

ΤΟΥ ΠΑΝΔΙΔΕΞΙΜΩΤΑΤΟΥ ΚΑΙ ΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΩΤΑΤΟΥ

ΚΤΡΙΟΥ ΚΤΡΙΟΥ

ΠΑΛΑΝΟΥ ΒΑΣΙΛΟΠΟΥΛΟΥ,

ΑΡΧΙΠΡΕΣΒΥΤΕΡΟΥ, ΚΑΙ ΔΙΔΑΣΚΑΛΟΥ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ.

ΕΚΘΕΣΙΣ ΑΚΡΙΒΕΣΤΑΤΗ

ΤΗΣ

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗΣ

ΝΥΝ ΠΡΩΤΟΝ ΤΥΠΟΙΣ ΕΚΔΟΘΕΙΣΑ ΦΙΛΟΤΙΜΩ, ΔΑΠΑΝΗ,

Τῆς Ἐκλαμπροτάτης καὶ Περιβλέπτου Μπριζαδέ, καὶ Μεγάλου Διαρρηνευτῆ τῆς
Κρατικῆς Βασιλείας τῶν Ὁθωμανῶν.

ΚΤΡΙΟΥ ΚΤΡΙΟΥ

ΣΚΑΡΛΑΤΟΥ ΚΑΛΛΙΜΑΧΗ.



ΕΝ ΕΤΙΗΣΙΝ, αωγ. 1803.

Παρά Πάνου Θεοδοσίου τῷ ἐξ Ἰωαννίνων.

CON REGIA PERMISSIONE.

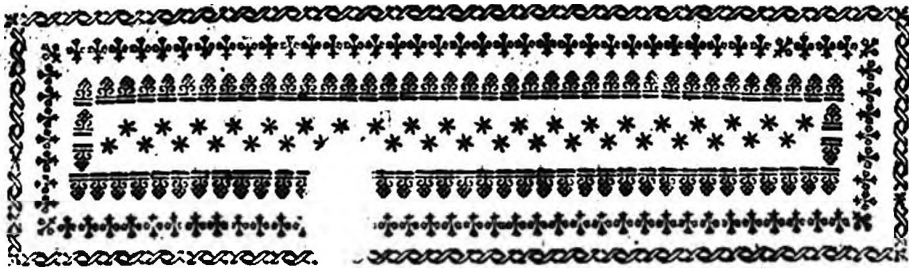
Ἐκ τῆς Ἐπιτροπῆς Σπουδῶν τοῦ 1830

ΤΟΙΣ ΕΝΤΕΤΖΟΜΕΝΟΙΣ ΦΙΛΕΠΙΣΤΗΜΟΣΙ,

Τον οφειλόμενον ἢ προσήκοντα ἐκάσῳ ἀσπασμόν.

ΚΟΣΜΑΣ ΓΕΡΕΤ'Σ Ο' ΟΙΚΟΝΟΜΟΣ ΓΙΩΑΝΝΙΝΩΝ ΚΑΙ ΔΙΔΑΣΚΑΛΟΣ.

ΕΧρῆν μὲν τοῖσιν ἢ τὴν Ἀριθμητικὴν, ἢ ὁ ἰν μακαρία τῇ λήξει γινόμενος Παλαιὸς Βασιλόπου-
λος Αρχιεπισβύτιρος Γιωαννῶν ἢ Διδάσκαλος, ὁ ἑμὸς πατὴρ ἢ καθηγητής, πρὸ ἐξήκοστα ἢδὲ ἑ-
τῶν ἐπιγράψε, τυπωθῆναι ἅμα τοῖς ἀλλοῖς αὐτῷ Συγγράμμασι, τοῖς τυπωθεῖσι ἐν Βιτινία πα-
ρὰ Ἀπταῖν τῷ Βέρτολι, καὶ τὸ χίλιον ἐκτακτικόν τιναρακοῦν ἕνατον ἔτος τὸ Σωτήριον.
Ἡ τὴν Τυπογραφὴν ἔμπης πλεονεξία, καὶ ἡ τὴν Διορθωτῶν ἐκείνων ἀμείλια, τὴν παρεῖχον μὲν μαθη-
τεύσαντος, ὑπερὸν δὲ ἀχαριστίαντος Γιωργίου Κωνσταντίνου Ζαχορίτη, φημι τῷ Λεξικοπῆῳ· Ἡ τὸν
οικειότερος εἶπεν, ἢ πρὸς τὰς ὑποχρεώσεις αὐτῶν παράβασις, τὴν μὲν Ἀριθμητικὴν ἀτύπωτον κατέ-
λιπον· τὰ δὲ τυπωθέντα τὸ πλῆθος μέρους ἀδιορθώτα ἐξείδωκαν· πολλῶν τῶν σφαλμάτων τῶν μὲν
ἐξ ἀπειρίας τῶν τυποθετῶν εἰσρυσάσταν· τῶν δὲ ἐξ ἀμείλιας τῶν ἐπιγραφάντων ἐν τοῖς Βιβλίαις
κιμῶναι, ὑπερὸν δὲ τὴν διορθωτῶν τέχνην, ἐκείνους παρερθεύσαν. Ἡρία τοῖσιν τὴν μακαρίτην ἐμπε-
ροῦ, τὴν δὲ καὶ μίμλη; καὶ μὴ ἐκείνοι καμὶ τὰ ἐκείνου διαδιζάμενοι, ἢ, τὴν αὐτῶν παραφθορῶν, καὶ
ἢ τὴν Ἀριθμητικῆς ἀποτυχία, ὁρῶντας τῶν μαθητιῶντων τὰς πολλὰς, ὀργῶντας μὲν πρὸς ἀπόδει-
ξιν τῆς Ἐπιστήμης· ἀποκρίοντες δὲ πρὸς τὴν τῆς Βίβλου ἐπιγραφὴν. Ἀλλ' ἔμολεν ἀρα τυποῖς ἐκ-
δοθῆναι ταύτῃ φιλοτιμῶν δίκην τῷ Ἐκλαμπροτάτῳ καὶ Περιβλήπτῳ Κυρίῳ Κυρίῳ Σκαρλάτῳ Κηλ-
μαχῆ, τῷ ἴδῳ Μιχαῆλ καὶ Ἐπιφανιστάτῳ Διεραμνιστῇ κοσμηθένταί τε τῷ παιδαγωγῶν αὐτῶν ἐδ-
ματι, καὶ κοινῇ γινόμεναι τὴν τῆς ἰδίας, καὶ εἰς φῶς ἰλθεῖν τὴν ἐν παραβύσῳ πεν κιμῶναι, καὶ τοῖς
πλῆθος ἀγαθῶν ὑπάρχουσαν. Αἱ Μυσαι τοῖσιν καὶ χάριτες, εἰς ταῦτα μίμλη, πλεονεξίαν
τῶν ἰσχυρίων τῶν εἰρησῶν, τῆς πρὸς τὴν Μυσσοτρόφον εὐεργεσίας ἕνεκα, καὶ τῶν ἀνδρῶν σεφε-
ντάσταν. Οἱ δὲ τῶν τρέφοντι τὸ πρὸς αὐτὰς φίλτρον ἐκείνῃ ἐπαινεύσαν· καὶ ἄλλοι ἐξ ἄλλων
ἀλλοῖ τῶν καλῶν, καὶ τῶν ἀρετῶν, εἰς κατηλέγειν, ἱρασιάνοι ἀνεξωρασίεωσαν τῶν ἀνδρῶν
οἰοῖσιν ἀνδρῶν καὶ περικαλῆσαι χρώμασι, καὶ πρὸς μίμλησιν αὐτῶν ἢ ἄλλον τὰς ἄλλας διηγεῖται
σαν. Ἐμοὶ δὲ ἢ ἢ ἢ βυλιθῶ, τὰ ἐκείνῃ καταλίγειν καλὰ, ἐκείνῳ· ὑπερὸν πολλοῖς πολλὰχρόνι π-
ρσοχίεσαι τοῖς καλοῖς. Οὐδ' ἢν διηθῶ τὰς ἐκείνῃ ἀρετὰς ἀριθμῶν, βυλιθῶν ἢ τῶν τῶν ἀλλοῖς,
ἀλλὰ τῇ τῇ ματριότητι κοσμίεται. Ταῦτ' ἀρα ἐλποῖαυτα λίγειν παρὶς παρὶς τοῖς Φιλιππίσι.
μοσι, καὶ ἢ τῶν μὴ βυλοῖοις ἀπογυῖσθαι τῆς ὑδύτης τῶν Ἐπιστημῶν, οἷοι ἢν εἶσι οἱ
ἐν τοῖς καθ' ἑμῶς χρόνοις θυρολέται, ὡς περὶ οἱ τῆς Πηλιόπης Μυσηρῶν, ἢ τῆς Βασιλείᾳ ταύτῃ συ-
γυροῖσι, πολλὰ καὶ δὲ, ἀλλὰ τῆς τῶν ἐκείνῃς Θεραπειῶν. Οὕτω καὶ αὐτοὶ μόνῃ τῇ Γραμμα-
τικῇ προσομιλῶντες, τῇ Γραμματικῇ μόνῃ ὑπερνοῦμενοι, καὶ τῶν τὸ μέρους σοφοὶ εἶσαι ἰδίοντες
τὸ ὑπερνοῦμεν τῶν Ἐπιστημῶν ἐξουσιάζουσι. Διδάται τῆς φαντασίας, καὶ ἀλλοῖ τῆς οἰσῶν. Πα-
ρὶς δὲ τὸ τῆς Ἐπιστήμης χρῆσιμον σκέψασθαι, καὶ σκεψάμενος ὁρθῶς εἰς κτῆσιν τῆς Βίβλου προ-
θύμης ἀπὸ τῆς. Οὐ μόνον δὲ ἐπὶ τῆς Ἀριθμητικῆς ἐν αὐτῇ ὁ λόγος, τῆς ἀρχιγίης τε τῶν Ἐπι-
στημῶν, καὶ ὑπερνοῦμεν, καὶ τὰς ἀρχὰς παρεχομένης Μυσσοπρῶν καὶ Ἄρμονικῆς. Ἀλλ' ἐπὶ καὶ ἢ ἀκριβῆς
τῶν Μιθῶν Ἐκδῶν τῶν τῆς Ἀεραίων, καὶ Κλασματικῶν ἀριθμῶν, καὶ τῶν ὑποδιγράφων τα-
φῆσι, καὶ ἢ τῆς ἐρωτικῆς καθαρῶν εὐχερῶν τῶν μαθητῶν ἀπεργάζεται τῆν καλῶν. Ἐὰν
λίγειν, ὅσα ἐπὶ τῶν Μιθῶν Ἐκδῶν περὶ Γεωμετρικῆς, καὶ Ἀστρονομικῆς ὑποφορίας ἐν τῇ
Πρακτικῇ, καὶ ὅσα ἐν τῇ Θεωρητικῇ μέρει ὁ εἰρησῶν ἐκείνῳ ἀνὴρ ἐπραγματεύσαντο, ἐκ τῶν Ἀρ-
χαιοτέρων τὰ πλεῖστα ἱρασιάνοι. Ἀτὰ περὶ Ἀναλογίῶν, καὶ Εἰδῶν τῶν ἀριθμῶν, καὶ τῶν ἐν
αὐτοῖς κρητομένων λόγων διελέσταν. Ἐρωθε τοῖσιν ὅσοι Φιλόμοσοι, καὶ ὅσοι Φιλιππίσμοι.
Καὶ εἰς τῆς Βίβλου ὅσων τῶν χάριν ἴσῳ τῶν Σοφῶν Παλαιῶν τῶν μὴ πρὸς ἐπίδειξιν, ἢ κόμ-
πῶν συγγραψάμεν· ἀλλὰ πρὸς ἐπίδειξιν τῶν μαθητιῶντων. Ταῦτε Ἐπιφανιστάτῳ Σκαρλάτῳ τῷ μὴ
δὲ κέρους, ὡς οἱ πολλοὶ· ἀλλὰ διὰ τῆν τῶν Φιλομαθῶν φέρειαν, τὰ εἰς δαπάνη τῷ τύπῳ χραιώ-
ναι χορηγῶνται.



