως, βεβηκέναι ἔχει, καὶ τὴν ὀρθότητα. Ἐπεὶ δὲ δῆθεν διὰ τῆς θαυμαστῆς δείξεως, καὶ τὸ ρ σημεῖον εἰς κέντρον εἶναι τοῦ ὀρθογωνίου ἡμῖν ἐξενίκησε, περὶ δὲ τὸ ὀρθογώνιον καιρὸς ἤδη (οὕτω γὰρ πρότερον) καὶ τὸν γραπτὸν περιγράφεσθαι κύκλον, τὸν ψιλαῖς εἰς τόδε ταῖς φαντασίαις (Ἀριθμ: 4, 5. 8) νοούμενον, ταὐτητοι διὰ τὸν ηον: τοῦ γου: ὁρισμὸν, ἡ ὑπὸ συο γωνία ἐστὶν ἐν τμήματι. Τὸ δὲ τμῆμα ἡμικύκλιον, ἐπὶ γὰρ τῆς σρο τὸ κέντρον. Ἄρα καὶ ἐν ἡμικυκλίῳ. Τὰ γοῦν τοιαῦτα, καίτοι μικρὰ δοκοῦντα, ῥαδίως οὕτω παραπταίειν, οὐ πρὸς Γεωμέτρου τῷ ὄντι ἐστὶ, τοῦ μὴ μόνον τοῖς ὑπὸ τῶν ἄλλων εὑρεθεῖσιν ἀγαπῶντος, ἀλλὰ καὶ αὐτοῦ εὑρέσθαι τι, ὃ μήπω τοῖς ἄλλοις εὕρηται, νεανιευομένου.

„Ἀλλὰ καὶ ὑπὸ σπο γωνία ὀρθή ἐστι (κατὰ τὴν αὐτὴν πρότασιν) ἐν ἡμικυκλίῳ γὰρ „ἐστὶ τῷ απο. Καὶ βέβηκεν ἐπὶ τῆς σρο. Ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ σπο, ἐν τῷ ἡμικυκλίῳ ἐστὶν, ἐν ᾧ καὶ ἡ „ὑπὸ συο.

Ὁρᾷ μοι κἀνταῦθα ἐλλιπῶς τὸν Γεωμέτρην, τὰ ῥᾴδια ταῦτα πραγματευόμενον. Ἡ ὑπὸ σπο, φησὶν ὀρθή ἐστι (κατὰ τὴν αὐτὴν) βέβηκε δὲ ἐπὶ τῆς σρο. Ἀληθῆ ταῦτα. Τί δὲ ἐκ τούτων; ἄρα (ὑποσυνάπτει) αἱ δύο γωνίαι, ἥτε ὑπὸ σπο, καὶ ὑπὸ συο ἐν τῷ αὐτῷ ἡμικυκλίῳ εἰσίν. Ἤπου τ' ἀληθὲς οὕτως ἔχει. Καθόλου καὶ γὰρ γωνιῶν δύω, ἀλλήλων ἴσων οὐσῶν, καὶ ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας βεβηκυιῶν, ἐὰν ἡ ἑτέρα, ἐπὶ τὴν ἀπὸ τῆς εὐθείας ἀπολαμβανομένην περιφέ„ρειαν ᾖ περατουμένη, καὶ ἡ ἑτέρα ἐπὶ τὴν αὐτὴν περατωθήσεται. Τουτέστιν, ἡ τῇ ὑπὸ συο ἴση „γωνία ὑπὸ σπο οὔθ' ὑπὲρ τὴν περιφέρειαν ἀφίξεται, οὔτε εἴσω τῆς περιφερείας πεσεῖται. Θεω-





ρημα τοιγαροῦν τοῦτο ὄν, ἐκ ἀνενδεοῦς δείξεως, οὐκοῦν ἁπλῶς οὕτως ἔδει παρατεθεῖναι, ὡς εἴπερ αὐτομάτως ἐκ τῶν τεθέντων παρεῖχε συνιδεῖν τὴν συνέπειαν, προτεθεῖναι δὲ ὤφειλε καὶ δειχθῆναι. Ἀλλ' ἐγώ σοι καὶ τοῦτο ἐκ τῶν τοῦ Ἄγγλου Οὐΐστωνος παραθήσομαι (1).

„Τῆς ὑπὸ συο γωνίας ἐπὶ τῆς σο εὐθείας βεβηκυίας καὶ ἐπὶ τὴν ἀπειλημμένην περιφέρειαν σιθυο κατὰ τὸ υ περατωμένης, καὶ ἡ ἴση αὐτῇ, (ἤτοι ἡ ὑπὸ σπο) καὶ ἐπὶ τῆς αὐτῆς σο βεβηκυῖα, ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη συνεστῶσα, πρὸς τὴν αὐτὴν περατωθήσεται περιφέρειαν τουτέστιν οὐθ' ὑπὲρ αὐτήν, οὔτ' αὐτῆς εἴσω γενήσεται.

Πιπτέτω γάρ, εἰ δυνατόν, εἴσω τῆς περιφερείας κατὰ τὸ π ἡ ὑπὸ σπο, ἡ τῇ ὑπὸ συο τῇ πρὸς τῇ περιφερείᾳ ἴση. Καὶ προήχθω ἡ σπ, ὥστε προσπεσεῖν τῇ περιφερείᾳ κατὰ τὸ θ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ θο. Καὶ ἐπεὶ αἱ ἐν τῷ αὐτῷ τμήματι γωνίαι (2) ὑπὸ σθο, καὶ συο, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. Ἡ δὲ ὑπὸ σπο (3) ἴση τῇ ὑπὸ συο. Ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ σπο ἐκτὸς ἴση τῇ ὑπὸ σθο ἐντὸς τοῦ πθο τριγώνου. Ὅπερ (4) ἄτοπον.

Ἀλλὰ γάρ, εἰ δυνατόν, τῆς περιφερείας ἐπέκεινα γινομένη πιπτέτω ἡ ὑπὸ σπο γωνία, τοῦ κύκλου ἐκτός, τέμνουσα τὴν περιφέρειαν τῇ πλευρᾷ σπ κατὰ τὸ ι. ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου τούτου τῆς τομῆς, ἐπεζεύχθω ἡ ιο. Καὶ ἔσται ὁμοίως σιο = συο (5). Καὶ συο = σπο (6). Ἄρα καὶ σιο = σπο. Ὅπερ (7) ἀδύνατον.

Ἐπεὶ οὖν μήτε ἐκτὸς πίπτειν ἐνδέχεται, μήτε εἴσω γίνεσθαι, ἀκριβῶς ἡ ὑπὸ σπο, ἐπ' αὐτῆς τῆς περιφερείας ἀφίξεται. Ο. Ε. Δ.

Τὸν αὐτὸν οὖν τρόπον καὶ τοῦ τμήματος ἐλάσσονος ὄντος ἡμικυκλίου, ἢ καὶ ἡμικυκλίου, οἷον τὸ ἡμῖν προκείμενον, ῥᾴδιον ἀποδεῖξαι ὅτι ἡ ἴση τῇ πρὸς τῇ περιφερείᾳ, οὔτ' ἐπέκεινα τῆς περιφερείας γενήσεται, οὔτ' ἐντός, ἀλλ' ἐπ' αὐτὴν δὴ τὴν περιφέρειαν ἀκριβῶς ἀφίξεται.

„Ὁ ἄρα κέντρῳ μὲν τῷ ρ, διαστήματι δὲ τῷ ρσ γραφόμενος κύκλος, διελεύσεται καὶ διὰ τοῦ π. Αἱ γὰρ ορσ, φρυ διαγώνιοι διάμετροι τοῦ σφου ὀρθογωνίου παραλληλογράμμου, ἴσαι τε ἀλλήλαις εἰσί, καὶ δίχα τέμνονται, κατὰ τὸ ρ. Αἱ πέντε ἄρα εὐθεῖαι ρσ, ρπ, ρυ, ρο, καὶ ρφ ἴσαι εἰσίν. Ἀλλὰ τῇ ρπ ἴση ἐστὶν ἡ ργ. δίχα γὰρ ἡ γπ τέτμηται κατὰ τὸ ρ. Ἄρα αἱ ἓξ εὐθεῖαι, ρσ, ρπ, ρυ, ρο, ργ, καὶ ρφ ἴσαι εἰσί. Καὶ ὁ κέντρῳ μὲν τῷ ρ, διαστήματι δὲ τῷ ρσ, ἢ ἄλλῳ τινὶ τῶν ρπ, ρυ, ρο, ρφ γραφόμενος κύκλος, διελεύσεται καὶ διὰ τοῦ γ.

Οὐκ ὀρθῶς οὖθ' ἐνταῦθα αἰτιολογεῖ, τὸν γραφόμενον κύκλον λέγων διὰ τοῦ π διέρχεσθαι, διὰ τὸ τὰς διαγωνίους ἴσας ἀλλήλαις εἶναι, καὶ δίχα τέμνεσθαι. Ἀλλὰ τοῦ κύκλου τοῦ ὡς ἀπὸ κέντρου τοῦ ρ διά τε τῶν γωνιῶν τοῦ ὀρθογωνίου διερχομένου, καὶ δή, καὶ διὰ τοῦ π, δυνάμει τοῦ ἀρτίως ἡμῖν δεδειγμένου θεωρήματος, ἀγομένου. (Εἰ μὴ γάρ, ἤτοι ὑπὲρ τὸ π διέρχοιτ' ἄν, ἢ ὑπὸ τὸ π. ἑκάτερον δὲ ἄτοπον. Ἀριθμ: 11) ἐντεῦθεν καὶ διὰ τὴν εἰς ἴσα κατατομὴν τῆς πγ, ἴσαι αἱ ἕξ.

„Τὸ πυσγ ἄρα τόξον ἡμικύκλιον ἐστί· καὶ ἡ βο μέση ἐστὶν ἀνάλογος τῶν βπ, βγ, κατὰ τὴν ιγην: τοῦ ςου: τοῦ στοιχειωτοῦ· ἔστι δὲ καὶ ἡ βπ, μέση ἀνάλογος τῶν αβ, βο (ἐκ τῆς κατασκευῆς) Ἄρα ὡς ἡ αβ, πρὸς τὴν βπ, ἔστι καὶ ἡ βπ πρὸς τὴν βο. ὡς δὲ ἡ βπ πρὸς τὴν βο, ἔστι καὶ ἡ βο πρὸς τὴν βγ. Αἱ τέσσαρες ἄρα εὐθεῖαι αβ, βπ, βο, βγ συνεχῶς ἑξῆς εἰσὶν ἀνάλογον. Δέδονται δὲ αἱ αβ, βγ ἄκραι. Ἄρα εὕρηνται αἱ ζητούμεναι μέσαι βπ, βο. ὅπερ ἦν τὸ ἐν ἀρχῇ ὑποσχεθέν. Δύο ἄρα δοθεισῶν ἀνίσων εὐθειῶν κτλ.

Οὕτως ὀρθῶς τε καὶ ἀκριβῶς ἡμῖν ὡς οἴεται, ὁ τοῦ προβλήματος ἐπιλύτωρ περάνας τὸν λόγον, ἐπισαλπίζει τέως τὸ εὕρηνται. Ἐμοὶ δὲ καιρὸς νῦν ἂν εἴη ἀντίφθογγον αὐτῷ ἐπᾶσαι τὸ μέλος, ἀντικράξαντα τό, οὐχ εὕρηνται· μᾶλλον δὲ τό, εὕρηνται μὲν ἄλλοις ἄλλως, τοῖς μὲν μηχανικῶς ἐπὶ τὴν εὕρεσιν τῶν ζητουμένων μέσων ἀφικομένοις (8)· τοῖς δὲ καὶ Γεωμετρικῶς, διὰ τῶν ἐν τοῖς Κωνικοῖς θεωρουμένων καμπύλων (9). Σοὶ δ' οὐχ εὕρηνται· Ἀλλ' ἄνθρακες ὁ θησαυρός, τὸ τοῦ λόγου, καὶ αἱ ἐλπίδες κεναί, δεινῶς μὲν παραλογισθέντι, σχετλίως

---

(1) Ἐν ταῖς εἰς τὰ Τακκετ: στοιχ. σημειώσ: βιβλ: γ΄: Σχόλ: τῆς κα΄: προτ. (2) κα: τοῦ γου: (3) Ἐξ ὑποθ: (4) ιςη: τοῦ αου: (5) καη: τοῦ γου: (6) Ἐξ ὑποθ: (7) ιςη: τοῦ Λου: (8) Ὅρα Τακκέτ: βιβλ: ςον: τῶν Γεωμ: στοιχ: ἐν τῷ Σχολ: τῆς ιγης: προτ: (9) Ὅρα Οὐόλφ: ἐν τοῖς στοιχεί: τῆς Ἀναλύσ: Μέρει Αῳ: Τμημ: βῳ: προβλ: σνε: §. 624.

δὲ καὶ τὴν δειλαίαν Γεωμετρίαν διασπάσαντι, καὶ νευροκοπήσαντι. Συνεπιφθέγξεται δέ μοι τὸ Οὐχ εὕρηνται τοῦτο, εὖ οἶδα, πᾶς ὅστις οὐκ ἔξω ταυτησὶ τῆς παλαίστρας τῶν μαθημάτων γενόμενος, πρὸ παντὸς ἔγνω δεῖν τιμᾶν τὴν ἀλήθειαν, ἣν καὶ τῶν φίλων αὐτῶν εἶναι φιλτέραν ὁ λόγος αἱρεῖ ὁ φιλόσοφος· τῷ γὰρ ὄντι πῶς ἄν τις ἐν τοῖς ἀποδεδειγμένοις τάξειε τὸ ζητούμενον, οὗ τὰ μὲν ὑποτίθεται (Ἀριθμ: 8) τὰ δὲ εἰς δεῖξιν μὲν ὑπερτίθεται (Ἀριθμ: 7) οὐδαμῶς δὲ δείκνυται; Ἠ τὶς οὐκ ἂν οὕτω τοῦ λοιποῦ, τῶν ὅσα ἐν ἀπόροις κεῖται, εὐχερῶς ἐπιλύεσθαι καταθρασύνοιτο, πρὸς τὸ δοκοῦν οἱ τιθεμένων, τὰν οἷς ἐφήδρασται ἡ τοῦ πράγματος πᾶσα δυσχέρεια; τῷ γὰρ τοιούτῳ ἀνεπίλυτον οὐδὲν ἐπ' ἀδείας καταψευδομένῳ, καὶ δεκτὰ καὶ ἄδεκτα, εἰς ταυτὸν ἐμοῦ συμφοροῦντι, ὡς μηδενὶ ἄρα εὐθύνας ὀφείλοντι, καὶ νομοθετοῦντι ἄντικρυς τὴν ἐπίλυσιν. Ἀλλ' ἡμῖν, καίτοι τῶν ἄχρι τούτου ἐπισημειωθέντων, ἀποχρώντως εἰς τὸ ἀνακαλύψαι τὴν ἀπάτην, καὶ τὸν παραλογισμὸν ἐμφαιῆ καταστῆσαι καὶ δῆλον παντὶ τῷ προσέχοντι, Ἔτι καὶ σαφέστερον, εἰ δυνατὸν τὴν κενοσπουδείαν τοῦ παραλελογισμένου Γεωμέτρου ἀπελεγκτέον.