ΣΤΥΝΟΠΤΙΚΗ ΕΡΜΗΝΕΙΑ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗΣ

Καθ' ἑκάστηρα αὐτῆς τὰ μέρη, μετὰ πολλῆς τῆς ἀκριβείας κατασφραδῦσα
παρὰ τὸ σφραδολογιωτάτῃ καὶ ἐπισημοικωτάτῃ κυρίῳ Μταλαίνῳ Βασιλεῦσι-
λυ τῷ Πρωτοπατρῷ καὶ Διδασκάλῳ τῆς πρώτης Σχολῆς Ἰωαννίνων.

Καὶ Πρῶτον περὶ τῶ πρακτικῆ αὐτῆς μέρους.



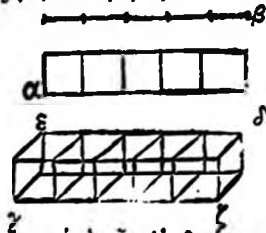
Τὸ μὲν δὲ ζητῶν, εἰ ἐστὶν ἐν ταῖς οὐσίῃ, ἐπὶ τῶν καθ' αὐτὸ γνωρίμων, καὶ πᾶσιν ὁμολογουμένως περιρρηγίας μᾶλλον, ἢ πολυμυθείας τεκμήριον. Διὸ καίταυθα περὶ Ἀριθμητικῆς τὸν λόγον ποίησασθαι, τοῦ Θεοῦ συστατιλαμβανομένου, βουλομένου, ἵνα μὴ ὡς τὸ τῆς περιρρηγίας καταλιθίσωμεν ἕχνημα, ὁμολογουμένως τὴν ταύτης ὑποτιθέμεθα ὑπερῆν, καὶ ὡς ἀλλοθεν ἦσαν καὶ ἀποδιχασμάθα. ἔστιν γὰρ ὡς τοῖς ἀνθρώποις γνωριωτέρον τὸ ἅμα καὶ κοινότερον πᾶσι καθέστηκε, ὡς τὸ τὰ ὅσα ἀριθμῶν, ὅπως εἰποῦν τὸ ποιοῦσιν· οἱ πεπεισμένοι τὴν τῶν ἀριθμῶν ποσότητα ἴσασιν καὶ ποικιλίαν, ἀλλὰ δὴ καὶ οἱ μὴδὲ μίας ἐπιστήμης ὅλως ἀψήμιοι, εἰδημοῖς πᾶς ἀμφοῖν τοῖσιν δοκῶσι, καίπερ ἐκεῖνοι μὲν τυχικῶς ἦσαν, ἢ κριτέτωρ εἴπειν, λογικώτερον, οὗτοι δ' ἀλόγως μᾶλλον ἢ ἀτίχως τὴν τῶν ἀριθμῶν ἐπιστήμην περι-
τοῖσι. τὸ δὲ τὶ τὸνομα διλοῖ ἐριωτῶν, ἐπὶ πᾶσιν ἀναγκαῖον. τῆς γὰρ τῆ οἰοματος σημασία, ἀψευδέτης, καὶ τὸ εἰ ἐστὶ τὸ πρᾶγμα ἀμφίβολος ἔχει παντὶ, ὅτι δὲ ἔστιν τῆς Ἀριθμητικῆς οἰοματος φαιερώτερον ἔχει αὐτὸ τὸ πιστὸν ἔχει. Ἀπὸ τοῦ τῶ ἀριθμοῦ Ἀριθμητικῆ προσγοριωται. Ἐστὶ τοῖσιν ἢ Ἀριθμητικῆ Ἐπιστήμῃ, ἔχει τις διαστοικὴ περὶ ἀριθμοῦ καταγινομένη πρὸς εὐρεσιν τῆς τῶν ἀριθμῶν ποσότητας καὶ παθῶν καθ' αὐτὴν τε καὶ πρὸς ἀλλήλους παραβαλλομένων, ἀπλῶς μὲν τῆ μαθηματικῆ Ἐπιστήμῃ ὑπερεῖσα, καὶ πᾶσι τοῖς ἐκεῖνός μέρσιν ἀναγκαῖοτάτῃ ὑπάρχουσα, διὸ καὶ πᾶσιν τῶν ἀλλήλων μαθίστων εἰς διδασκαλίαν προτίθεται, ὅτι δὲ καὶ ὠφελιμωτάτῃ, καὶ ἕττον δὲ καὶ ἀναγκαῖα παντὶ ἀνθρώπῳ ἔσα διατελεῖ, μάρτυς ὁ Θεὸς Πλάτων, τὴν ἐν ἀνθρώποις φρόνησιν ἐξ αὐτῆς ἡτοῦς ἀναβλαστάνουσαν ἐν τῷ τριῶ καὶ δεκάτῳ διαλόγῳ ἀποφαινοῦν τὸ νόμον, ὡς τῆς τῆς Ἀριθμητικῆς ὑστερημοῦς Ἐπιστήμης, μὴδὲ τὸ φρονημοῦς εἶναι ἔχει, διὰ τὸ ταύτης ἀνεῦ κατ' αὐτὸν ἐν τῷ ζ' τῶν πολιτικῶν, μὲν πολιτικῶν, μὴ οἰκίαν, μὴ τε εἰ στρατηγίαν συσῆνα δύνασαι. διχῶς δὲ τῆς Ἀριθμητικῆς κοινότεροι πᾶσι δικαιομένης, εἰς τὸ τὸ θεωρητικῆς ταύτης μέρους, καὶ πρακτικῆς, ὡς τὸ μὲν τῶν τῶν ἀριθμῶν εἶσιν πᾶσιν τε καὶ οἰσῆματα πολυπραγμονῶν ἀποδείκνυσιν, τὸ δὲ τὴν ταύτων χρῆσιν διὰ καίεσιν τῶν, καὶ παραγγεμάτων διδάσκεις, ὁ λόγος ἐσταυθα περὶ τῶ πρακτικῆ ταύτης μέρους ἡμῶν ἔσα. Καίεται δὲ τὸ τὸ καὶ μόνον τῶ κοινῷ ὀνόματι, προστιθεμένη καὶ τῶ δικῆ, ὡς καὶ ἐπιγράφεται Ἀριθμητικῆ διανοῦται πρακτικῆ, ἀλλ' ἐστὶ καὶ λογιστικῆ λέγεται. παρὰ δὲ τοῖς ἀρχαίοις καὶ φησικῆ ἐκατέτω ἀριθμοῦ τῶ ἄτοιο βουλομένοι, ψήφους τῶσιν ἔχοντο. Διακριθῆσεται δὲ τὸ παρὲ μέρους εἰς δύο βιβλία, ὡς ἐν μὲν τῶ α'. περὶ τῶν σοικίαν, εἰ τ' ἐν εἰδῶν τῶν ἀριθμῶν, περὶ τῶν καλομένων μεθόδων, καίεσιν ἀριθμητικῶν προβλημάτων διαλυθόμεθα, καὶ τῶν ἀπᾶντων ἐν καιροῖς τε καὶ ὀλοκλήρους ἀριθμοῖς. Ἐν δὲ τῶ δευτέρῳ, περὶ τῶν αὐτῶν χροῶν ἀπᾶντων, ἐν κηλασμοῖς μὲν τοῖς ἀριθμοῖς, καίεσιν κρηματικῶν, περὶ τῶ ἐξαγωγῆς τῆς τετραγωνικῆς, καὶ κυβικῆς ῥίθης, καὶ τῆς εἰς τῶν περὶ Γεωμετρικῆς καὶ Ἀστρονομικῆς ψηφωρίας. περὶ σόμεθα μίτοι ὅσον ἐστὶ συστημημένη ἀματε καὶ σαφῆ τῶν περὶ πάντων ποίησασθαι ἱερμείαν.