Πρὸ πάντων οὖν ἐκεῖνο τίνα οὐκ ἂν εἰς ὑπόνοιαν ἐκίνησε παραλογισμοῦ, ἡ τῆς μξ εὐθείας, κατὰ λόγον τὸν τοῦ ζμ πρὸς τὴν ξϑ τομή, ἣν ἐν αὐταῖς ταῖς κατασκευαῖς (Ἀριθμ: 1) ὁ Γεωμέτρης ἡμᾶς ἐξητήσατο; Ἔσω, τεμνέσθω ταύτηγε ἡ μξ. Οὔκουν ἀντιλέγω, οὐδὲ γὰρ τὴν ἀρχὴν ἀντεῖπον οὕτω κελεύσαντι, μᾶλλον δὲ καὶ τὴν πρότασιν αὐτὴν ὑπεβαλόμην (τὴν ϑην τοῦ στοιχ. 1) ἐν ἐκείνοις (Ἀριθ: 1.) προσεπιχαριζόμενος. Αὐτὸς δὲ καλῶς ἂν ἐποίησας, εἰ τοῦτο προέθου ἐκπαιδεῦσαι ἡμᾶς καὶ τῆς τομῆς τὴν χρῆσιν, ἥτις τε ἐστὶ, καὶ πρὸς ὃ τείνουσα. Τὸ γὰρ τὴν κατὰ τόνδε μόνον καὶ οὐχὶ καθ' ἕτερόν τινα λόγον τομὴν, ἐν ἀπείροις ἄλλαις δυναταῖς οὔσαις, ἢ τῶν δ. μ. π. ε. ἢ ὅτι συμβαδίζειν ἐπάναγκες ἐπὶ τῶν περὶ τὰς γη, καὶ γπ καὶ γκ. εὐθείας εὐθεῖαν κύκλων τὰς τῶν ἄκρων ἀπὸ τοῦ μέσου κύκλου ἀποστάσεις, ταῖς τῶν περὶ τὴν αζϑ, αζ, καὶ αο, καὶ αϑ ἄκρων ἀπὸ τοῦ μέσου ἀποστάσεσι; Καὶ μὴν αὐτὸ τὸ ἐν ἀρχῇ αἰτούμενον ἐρεῖς, εἰ τοῦτο εἴποις. Αἱ γὰρ συμβαδίζουσαι ἀποστάσεις, αὐτοὶ οἱ ὅροι εἰσὶ τῆς ἀπορρήτου ἀναλογίας μο: οξ: : ζμ: ξϑ. περὶ ἧς ἠπόρηται· ἔπεστιν οὖν ἀεὶ διαπυνθάνεσθαι τί δήποτε εἰ οὕτω τέμοιτις, καὶ μὴ ἄλλως, τὰς δύω μέσας εὑρήσει; Μένοντος δὲ ἐν ἀπορρήτοις οὕτω τοῦ πράγματος, καὶ ἡ ἐπαγομένη ἀπόδειξις βαθεῖ ζόφῳ πεπύκασται, καὶ οὐδ' ἀξία ἐστὶ τοῦ ὀνόματος. Δεῖ γὰρ δὴ πᾶσαν ἀπόδειξιν ἐκ σαφεστέρων εἶναι καὶ γνωριμωτέρων τοῦ συμπεράσματος. (1)· ἥτε πρὸς τὰ ἐπιφερόμενα σχέσις τῶν τεθέντων παντὶ ἀποδεικτικῷ λόγῳ ἐστὶν ἀπαραίτητος. Ἀδήλου καὶ γὰρ οὔσης τῆς συνεπείας, ἀμφισβητοίη ἄν τις εἰκότως, εἰ τόδε ἐκ τοῦδε ἕπεται, ἢ μὴ, ἀλλ' ἐξ ἄλλου τυχόν. Οἷα δὴ κἀπὶ τοῦ προκειμένου ἡμῖν εὐλόγως ἄν τις ἐνδοιάσειε, πρότερον ἄρα οὕτως ὁ τῆς τομῆς λόγος ἐπὶ τὸ ζητούμενον ἄγει, ἢ καὶ ἄλλως πως τυχὸν τῆς μξ τμηθείσης αἱ δύω μέσαι εἰσὶ θηράσιμοι; λέγω δὲ ταῦτα οὐχ ἁπλῶς οὐδ' ἀλόγως εἰς ὑπόνοιαν ἀνάγων τοῦ πράγματος, καὶ τὸ κράτος οὕτω τοῦ ἐξενηνεγμένου λόγου ὑποθραύειν τε, καὶ ἀπαμβλύνειν πειρώμενος. Ἀλλ' ἐπισκεψάμενος ἀκριβῶς ὅτι καὶ εἴτις τὴν μξ δίχα διέλοι, ἢ καὶ ἄλλως ὁπωσοῦν, διαιτήσειε δὲ, ὡς κεῖται ἐπὶ τῇ θρυλλουμένῃ μάτην εὑρέσει, τὰ λοιπὰ τῆς δείξεως, ἐπὶ τὸ αὐτὸ πέρας ἀφίξεται· οἷον ἐρῶ καὶ αὐτὸς ὁμοίως ἐκείνῳ.

Κείσθωσαν πρὸς ὀρθὰς αἱ δοθεῖσαι αβ, βγ. (2) καὶ ἀορίστως προσεκβληθήτωσαν ἐπὶ ε καὶ δ. Καὶ ἴσης τῇ βγ ληφθείσης τῆς βζ, εὑρεθήτω τῶν αβ, βζ, μέση ἡ βη. Καὶ πάλιν ληφθείσης τῆς βϑ ἴσης τῇ βη, εὑρεθήτω μέση τῶν αβ, βϑ ἡ βκ. Καὶ περὶ τὰς γη, γκ, κύκλοι γραφήτωσαν οἱ γλημ, καὶ γνκξ, ὧν ὁ μὲν τέμνοι τὴν βδ κατὰ τὸ μ, ὁ δὲ κατὰ τὸ ξ. Καὶ (τοῦτο γὰρ τὸ ἐμὸν ὅπερ ἂν ἴσῳ λόγῳ διὰ τὴν ι: τοῦ Α: αἰτησαίμι.) δίχα τετμήσθω ἡ μξ, κατὰ τὸ ο. Καὶ τῶν αβ, βο, εὑρεθήτω μέση ἡ βπ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ απ, πο. Καὶ δίχα τετμήσθω ἡ πγ, κατὰ τὸ ρ. Καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ορ, καὶ προσαχθήτω ὥστε συμπεσεῖν τῇ απ κατὰ τὸ σ. Καὶ ἀπὸ τοῦ σ ἀχθήτω κάθετος μὲν ἐπὶ τῆς αβ ἡ σφ, παράλληλος δὲ τῇ αὐτῇ αβ ἡ στ. Καὶ ἀπὸ τοῦ ο κάθετος ἐπὶ τῆς στ ἡ συ. ὥστε μοι πληροῦσθαι τὸ παραλληλόγραμμον ὀρθογώνιον. Εἶτα καὶ τὰ ἑξῆς προσθήσω, μηδὲν τῶν ὑπὸ τοῦ καλοῦ Γεωμέτρου εἰρημένων διαφέροντα. Ἐπεζεύχθω γὰρ ἐρῶ ὡς ἐκεῖνος, καὶ ἡ φυ. Η δὲ, ἤτοι διὰ τοῦ ρ χωρήσει, ἢ οὔ. Καὶ εἰ μὲν, ἔχομεν

---

(1) Ἀρ: ἐν ὑς: Ἀναλυτ: (2) Σχῆμ. 39. καὶ 42.

ἄρα σαφῶς ὅπερ θέλομεν. Εἰ δὲ μὴ, διερχέσθω ἄρα ἤτοι ὑπὲρ τὸ ρ διὰ τȣ̃ χ, ἢ πάντως ὑπὸ τὸ ρ διὰ τȣ̃ 4. Καὶ τὰ ἄτοπα δὲ ἐπιδείξω παραπλησίως ἐκείνῳ ἐφοδεύσας τὴν δεῖξιν, ὡς φανερὸν ἐςὶ παντὶ τῷ νȣ̃ν ἔχοντι. (Περιττὸν γὰρ οἶμαι τὰ αὐτὰ δὶς γράφειν ἀνέχεσθαι, ἐνὸν ἐν τοῖς γραφεῖσι φθάσασιν Ἀριθμ: 4, 5. 6 κξ: ταῦτα ἀναγνῶναι.) Καὶ τελευταῖον ἐπιβοήσομαι ϗ αὐτὸς, μέγα κεκραγὼς ϗ διάτορον, (τί γὰρ οὐχί;) ὅτι ἄρα τὸ ρ τȣ̃το ἐςὶ τὸ κέντρον τȣ̃τε ὀρθογωνίȣ ϗ τȣ̃ κύκλȣ; (ἵνα μὴ δηλονότι τῇ ιςη: τȣ̃ Αȣ: προσκρέσαντες, δίκας ὑφέξωμεν). Καὶ ἔτι ἡ βπ, ϗ βο, αὗται εἰσὶν αἱ ἀπὸ δισχιλίων ἐνιαυτῶν ζητȣ́μεναι, ϗ ἐπ' ἀγαθῷ τῶν μαθημάτων, νȣ̃ν εὑρισκόμεναι.

« Ἀλλὰ γὰρ μὴ δίχα, τρίχα δὲ εἴπερ οἷόν τε ἢ τέτραχα, ἢ ϗ ἁπλῶς ὁπωσȣ̃ν τὴν μξ τεμὼν ϗ τὸ δόξαν μέρος τῆς τομῆς ἀπολαβὼν εἰς δύω, τὰ αὐτὰ κατασκευάζω, ϗ ταὐτὰ δείκνυμι, ϗ καθ' οἱανδήποτε τομὴν τὸ ζητȣ́μενον εὑρίσκω, ȣ̓δὲν χεῖρον μᾶλλον δὲ ȣ̓δὲν ἄμεινον ἢ πρότερον γεωμετρικευόμενος. Καὶ ἢν μὲν τῷ μ ἔγγιον ποιήσωμαι τὴν τομὴν, τὰς μέσας βπ, βο ἕξω ἐλάσσονας· ἢν δ' ἀπωτέρω, λήψομαι μείζονας. Ἀλλ' ἕξω, ϗ λήψομαι τῷ κρατίςῳ λόγῳ ῥωννύμενος. Ἀλλαμὴν φανερὸν ὡς ἡ μξ εἰς ἀεὶ διαιρετὴ διαιρȣμένη ἐπ' ἄπειρον, ἀπείρας ϗ τὰς βο, τῷ μεγέθει ἀλλήλων διαφερȣ́σας δίδωσιν. Ἡ δὲ τῆς βο κατὰ τὸ μέγεθος διαφορὰ, ϗ τὴν τῆς βπ ἐξ ἅπαντος διαφορὰν συνεφέλκεται. Τῇ γὰρ διαμέτρῳ αβο ἀμειβομένῃ, συναμείβεται ϗ ἡ ἀπὸ β κάθετος, ϗ συναύξει μὲν αὐξανȣ́σῃ, συνεκμειȣ̃ται δὲ μειȣμένῃ. Ἆρα ȣ̃ν (ἡ ἔσοι δοκεῖ γράμμασι τριπηχυαίοις εἶναι τὸ συμπέρασμα τόδε γράφεσθαι ἄξιον;) Ἆρα ȣ̃ν δύω δεδομένων τῶν ἄκρων ὡρισμένως αβ, ϗ βγ, αἱ διὰ τῆς θαυμαςῆς μεθόδȣ εὑρισκόμεναι μέσαι ἐφεξῆς ἀνάλογον, ȣ̓ δύω εἰσὶν, ȣ̓δ' ὡρισμέναι, ὥσπερ δεῖ ἔδει, ἀλλ' ἄπειροι ϗ ἀόριςοι. Βαβαὶ τῆς ἀτοπίας! Καὶ τολμήσειέ τις ἄρα τȣ̃ λοιπȣ̃, κἂν ὅτι μάλιςα θρασύσπλαγχνος ᾖ, ὡς ὑγιές τε, ϗ ἀπηκριβωμένον, ϗ ἅπασι τοῖς ἀπὸ τῆς Γεωμετρίας καλοῖς συγκεκροτημένον προβαλέσθαι τὸ τοιόνδε ἡμῖν ἐπινόημα;

Τȣ̃το μὲν ȣ̃ν τὸ ἄτοπον, καὶ εἰ μηδὲν ἄλλο προσείη, ἤρκεσεν ἂν καὶ μόνον, τὸν ὑπὸ τῷ λίθῳ εὕδοντα σκορπίον ἡμῖν δοκεῖν αἱ τεκμηριῶσαι. Πρὸς δέγε τȣ́τῳ καὶ τὰ ἐν Ἀριθμοῖς 7 καὶ 8 σημειωθέντα, αὐτὸν ὁλόσωμον τῆς ὀπῆς προκύψαι τὸν σκορπίον ἐποίησε. Καὶ δὴ ἅλις ἂν εἴη τῶν λόγων, τοῦ ἐλέγχȣ ἀκριβῶς σὺν Θεῷ ἤδη πεπληρωμένȣ. Ἐπεὶ δὲ τῶν ἀτόπων καὶ τὰς ἀρχὰς ζητητέον. Δεσμοῖς γὰρ ἐοίκασιν, ȣ̔ς οὐ τμητέον μιμȣμένοις τὸν τοῦ Φιλίππȣ, λυτέον δέ. Λύειν „δ' οὐκ ἔςι (ὡς Ἀριςοτέλης ἐν τοῖς μεταφυσικοῖς φησὶ β. Κ: αȣ:) ἀγνοοῦντα τὸν δεσμόν. Ταύτητοι καὶ τὴν πλοκὴν ἡμῖν τοῦ δεσμοῦ πολυπραγμονητέον. Ἀμέλειτοι τὸ τοῦ παραλογισμοῦ κέντρον ἀκριβέςερον ἐξαιρετέον, καὶ σημειωτέον ἐν ᾧτε κεῖται, καὶ ὅθεν ὥρμηται. Εἶθ' οὕτως αὐτὴν τοῦ κακοῦ τὴν πιτύαν εὑρηκόσι πέρας τῷ λόγῳ ἐπιθετέον. Ἔμοιγε τοίνυν (εἰμὴ κατὰ τὸν τῆς τραγῳδίας Πενθέα παρορῶ, ὃς δύω μὲν ἡλίȣς ὁρᾷν ἐδόκει, δισσὰς δὲ Θήβας) δισσαὶ παρίςανται ὑποθέσεις, ὑπ' ἀλλήλων ἀμοιβαδὸν ἀναιρούμεναι, Ἐξ ὧν ἡ πᾶσα τοῦ παραλογισμοῦ διπλόη συνήρτηται. Εἰσὶ δὲ αὗται τὰ δισσὰ κέντρα, ἃ λανθάνει ὁ καλὸς Γεωμέτρης τῷ ὀρθογωνίῳ φςυο κατὰ τὸ αὐτὸ ἀπονέμων, τὸ μὲν ἐκτὸς τῆς γκ, ὡς ὅτε τὰς διαγωνίȣς κατὰ τὸ ψ, ἢ τὸ 5 τέμνειν ἀλλήλας ὑποτίθησι. τὸ δ' ȣ̓κ ἐκτὸς, ἀλλ' ἐπ' αὐτῆς τῆς γκ, ἐφ' ἧς καὶ τὰ κέντρα εἴληπται τῶν κύκλων, τοῦτε γλνμ, καὶ τοῦ γνκξ, ὡς ὅτε τὰ φ καὶ ο σημεῖα, τὰ κατὰ τὰς γωνίας τοῦ ὀρθογωνίȣ, αὐτῶν τῶν λ καὶ μ, καὶ τῶν ν καὶ ξ σημείων, ἐπίσης ἑκατέρωθεν ἀφεςῶτα λαμβάνει, καθ' ἃ οἱ κύκλοι τὴν εὐθεῖαν τέμνȣσιν αβδ. Αȣ: οὖν ὑπετέθη τὸ τοῦ παραλληλογράμμȣ κέντρον ἐκτὸς εἶναι τῆς γη, κατὰ τὸ ψ. Βȣ: δὲ τὴν πλευρὰν τοῦ αὐτοῦ παραλληλογράμμȣ, ἤτοι τὴν φο, εἰς ἴσα τέμνεσθαι κατὰ τὸ β. Ἀλλ' ἡ κάθετος ἡ ἀπὸ τῆς κατὰ τὸ μέσον ἀγομένη τομῆς τῆς πλευρᾶς τοῦ ὀρθογωνίȣ, διὰ τοῦ κέντρȣ δίεισι τοῦ αὐτοῦ· τὸ ἄρα κέντρον τοῦ ὀρθογωνίȣ, ἐπὶ τῆς καθέτȣ γη ἐςὶν ἅμα διὰ τὴν Βαν: ὑπόθεσιν, καὶ οὐκ ἔςι διὰ τὴν πρώτην. Ἀλλ' ἴσως ἄμεινον Γεωμετρικῇ καὶ ταῦτα μεθόδῳ χρησαμένȣς ἐπὶ τὸ σαφέςερον ἀνακαλέσαι πειράσασθαι. Κείσθω τοιγαροῦν.