ΒΙΒΛΙΟΝ ΠΡΩΤΟΝ ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Α.

Τὶ ἐστὶν Ἀριθμὸς, καὶ περὶ τῶν εἰδῶν τούτου, εἴτ' ἔν σοιχείων.

Ἀριθμὸς μὲν ἔν ἐστὶ πλῆθος ἀρισμέτων, ἢ σύστημα μοάδων. Τῶν δὲ ἀριθμῶν οἱ μὲν εἰσὶν ἀκέραιοι, οἱ ὀλόκληρον τινα καὶ ἀκέραιοι περιφραζόμεντοι ποσότητα, περὶ ἃν ἔταυθα ἔρμην. οἱ δὲ κερματισμένοι ἢ γῶν κεκλασμένοι, οἱ κλάσματιν τιὰ ποσότητα, καὶ μέρος, ἢ μέρη μοάδος περιφραζόμεντοι, περὶ ἃν ἐν τῷ β. λαμβάνονται δὲ οἱ ἀριθμοὶ παρὰ τοῖς Μαθηματικοῖς ἢ ὡς ἀπλὰι τινὲς γραμμαὶ, ἢ ὡς ἐπιπίδα, οἷον ἐστὶ τὸ α β: ἢ ὡς ἐπιπὰ οἷον τὸ ε ζ. καὶ τῶν μὲν ὡς γραμμῶν λαμβανόμενων, καὶ τὰς μοάδας ὡς γραμμὰς ἵνουσι, τῶν ἐπιπίδων δὲ ὡς τετράγωνα, καὶ τῶν ἐπιπῶν ὡς κύβου. Στοιχεῖα δὲ ἀριθμῶ, α καὶ εἴδη τισὶ προσηγόμενται, ταῦτα εἰσὶν, Ἀρίθμησις, Σύστασις, Ἀφαίρισις, Πολλαπλασιασὶς, καὶ Διαίρισις. Τινὲς δὲ μὴ συγκαταλλήγουσι τοῖς λοιποῖς τοῦ ἀριθμοῦ εἴδησι τῆ ἀρίθμησι, τίτταρα ἐνταῦθα εἰσὶν τὰ πάντα ἐθέλουσι, περὶ ἃν ἐφίξῃς διαληψόμεθα, ἀπὸ τῶν ἀπλουστέρων τε καὶ ἀρχαιότερων ἀρχόμενοι, καὶ πρῶτον ἀπὸ τῆς Ἀρίθμησις.



ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Β.

Περὶ τῆς Ἀριθμύσεως τῶν ἀκεραίων ἀριθμῶν.

Ἀρίθμησις μὲν ἔν ἐστὶ ἢ τῆς ποσότητος ἐκάστου ἀριθμοῦ, κατὰ τὴν τῶν ἐν αὐτῷ χαρακτῶν ἰχὺν, γῶσις. ἐπεὶ δὲ καὶ οἱ ἀριθμοὶ ἐν ἐκάστῃ διακρίτῃ ἰδίῳι τισὶ σημαίνονται χαρακτῶσι, πολλὰκις δὲ καὶ ἀλλοθίῳι διακρίτῃ ἰδίῳι τισὶ σημαίνονται, ἀνάγκη παντὶ τῷ ἐκλογόμενῳ ἀπερραλογίζεσθαι καὶ εὐμαρῶς τὰ ὅττα ἀριθμεῖν, καὶ τὴν τὴν τοχότος ἀριθμῶ εἶδῃναι ποσότητα, τοὺς συνηδέστους τῶν ἀριθμῶν προσηγορεῖν καὶ ἀκέραιας πολυειδῶν ἐν ὅττων τῶν χαρακτῶν, οἷς ἔχουσιν χρώματα, ὡς ἐν τῷ τέλει τῷ παρόντι οὐδέμιθα, οἱ συνηδέστεροι ἐν τοῖς καθ' ἡμᾶς χρόνοις, δίκαι οἱ πάντες εἰσὶν, ὧδὶ πᾶς γραφόμενοι 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0. Εἴτε παρ Ἰταλοῖς, εἴτε παρ Ἰνδοῖς, εἴτε παρ ἄλλοις τισὶ τὴν ἀρχὴν ἐφύρτηται, ὧν οἱ μὲν ἕντετα σημαντικοὶ εἰσὶ, τὴν πρῶτην ἀριστερόθεν τὴν μοάδα περιφραζόμεντοι, τὴν δευτέραν τὴν δυάδα, τὴν τρίτην τὴν τριάδα, καὶ τῶν λοιπῶν ἐκάστου ἄλλῃ τινα παρασημασίαν μέχρι τῆ ἐνάτη περιφραζόμεντοι, καὶ μοάδι τὴν πρὸ αὐτῆ ὑπερέχοντος, ὁ δίκαιος δὲ καθ' ἑαυτὸν μὲν λαμβανόμενος, καὶ μοάδων ἕντετα σημαίνει, διὸ καὶ τζήθρα κατ' Ἰνδοῖς, ἢ ὑλλάκα κατὰ Λατίνους, ἵτοι ἕντετα, ἢ ἕτερον τὴν τοῦτοτον καλεῖται. προσεδόμενος δὲ καὶ συνηδέστερος τοῖς λοιποῖς ἀρξὶ τὴν τῶν ποσότητα, ὧσπερ καὶ ἀφαρούμενος ἐλαττοῦ. Τούτοιοι μὲν δὲ τῷ πλῆθει, καὶ ἡτῶσι γραφόμενοι οἱ συνηδέστεροι τῶν ἀριθμῶν πάντες εὐρίσκονται χαρακτῶρες, δύναται δὲ τῶν ἐκάστου τῆς κατὰ φύσιν σημασίας μὴ καὶ τῆς αὐτῆς ποσότητος περιφραζόμεντοι. ἀπὸ μοάδος γῶσι τῶν ἀριθμῶν τάσεις ἀρχομένης, καὶ βαθμῶν ἀυξομένης, ὡς κατωτέρω διαλεθόμενται, ἐάντις τῶν ἐνταῦθα χαρακτῶν ἐπὶ τὴν πρῶτην καὶ βαθμῶν, μοάδων ἔσαι σημαντικός, ἐάν δὲ ἐπὶ τῷ δευτέρῳ, δεκάδων, τῶν δὲ ἐπὶ τῷ τρίτῳ ἑκατοτάδων καὶ ἐπὶ τῶν λοιπῶν ἀναλόγως. εἰσὶ δὲ ἀριθμητικοὶ βαθμοὶ δεκαεῖς, καὶ ὅτι ἀδύνατον περιφραζόμεντοι προσηγορεῖν, ἀλλ' ὅτι μέχρι τούτων εἰσὶ τῶν οἱ περὶ ταῦτα εἰσὶ ἀναβιβάζειν τὴν τῶν ἀριθμῶν ποσότητα, καὶ ὁ μὲν πρῶτος διεξέδῃ τῆς μοάδος μόνη, χωρὰ ἐπέχει, ὁ δὲ μετ' αὐτὸν δευτέρος τῆς δεκάδος μόνη, καὶ ὁ τρίτος τῆς ἑκατοτάδος μόνη, ὁ τέταρτος δὲ τῆς μοάδας τῆς χιλιάδος σημαίνει, ὁ πέμπτος τὴν δεκάδα, καὶ ὁ ἕκτος τὴν ἑκατοτάδα, ὁ ἕβδομος δὲ τὴν μοάδα τῆς μυριάδος, ὁ ὄγδος τὴν δεκάδα τῆς αὐτῆς, καὶ ὁ ἕνατος τὴν ἑκατοτάδα, ὁ δέκατος δὲ αὐτῆς τὴν μοάδα τῆς χιλιάδος τῆς μυριάδος, ὁ ἑνδέκατος τὴν δεκάδα τῶν αὐτῶν, καὶ ὁ δωδέκατος τὴν ἑκατοτάδα ὡς ἐπὶ τοῦ παρόντος καθοράται χρίματος.