Λ ῆ μ μ α Αȣ:

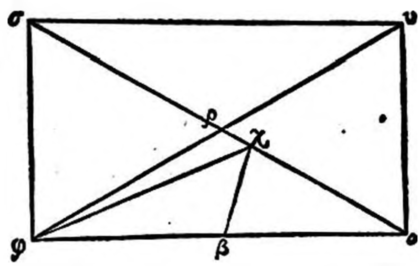
„Παντὸς παραλληλογράμμȣ ὀρθογωνίȣ αἱ διαγώνιοι διάμετροι σο, υφ ἴσαι τε εἰσὶν „ἀλλήλαις, καὶ δίχα ὑπ' ἀλλήλων τεμνόμεναι· τούτȣ οὖν ἡ δεῖξις παρήχθη ἀνωτέρω ἐν Ἀριθμ: 1.

Πόρισμα.

Διὰ δὲ τὸ ζον: ἀξίωμα, καὶ αἱ ἡμιδιάμετροι ἀλλήλαις ἴσαι.

Λῆμμα Βον:

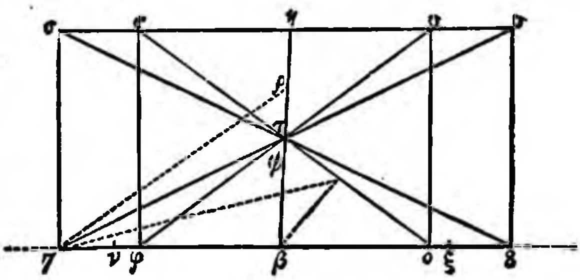
„Ἡ ἀπὸ τȣ̃ μεσαιτάτȣ σημείȣ β, (τινος τῶν πλευρῶν φο) κάθετος ἀγομένη ἐπὶ τȣ̃ „παραλληλογράμμȣ φσυο, χωρήσατα, δι' αὐτȣ̃ τȣ̃ σημείȣ ρ καθ' ὃ καὶ αἱ διαγώνιοι διάμετροι „ἀλλήλας τέμνȣσι, διέρχεται.



Εἰ μὴ γὰρ, ἀλλὰ πιπτέτω μὴ ἐπὶ τȣ̃ ρ καθ' ὃ τέμνονται αἱ διαγώνιοι, ἄλλῃ δέ τῃ οἷον ἐπὶ τὸ χ, ἡ ἀπὸ τȣ̃ μεσαιτάτȣ β σημείȣ τῆς πλευρᾶς φο, ἀγομένη κάθετος βχ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ φχ. Ἐπειδὴ δὲ φβ = οβ· (1) Καὶ κοινὴ ἡ βχ. (2). Καὶ ὑπὸ φβχ· = ὑπὸ χβο· (3), ἔσαι ϗ φχ = οχ. (4). Κοινὴ δὴ προςιθέσθω ἡ χρ, ϗ (5) ἔσαι ορ = φχ ϗ χρ ἅμα. Ἀλλ: ορ = φρ (6). Ἄρα αἱ φχ ϗ χρ ἅμα = φρ. Αἱ δύο τȣ̃ ρφχ τριγώνȣ πλευραὶ τῇ λοιπῇ, ὅπερ (7) ἀδύνατον. Ὡσαύτως δειχθήσεται τὴν ἀπὸ τȣ̃ β κάθετον ἀγομένην, κατὰ μηδὲν ἄλλο σημεῖον τῶν διαγωνίων διαμέτρων πίπτειν, ὅτι μὴ καθ' ὃ τέμνονται· τȣτέςι κατὰ τὸ ρ, ὃ τȣ̃ ὀρθογωνίȣ τὸ κέντρον εἶναι λέγεται.

Ἄλλωςτε, ἐπειδὴ τὸ φρο τρίγωνον ἰσοσκελές ἐςιν (8). Ἡ δὲ τὴν βάσιν φο τȣ̃ ἰσοσκελȣ̃ς δίχατε ϗ πρὸς ὀρθὰς τέμνȣσα, διὰ τῆς κορυφῆς τȣ̃ τριγώνȣ διέρχεται (9), δῆλον αὖ πάλιν κἀκ τȣ́τȣ τὸ προτεθέν.

Τȣ́των ȣ̓̃ν ȣ̔́τως ἐχόντων, ἐπεὶ ἡ λμ δίχατε καὶ πρὸς ὀρθὰς τέχνεται (ἐπὶ τȣ̃ σχήματος τῆς εὑρέσεως) ὑπὸ τῆς γπ, ἔνθα τὸ β, (κατὰ τὴν γην: τȣ̃ γȣ:. Καὶ αἱ λβ, καὶ βμ ἴσαι (ταῦτα γὰρ ἐπὶ λέξεως ἡμᾶς ἐδίδαξεν ὁ τῆς μεθόδȣ πατὴρ (ἐν Ἀριθμ: 6). Ἴση δὲ καὶ ἡ μο τῇ λφ (ὡς ὁ αὐτὸς φησὶν ἐν Ἀριθμ: 7). Ἴσαι ἄρα αἱ βφ, ϗ βο. (10)· δίχα ἄρα τέμνεται ἡ πλευρὰ τȣ̃ ὀρθογωνίȣ φο, ϗ δὴ ϗ πρὸς ὀρθὰς (11) ὑπὸ τῆς βρη. Οὐκȣ̃ν ἐν ταύτῃ τῇ ὑποθέσει ἡ εὐθεῖα βρη διέρχεται (12) διὰ τȣ̃ κέντρȣ τȣ̃ παραλληλογράμμȣ, τȣτέςι τὸ τȣ̃ παραλληλογράμμȣ τȣ́τȣ ὀρθογωνίȣ κέντρον, καθ' ὃ τέμνονται αἱ διαγώνιοι διάμετροι ἐςὶν ἐπὶ τῆς βη. Ἀλλὰ ϗ διὰ τὴν ἄλλην ὑπόθεσιν (τὴν ἐν Ἀριθμ: 4) ȣ̓κ ἔςιν ἐπὶ τῆς βη, ἀλλ' ἐκτὸς αὐτῆς, ἔνθα τὸ ψ. Ἄρ' ȣ̓̃ν ἑκάτερον, ϗ ἐπὶ τῆς βη, ϗ μὴ ἐπ' αὐτῆς· ϗ ἔνθα τὸ ψ, ϗ μή· ἢ βέλτιον εἰπεῖν (ὑποθέσεως ὑπόθεσιν ἀναιρȣ́σης) ȣ̓δέτερον· ȣ̓́τε γὰρ ἐπὶ τῆς βη, ὅτι ἔνθα τὸ ψ. ȣ̓́τ' ἔνθα τὸ ψ, ὅτι ἐπὶ τῆς βη.



Ὁμοίως δὲ ϗ τῆς διαγωνίȣ φυ ὑπὸ τὸ ρ διέρχεσθαι νοȣμένης (ἐπὶ τȣ̃ Σχήμ: τῆς εὑρέσεως) οἷον διὰ τȣ̃ 4 ϗ κατ' αὐτὸ τῆς Παραλλήλȣ τῇ 4φ, ἤτοι τῆς ρ7 ἐκτὸς τȣ̃ ν πίπτειν ὑποτιθεμένης (ἐν Ἀρ: 8), προςαχθήτω ἡ φο τȣ̃ ὀρθογωνίȣ πλευρὰ ἑκατέρωθεν ἀορίςως, καὶ ληφθήτω μὲν νφ = ξο, ληφθήτω δὲ καὶ ν7 = ξ8, ὥςε ἴσας εἶναι τὰς φ7, ϗ ο8. Καὶ ἐπὶ τῆς συ ἀντιθέτȣ πλευρᾶς ἑκατέρωθεν προεκβληθείσης, ἀπὸ τῶν σημείων 7 ϗ 8 πιπτέτωσαν κάθετοι 7σ, ϗ 8υ. (13) Καὶ τȣ̃ ὀρθογωνίȣ τσυ8 συςάντος, πάλιν διὰ τȣ̃ ἀνωτέρω βȣ: λήμματος, ὅτι ἡ ἀπὸ β τὴν 78

---

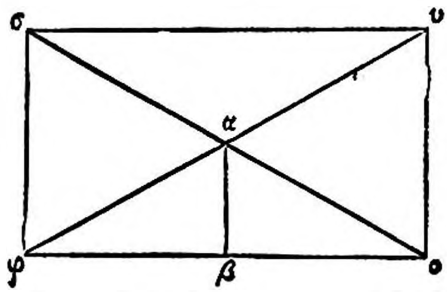
(1) Ἐξ ὑποθ: (2) Ἐξ ὑποθ: (3) Ἐξ ὑποθ: (4) Δ: τȣ̃ Αȣ: (5) ἀξ: βον: (6) διὰ τὸ ἀνωτ: πορισ: (7) διὰ τὴν κ: τȣ̃ αȣ: (8) διὰ τὸ ἀνωτ: πόρισμα. (9) Πόρισμ: δον: τȣ̃ Σχολ: τȣ̃ μετὰ τὴν κδην: τȣ̃ Αȣ: παρὰ Οὐΐςωνι ἐν ταῖς εἰς τὰ ςοιχ: τȣ̃ Τακ: σημείωσ: (10) διὰ τὸ βον: ἀξ: (11) Ἐκ κατασ: (12) διὰ τὸ ἀνωτ: βον: λῆμμα. (13) ιβ. τȣ̃ Αȣ:

πλευρὰν δίχα ϗ πρὸς ὀρθὰς ἐστὶ τέμνουσα, ἐκοῦν μὲν διὰ ἄλλου τινὸς σημείου οἷον τοῦ 5 διὰ δὲ τοῦ 4 διελεύσεται. Ὥστε ϗ οὕτως ἔσται μὲν ἐπὶ τῆς βη, ὡς ἀνωτέρω τὸ τοῦ ὀρθογωνίου κέντρον, ἔστι δὲ ϗ ἐκτὸς αὐτῆς, ἤτοι ἐπὶ τοῦ 5, διὰ τὴν ἄλλην ὑπόθεσιν. Καὶ ἡ Ἀντίφασις παρακλητική, τὸ τῶν ἀμοιβαδὸν ἀναιρουμένως ὑποθέσεων ἀποκύημα.

Ἀλλὰ γὰρ ϗ ἄλλοθεν ἐπισκοπήσας, ϗ ἐκ τῆς, διὰ τῶν ἀπὸ τοῦ κέντρου καθέτων τομῆς, τῆς πλευρᾶς τοῦ ὀρθογωνίου, δισσὰς οὐδὲν ἧττον εὑρήσεις τὰς ὑποθέσεις, πάντη ἀσυστάτους ἐχούσας. Οὕτως εὔφορον ἐστὶν ἀτοπιῶν τὸ τοῦ Γεωμέτρου μεθόδευμα. Ἀλλὰ ϗ εἰς τὴν τούτου δήλωσιν κείσθω.

Λ ῆ μ μ α Γον:

„Ἐπὶ παντὸς ὀρθογωνίου παραλληλογράμμου ἡ ἀπὸ τοῦ κέντρου, ἤτοι τοῦ σημείου καθ' „ὃ αἱ διαγώνιοι διάμετροι τέμνονται, ἀγομένη κάθετος, δίχα τέμνει τὴν πλευρὰν ἐφ' ἣν ἐφέστηκεν.



Ἐπειδὴ γὰρ ἐπὶ τῶν τριγώνων φαβ, ϗ βαο, ἐστὶν (1) ἡ φα = αο. Καὶ ὑπὸ αβφ = ὑπὸ αβο (2). Καὶ ὑπὸ αφβ = ὑπὸ αοβ (3). Ἔσται ϗ φβ = οβ. (4) Ο. Ε. Δ.

Ἄλλως τε κἀπὶ παντὸς ἰσοσκελοῦς τριγώνου, τὴν ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἀγομένην πρὸς ὀρθὰς ἐπὶ τὴν βάσιν, δίχα τέμνειν τήν τε κορυφήν, ϗ τὴν βάσιν, ϗ τῷ Ἄγγλῳ Οὐΐστωνι ἀποδέδεικται (5).

Εἰ τοίνυν ταῦθ' οὕτως ἔχει, ἡ ἀπὸ ψ, τοῦ κατὰ τὴν ὑπόθεσιν κέντρου τοῦ ὀρθογωνίου συοφ (ἐπὶ τοῦ τῆς μεθόδου διαγράμματος.) ἀγομένη κάθετος ἐπὶ τῆς φο πλευρᾶς τοῦ αὐτοῦ ὀρθογωνίου, ἤτοι ἡ ψω δίχα τέμνει αὐτήν. Καὶ ἐστὶν ἄρα φω = ωο (ὃ καὶ ἐν Ἀριθμ: 5 τῷ εὑρετῇ ὡμολόγηται) Ἀλλ: ἡ φλ = μο (ἥπερ αὐτῷ δοκεῖ ἐν Ἀρ: 7) Ἄρα (6) τῇ ἀφαιρέσει τῶν ἴσων ἀπὸ τῶν ἴσων, ἔσται τῇ λω = μω. Ἀλλὰ διὰ τὴν γην τοῦ γου: ὡς ὁ αὐτὸς δείκνυσιν (ἐν Ἀρ: 6) ἡ λβ ἐστὶν ἴση τῇ βμ. Ἄρα ἡ λμ δίχα τέτμηται, ἤτοι εἰς ἴσα, καὶ κατὰ τὸ ω, καὶ κατὰ τὸ β. τὰ δὲ τοῦ αὐτοῦ ἡμίση ἴσα ἀλλήλοις ἐστί. (7) Ἄρα ἡ λω ἴση τῇ λβ ἤτοι τὸ μέρος τῷ ὅλῳ, οὗ τί ἀτοπώτερον; (8).

Ὡσαύτως δ' ἂν ἔχοι τις καὶ τὴν τβ ἴσην ἀποδεῖξαι τῇ ηβ, παραπλησίῳ τῷ λόγῳ χρησάμενος.