Ὅς τις εὖν πῶν τῶν ἐνία τέτων χαρακτήρων τῶν ἀριθμῶν ἐπίτιτος, τῶν ἐπὶ τὸ α̅ συσχεύων τὴν τύχην βαθμῶν, μοιὰδα σημαίνει, ὁ μὴ πρῶτος μίαν, ὁ δὲ δεύτερος δύο, ὁ δὲ τρίτος ἴσως, καὶ τῶν λοιπῶν ἕκαστος καὶ τὴν ἰδίαν σημασίαν, ὡς ἐπὶ τῷ πρώτῳ βαθμῷ ἕκαστος τῶν χαρακτήρων τὴν αὐτὴν σημασίαν τε καὶ ποσότητα τηρεῖ. ὅταν δὲ ἐπίτιτος τῶν ὑπὸ τὸ β̅ ᾖ, ὁ χαρακτήρ δικάδα σημαίνει, μίαν μὲν ὁ α̅, δύο δὲ ὁ β̅, καὶ τῶν λοιπῶν ἕκαστος ἀναλόγως, ὡς καὶ ἐπὶ τῆς μοιὰδος. ὅταν δὲ ἐπίτιτος τῶν ὑπὸ τὸ γ̅ εὐρεθῆ, ἑκατοττάδων γίνεται σηματικός. μοιὰδος δὲ χιλιάδος, ἐπειδὴ ἐπίτιτος τῶν ὑπὸ τὸ δ̅ βαθμῶν εἶναι, ὡς καὶ ἐπὶ τῶν λοιπῶν ἀναλόγως. ὡς ὁ ἐπίτιτος τῶν ὑπὸ τὸ β̅, ἢ γ̅, ἢ δ̅ καὶ λοιπῶν συσχεύων εὐρισκόμιτος χαρακτήρ τηρεῖ μὴ τὴν αὐτὴν σημασίαν, ἢ καὶ καθ' αὐτὸν λαμβανόμενος ἑλαχιν ἔχων, καὶ φυλάττει δὲ καὶ τὴν αὐτὴν ποσότητα. οἷον κείθω-βαν βαθμῶν τρεῖς χαρακτήρες τῆς αὐτῆς ὅτις παρασημασίας ὡς οἱ α̅ β̅ γ̅. (333. α̅ β̅ γ̅.) τῶν ἕκαστος ἢ τὴν αὐτὴν μὴν σημασίαν τηρεῖ, ἐπὶ δὲ ὁ μὴ γ̅ τῶν πρώτων τῶν βαθμῶν χώραν ἔχει, μοιὰδος τρεῖς σημαίνει, ὁ δὲ β̅ δεύτερος ἢ τῆ τάξει τῷ γ̅ δεκάδας παρίσκει τρεῖς, ὡς περ καὶ ὁ α̅ τρίτος ὑπάρχειν ἑκατοτάδας τρεῖς ἰσφαίνει. φανερὸν δὲ ὅτι ὁ μὴ ὑπὸ τὸ α̅ χαρακτήρ τῶν τριακῶσια παρίσκειν ἀριθμῶν, ὁ δὲ ὑπὸ τὸ β̅ τῶν τριακῶσια καὶ ὁ ὑπὸ τὸ γ̅ τῶν τρία, ὁ δὲ ὅλος α̅ β̅ γ̅ τριακῶσιων τριακῶσια καὶ τριῶν μοιὰδων ἐστὶ σηματικός.

	α	
	β	
	γ	...
	δ	...
	ε	...
	ζ	...
	η	...
	θ	...
	κ	...
	λ	...
	μ	...
ι	2	3
3	4	5
6	7	8
9	1	2
ο		

μοιὰδος.
δικάδος.
εκατοτάδος.
μιακή χιλιάδος.
δικάδος χιλιάδος.
εκατοτάδος χιλιάδος.
μιακή χιλιάσιων.
δικάδος χιλιάσιων.
εκατοτάδος χιλιάσιων.
μιακή χιλιάδος χιλιάσιων.
δικάδος χιλιάδος χιλιάσιων.
εκατοτάδος χιλιάδος χιλιάσιων.

Πόρισμα.

Φανερὸν τοίνυν ἐκ τῶν εἰρημίτων, ὅτι οἱ δὲ ἐνὸς χαρακτήρος παρισάμεινοι ἀριθμοὶ μοιὰδικοὶ εἰσὶ, δικάδικοὶ δὲ οἱ διὰ δύο, καὶ ἑκατοσσοὶ οἱ διὰ τριῶν, οὕτω καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων, ἐνὸς γὰρ χαρακτήρος πλειοτάτοτος βαθμῶν ἴσα αἰεσι καὶ ἢ ποσότης.

Ἀποσημείωσις.

Ἰσίοι ὁ ὅτι νῦν τις τοὺς δεσκαδέκα τούτους βαθμῶς εἰς τέσσαρα διακρούσι, σίζοτις; ἀὰ τρεῖς, ἢ ὑποδιασολῆ διατέλλοντες εὐτωσί, 132, 547, 608, 935, καὶ ταῦτ' μὲν διὰ τὸ ἀτυγχῶν. Τῷ δὲ χερὶ οἱ τῶν ἀριθμῶν βαθμοὶ δεξιόθεν ἀρχόμενοι ἐπὶ τὰ ἀριστερά χωροῦσιν, ὅπου καὶ ἡμεῖς τυραντιῶν ποιῶμεν γράφοντες καὶ ἀναγινώσκοντες ἐδίλοτες, ὡς περ καὶ Ἴταλοὶ καὶ ἄλλα τινὰ ἔθνη, ἢ ὅτι παρ' Ἑβραίοις τὸ πρῶτον, ἢ ἄλλοις τισὶν Ἀναβόλοις ἔθνεσι εὐρηται ἢ Ἀριθμητικῆ ἐκ τῶν δεξιῶν ἐπὶ τὰ ἀριστερά εὐωδῶσι γράφοντες καὶ ἀναγινώσκοντες. κατὰ τὸ τῶν Πρόβλων, παρὰ τοῖς Φοινίκην ἢ ἀριστερῶν τῶν ἀριθμῶν γνώσις ἔλαβη τὴν ἀρχὴν. Διὸ δὲ καὶ ἡμεῖς ἔμα τὴν ἰχὺν ἕκαστου τῶν διακρούων γραφομένων χαρακτήρων γινώσκοντες, δεξιόθεν ἀρχόμενοι ἐπὶ τὰ ἀριστερά προβαίνομεν τῶν βαθμῶν ἀνακρίνοτες, γράφοντες δὲ ἢ ἀναγινώσκοντες τυραντιῶν ποιῶμεν. ἀρχόμενοι γὰρ ἐκ τῶν ἀριστερῶν μέρων ἐπὶ τὰ δεξιὰ περιούμεθα, οἷον κείθω εἰς ὑπόθεγμα ὁ παρῶν ἀριθμὸς ἔξ τισὶ χαρακτήρες συσχεύμιτος, 364, 578, τῶν τοῖνυν βουλόμιτοι τὴν ἰχὺν γινώσκαι, καὶ τῶν ἕκαστος τῶν αὐτῶν χαρακτήρων σηματικός ἐστὶ μᾶλλον, μοιὰδων πῶρ εἰπείν, ἢ δεκάδων, ἢ ἑκατοτάδων, ἢ ἄλλων τισῶν προσηγοριῶν, ἀρχόμεθα ἀπὸ τῷ 8: τῶν δὲ τὴν πρώτην χώραν ἐπέχοιτος, καὶ μοιὰδας παρὰ τοῦτο παρισάμειτος, ὁ μετ' αὐτὸν πάντως δεκάδων ἐστὶ σηματικός, καὶ ὁ μετ' ἐκείνου ἑκατοτάδων, ὡς καὶ τῶν λοιπῶν ἕκαστος ἰδίαν τιδὸς ἔτυχον παρασημασίας κατὰ τὰ προσημίνα. γράφοντες δὲ ἢ ἀναγιώσκοντες τούτους βουλόμιτοι τῶν ἀριθμῶν ἀπὸ τῶν τρία ἀρχόμεθα. Καὶ ταῦτα μὴν ἰσαγὰ εἰς ἀνάπτυξιν τῷ τρόπῳ τῆς ἀριθμησίως. εὐμαρῆστα γὰρ ἐκ τούτων δυνησται ἕκαστος γράφοντες καὶ ἀναγιώσκοντες τὸν ὅτινα προβαλλόμενον ἀριθμῶν, ἢ ἐπιγινώσκοντες τὴν τῷ προσημίνα ἰχὺν καὶ ποσότητα.

Περί Συναψως.

Η Συναψις ἢτις καὶ Πρόσθεσις προσγορεύεται, συλλογὴ ἐστὶ τ' οὐλάχιστον δύο ἀριθμῶν ἐν μιᾷ ποσότητι καὶ οἱ μὲν προκειμένοι ἀριθμοὶ, προβαλλόμενοι ἢ διδόμενοι καλεῖται, ὁ δὲ ἐξ αὐτῶν συλλογόμενος, συναγόμενος, ἢ συμποσούμενος, τῷ τοῖον βουλομένῳ δύο ἢ καὶ πλείονας συναπτῶν ἀριθμῶν εἰς ἓνα, φυλακτίως ἀκριβῶς ταυτί. Πρωτον τὸ τοῦ προβαλλομένου ἀριθμοῦ ὑπαλλήλους γράφειν. Δευτερον τὸ τὰς μὲν μονάδας ἐκάστου ταις τοῦ πρὸ αὐτοῦ μονάσαι συναποικῶν καὶ βάρους, τὰς δεκάδας δὲ ταις δεκάσαι, καὶ τὰς ἑκατοστάδας ταις ἑκατοστάσαι, καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ὅμοιως τὰς αὐτὰς προσγορίας ταις αὐταῖς. Εἰδίτις ὑπερίχων ἢ τῶν λοιπῶν ἀριθμῶν τῷ τῶν χαρακτήρων πλῆθει πρὸς τὰ ἀριστερά ὑπερικτυνίσθω τῶν ἄλλων πως ἐκπίπτων. τῷ τῶν γὰρ οὕτω κειμένων ἐξέγει αὐτῶ ὕψους πάντα; τοῦ προβαλλομένου ἀριθμοῦ εἰς ἓνα τιὰ ἰσοδυναμῶντα αὐτοῖς ἀγαγῆν, ὡς ἐν τοῖς ἐξῆς δηλωθήσεται. Ἀρχόμενοι δὲ τῆς συναψως διεξίδηθαι δεῖ ἐπὶ τὰ ἀριστερά προβαίνειν, καὶ πρωτον μὲν τὰς μονάδας ἀπάσας εἰς ἓνα συναπτῶν ἀριθμῶν ἀπὸ τῆς ἐσχάτης μέχρι τῆς πρώτης καὶ τὸ ἐξ αὐτῶν συμποσούμενον εἶν μὲν ἕλαττον δεκάδικον ἢ ἀριθμῶν, τετάρχθω ὑπὸ τὰς μονάδας, εἶν δὲ μείζον ὁ δεκάδικος μὲν φυλακτίως ἀριθμῶν. ἀδύνατον γὰρ ὑπὸ τὰς μονάδας δεκάδας τετάρχθαι, τὸ δὲ λοιπὸν γραφήτω ὁμοίως ὑπὸ τὰς μονάδας; εἶν δὲ τελευταῖοι οὗθ' ὑπερίχει ἔτε μὴ εἰδέπει, ἀλλ' ἐξίσουται τινὶ τῶν δεκάδικῶν ἀριθμῶν, τινικαῦτα φυλακτίως μὲν τὸ συμποσούμενον, ὑπὸ δὲ τὰς μονάδας γραφήτω τζίφρα, συναπτομένῳ δὲ καὶ τῶν δεκάδων εἰς ἓνα ἀριθμῶν καθά καὶ αἰμοστάεις, προσιδίτω τῷ ἐξ αὐτῶν συμποσούμενῳ φυλακτίως ἀριθμῶν, ὁ δὲ γενόμενος ἔτε τὸ συμποσούμενον καὶ τὴ προσιδίμενον εἶν μὲν ἕλαττον ἢ ἑκατοστοῦ ἀριθμοῦ γραφήτω ὑπὸ τὰς δεκάδας, ὑπερίχων δὲ φυλακτίως μὲν ὁ ἑκατοστός ἀριθμῶν, τὸ δὲ λοιπὸν γραφήτω ὑπὸ τὰς δεκάδας. Τούτω γινίσθω ἀναλόγως καὶ ἐπὶ τῶν ἑκατο. ἄδων χιλιάδων δεκάδων χιλιάδων καὶ λοιπῶν τῶν βαθμῶν προσγορίων, καὶ συναχθῆσονται διπλουθιν πάντες οἱ προκειμένοι ἀριθμοὶ, εἰς ἓνα ἰσοδυναμῶντα αὐτοῖς. οἷον κείδωσαν ἐπὶ παραδείγματος οἱ α' β' γ' δ' ε' ἀριθμοὶ καὶ ζητηθῆτω ὁ ἐκ τούτων συμποσούμενος; ἀρχόμενος τοῖον ἀπὸ τοῦ ἰ ἀνάβαινε ἐπὶ τοῦ α' λίγων, ὁ 3; καὶ μονάσαι ποιούσαι παράδ: α.
τὸν τέσσαρα, ὁ πένταρα δὲ μζ' τοῦ δύο τὸν ἕξ, ὁ ἕξ δὲ καὶ οὐκὼ τὸν 14. οὐ-
τος δὲ μζ' τῷ 5 τὸν 19; ἐπὶ οὖν ὁ 19; ὑπερίχει τοῦ δέκα, φυλακτίως 4 6 0 8: 6:
μὲν ὁ 10: ὁ δὲ 9; γραφήτω ὑπὸ τὰς μονάδας. μεταβαίτων δὲ ἐπὶ τὰς δεκάδας,
οἱπὶ πάλιν, ὁ 3; καὶ ὁ 2; ποιούσαι τὸν 5; ὁ 5; καὶ 7; τὸν 12; οἱ 2 δὲ καὶ ὁ 4; τὸν
16; ἢ γὰρ τζίφρα ἀσίματος οὕσα καθ' αὐτὴν καταλιμπάνεται. ἐπεὶ δὲ τῷ
ἓνα τῶν μονάδων ἀφῆρηται δεκάς μία, προσιδίτω δὲ τῷ 16; μονάσαι, διὰ τὸ
μονάσαι ἐξίσουται ἢ μὲν δεκάδι, καὶ γινίσεται ὁ 17; ἐπεὶ δὲ πάλιν καὶ ὁ ἀριθμὸς 1 9 4 7 9: ζ':
μὲν ἔτεος ὑπερίχει τὸν δεκάδικον ἀριθμῶν ἑπτὰ μονάσαι, φυλακτίως μὲν αἱ δέκα δεκάδαις ἀρ-
τί μίαις ἑκατοστάδας, γραφήτωσαν δὲ ὑπὸ τὰς δεκάδας τῶν προκειμένων ἀριθμῶν ὁ 7; συναπτομέ-
νων δὲ καὶ τῶν ἑκατοστάδων προσιδίτω τῷ ἐξ αὐτῶν μονάσαι; αἱ δέκα γὰρ φυλακτίως δεκάδαις μζ'
ἰσοδυναμῶντων ἑκατοστάδι, καὶ γινίσεται ὁ 24; τούτω ἀφῆρηθῶ ὁ 2; ὁ τὰς 20 σημαίων διηλοῖται ἑκα-
τοστάδας καὶ γραφήτω ὑπὸ τὰς ἑκατοστάδας τῶν προκειμένων ὁ 4; συναπτομένῳ δὲ καὶ τῶν χιλιάδων
προσιδίτω ὁ α'; τῷ ἐξ αὐτῶν, 20; γὰρ ἑκατοστάδαις δισὶν ἰσοδυναμῶσιν χιλιάσαι, καὶ γινίσεται
ὁ 19; τούτω δὲ ὁ μὲν 9; χαρακτήρ γραφήτω ὑπὸ τὰς χιλιάδας τῶν προκειμένων ἀριθμῶν, ἢ δὲ
μονάσαι μετ' αὐτὸν πρὸς τὰ ἀριστερά καὶ γινίσεται ὁ ζ'; ἀριθμῶν ὅτινα λίγω ἰσοδυναμῶν τοῖς α' β'
γ' δ' ε'; ἀριθμοῖς ὁμοῦ λαμβανόμενοις.

Δείκνυται.