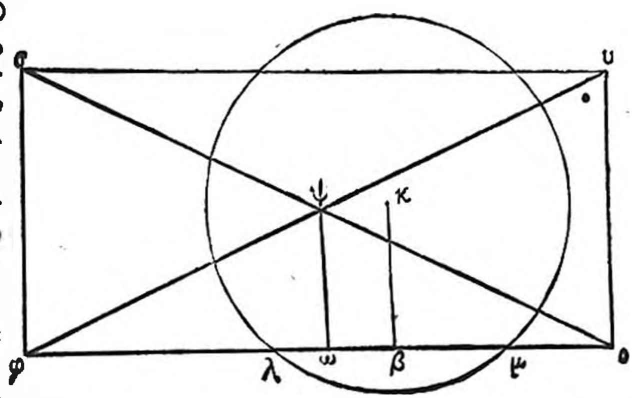
Ταύταις δὴ ταῖς ἀντιφράσεσιν, οὐκ ἂν περιέπιπτεν ὁ Γεωμέτρης οὗτος, εἰ συνορᾶν εἶχεν, ὡς ἐπεὶ ἅπαξ τὸ τοῦ ὀρθογωνίου κέντρον ψ, τῆς βη ἐκκυλίσαι τῇ ὑποθέσει προέθετο, καὶ τὰς φλ καὶ μο, τῆς ἰσότητος φθάσας συνεξεκύλισεν. Αὐτὸς μέντοι καὶ τὸ ἔκκεντρον δοὺς καὶ τὸ ὁμόκεντρον ἅμα ἐάσας ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας τὴν ἑκατέρωθεν τοῦ ὀρθογωνίου παραλληλογράμμου πρὸς τὸν περὶ τὴν γη κύκλον θέσιν τε καὶ ἀπόστασιν παραπλησίαν τε καὶ ἴσην ἐφύλαξε. Καὶ οἱονεὶ ἐπιλαθόμενος, ὅτι τοῦ κύκλου κατὰ χώραν μένοντος, τὸ ὀρθογώνιον σὺν αὐτῷ κέντρῳ καὶ γωνίαις ταῖς ἐπ' αὐτοῦ, ἐπὶ θάτερα ὦσεν, καὶ μετέστησεν, αὐτὸ τοῦτο πάλιν κατέσχε τῷ λόγῳ ἀμετάστατον, καὶ ὡς εἶχε πρότερον, εἰπὼν ὅτι φλ = μο, καὶ διὰ τούτου τοῦ ψευδοῦς τὴν δεῖξιν περάνας, τόγε αὐτῷ δοκοῦν, νεανικώτατα· τοῦτο γὰρ ἀληθὲς ἔκρινε, καὶ ἢ τοιοῦτον, ἐπηγγείλατο δεῖξαι, (Ἀριθ: 7) προσθεὶς τὸ δειχθήσεται. Ἀλλ' αὐτὸς μὲν ὅτι ἀληθὲς, οὐκ ἔδειξεν οὐδ' ἂν δείξειεν. Ἡμεῖς δ' ὅτι ψευδὲς ὧδι δείξομεν.

Λ ῆ μ μ α Δον:

„Ἐὰν ἡ κύκλος ὑπὸ μιᾶς ἧς τινοσοῦν τῶν πλευρῶν τοῦ ὀρθογωνίου (ἤτοι τῆς φο) μὴ διὰ „τοῦ κέντρου ἠγμένης τεμνόμενος (κατὰ λ καὶ μ) ἢ τὰ κέντρα τοῦτε ὀρθογωνίου ψ, καὶ τὸ τοῦ κύ„κλου μὴ ἐπὶ τῆς αὐτῆς πρὸς τὴν φο πλευρὰν καθέτου θάτερον δὲ πρὸς θατέραν τῶν γινομένων

(1) Διὰ τὸ μετὰ τὸ Δον: λῆμμα πόρισμα. (2) Ἐξ ὑποθ: (3) Εη: τοῦ Αου: (4) κϛη: τοῦ Αου: (5) Πορ: αον: τοῦ Σχολ: τοῦ μετὰ τὴν κϛην: τῶν ϛοιχ: ἐν τοῖς Ταккετ: (6) Ἀξ: γον: (7) Ἀξ: ζον: (8) Ἀξ: θον:

,, τομῶν ἀποκλίσῃ (εἴτε τὴν πρὸς λ). Ἄχθωσι δὲ ἀφ' ἑκατέρων τῶν εἰρημένων κέντρων, πρὸς ,, τὴν ῥηθεῖσαν πλευρὰν κάθετοι αἱ ψω, κβ. Ἡ καθ' ὃ μέρος τὸ τοῦ ὀρθογωνίου κέντρον ἐστὶν, ,, εὐθεῖα ἡ ἀπολαμβανομένη ἀπό τε τῆς περιφερείας, καὶ τῆς γωνίας, (ἤτοι ἡ λφ,) μείζων ἐστὶ ,, τῆς κατὰ θάτερον μέρος, καθ' ὃ τὸ κέντρον τοῦ κύκλου ἀπολαμβανομένης ὁμοίως, ἀπό τε τῆς ,, περιφερείας καὶ τῆς γωνίας, διαφορᾷ τῇ τῆς ωβ τῆς ἀπὸ τῶν εἰρημένων καθέτων ἀπειλημμέ- ,, νης δὶς ληφθείσης.

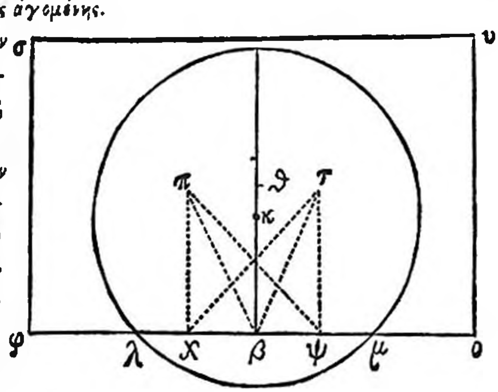


Ἡ ωφ ἴση ἐστὶ τῇ ωο. (1) Κοινῆς οὖν προστεθείσης τῆς ωβ, ἔσται (2) $ωφ + ωβ = ωο + ωβ$. τουτέστιν ἐστὶν ἡ $βφ = ωο + ωβ$. Ἀλλ' ἡ μὲν $βφ = βλ + λφ$. ἡ δὲ $ωο = ωβ + βο$. Ἄρα ληφθέντων τῶν ἴσων ἀντὶ τῶν ἴσων, ἔσται $βλ + λφ = 2ωβ + βο$. Ἡ δὲ $βο = βμ + μο$. Ἄρα $βλ + λφ = 2ωβ + βμ + μο$. Ἀλλ' ἡ $βλ = βμ$ (3). Ἄρα τῶν ἴσων ἀφαιρεθέντων ἀπὸ τῶν ἴσων, ἔσται (4) $λφ = 2ωβ + μο$. τουτέστιν ἡ φλ μείζων ἐστὶ τῆς μο, τῇ ἀπολαμβανομένῃ ἀπὸ τῶν καθέτων ωβ, δὶς ληφθείσῃ. Ο. Ε. Δ.

Δέδεικται τοίνυν ὅτι οὕτως ἐπὶ τῶν σχημάτων κέντρου ἔξω κέντρου ἐσῶτος, ἡ φλ, οὐχ ὅπως μείζων ἐστὶ τῆς μο, ἀλλὰ καὶ τοσούτῳ μείζων, ὡρισμένως δηλονότι, ὅση ἡ ἀπολαμβανομένη ἀπὸ τῶν καθέτων ωβ δὶς ληφθεῖσα. Ἐκ δὲ τούτου κατὰ τὸν τῆς ἀκολουθίας λόγον δέδεικται καὶ ψευδὲς εἶναι, ὅτι ἴσαι αἱ φλ καὶ μο, ὅπερ ὡς ἀληθὲς ἡμῖν ὁ γενναῖος, λαθεῖν νομίσας, ὑπέθετο, καὶ δεῖξαι ὑπέσχετο μὲν, οὐκ ἀπέδειξε δὲ, ὡς πολλάκις εἴρηται. Ἀλλ' ἤδη κείσθω καὶ τοῦτο τὸ ὑποτεθὲν αὐτῷ ἀληθὲς εἶναι, ὡς ἂν καὶ τὸ ἐντεῦθεν ἐπιφερόμενον λαβόντες, ἄμεινον ἐπιγνῶναι ἔχοιμεν τοῦ παραλληλογράμμου τὸ δίκεντρον.

Λῆμμα. Ἐον:

,, Ἐὰν ὁ κύκλος ὑπὸ μιᾶς ἧς τινοσοῦν τῶν πλευρῶν τοῦ ὀρθογωνίου, ἤτοι τῆς φο μὴ διὰ ,, τοῦ κέντρου ἠγμένης τεμνόμενος κατὰ τὰ σημεῖα λ καὶ μ. ὦσι δὲ ἑκατέρωθεν αἱ ἐπὶ τῆς ῥηθεί- ,, σης πλευρᾶς ἀπό τε τῶν γωνιῶν φ καὶ ο τοῦ ὀρθογωνίου, καὶ τῶν εἰρημένων τομῶν λ καὶ μ ἀ- ,, πολαμβανόμεναι εὐθεῖαι, φλ, καὶ μο, ἴσαι ἀλλήλαις. Ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας κείσεται τὰ ,, κέντρα, τοῦτε ὀρθογωνίου καὶ τοῦ κύκλου (δεούσαν προσεκβληθείσης) τῆς ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ κύ- ,, κλου ἐπὶ τὴν εἰρημένην πλευρὰν πρὸς ὀρθὰς ἀγομένης.



Ἐπειδὴ γὰρ ἡ ἀπὸ τοῦ κέντρου, ἐπὶ τὴν λμ τῆς μὴ διὰ τοῦ κέντρου πρὸς ὀρθὰς ἐφέστηκεν, ἴση ἄρα (5) ἡ βλ τῇ βμ. Ἴσαι δὲ (6) καὶ αἱ ἀπειλημμέναι λφ, μο. Ἄρα (7) $βφ = βο$.

Εἴπερ οὖν τὸ τοῦ ὀρθογωνίου φσυο κέντρον ἤτοι τῷ κ συμπίπτει (δηλ: τῷ τοῦ κύκλου κέντρῳ) ἢ ἐπὶ τῆς βκ (προαχθείσης δεούσαν) οἷον κατὰ τὸ ϑ ἐστὶ, ἔχομεν τὸ προτεθέν. Ἀλλ' εἰ μὴ, ἔξω ἔξωθεν τῆς βκ, καὶ πάντως ἑτέρωθεν, ἤτοι γὰρ ἐφ' ὃ μέρος τὸ π, ἢ ἐφ' ὃ τὸ τ. Ἀλλ' ἔσω ἔνθα τὸ τ. Καὶ

(1) Ἀξιώμ: γον: (2) ἀξ: βον: (3) διὰ τὴν γην: τοῦ γου: (4) διὰ τὸ δ: ἀξ: (5) γη: τοῦ γου: (6) Ἐξ ὑποθ: (7) ἀξ: βον:

ἀπὸ τοῦ π ἀχθήτω κάθετος ἐπὶ τῆς φο (1) ἡ δὲ ἢ πάντως ἐπὶ τὸ β πεσεῖται, ἢ ἐπί τινος σημείου τῶν μεταξὺ β καὶ φ οἷον κατὰ τὸ χ ἢ ἐπίτινος τῶν μεταξὺ β καὶ ο οἷον κατὰ τὸ ψ. Ἀλλ' εἰ μὲν ἐπὶ τοῦ β, ὀρθὴ ἄρα ἡ ὑπὸ πβφ (2). ὀρθὴ δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ϑβφ, (3) ἴσαι ἄρα ἀλλήλαις αἱ ὑπὸ πβφ, καὶ ϑβφ, τὸ μέρος τῷ ὅλῳ, ὅπερ (4) ἀδύνατον.

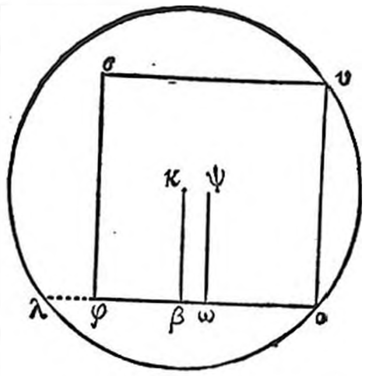
Εἰ δὲ ἐπὶ τοῦ χ πέσῃ ἡ κάθετος πχ, ἔσται ἄρα (5) $\chi\varphi = \chi o$· ἤτοι ἡμίσεια τῆς φο. Ἀλλὰ καὶ ἡ βφ (δέδεικται ἀνωτέρω οὖσα) ἡμίσεια τῆς φο. Ἄρα (6) $\varphi\chi = \varphi\beta$. τὸ μέρος τῷ ὅλῳ. Ὅπερ (7) ἀδύνατον.

Διατὸν αὐτὸν δὲ λόγον οὐδ' ἐπὶ τὸ ψ, ἡ ἀπὸ τοῦ π κάθετος πεσεῖται, ἔσται γὰρ τὸ ὅλον ἴσον τῷ μέρει. Καὶ τῷ αὐτῷ τρόπῳ οὐδ' ἑτέρωθεν, οἷον ἐπὶ τοῦ τ, εἶναι τὸ τοῦ ὀρθογωνίου κέντρον, δεῖξαι ῥᾴδιον. Ἄρα κτ: Ο. Ε. Δ.

Καὶ ὅπως δὲ ἔχουσι θέσεώς τε καὶ ἀποστάσεως τὰ ὀρθογώνια παραλληλόγραμμα, τὰ ἤτοι κατουδέτερον, ἢ κατὰ θάτερον μὲν τῶν περάτων μιᾶς τινὸς τῶν πλευρῶν, τῆς περιφερείας ἐκπίπτοντα, κατὰ θάτερον δὲ ἐμπίπτοντα, οὐδ' ἀλλότριον ἂν εἴη τοῦ σκοποῦ οἶμαι θεωρῆσαι, οὐδὲ δυσχερὲς κατασκευάσαι.

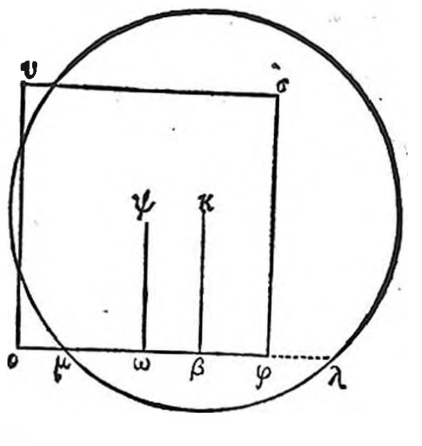
Λ ῆ μ μ α ϛον:

„Ἐὰν κύκλου, μία ἡτισοῦν τῶν τοῦ ἐπ' αὐτῷ γεγραμμένου ὀρθογωνίου πλευρῶν (ἡ φο) „μὴ διὰ τοῦ κέντρου ἠγμένη τὴν περιφέρειαν μηδαμῶς τέμνῃ, ὡς ἀνωτέρω· (8) ἀλλ' ἤτοι Αον: „κατὰ θάτερον (οἷον κατὰ τὸ φ) ἐντὸς τῆς περιφερείας πίπτῃ, προπίπτῃ δὲ κατὰ πέρας θάτε„ρον (οἷον τὸ ο) Ἢ βον: κατὰ θάτερον μὲν ἐμπίπτῃ τὸ φ, κατὰ δὲ θάτερον ἐκπίπτῃ, (τὸ ο) „τεμνομένης τῆς περιφερείας κατὰ τὸ μ. Ἢ δὲ τὸ τοῦ κύκλου κέντρον, κ, τοῦ μὲν ὀρθογωνίου „ἐντὸς, τῷ δὲ κέντρῳ αὐτοῦ ψ μηδαμῶς συμπίπτον, ἀλλ' ἐπὶ θάτερον πέρας τῆς εἰρημένης „πλευρᾶς ἀποκλῖνον· ἀχθῶσι δὲ καὶ κάθετοι ἀπὸ τῶν κέντρων, ἐπὶ τὴν ῥηθεῖσαν πλευρὰν, „αἱ κβ, ψω. Κατὰ μὲν τὴν Αην: ὑπόθεσιν, ἡ τοῦ ἐμπίπτονταις πέρατος φ, ἀπὸ τῆς περιφε„ρείας ἀπόστασις, ἤτοι ἡ φλ, ἴση ἐστὶ τῇ ἀπειλημμένῃ ἀπὸ τῶν καθέτων ἐπὶ τῆς πλευρᾶς, „ἤτοι τῇ βω δὶς ληφθείσῃ. Κατὰ δὲ τὴν βαν: ἴση τῇ αὐτῇ βω δὶς ληφθείσῃ πλὴν τῆς, ἀπό„τε τοῦ σημείου τῆς τομῆς μ, καὶ τοῦ ἐκπίπτοντος πέρατος ο, ἀπειλημμένης μο."



Καὶ γὰρ (προαχθείσης τῆς βφ, ὥστε προσπεσεῖν τῇ περιφερείᾳ πρὸς τὸ λ.) $\beta\lambda = \beta o$ (9)· τουτέστι $\beta\varphi + \varphi\lambda = \beta\omega + \omega o$. Κοινὴ προστιθέσθω ἡ βω, καὶ ἔσται (10) $\beta\varphi + \varphi\lambda + \beta\omega = 2\beta\omega + \omega o$. Ἀλλ: $\beta\varphi + \beta\omega = \omega o$ (11). Ἄρα (12) $\varphi\lambda = 2\beta\omega$. Ο. Η. τὸ Α'.

Ὁμοίως προαχθείσης τῆς βφ, ὥστε προσπεσεῖν τῇ περιφερείᾳ πρὸς τὸ λ, ἐστὶν ἡ $\beta\lambda = \beta\mu$ (13). Τουτέστι $= \beta\varphi + \varphi\lambda = \beta\omega + \omega\mu$. Κοινὴ προστιθέσθω ἡ βω, Καὶ ἔσται (14) $\beta\varphi + \varphi\lambda + \beta\omega = 2\beta\omega + \omega\mu$. Κοινὴ προσέτι προστιθέσθω ἡ μο, καὶ ἔσονται $\beta\varphi + \beta\omega + \varphi\lambda + \mu o = 2\beta\omega + \omega\mu + \mu o$. Ἀλλὰ γὰρ $\beta\varphi + \beta\omega = \omega\mu + \mu o$ ἡ μὲν γὰρ ἴση τῇ ωφ, ἡ δὲ τῇ ωτ, ταῖς (15) ἴσαις ἀλλήλαις. Ἄρα τῶν ἴσων ἀφαιρεθέντων (16) ἔσται $\varphi\lambda + \mu o = 2\beta\omega$. Ἄρα $\varphi\lambda = 2\beta\omega - \mu o$. Ο. Ε. τὸ Β'.



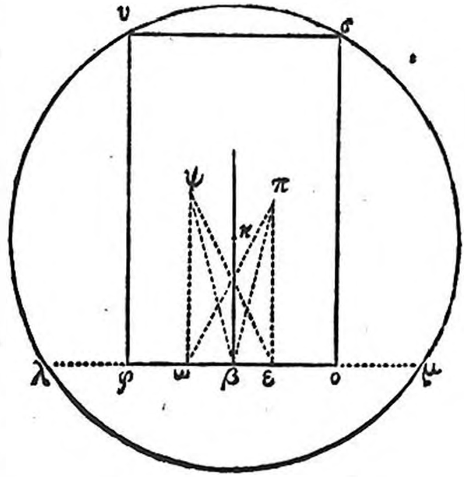
---

(1) ιβ'. τοῦ αου: (2) ἐξ ὑποθ: (3) ἐξ ὑποθ: (4) αξ: θον: (5) λῆμ: γον: (6) αξ: ζον: (7) α: θον: (8) λῆμ: δ'. καὶ Ε': (9) γην: τοῦ γου: (10) αξ: βον: (11) λῆμ: γον: (12) Ἀξ: γον: (13) γη: τοῦ γου: (14) αξ: βον: (15) λῆμ: γον: (16) αξ: γον:

Λ ῆ μ μ α Ζον:

„ Ἐὰν παραλληλογράμμου ὀρθογωνίου τοῦ υσφο, μία ἡτισοῦν τῶν πλευρῶν μὴ διὰ τοῦ „ κέντρου ἠγμένη, οἷον ἡ φο, ὅλη ἐντὸς τοῦ κύκλου ἐμπίπτουσα, ἐπίσης ἑκατέρωθεν ἔχῃ τῆς πε- „ ριφερείας ἀφεστῶτα τὰ πέρατα φ, καὶ ο, ὥστε προσεκβληθείσης ἑκατέρωθεν, καὶ τῇ περιφερείᾳ „ προσπιπτούσης κατὰ λ, καὶ μ τὰς φλ καὶ ομ ἴσας εἶναι, ἡ ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου ἐπ' αὐ- „ τῆς κάθετος ἀγομένη κβ, (προσεκβληθεῖσα ἣν δεήσῃ) διὰ τοῦ κέντρου τοῦ παραλληλογράμμου „ διελεύσεται· τουτέστιν ἐπὶ τῆς αὐτῆς καθέτου ἀμφότερα τὰ κέντρα, τοῦτε κύκλου, καὶ τοῦ παραλ- „ ληλογράμμου κείσεται".

Μὴ γὰρ ἐπὶ τῆς αὐτῆς ἐχέτω εὐθείας, εἰ δυνατὸν, τὸ κέντρον αὐτοῦ τὸ παραλληλό- γραμμον ἀλλ' ἑτέρωθεν, ἤτοι κατὰ τὸ ψ, ἢ κατὰ τὸ π.



Καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ ψ κάθετος ἐπὶ τῆς φο προσεκβληθείσης. Αὕτη γοῦν ἤτοι ἐπὶ τὸ β πε- σεῖται, ὡς ἡ ψβ, ἢ ἐντεῦθεν, ὡς ἡ ψω, ἢ ἐντεῦθεν ὡς ἡ ψε. Καὶ εἰ μὲν ὡς ἡ ψβ, ἔσται ἡ ὑπὸ ψβφ (1) ὀρθή· ὀρθὴ δὲ καὶ ἡ ὑπὸ κβφ (2)· ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ κβφ τῇ ὑπὸ ψ βφ, τὸ ὅλον τῷ μέρει· ὅπερ (3) ἀδύνατον.

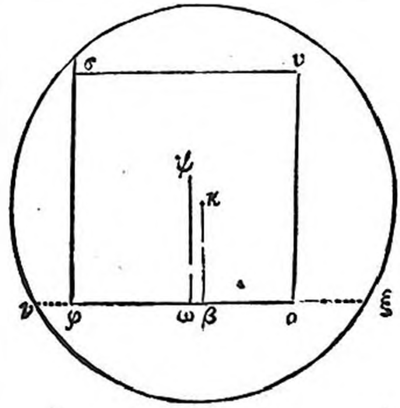
Εἰ δὲ ὡς ἡ ψω, ἄρα (4) ωφ = ωο. Ἀλλὰ τῆς φο προσεκβληθείσης ἑκατέρωθεν ἐπὶ λ καὶ μ, ἐστιν (5) βλ = βμ. Καὶ φλ = ομ. (6). Ἄρα τῶν ἴσων ἀπὸ τῶν ἴσων ἀφαιρεθεισῶν, ἔσται (7) βφ = βο, εἰς ἴσα ἄρα τέτμηται ἡ φο καὶ κατὰ τὸ β καὶ κατὰ ω· δίχα γὰρ ἑκατέρωσε· τὰ δὲ τοῦ αὐτοῦ ἡμίση ἴσα ἀλλήλοις (8) ἐστίν· ἴση ἄρα ἡ ωφ τῇ βφ. τὸ μέρος τῷ ὅλῳ. Ὅπερ (9) οὐκ ἔστιν.

Εἰ δὲ τέως ὡς ἡ ψε, δειχθήσεται ὁμοίως ἡ βφ = εφ. ὃ τῆς αὐτῆς ἐστὶν ἀτοπίας ἐχό- μενον.

Τῷ αὐτῷ δὲ λόγῳ δειχθήσεται μηδὲ κατὰ θάτερα οἷον κατὰ τὸ π τὸ κέντρον τοῦ ὀρ- θογωνίου παραλληλογράμμου πίπτειν. Ἐὰν ἄρα παραλληλογράμμου ὀρθογωνίου κτ: Ο. Ε. Δ.

Λ ῆ μ μ α Ηον:

„ Ἐὰν παραλληλογράμμου ὀρθογωνίου τοῦ φσυο, μία ἡτισοῦν τῶν πλευρῶν μὴ διὰ τοῦ „ κέντρου ἠγμένη ἡ φο, ὅλη ἐντὸς τοῦ κύκλου ἐμπίπτουσα, μὴ ἐπίσης ἑκατέρωθεν ἔχῃ τῆς περι- „ φερείας ἀφεστῶτα τὰ πέρατα φ καὶ ο, ὥστε προσεκβληθείσης ἑκατέρωθεν καὶ τῇ περιφερείᾳ „ προσπιπτούσης κατὰ ν καὶ ξ, τὰς φν καὶ οξ ἀνίσους εἶναι, ἢ δὲ ἀμφοτέρων τὰ κέντρα τότε τοῦ „ κύκλου κ, καὶ τὸ τοῦ ὀρθογωνίου ψ, μὴ ἐπὶ τῆς αὐτῆς κείμενα καθέτου, ἥτις ἂν δι' αὐτῶν ἐπὶ „ τὴν εἰρημένην πλευρὰν ἀχθείη, ἀλλὰ θάτερον ἐπὶ θάτερον πέρας τῆς εἰρημένης πλευρᾶς ἀπο- „ νεῦον. Ἀχθῶσι δὲ καὶ κάθετοι ἀπὸ τῶν κέντρων ἐπὶ „ τῶν πλευρῶν αἱ ψω, κβ, ἔσται τῶν ἀπὸ τῶν περά- „ των τῆς πλευρᾶς, καὶ τῆς περιφερείας ἀπειλημμέ- „ νων ἡ μείζων οξ, ἴση τῇ δὶς ἀπειλημμένῃ ἀπὸ τῶν „ καθέτων ωβ, σὺν τῇ ἐλάσσονι νφ. ἢ (ὃ ταυτὸν ἐ- „ στὶν) ἡ ἐλάσσων φν, ἴση τῇ μείζονι οξ, πλὴν τῆς „ ωβ δὶς ληφθείσης".



Ἐπὶ γὰρ ἡ ωφ = ωο (10) κοινῶν προστεθεισῶν τῶν οξ, καὶ φν, καὶ ωβ, ἔσται (11) ωφ + φν + ωβ + οξ = ωο + οξ + ωβ + φν, τουτέστιν βν + οξ = βξ + 2ωβ + φν. Ἀλλ: βν = βξ (12). Ἄρα (13) οξ = 2ωβ + φν. Ἤτοι φν = οξ — 2ωβ. Ο. Ε. Δ.

(1) Ἐξ ὑποθ: (2) ἐξ ὑποθ: (3) ἀξ: θον: (4) λῆμ: γον: (5) γη: τοῦ γου: (6) ἐξ ὑποθ: (7) ἀξ: γον: (8) ἀξ: ζον: (9) ἀξ: θον: (10) λῆμ: γον: (11) ἀξ: βον: (12) γη: τοῦ γου: (13) ἀξ: γον:

Ταῦτασοι καὶ Πύθια, φασὶ, καὶ Δήλια. Οὕτω γὰρ σαφῶς, οὕτως ἀκριβῶς, οὕτως ἐρρωμένως λέγεται, ὡς οὐκ οἶδ᾽ εἴτι ἄλλο δι᾽ ὅλης τῆς Γεωμετρίας ἔχει ἄν τις εὑρεῖν τούτων σαφέστερον θεωρούμενον, καὶ ἀναγκαστικώτερον κρατυνόμενον. Φέρε οὖν ἤδη, ἐπεὶ ταῦτα οὕτω κεῖται ἀσάλευτα, σοίτε, καμοὶ, καὶ παντὶ ὁτῳοῦν κοινῇ πρεσβευόμενα, λέγοις ἂν αὐτὸς ἡμῖν, ἐν βραχέσι ῥήμασιν ἀπαντήσας, Πῶς δήποτε περὶ τοῦ ἐν τῷ κατὰ σὲ διαγράμματι γλημ κύκλου καὶ τοῦ ἐπ᾽ αὐτῷ ὀρθογωνίου φσυο, φρονεῖν ἡμᾶς χρή; τί δὲ καὶ λέγειν; Πότερον ποτὲ τέμνει τὸν κύκλον, ἡ τοῦ ὀρθογωνίου, μὴ διὰ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου ἠγμένη πλευρὰ φο; ἢ οὐχί; Ἀλλὰ τέμνει· τοῦτο γὰρ ἔοικας βουλομένῳ, καὶ ὁ περὶ τὴν γκ γραφόμενος κύκλος, τὴν μείζονα τῆς γη, τουτὶ πάντως ἀπαιτεῖ. Ἄλλωστε κᾂν ἐπὶ τὸ μὴ, ἀναδράμῃς, ἕξεις δὴ καὶ πρὸς αὐτὸ (ὡς μικρὸν κατωτέρω) ἐπίσης ἡμᾶς ἀπαντήσοντας· τέμνει γοῦν. Πότερον δὲ, αἱ ἀπό τε τῶν κατὰ τὰς τομὰς σημείων λ καὶ μ, καὶ τῶν γωνιῶν φ καὶ ο ἀπολαβανόμεναι φλ, μο εὐθεῖαι, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσὶν, ἢ οὐχί; Ἀλλ᾽ ἴσας ἔθου (ἐν Ἀριθμ: 7) προσθεὶς ὅτι καὶ δειχθήσεται. Πρὸς δὴ τούτοις ἐρήσομαίτι καὶ τρίτον, σὺ δὲ ἀπόκριναι, μόνον τί νεανικόν. Πότερον, ἐπὶ τῶν οὕτως ἐπικαταγεγραμμένων τῶνδε σχημάτων, τὸ τοῦ παραλληλογράμμου κέντρον, ἐκτὸς τῆς γη εὐθείας ἐστὶν, ἢ ἐπ᾽ αὐτῆς; Ἀλλ᾽ ἐκτὸς ὑπέθου ἔνθα τὸ ψ. ὁρᾷς; μεσημβρινῶν ἡλίου αὐγῶν φανοτέρα ἐστὶν, ἡ ταῖς ὑποθέσεσι ταύταις παρατηροῦσα ἀντίφασις· τῆς γὰρ φο οὕτω τεμνούσης τὸν γλημ κύκλον, τὸ τοῦ ὀρθογωνίου κέντρον ψ, ἀνάγκη πᾶσα ἐπὶ τῆς γη (κατὰ τὸ Εον: λῆμμα·) εἶναι, καὶ ἅμα μὴ ἐπὶ τῆς γη, ὅτι καὶ ἐκτὸς κατὰ σέ· (ἐν Ἀρ: 4). Καὶ πάλιν, ἐπεὶ τὸ τοῦ ὀρθογωνίου κέντρον ψ (κατὰ σὲ Ἀρ: 4) ἐκτὸς τῆς γη εὐθείας ὑποτίθεται, ἐφ᾽ ἧς τὸ τοῦ κύκλου, ἀνάγκη πᾶσα τὴν φλ μείζονα εἶναι τῆς μο (λῆμμα Δον:) τῇ δὶς ωβ. ἅμα δὲ καὶ μὴ μείζονα ἐπεί σοι δοκεῖ, ἴσας ὑποτιθεμένῳ (ἐν Ἀρ: 7). τ᾽ ἀδύνατα ἄρα ἡμῖν συῤῥάπτειν ἐπιχειρεῖς. ἑκάτερον ὑποτιθέμενος, τήν τε τῶν φλ καὶ μο εὐθειῶν ἰσότητα, καὶ τὴν τοῦ ψ κέντρου τοῦ ὀρθογωνίου, ἀπὸ τῆς γη εὐθείας ἔκπτωσιν. Καὶ τὴν ἑτέραν τῶν ὑποθέσεων ἐκ πάσης ἀνάγκης παραιτητέον, εἰμήσοι καθ᾽ ἡδονὴν ἐστὶ συγκλώθειν τ᾽ ἀσύγκλωστα.