Ὁ συμποσούμενος τοῖον ἐκ τῶν προκειμένων ἀριθμῶν τότε πάντως γινίσεται ἰσος ἓνα τοῖς αὐτοῖς, ἐπιδαῖν τοσαύτας, μονάδας, δεκάδας, ἑκατοστάδας καὶ τὰς λοιπὰς τῶν βαθμῶν περιέχει προσηγορίας ὅσαι κἀκεῖνοι περιέχουσιν, ἀλλ' καὶ ὁ ζ'. τοσαύτας μονάδας, δεκάδας, ἑκατοστάδας καὶ χιλιάδας περιέχει ὅσαι εἰσὶν ἐν τοῖς α' β' γ' δ' ε'; ἀριθμοῖς. ἀρα καὶ τὰ ἐξῆς. ἢ μείζων ὁμολογουμένῳ ἢ ἕλαττον ὅσαι εἰς τῆς πράξιως, συνημῶν γὰρ τῶν μονάδων ὁ 19 συνίστη ἀριθμῶν, διὸ ἐπὶ τῷ ζ' τάττεται μὲν ὁ 9 ἐν χωρῇ μονάδων, ἢ δεκάς δὲ φυλακτίως. ταῦτα; δὲ προσιδίμενης τῷ ἑκατὸν δεκάδων γινίσεται ὁ 17; διὸ τάττεται μὲν ἐν χωρῇ δεκάδων ὁ 7; ἢ δὲ ἑκατοστάς φυλακτίως. καὶ τῶν προσιδίμενης τῷ ἐκ τῶν ἑκατοστάδων γινίσεται ὁ 24; οὐ ὁ μὲν 4; χαρακτήρ γράφεται ὑπὸ τὰς

τὰς ἑκατοτάδας, ὁ δὲ α΄ φυλαττόμενος προσίθεται τῶν ἐκ τῶν χιλιάδων καὶ γίνεται ὁ 19: οὗ ὁ μὲν 9: ὑπὸ τὰς χιλιάδας τάσσεται, ἢ δὲ μοιᾶς εἰς ἀνώτερον βαθμὸν, τούτῳ τὸν τῆς δεκάδος τῶν χιλιάδων. Εἰς τραυατέραν δὲ τοῦ λόγου ἀνάπτυξιν κείσθωσαν καὶ ἕτεροι ἀριθμοὶ ἀληθοὶ συναπτόμενοι, οἷτε ἡ θ΄ κ' λ', ἐξ ὧν ὁ μ': καὶ οἱ ε' ζ' ὁ: ἐξ ἧν ὁ π'. φανερόν δὲ ἐκ τούτων ὅτι ἐπὶ μὲν τοῦ α. παραδείγματος τὸ ἐκ τῶν μονάδων, δεκάδων, ἑκατοντάδων, καὶ λοιπῶν προσηγομένων συμποσούμενον πληθος ἑρέχει, τῷ δεκαδικῷ, ἑκατοσού, καὶ τῷ κατὰ τὰς αἰχὰς προσηγορίας ἀγαλόζως παρονομαζομένου ἀριθμοῦ, ἐπὶ δὲ τῷ β. ἐξίσουται, καὶ ἐπὶ τοῦ γ. ἐλείπει. ἢ πράξις δ' ἐπὶ πάντων ἡ αὐτή.

6:	7:
7604: η:	5403: ρ
1053: θ:	3165: ζ
331: κ:	1321: ο
1012: λ:	_____
_____	9889: π
10000: μ:	_____

Τῷ αὐτῷ ἐφόδῳ χραμμοῦ δυνήσῃ πάντας τὰς προβαλλόμενους ἀριθμοὺς εἰς ἕνα εὐχερῶς συναγαγεῖν. ἵνα δ' ἔχῃς, ἐπειδὴν τὴν ἀπάτην συμβῆ, καὶ ταύτην ἐφωτίσκειν, σισμημαίεται ἡδὴ ἐφεξῆς καὶ ὁ τρόπος κατ' ὄν τὸ ἀκριβὲς τῆς συστάσεως βασανίζεται, καὶ τὸ ἡμαρτημιον ἐν αὐτῇ ἐπαγορεύεται.

Βάσανος καὶ δοκιμὴ τῆς Συναΐσεως.

Τριχῶς ἐνδέχεται τὴν τῆς συναΐσεως γίγνεσθαι βάσανον· α. δι' Ἐπαγαλήσεως, καὶ β. δι' Ἀφαίρεσεως, καὶ γ. δι' Ἀποβολῆς ἀριθμῶν, καὶ δι' ἐπαγαλήσεως μὲν πῶσινα ἢ πράξις γίγνεται ἐκ β' καὶ γ', εἴαν ᾗ ὁ αὐτὸς ἀριθμὸς ευρεθῆν αἰεὶ συμποσούμενος ἀληθῆς ἔσαι ἢ πράξις, δι' ἀφαίρεσεως δὲ ἐστὶ σημειωθίτος ἴσος τῶν προκειμένων ἀριθμῶν ὁ ἐκ τῶν λοιπῶν ἀφαίρεθῃ ἀπὸ τῶν ἐκ τῶν πάντων γινομένων. εἴαν ᾗ καὶ τότε τὸ ἰσαπολειφθῆν ἴσον ἢ τῷ σημειωθέντι ἀριθμῷ, ὕγιος ἔσαι ἢ πράξις. δι' ἀποβολῆς δὲ ὅτι ὁ ἴντια ἀποβάλλεται ἀπὸ τῶν προκειμένων ἀριθμῶν καὶ τοῦ γινομένου, εἴαν γὰρ καὶ τότε τὸ ἑκατέρωθεν ἰσαπολειφθῆν ἴσον ἢ φανερόν ὅτι ἴσημία ἀπάτη τῇ πράξει συνίστη. κείδω ὁ δὲ εἰς ἴσημα τὸ α. ὑπόδειγμα, καὶ μὴν δι' ἐπαγαλήσεως σοὶ βουλητὸν γενεῖσαι τὴν δοκιμὴν, σύστασον αὐδὲς τὰς μονάδας, δεκάδας, ἑκατοντάδας, κατ' ὄν προσημνύεται τρόπος. Εἰ γὰρ ἢ πράξις ὕγιος γέγοιτε πρότερον ὁ αὐτὸς πάντως ευρεθήσεται πάλιν καὶ πάλιν συμποσούμενος αἰεὶ τινὲς μετατροπῆς ἢ ἀλλοιώσεως τῶν αὐτοῦ χαρακτήρων, εἰ δὲ δι' ἀφαίρεσεως σημειωθῆτω εἰς τῶν προκειμένων ἀριθμῶν, εἰρ εἰπὴν ὁ α. καὶ συσταθῆτωσαν εἰ λοιποὶ β' γ' δ' εἰς ἕνα τὸν η. ἢ τινος ἀφαίρησιν ἀπὸ τοῦ ζ': εἴαν ὁ θ' ἰσαπολειπόμενος ἴσος ἢ τῷ σημειωθέντι α. ὕγιος ἔσαι ἢ πράξις. εἰ δ' αἰ σοὶ τελευταίον δι' ἀποβολῆς ὁδὸν γείνεσθαι τὴν βάσανον, ἀφῆλε πάντας τὰς ἴντια ἀριθμῶν ἀπὸ τῶν ἀβ' γ' δ' ε' εἰσθῶν, οὕτως αὖ πάλιν, ἀρχόμενος διλοθῆν ἀπὸ τῆς 3: τῆς ἐν ταῖς μοιᾶς, εἰτὶ ε' 3: καὶ τῆς πρὸ αὐτοῦ μονάδος ποιεῖ τὸν 4: ὁ 4: μῦ τοῦ δύο τὸν 6: ὁ 6: μῦ τοῦ 5: τὸν 14: μιζέστα ὅττα πρώτως τὰ 9: διὸ ἀφῆλε ἀπ' αὐτὰ τὸν 9: ἀπαξ, καὶ ἐπὶ ἰσαπολείπεται ὁ 5: ὅς τις μετὰ τὰ πέντε τὰ ἐν ταῖς μονάσαι ποιεῖ τὸν 10: ἀφῆλε καὶ ἀπὸ τήτου τὸν 9: καὶ ἐπὶ ἰσαπολείπεται μοιᾶς, ἢ δὲ μοιᾶς μετὰ τοῦ 3: τοῦ ἐν ταῖς δεκάσαι ποιεῖ τὸν 4: ὁ δὲ 4: μῦ τοῦ 2: τὸν 6: καὶ ὁ 6: μῦ τοῦ 7: τὸν 13: ἀφῆλε καὶ ἀπὸ τῆς 13: τὸν 9: καὶ ἰσαπολειφθῆσεται ὁ 4: τοῦτο ποιεῖ καὶ ἐπὶ τῶν λοιπῶν χαρακτήρων, καὶ μὴν ἰσαπολειφθῆν τι, ὡς ἦδη ὁ 3: σημειωθῆτω ἐπάτω τῆς κ. γραμμῆς ὁ 8: ἀριθμὸς μηδεὶς δι' ἰσαπολειπομένη σημειωσθῶ τῷ ἴσῳ, τούτου δὲ γινομένη ἀφῆλε τὸν 9: καὶ ἀπὸ τῆς ζ' ἀριθμοῦ λέγων ἔτω, ὁ 7: μῦ τῆς 4: ὁ γὰρ 9: ὁ α. ἐν τοῖς δεξιοῖς ἰσχυραλεύεται, ποιεῖ τὸν 11: ἀπὸ τούτου δι' ἀφαίρουμιου τοῦ 9: ἐπὶ ἰσαπολείπεται ὁ 2: ὁ δὲ 2: μῦ τῆς δεκάδος, ὁ γὰρ 9: αὐδὲς παροράται, ποιεῖ τὸν 3: σημειωθῆτω ὁ 3: ὑπὸ τῆς κ. γραμμῆς, καὶ ἐπὶ ἴσος ἔσθαι τῷ ἰσαπολειφθέντι ἀπὸ τῶν ἀβ' γ' δ' ε': προκειμένων ἀριθμῶν, φανερόν ὅτι αἰεὶ τινὲς ἀπάτης ἢ πράξις γέγοιτε.