Ἀλλ᾽ ἄγε δὴ ὁ ἐνελαφρίσας σεαυτὸν ὄρνις, καὶ τὴν ἄορνον αὐτὴν ἡμῖν ὑπερπτὰς μετάρσιος, χρῆσαι δὴ πλατωνικῶς (μᾶλλον δὲ καὶ ὑπὲρ τὸν Πλάτωνα ἐκεῖνον, τὸν περὶ τὸ πρόβλημα μάτην πονήσαντι,) τοῦ νοῦ τῷ πτερώματι, καὶ ἐπὶ τὸν μείζονα τῶν κύκλων, τὸν γνκ, ἐπικαθίσας τὸν λόγον, δίδασκε καὶ περὶ τούτου, τί ἄρα ἡμῖν ὑποληπτέον; πότερον ποτὲ τέμνει καὶ τοῦτον ἡ τοῦ ὀρθογωνίου πλευρὰ φο, ἡ μὴ διὰ τοῦ κέντρου ἠγμένη, ἢ οὐχί; Ἀλλ᾽ εἰ τέμνει ἐπὶ τὸν ἀνωτέρω λόγον περιπεσούμεθα δεύτερον. Ῥητέον οὖν ἄρα, ὡς οὐχὶ, ἀλλ᾽ ἐμπίπτει ὅλη τοῦ κύκλου ἐντός· τοῦτο γάρσοι βούλεται πάντως καὶ ὁ κύκλος ὁ περὶ τὴν γκ, τὴν μείζονα τῆς γη περιγραφόμενος. Πότερον οὖν; προεκβληθείσης τῆς φο, ὥστε τῷ κύκλῳ προσπεσεῖν κατὰ τὰ σημεῖα ν καὶ ξ, ἡ φν ἴση ἐστὶ τῇ οξ, ἢ οὐχί; Ἀλλ᾽ ἴσην ἔθου. Δίχα γὰρ ἐτμήθη ὡς ἔφης (Ἀριθ: 8) ἡ νξ κατὰ τὸ β. ὡς τὰς βν, βξ ἴσας ἀλλήλαις εἶναι. Ἐὰν οὖν ἀφαιρεθῶσιν αἱ βλ, καὶ βμ, ὃ πάλιν, καλῶς ποιῶν, ἴσας ἀπεφήνω τυγχάνειν (Ἀριθμ: 6) ἔσονται αἱ λν, καὶ μξ ἴσαι. Καὶ ἐὰν ἀπὸ τούτων ἀφαιρεθῶσιν αἱ κατὰ σὲ ἴσαι (Ἀριθ: 7) φλ καὶ μο, ἔσται λοιπὴ ἡ φν, ἴση λοιπῇ τῇ οξ. Ἐπειδὴ τοίνυν ἐμπίπτει ἡ φο πλευρὰ τοῦ ὀρθογωνίου ἐντὸς τοῦ γνκξ κύκλου, καὶ ἴσας ἔχει τὰς ἑκατέρωθεν ἀπὸ τῆς περιφερείας ἀποστάσεις, φανερὸν (Κατὰ τὸ ζον: λῆμμα.) ὅτι ἐπὶ τῆς αὐτῆς γκ κείσεται καὶ τὸ τοῦ κύκλου κέντρον, καὶ τὸ τοῦ ὀρθογωνίου ἐξ ὧν ἔθου. Ἀλλὰ καὶ μὴ ἐπὶ τῆς αὐτῆς, ἐκτὸς γὰρ τῆς γκ τὸ ψ, ἐξ ὧν ὑπέθου. Καὶ πάλιν ἐπεὶ τὸ κέντρον ψ, ἐκτὸς (κατὰ σὲ) τῆς εὐθείας γκ, ἐφ᾽ ἧς τὸ τοῦ κύκλου γνκξ, μείζων ἄρα ἡ οξ τῆς φν, τῇ δὶς ωβ τῇ ἐναπειλημμένῃ ταῖς ἀπὸ τῶν κέντρων καθέτοις (Κατὰ τὸ Ηον: λῆμμα.) Καὶ οὐδὲ μείζων, ἐπειδὴ ἴσαι. Καὶ ἡ πάγη τῆς ἀντιφάσεως, ὡς καὶ πρὶν παρὰ πόδας.

Τί τοίνυν λοιπόν· ἢ (μὴ ἐξὸν τιθέναι ἑκάτερον), τῇ ἀνάγκῃ ἑτέρᾳ τῶν ὑποθέσεων χαίρειν φράσαντας, κατασχεῖν τὴν ἑτέραν. Αὐτὸς οὖν τὴν ὑπὲρ σεαυτοῦ ἑλὼν, φάθι δὴ, ποτέραν ἡμῖν ἀποσκευαστέον;

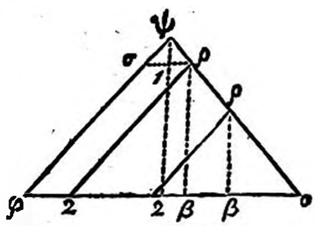
„Ἐν τριόδῳ ἕστηκα, δύ᾽ εἰσὶ δὲ πρόσθεν ὁδοίμοι.
„Φροντίζω τούτων, ἣν τίν᾽ ἴω προτέρην.

βούλει τὸ ψ ἐπὶ τὸ ρ μεταστήσωμεν; ἢ τοῦτο ἀποκληρωτικὸν πάντῃ ἂν εἴη, καὶ προῖκα λεγόμενον, καὶ τὸ ὅλον ψωραλέαν τινὰ τὴν εὕρεσιν ἀποφαῖνον, καὶ οὐδὲν ὑγιές. Ἀμέλειτοι καὶ αὐτὸς, ἅτε δὴ ἀνήλωκας. Ἀλλὰ τὰς φλ, ϗ μο, καὶ τὰς φν καὶ οξ τῆς ἰσότητος ἀποςερήσωμεν; τῦτο γὰρ ἂν εἴη λειπόμενον, ἄλλο δ' ἐδέν. Ἔςω τοίνυν τεμνομένε τῦ κύκλε ἡ φλ. (ὅτι κατὰ ταύτη τὸ μέρος τὸ τῦ ὀρθογωνίε κέντρον ψ ὑποτίθεται) μείζων τῆς μο, διαφορᾷ τῇ τῆς ωβ δὶς ληφθείσης. (λῆμ: Δον:). Ἔςω δὲ καὶ τῆς φο ὅλης ἐντὸς τῦ κύκλε πιπτέσης, ἡ νφ τῆς οξ μείζων (ὅτι κατὰ ταύτης τὸ μέρος τὸ τῦ ὀρθογωνίε κέντρον σ ἀπονεύον τίθεται) τῇ β ὁμοίως δὶς ληφθείσῃ. (τὰ γὰρ ἐν τῷ ςον: λήμματι θεωρέμενα, ὡς μὴ κατὰ τὰς ὑποθέσεις τῶν ἑκατέρωθεν τῆς τῦ ὀρθογωνίε πλευρᾶς φσ, ἐντὸς τῦ κύκλε ἐμπτώσεων, ἢ ἐκτὸς ἐκπτώσεων βαίνοντα, ὡς ἡ τῦ τῆς εὑρέσεως διαγράμματος κατασκευὴ ἀπαιτεῖ, ἑκόντες παρήσομεν) οἶσθα τί τὸ ἐκ τύτων ἑπόμενον; ἐκεῖνο δηλονότι ὃ φθάσας ἀνωτέρω (ἐν ἀριθμ: 7) σεσημείωκα. Ὅτι ἐν τῇ Αη: ὑποθέσει ἡ διὰ τῆς ἀπὸ τῦ ρ παραλλήλε ἀγομένης τῇ ψφ ἀποτεμνομένη ἀπὸ τῆς φλ, δηλ: ἡ λ2 (πίπτοντος τῦ 2 μεταξὺ φ ϗ λ, ὅπερ ἐνδέχεσθαι ϗ αὐτὸς ὡμολόγησας Ἀρ: 7) ἴση ἔςαι τῇ ἐκτὸς τῦ κύκλε ἀποςάσει τῦ ο ἀπὸ τῦ μ· ἡ δὲ λοιπὴ ἐκείνης φ2, ἡ διαφορᾶ, ἥτις (κατὰ τὸ λῆμ: τὸ Δον:) ἴση ἐςὶ τῇ δὶς ωβ. Καὶ ὅτως ἐὰν ἀπὸ τῦ μ πρὸς τὸ ο τῇ λ2 ἴσην, ὡς ἐπιτάσσεις, λάβωμεν τὴν μ3, αὐτὸ τὸ 3 συμπεσεῖται τῷ ο, ϗ ἡ ἐπιζευγνυμένη ρ3, ἔςαι ἡ ρο. Καὶ ὐδὲ τρίγωνον ἢ... συςήσεται τὸ 3ρο, τῶν ὁμόρων εὐθειῶν μηδὲν χωρίον περιεχεσῶν, ἀλλήλαις δὲ ἐφαρμοζεσῶν, ὐδὲ τὸ ἐκ τῦ τριγώνε ἄτοπον ἕψεται, τὸ ἐπὶ Ἀριθ: 6, ἐπισφαλῶς ἐπιφερόμενον, ὑφ' ὗ ἂν τὸ τῦ ὀρθογωνίε Κέντρον ἀπὸ τῦ ψ, ἔνθα ὑπετέθη, ἐπὶ τὸ ρ μεταςῆσαι ἀναγκασθείημεν· ὡσαύτως δὲ ϗ τῆς φν (κατὰ τὴν βαν: ὑπόθεσιν) μείζονος ὔσης, τῆς δὲ οξ ἐλάσσονος, διαφορᾷ τῇ δὶς 6β (λῆμ: Η.) ἡ ἀπὸ τῦ ρ πάλιν ἀγομένη παράλληλος τῇ 4φ, ἤτοι ἡ ρ7, τοσῦτον ἀπὸ τῦ ν ἀποςήσεται τῦ κύκλε ἐντὸς ἀπολήγυσα, ὥςε τὴν ν7, ἴσην εἶναι τῇ οξ, ἤτοι τῇ τῆς γωνίας τῦ ὀρθογωνίε ο ἀπὸ τῆς περιφερείας ἀποςάσει· τὴν δὲ 7φ, αὐτὴν εἶναι τὴν διαφορὰν τῆς νφ πρὸς τὴν οξ τῇ δὶς β6, ἴσην (λημ: Ηον:) τυγχάνυσαν. Καὶ ὅτως ἐὰν ἀπὸ τῦ ξ πρὸς τὸ ο τῇ ν7, ἴσην ὡς αἰτεῖς λάβωμεν τὴν ο8 αὐτὸ τὸ 8 συμπεσεῖται τῷ ο, ϗ ἡ ἐπιζευγνυμένη ρ8, ἔςαι ἡ ρο. Καὶ ὐδὲ τὸ τρίγωνον ὡς ἀνωτέρω ἐλέγετο, συςήσεται, ὐδ' ἄτοπον ἕψεται. Ἀλλ' ὅπως εἰδῇς ὅτι ϗ ταῦτα πρὸς ςάθμὴν Γεωμετρικὴν ἰθυνόμενα, ὀρθῶς λέγεται, ἔχε, λαβών.

Λ ῆ μ μ α Θον:

„Παντὸς ἰσοσκελῦς τριγώνε φψο, ἐὰν ἀπό τινος σημείε ρ τῶν ἐπὶ τῦ ἑτέρε σκέλυς „ψο, παράλληλος ἀχθῇ πρὸς τὸ ἕτερον σκέλος ψφ, ἐπὶ τὴν βάσιν φο ἀπολήγυσα ἡ ρ2, τὸ „λοιπὸν τῦ σκέλυς, ἀφ' ὗ ἄγεται ἡ παράλληλος, λέγω τὸ ἀπὸ τῦ σημείε ρ, ϗ τῦ τῆς γω„νίας ο ἀπολαμβανόμενον ρο τῇ ἀγομένῃ παραλλήλῳ ἴσον ἐςί.

Ἡ γὰρ ὑπὸ ρ2ο = ψφο (1). Ἡ δὲ ὑπὸ ψφο = ψοφ (2). Ἄρα (3) ὑπὸ ρ2ο = ρο2. Ἄρα (4) ρ2 = ρο.



Π ό ρ ι σ μ α.

Ἡ ἄρα ἀπὸ τῦ σημείε ρ, ἀφ' ὗ ἡ παράλληλος, ἐπὶ τὴν βάσιν ἀγομένη κάθετος ρβ, δίχα τέμνει τὴν 2ο βάσιν. (5).

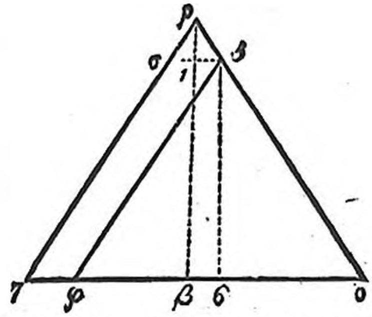
Λ ῆ μ μ α Ιον:

„Παντὸς ἰσοσκελῦς τριγώνε φ5ο, ἐὰν τῦ ἑτέρε „τῶν ἴσων σκελῶν προεκβληθέντος, ἤτοι τῦ ο5), ἐπὶ τὸ ρ, ἀπὸ τῦ σημείε ἐφ' ὃ προεξεβλήθη (ἤτοι τῦ ρ) παράλληλος ἀχθῇ τῷ ἑτέρῳ σκέλει 5φ, ἐπὶ τὴν βάσιν, ϗ αὐτὴν προεκβληθεῖσαν, περατεμένη, ἡ ρ7, ἡ προεκβεβλημένη ορ, ἴση ἔςαι τῇ παραλλήλῳ ρ7.

---

(1) κθη: τῦ λυ: (2) Εη: τῦ λυ: (3) αξ: ιον: (4) ςη: τῦ αυ: (5) διὰ τὸ Δον: Πορ: τῦ Σχολ: τῦ μετὰ τὴν λςην: τῦ ςοιχ: ἐν τοῖς Ταπεινῦ:.

Δείκνυται ὁμοίως, καθάπερ τὸ ἀνωτέρω.



Π ό ρ ι σ μ α.

Ὡσαύτως δὲ καὶ ἡ ἀπὸ τῦ ρ κάθετος δίχα τέμνει τὴν βάσιν.

Λ ῆ μ μ α ΙΑον:

„Αἱ ὗτω πίπτουσαι παράλληλοι ἀπὸ τῆς ἑτέ„ρας τῶν πλευρῶν τῦ ἰσοσκελῦς ἐπὶ τὴν βάσιν, „τὴν αὐταῖς ἀπολαμβανομένην ἐκ τῆς βάσεως εὐ„θεῖαν φ2, ἢ φ7, διπλασίονα λόγον ἔχȣσι τῆς „ἀπολαμβανομένης 2β, ἢ β6 ἀπὸ τῶν καθέτων „ψ2 ἢ ρβ, ἢ ρβ, 5β τῶν ἀπὸ τῶν κορυφῶν ψ ϗ ρ, ἢ ρ ϗ 5 ἀγομένων. (Πρόσχες τοῖς δυσὶ Σχή„μασι τοῖς ἀμέσως ἀνωτέρω).

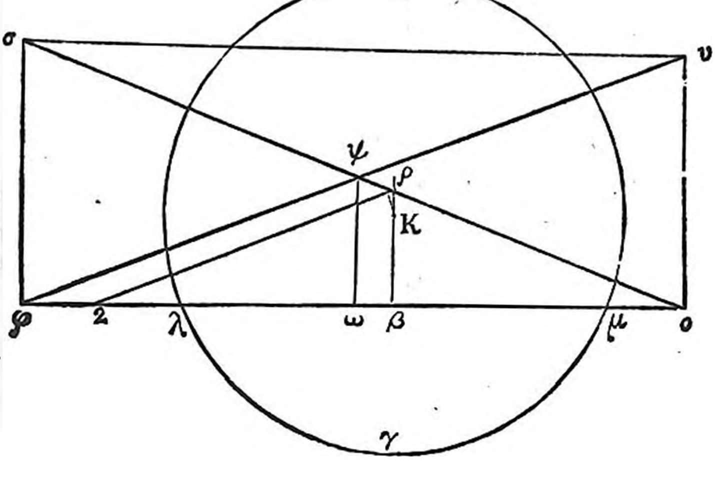
Ἤχθω γὰρ ἀπὸ τῦ ρ παράλληλος τῇ φ2 ἡ φο ἡ ρσ. Καὶ δὴ τῦ σ2 παραλληλογράμμȣ ὄντος (1), ἡ σρ ἴση τῇ φ2 (2). Ἀλλὰ ϗ ψσρ ἴση τῇ κατὰ τὸ φ, ϗ ψρσ τῇ κατὰ τὸ ο (3), ἴσαι δὲ αἱ φ ϗ ο (4). Ἄρα ϗ αἱ ὑπὸ ψσρ. ϗ ψρσ. Ἰσοσκελὲς ἄρα (5) τὸ σψρ. Ἡ δὲ ψισ ἴση τῇ ὑπὸ ψ2φ (6). Αὕτη δ' ὀρθή. (7) κἀκείνη ἄρα. Ἄρα διὰ τὸ ἄνωτ: Πόρ: δίχα τέμνεται ὑπὸ τῆς ψι ἡ σρ. Ἀλλὰ γὰρ τὸ ιβ παραλληλόγραμμον ἐςί. (ἡ γὰρ ὑπὸ ρβο = ψ2β (8). Ἄρα ἡ ρβ παράλληλος ἐςὶ πρὸς τὴν ι2 (9), ἡ δὲ ιρ παράλληλος πρὸς τὴν 2β (10)). Ἄρ' ὖν ἡ ιρ = 2β (11). Καὶ ἐπεὶ ἡ σρ διπλασίων ἐδείχθη τῆς ιρ, Ἄρα διπλασίων ἐςὶ ϗ τῆς 2β. Ἀλλ' ἡ φ2 = σρ. Ἡ Ἄρα φ2, ἣν ἐκ τῆς φο βάσεως ἀπολαμβάνȣσιν αἱ παράλληλοι, διπλασίων ἐςὶ τῆς 2β τῆς ἀπολαμβανομένης ἀπὸ τῶν καθέτων, αἳ ἀπὸ τῶν κορυφῶν τῶν ἰσοσκελῶν φψο, 2ρο ἄγοντα. Ο. Ε. Δ.

Τῦτ' αὐτὸ δείξαις ἂν παραπλησίως, ϗ ἐπὶ τῦ ἑτέρȣ σχήματος τῦ κατὰ τὸ ιον: λῆμμα, ἐν ᾧ ἡ ρ7 παράλληλος, ἀπὸ τῦ σκέλȣς 5ο προσεκβληθέντος, ἐπὶ τὴν βάσιν φο προσεκβληθεῖσαν ἄγεσθαι ὑπετίθετο· τὴν σ5 παράλληλον ἀγαγὼν πρὸς τὴν βάσιν, ϗ τῷ αὐτῷ λόγῳ ἐφοδεύσας τὴν δεῖξιν.

Λ ῆ μ μ α ΙΒον:

„Ἐὰν ἐπὶ τῦ γλημ κύκλȣ ὀρθογώνιον ὑποτεθῇ ἐπιγεγραμμένον τὸ φσυο, ȣ ἡ μὴ διὰ „τῦ κέντρȣ τῦ κύκλȣ πλευρὰ φο, τέμνȣσα τὸν κύκλον κατὰ τὰ σημεῖα λ ϗ μ, ἑκατέρωθεν ἢ „τῦ κύκλȣ ἐκπίπτȣσα· ὥςε δὲ τὸ ἐκτὸς ἀπολαμβανόμενα μέρη τῆς εἰρημένης πλευρᾶς ἄνισα „οἷον τὸ μὲν φλ, τὸ πρὸς τὸ μέρος τῦ κέντρȣ ψ, τῦ ὀρθογωνίȣ παραλληλογράμμȣ, μεῖζον, ἔ„λασσον δὲ τὸ μο τὸ πρὸς τὸ τῦ κύκλȣ Κ. ἤτοι τὸ μο ἐπιζευχθεισῶν τῶν τῦ ὀρθογωνίȣ διαμέ„τρων φυ, οσ ἡ ἀπὸ τῦ σημείȣ ρ (καθ' ὃ τέμνει τὴν ἡμιδιαγώνιον ψο, ἡ ἀπὸ τῦ κέντρȣ τῦ κύ„κλȣ Κ, πρὸς τὴν πλευρὰν ἀγομένη κάθετος ρβ) παράλληλος ἀχθεῖσα τῇ ἑτέρᾳ ἡμιδιαμέτρῳ „ψφ, ἀποτέμνει τὴν 2λ ἐκτὸς τῦ κύκλȣ ἀπὸ τῦ μείζονος τῶν μερῶν φλ, ἴσην τῷ ἑτέρωθεν „ἐκτὸς τῦ κύκλȣ μέρει μο τῇ ἐλάσσονι.

Τὸ φψο ἰσοσκελὲς τρίγωνον (12) ἐπεὶ ἄρα ἡ ρ2 παράλληλος ἤχθη πρὸς τὴν ψφ (13), ἔςαι ἡ φ2 διπλασίων (14) τῆς

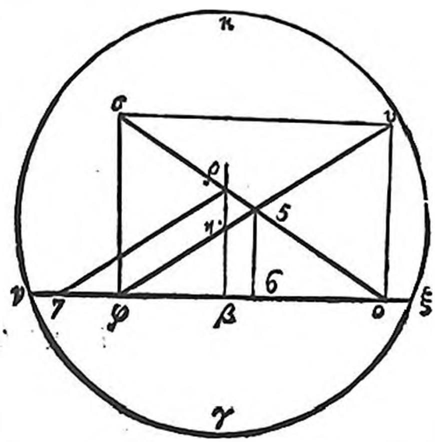


(1) Ἐκ κατ: (2) λδ. τῦ αν: (3) κδη: τῦ αν: (4) ἐξ ὑποθ: (5) β τῦ αν: (6) κδη: τῦ αν: (7) Ἐκ κατ: (8) Ἐκ κατ: (9) κη': τῦ α': (10) Ἐκ κατ: (11) λδ: τῦ α': (12) Πόρ: τῦ ιαν: λημ: (13) Ἐξ ὑποθ: (14) Λῆμ: ΙΑον:

ωβ. Ἀλλὰ γὰρ ἡ διαφορὰ τοῦ μείζονος μέρους φλ πρὸς τὸ ἔλασσον μ ο ἐςὶν (1) ἡ ωβ δὶς ληφθεῖσα, ἄρα ἀφαιρεθείσης τῆς φκ διαφορᾶς, ἔςαι ἡ $2\lambda = \mu o$. Ο. Ε. Δ.

Λ ῆ μ μ α ΙΓον:

„Ἐὰν ἐντὸς τοῦ γνκξ κύκλου, ὀρθογώνιον παραλληλόγραμμον τὸ φσυο, ἔχῃ τὴν „πλευρὰν αὐτοῦ φο (τὴν μὴ διὰ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου ἀγομένην) ὅλην ἐμπίπτουσαν τῷ κύκλῳ „κατ᾽ ἀνίσους τὰς τῶν περάτων αὐτῆς φ καὶ ο, ἀπὸ τῆς περιφερείας ἑκατέρωθεν ἀποςάσεις, ὡς „προαγχθείσης τῆς εἰρημένης πλευρᾶς, καὶ τῇ περιφερείᾳ κατὰ τὰ ν καὶ ξ σημεῖα προσπεσά„σης, μείζονα μὲν εἶναι τὴν ὅθεν ἀποκλίνει τὸ τοῦ κύκλου κέντρον μ, ἤτοι τὴν νφ, ἐλάσσονα „δὲ, τὴν, ὅθεν τὸ τοῦ ὀρθογωνίου 5, ἤτοι τὴν οξ. Ἐπιζευχθεισῶν τῶν φυ καὶ σο διαμέτρων „ἀπὸ δὲ τοῦ μ κέντρου τοῦ κύκλου, ἀχθείσης καθέτου πρὸς τὴν πλευρὰν φο τοῦ ὀρθογωνίου τῆς „μβ, καὶ ταύτης κατὰ θάτερον προαχθείσης, ὡς διήκειν διὰ τῆς διαγωνίου σο, κατὰ ρ. ἐὰν ἀπὸ „τοῦ ρ σημείου τούτου καθ᾽ ὃ τέμνει τὴν σο διαγώνιον διάμετρον ἡ ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου μ „ἀγομένη κάθετος μβ, πρὸς τὴν πλευρὰν φο) παράλληλος ἀχθῇ τῇ ἡμιδιαγωνίῳ 5φ, ἡ ρ7, „αὕτη ἀποτεμεῖ ἀπὸ τῆς μείζονος νφ, ἐντὸς τοῦ κύκλου, τὴν ν7, ἴσην τῇ ἑτέρωθεν ἐλάσσονι οξ.



Ἐπειδὴ γὰρ τὸ φ5ο ἰσοσκελές ἐςὶ τρίγωνον (2). Καὶ ἀπὸ τῆς 5ο προαχθείσης ἐπὶ τὸ ρ. ἡ ρ7 παράλληλος ἤχθη πρὸς 5φ. (3) Ἔςαι ἡ φ7 διπλασίων (4) τῆς β6. Ἀλλὰ μὴν ἡ διαφορὰ τῆς μείζονος φν, πρὸς τὴν ἐλάσσονα οξ, ἐςὶν ἡ β6 (5) ληφθεῖσα. Ἄρα ἀφαιρεθείσης τῆς φ7 διαφορᾶς, ἔςαι ἡ $7\nu = o\xi$. Ο. Ε. Δ.