245: α:
4608: β:
1372: γ:
5321: δ:
7433: ε:
19479: ζ:
19234: η:

Ὅτι μὴν ἂν ἢ διὰ τῶν τρόπων τούτων βάσανός τε καὶ δοκιμὴ τῆς συναΐσεως ἀκριβὲς ἔσθαι, καὶ μετὰ λόγον τινὲς γινομένην ὄλην. ὁ μὲν γὰρ πρώτως, καὶ ἑκτοῦ τὸ πρῶτον ἔχει, ὁ δὲ δεύτερος, καὶ τρίτος, τῶν ἐκ τῶν ἴσων ἴσα ἀφῆλε, τὰ ἰσχυραλεύόμενα ἐστὶ ἴσα ἐπιπέδεται ἀξιώματα. ἐπεὶ γὰρ ὁ ζ': συμποσούμενος ἐστὶν ἐκ τῶν ἀβ' γ' δ' ε': προκειμένων ἀριθμῶν, ὁ δὲ η': ἐκ τῶν β' γ' δ' ε', ὁ ζ' πάντως γὰ ἴσος ἐστὶ τῶν ἀβ' γ' δ' ε': καὶ ὁ η': τοῖς β' γ' δ' ε' κατὰ τὰ προσημνύμενα ἀφαίρουμιον δὲ τῶν β' γ' δ' ε' ἀπὸ τῶν ἀβ' γ' δ' ε'. τε δὲ η': ἀπὸ τῆς ζ': εἴαν ἢ πράξις ὕγιος ἢ, οἱ ἰσχυραλεύονται ἀπ' ἀριθμοῦ ἴσοι ἴσονται. Τῆς αὐτῆς συμβαίνει κατὰ τὴν ἀποβολῆς τῆς 9: τῆς δεξιάς καὶ ἐκ τῆς ποσότητος τῶν ἀριθμῶν ὁ 9: ὅταντι περιέχεται ἀποβάλλεται, ἀλλ' ἐκ τῆς τῶν χαρακτήρων συναΐσεως, ὅτι ἐπὶ παντὸς ἀριθμοῦ εἴαν ὁ 9: ἀφαίρεθῇ, ὅταντι ἐν αὐτῷ περιέχεται, ὁ ἰσαπολειφθεὶς ἴσος ἔσαι τῷ χαρακτῆρι αὐτῷ ἐν χώρᾳ μονάδος ταττομένη. οἷον ἡ α. ἴσος τῆς 10: ἀπαξ ἀποβάλλῃ τὸν 9: ἢ μοιᾶς ἰσαπολειφθῆσεται, ὁ τοῦ 10: δηλ. σημειωθῆτω χαρακτῆρ, εἴαν δὲ ἀπὸ τῆς 20: δις ὁ 9: ἀφαίρεθῇ, ὁ 2: ἰσαπολειφθῆσεται. εἴαν δὲ ἀπὸ τοῦ 30: τρίς ὁ 3: ἀφῆλε ἀπὸ

του 40: τετράκις ὁ 4: κ' ἐπὶ τῶν λοιπῶν ὁμοίως. τοῦτο δὲ οὐ μόνον ἐπὶ τῶν δεκαδικῶν ἀλλ' αὖτις ἀριθμῶν, ἀλλὰ κ' ἐπὶ παντός ἄλλου εἴδους. εἰν γὰρ ἀπὸ τοῦ 100: τὸν 9: ἐνδέκακις ἀποβάλλης, μοίας ἐναπολείπεται, εἰν δὲ ἀπὸ τοῦ διακόσια τὸν αὐτὸν, ἑσάκις ἐν αὐτῷ περιέχεται ἀποβάλλης ἐναπολείπεται ὁ 2: ἕτω κ' ἐπὶ τῶν λοιπῶν, ἐπὶ παντός τοῖνον ἀριθμοῦ διὰ τὸ εὐχερίστερον, ἢ κρείττον ἐπιπὴν ἀσύγχυτον ἢ δὲ ζητεῖν ποσάκις ὁ 9: ἐν αὐτῷ περιέχεται, ἵνα τοσάκις αὐτὸν ἀποβάλλοιτες ὑρῶμεν τὸν εἰς ἕχαστον ἐναπολείπόμενον, ἀλλὰ μόνον τὸν χαρακτῆρα αὐτῷ λαμβάνειν, κλείσεις ἴσαι ὁ ἐκ τῆς τῷ 9: ἀποβολῆς ἕχάτας ἐναπολείπόμενος. ἐπεὶ δὲ καὶ τῶν χαρακτῆρων πληθυνόμενον, ὁ ἐκ τῶτων συμποσήμενος ὑπερβίβει τὸν 9: διατοί τῶτο ἐν τῇ τῆς συνάφειας βασάνῳ τῶς τῶν ἀριθμῶν χαρακτῆρας συναπτομῆν, κ' ἀπὸ τῆ γινομένης τῶν 9: ἀποβάλλομεν, ἵνα μάθομεν τίς ὁ ἕχάτως ἐξ αὐτῶν ἐναπολείπόμενος.

Ἰστέον δ' ὅτι ἐπὶ τῆς συνάφειας τοὺς διδομένους ἀριθμοὺς εὐθὺς γραμμῇ ὀρίζομεν, κ' ὑπ' αὐτὴν τὸ συμποσήμενον γράφομεν, ἵνα μήτις σύγχυσις γίνηται, ἀλλ' ἔχουμεν εἰσὶναι τίς ἐστὶν οἱ διδομένοι, κ' τίς ἐστὶ ὁ συμποσήμενος. Ἡ γὰρ δ' ἂν πολλοὶ ὄσιν οἱ διδομένοι ἢ πάντας ὅμην τινικαυτὰ εἰς ἕνα συναπτομῆν, δυσχερῆ γὰρ κ' τῶτο, κ' ἢ ἕδὲ τῆς τυχεύουσας ἀνάτης γίνηται πρόξενον, ἀλλ' εἰς μέρη διαίρωντες τοὺτους τὸν ἐκ τῶν τοῦ α. μέρους συμποσήμενον τῷ β. συναπτομῆν μίρην τῶν δι' ἐκ τῶν τοῦ δευτέρου τῷ τρίτῳ κ' ἐπὶ τῶν ἄλλων ὁμοίως, ὡς ἐπὶ τοῦ παρεῖτος καθοράται ὑποδείγματος, ἐν ᾧ πεντηκαίδεκα ἕκτων τῶν διδομένων ἀριθμῶν καὶ εἰς δύο εἰσερθεῖτων μέρη, ὅ ἐκ τῶν τοῦ α. συμποσήμετος μίρην δὴλ: ὁ α. συναπτέται τοῖς τῷ β. μίρην ἀριθμοῖς ἐκ δὲ τῷ α: κ' τῶν ὑπ' αὐτὸν ἀριθμῶν συνάγεται ὁ β. καὶ οὗτος ἐστὶν ὁ ἐκ πάντων τῶν πεντηκαίδεκα διδομένων ἀριθμῶν συμποσήμενος, ἕκαστος δὲ μίρος κατὰ τοὺς δυνῆς περὶ τὰ τοιαυτὰ ἐπίκειτα τῶν ἐγγὰ ἀριθμῶν οὐκ ἐκτείνεται.

245 :
162 :
300 :
406 :
280 :
523 :
355 :
2271 α.
045 :
68 :
132 :
253 :
390 :
804 :
140 :
076 :

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Δ.