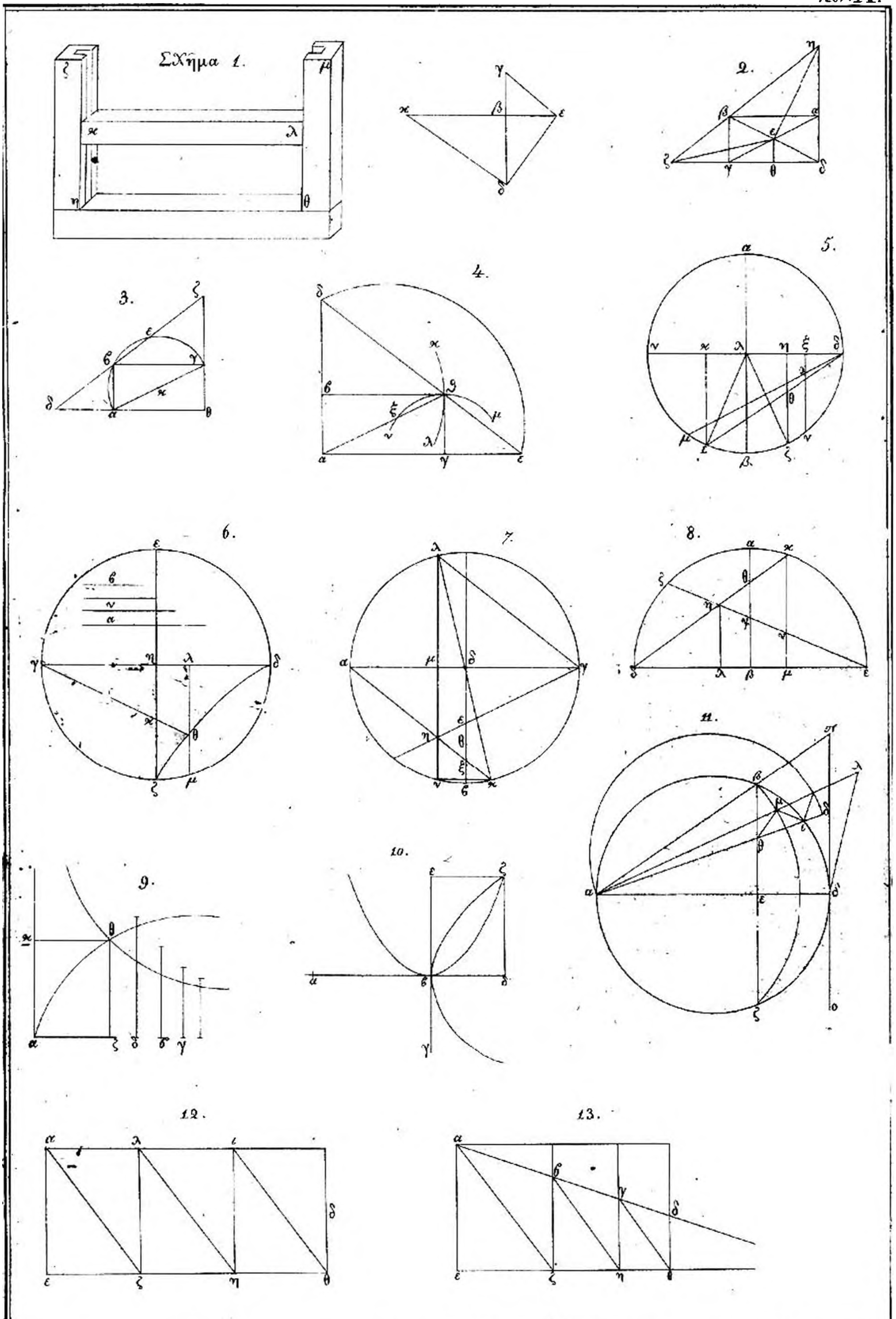
Ἐκ τῶνδε ῥάδιον ἐςὶν εἰσβαλεῖν, ὅτι ἐπ᾽ οὐδετέρας τῶν ὑπολειφθεισῶν ἡμῖν ὑποθέσεων (ἐν Ἀριθ: 26) δυνατὸν λαβεῖν τὸ ἐπιτασσόμενον. Τουτέςιν οὔτ᾽ ἐπὶ τῆς Ας: ὑποθέσεως (καθ᾽ ἣν ἐκπίπτει τὰ τῆς πλευρᾶς τοῦ ὀρθογωνίου πέρατα φ καὶ ο ἐκτὸς τοῦ ἐλάσσονος κύκλου γλημ, τοῦ περὶ τὴν γη γεγραμμένου) ἀφελεῖν ἐςὶν ἀπὸ τῆς μο, ἴσην τῇ λ2, οὔτ᾽ ἐπὶ τῆς Βας: (καθ᾽ ἣν ἐμπίπτει τὰ αὐτὰ πέρατα ἐντὸς τοῦ μείζονος κύκλου γνκξ, τοῦ περὶ τὴν γκ γεγραμμένου) ἀποτεμεῖν ἐςὶν ἀπὸ τῆς οξ ἴσην τῇ 7ν· ἦτε γὰρ μο ἐπ᾽ ἐκείνης ἴση ἐδείχθη τῇ λ2, ἦτε οξ, ἐπὶ ταύτης, τῇ ν7. Τὸ μὲν γὰρ ἀπὸ τῆς δοθείσης μείζονος εὐθείας, ἴσην λαβεῖν τῇ δοθείσῃ ἐλάσσονι (6) δυνατὸν, ἀπὸ δὲ τῆς ἴσης μοῖραν ἀφελεῖν, ἥτις ἂν ἴση εἴη τῇ ἴσῃ ὅλῃ, οὐδεμιᾷ μηχανῇ ἀνυςόν. Εἰμὴ τῆς εἰς τόδε μέλλοιμεν περιΐςασθαι, τῷ ὅλῳ ἴσον εἶναι τὸ μέρος οἴεσθαι, αὐτῶν τῶν κοινῶν ἐννοιῶν τὰς προδηλοτάτας ἀπαμαισάμενοι. Ἀλλ᾽ εἴπερ ἄρα τῇ ἀποςάσει τοῦ 2 ἀπὸ τοῦ λ, μόνη ἐςὶν ἴση ἡ ἀπόςασις ἡ τοῦ ο ἀπὸ τοῦ μ, καὶ πάλιν εἰ τῇ ἀποςάσει τοῦ 7 ἀπὸ τοῦ ν, μόνη ἐςὶν ἴση ἡ ἀπόςασις ἡ τοῦ ο ἀπὸ τοῦ ξ, πῶς οὐκ ἂν εἴη, ἤτοι παίζοντος, ἢ ἀφραίνοντος τὰ αἰτήματα, τὰ ἀπὸ τοῦ ρ ἡμᾶς αἰτοῦντα εὐθείας ἄλλας παρὰ τὴν ρο, ἄγων τήν τε ρ3 λέγω, καὶ τὴν ρ8, ὧν ἡ μὲν τῇ λ2, ἡ δὲ τῇ ν7, ἴσας τὰς μ3, καὶ ο8 ἀπολάβοιεν; δῆλον γὰρ ὅτι αὗται αἱ τὴν ἀποτομὴν ἂν ποιήσουσαι, αἱ ρ3, καὶ ρ8 αὐτῇ τῇ ρο συμπέσειεν. Εἰ δὲ τοῦτο, τρίγωνον ἂν ἡμῖν συςαίη οὐδὲν, τοῦ δὲ τριγώνου ἐκ μέσου γενομένου, ἀσυνάρτητον τὸ ἄτοπον, τῆς τῶν ἐκτὸς ταῖς ἐντὸς τῶν γωνιῶν ἐξισώσεως. Ἀτόπου δὲ μηδενὸς ἀναγκάζοντος, τὸ μετακινῆσαι δεῖν οἴεσθαι ἀπὸ τοῦ ψ, ἢ ἀπὸ τοῦ 5, τὸ τοῦ ὀρθογωνίου κέντρον, κἀπὶ τὸ ρ αὐτὸ μετοικίσαι, ὅθεν ἅπαξ κεκίνηται καθ᾽ ὑπόθεσιν, μὴ καὶ ἄλογον ᾖ, καὶ πάντῃ ἄμουσον. Τοῦ δέ τοι ρ εἰς κέντρον ἅμα τοῦτε ὀρθογωνίου, καὶ τοῦ περὶ τὴν γπ κύκλου, ταῖς εἰς ἀδύνατον ἀπαγωγαῖς μηδαμῶς ἐκνική-

(1) Λῆμ: δον: (2) Πόρ: τοῦ Αου: λήμ: (3) Ἐξ ὑποθ: (4) λήμ: ΙΑου: (5) λῆμ: Δου: (6) γη: τοῦ Αου:

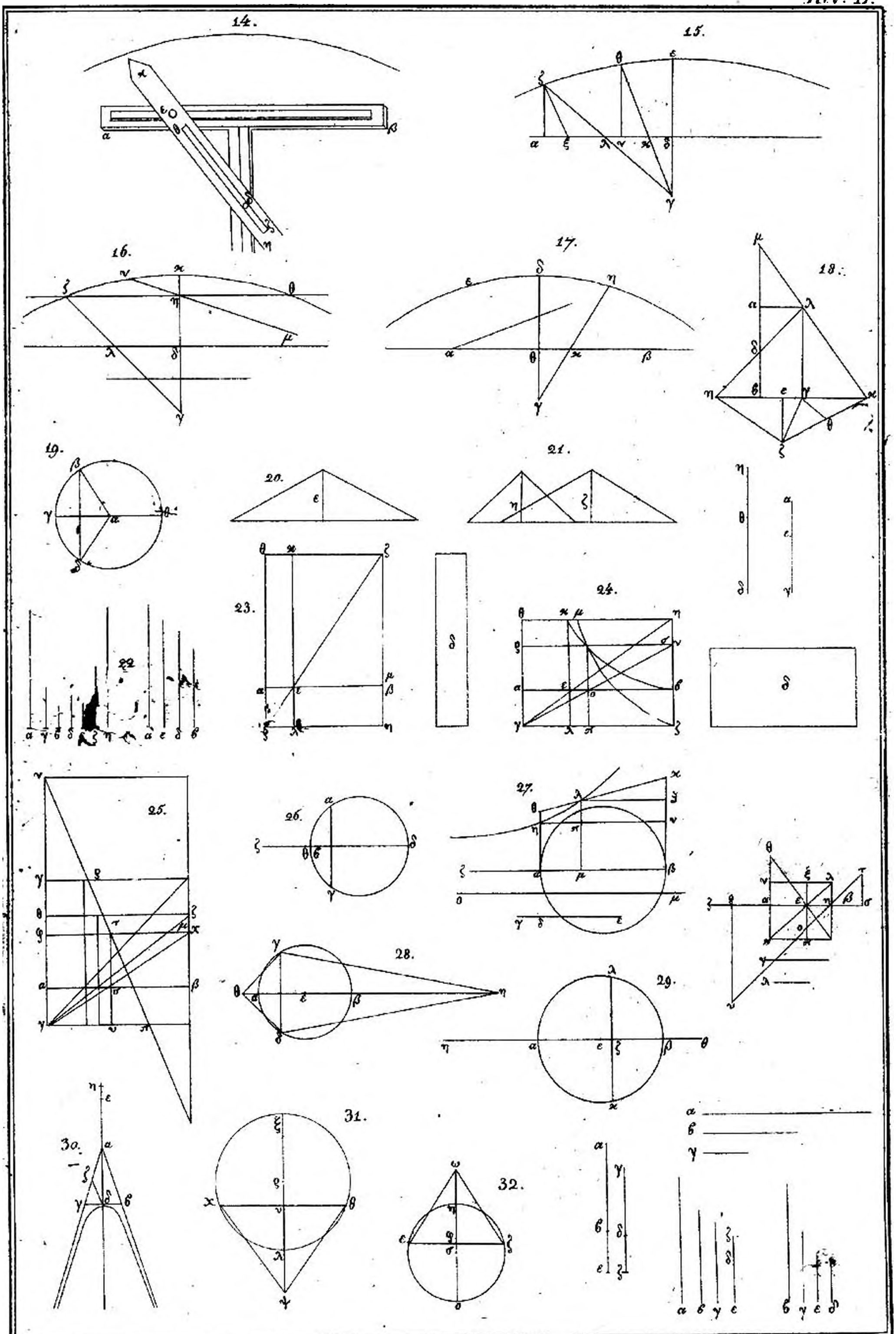
σαντος, ἡ ἀπόδειξις πᾶσα ψευδὴς ἐξήλεγκται, ϗ ὁ περὶ τὴν τῶν δύο μέσων εὕρεσιν πόνος μαματαίωται.

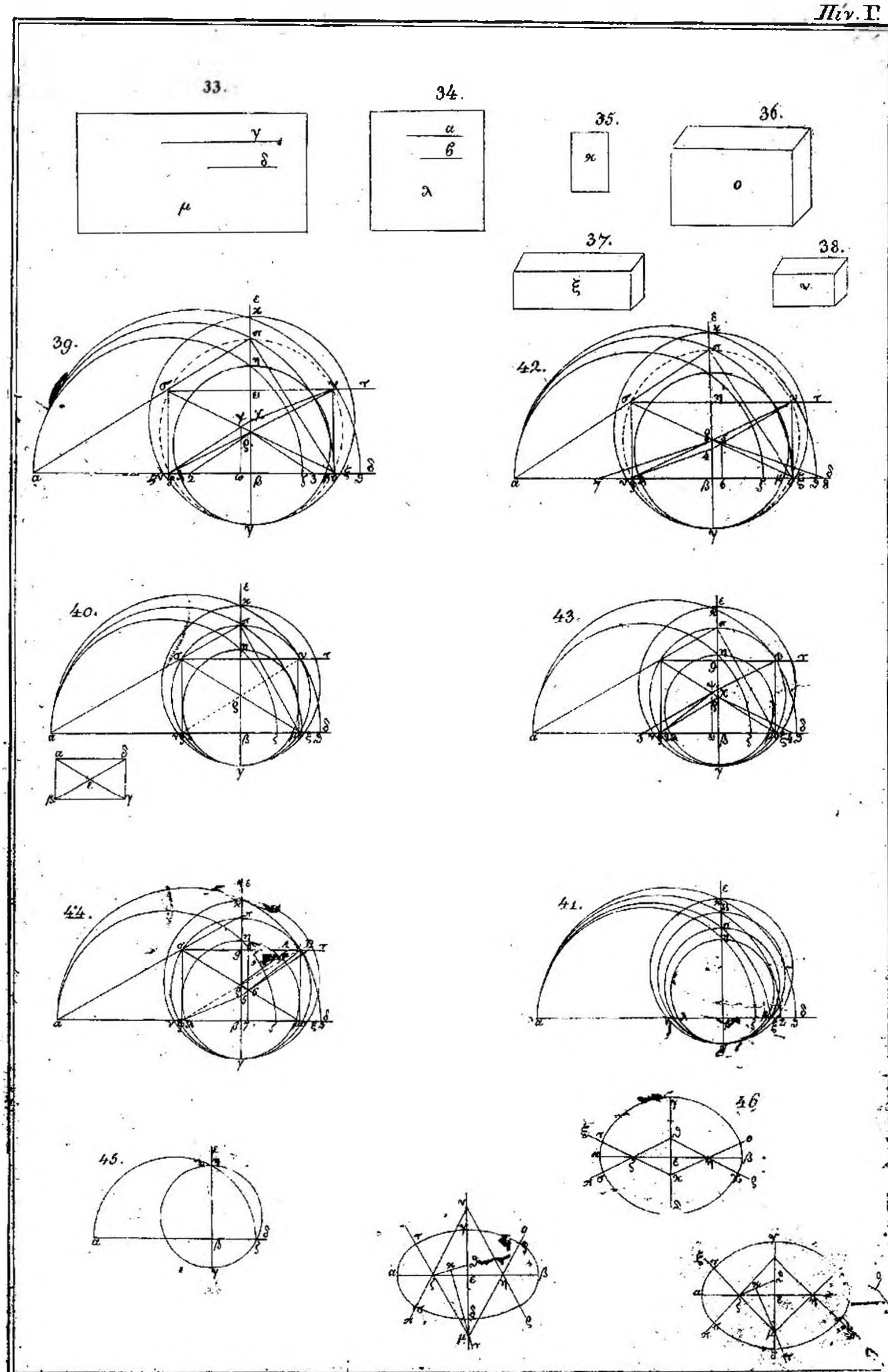
Πρὸς ὅ,τι ἂν ἄρα καταφεύξειε, ὁ περὶ τὰς ἐλπίδας τῆς εὑρέσεως ἐψευσμένος, λαμπρῶς ἡμῖν ἐγκυβιστῶν ταῖς ἀντιφράσεσι φωραθήσεται. Ἤτοι γὰρ τὸ τοῦ ὀρθογωνίου κέντρον ψ, ἐπ' αὐτῆς θήσει τῆς γη, ἔνθα τὸ ρ, ϗ τὸ ἐκδοθὲν οὕτως ἐξώκυκλον γράμμα, ὡς μηδὲν ὑγιὲς ὂν ἐξοβελίζει, ϗ ἄλλο τι προχειρίζεται, εἴπερ ἔνι, λόγου τινὸς ἐχόμενον. (Ἀριθμ: 26). Ἢ γοῦν ἐν οἷς ὑπέθετο μέσων, ϗ τὸ ψ κατέχων, ἔνθα κατέταξε, τῶν ἐκτὸς ἀπολαμβανομένων φλ καὶ μο, ϗ τῶν ἐντὸς φν ϗ οξ, τὴν ἰσότητα ἐξημιώσεται. (Ἀριθμ: 19. 20. 21. 22. 23. 24. 25.) Ἀρθείσης δὲ τῆς τούτων ἰσότητος, ϗ τὰς ἀπὸ ρ, παρὰ τὴν ρε, ἀγομένας ρζ ϗ ρθ παραγράψεται. (Ἀριθμ: 27. 28. 29. 30. 31.) ὡς μάτην εἰσαγομένας, διὰ τὸ τῶν τριγώνων ἀσύστατον. (Ἀριθμ: 32.) Ἐπὶ δὲ πᾶσι τὴν Γεωμετρίαν αἰδούμενος, ϗ τὴν ἔφορον ταύτης τιμῶν ἀλήθειαν, ὁμολογήσει, ὡς διὰ μακροῦ χρόνου, τῷδε τῷ ἔργῳ ἐμματαιάσαντι, αὕτη αὐτῷ ἡ μήρινθος οὐδὲν ἔσπασε.

ΤΕΛΟΣ.



Naunlist fc.


14.
15.
16.
17.
18.
19.
20.
21.
22
23.
24.
25.
26.
27.
28.
29.
30.
31.
32.


33.
34.
35.
36.
37.
38.
39.
42.
40.
43.
44.
41.
45.
46