Περὶ Ἀφαιρέσεως

Ἀφαιρέσις ἐπὶ μεγάλων ἐστὶ εὐρεσις ὑπεροχῆς, καθ' ἣν ὑπερίχει τὸ μείζον τοῦ ἐλάττοτος, καὶ εἰ τὸ ἐλάττον ἀφαιρῆται ἀπὸ τοῦ μείζοντος, ἡμῖν δὲ κ' τὸ ἀνάπαλιον. ἀφαιρουμένη τείνου καὶ τοῦ ἐλάττοτος ἀριθμῷ ἀπὸ τοῦ μείζοντος ἕδὲν ἄλλο ζητήμα μαθεῖν, ἢ τὴν ὑπεροχὴν τοῦ μείζοντος, ἢ ὑπερίχει τὸν ἐλάττοτα. ὡτε καὶ ἐν ἀριθμοῖς ἀφαιρέσις ἕδὲν ἄλλο ἐστὶν, ἢ εὐρεσις ὑπεροχῆς, καθ' ἣν ὑπερίχει ὁ μείζων ἀριθμὸς τὸ ἐλάττοτος. Καλιέσθωσαν οἱ ὁ μὲν μείζων κ' ἐλάττων ἀριθμοὶς διδομένοι ἢ προβελλόμενος, ὁ δὲ ἐκ τῆς τοῦ ἐλάττοτος ἀπὸ τοῦ μείζοντος ἀφαιρέσεως ἐναπολείπόμενος ζητούμενος, ἐπὶ δὲ τῆς πράξεως καὶ ταύτης τῆς αὐτῆς προσήκει τάξιν φυλάττειν τοῦς τῶν διδομένων χαρακτῆρας ἢν κ' ἐπὶ τῆς συνάφειας. τοῦτο δ' ἐστὶν τὰς μονάδας τὰς μονάσι συσσεχεῖν, κ' τὰς δεκάδας τὰς διασῆς, κ' τὰς λοιπὰς τὰς λοιπαῖς προσηγορίας. εἰδὲ αἶ τὸν ἐλάττω ὑπογράφισθαι τὸ μείζονος, εἴτα γραμμῆς ὑπεκτεταμένης ἀφαιρέσθωσαν αἶ τὴ ἐλάττοτος μονάδης ἀπὸ τῶν τῷ μείζονος καὶ τὸ ἐναπολείπόμενον γραφίσθω ὑπὸ τὰς μονάδας, τῶτο γινέσθω κ' ἐπὶ τῶν δεκάδων ἑκατοτάδων καὶ τῶν ἄλλων προσηγοριῶν τῶν βᾶδμων, ὅσον εἰδῶ ὁ α. ἀριθμὸς ἀφαιρεθῆναι ἀπὸ τῷ β. Κεμίειν ἢν τῶν ἀριθμῶν τῶτων ὡς προσηγήσεται ἐπὶ ἀρχόμενος ἐκ τῶν δεξίων, ἢ μονάς τὸ ἐλάττοτος κ' ἀριθμῷ ἀφαιρῆται ἀπὸ τῶν δύο μονάδων τῶν ἐν τῷ β. μίζονι ἀριθμῷ ἐναπολείπει μονάδα, γρηχῆτω δ' αὐτὴ ὑπὸ τὰς μονάδας. εἴτα εἰπὲ πάλιν ὁ 3: χαρακτῆρ ὁ ἐν τῷ α. ἀφαιρούμενος ἀπὸ τῷ 4: τοῦ ἐν τῷ β. ἐναπολείπει ὁμοίως μονάδα, γρηχῆτω δὲ καὶ αὐτὴ ὑπὸ τὰς δεκάδας. ἀρχόμενου δὲ κ' τοῦ 5: χαρακτῆρος τῷ ἐν τῷ α. ἀπὸ τοῦ 6: τοῦ ἐν τῷ β. ἐπεὶ ἐναπολείπει ὁ 3: γρηχῆτω καὶ οὗτος ὑπὸ τὰς ἑκατοτάδας τληνταίων ἀφαιρουμένη κ' τῷ 4: τῷ ἐν τῷ α. ἀπὸ τῷ β. τοῦ ἐν τῷ β. ἐναπολείπεται ὁ 2: διὸ κ' ὑπὸ τὰς χιλιάδας γράφεται. τῶτων δ' οὕτω γινομένων παραχθῆσεται ὁ γ. ἀριθμὸς ὑπεροχῆ οὕσα τοῦ β. μείζονος πρὸς τὸν α. ἐλάττοτα. Εἰ μὲν ἔσται τῷ ἐλάττοτος ἀριθμοῦ μονάδης, δεκάδης, ἑκατοτάδης, καὶ λοιπαὶ προσηγορίαι, ἐλάττοτος ὡτε τῶν μονάδων, δεκάδων, ἑκατοτάδων, καὶ λοιπῶν τῷ μείζονος προσηγοριῶν, ἕτωσι εὐχρηας ἢ πράξεις γινησεται, ἐπεὶ δὲ πολλαὶ αἶ τῷ ἐλάττοτος μονάδης, δεκάδης, καὶ λοιπαὶ προσηγορίαι πλὴν τῶν ἀρκτικῶν ὑπερέχουσι τῶν μονάδων, δεκάδων, κ' λοιπῶν τοῦ μείζονος προσηγοριῶν, τὸ μείζον δὲ ἀδύνατον ἀφαιρῆσαι ἀπὸ τῷ ἐλάττοτος, δυσχερέστερα πῶς ἢ πράξεις ἐστὶ, δεκτικῆσαι γὰρ εἰ ἀπὸ τῶν ἀνωτέρω κἂν μὲν αἰμογάδες τοῦ ἐλάττοτος ἀριθμοῦ ὑπερίχουσι τῶν μονάδων τῷ μείζονος, δεκτικῆσαι ἀπὸ τῶν δεκάδων, εἰδὲ αἶ δεκάδες τοῦ ἐλάττοτος μείζονος αἶ ὄσιν τῶν τῷ μείζονος δεκάδων, ἀπὸ τῶν ἑκατοτάδων διὸν λαμβάνειν τὸ δάκτερον, ἕτω δὲ κ' ἐπὶ τῶν λοιπῶν. Δεδόσθω τοιγαρὴν ἀφαιρῆν τὸν

4179: β.
β: 6842:
α: 4531:
γ: 2311:
δ: ἀρι-

δ: αριθμὸν ἀπὸ τῆ ε'· ἢ ἐπεὶ αἱ τὴ δ'. ἐλάττονος ἀριθμὸς μονάδας ὑπερέχειται τῶν
 τοῦ ε' μείζονος ἀριθμοῦ ἀπὸ τῶν δεκάδων τὴ α'· ἀριθμὸς δεκάδα μίαν ἢ εἰς αἱ ε':
 μονάδας τῆ δ' ἐλάττονος ἀριθμοῦ ἀφαιρούμεται ἀπὸ τῶν τριῶν, ἢ δίκῃ τοῦ μίζο-
 νος μονάδων ἐναπολείπουσιν δ'· κτὰ γραφῶν τὸν δ'· χαρακτῆρα ὑπὸ τὰς μονάδας.
 μεταβαίνων δὲ ἐπὶ τὰς δεκάδας τοῦ δ'· πρόσθει τῷ 9· χαρακτῆρι, ὡς δεκάδων σηματοῦν, ἢ
 δευτέρας δεκάδα. εἶτα ἐπὶ αἱ δέκα τοῦ ἐλάττονος ἀριθμοῦ δεκάδες ἀφαιρούμεται ἀπὸ τῶν ἑπτα-
 καίδεκα τοῦ μείζονος δεκάδων, τῆς προθέσεως ἀπὸ τῶν ἑκατοτάδων γινομένης, ἐναπολείπουσι δε-
 κάδας γ'· ἢ γραφῶν τὸν γ'· χαρακτῆρα ὑπὸ τὰς δεκάδας. Τὸν δὲ τῷ τρόπῳ χρῶματος, ἢ ἐπὶ τῶν
 λοιπῶν βαθμῶν ἔχεις τὸν ζ'· ἀριθμὸν ὑπεροχῆν ἐπὶ τῆ ε'· μίζονος ἀριθμὸς
 πρὸς τὸν δ'· ἐλάττονα. Ἐπειδὴ δὲ τῆς εὐρεθῆ ἔτινι τὴ ἐλάττονος βαθμῶν,
 εἰ μὴ κατέχεις τι ὡς δάσκῃ, ἀφίλι τοῦτο ἀπὸ τοῦ συσσηχῆτος, εἰδὶ μὴ,
 γραφῶν ὑπὸ τὴν γραμμὴν τὸν αὐτὸν συσηχῆτα χαρακτῆρα. οἷον κείθω ἀ-
 φηλεῖν τὸν ἢ ἀριθμὸν ἀπὸ τοῦ θ', ἢ τὸν λ'. ἀπὸ τῆ μ'. γραφομένη δὲ τοῦ
 ἐλάττονος ἐν ἑκατέρῳ ὑποδείγματι, ὡς προσηχῆται ὑπὸ τῶν μείζονα, γα-
 νησθῶσαν ἢ τὰ λοιπὰ ὡς ἀνωτέρω. ἐπεὶ δὲ ἐν τῷ βαθμῶ τῶν δεκάδων ἐ-
 κατέρω τῶν ἐλάττονος ἀριθμῶν τῆς εὐρεθῆ ἐστίν, ἐπὶ μὲν τοῦ α'. ὑποδείγματος
 ἀφαρθεῖται μίαι, ἀπὸ τῶν ἐν τῷ μίζονι δεκάδων, ἢ ἢ παρ' αὐτῶν διδά-
 σκειται ἐν τῇ ἀφαιρέσει τῶν ἐν τῷ ἐλάττονος μονάδων ἀπὸ τῶν ἐν τῷ μίζονι
 ἢ ὁ ἐναπολείψει· 3· χαρακτῆρ γραφῆτω ὑπὸ τὴν γραμμὴν ἐν τῷ βαθμῶ
 τῶν δεκάδων, ὡς δεκάδων παρασηχῆτος. ἐπὶ δὲ τῆ ε'. ὑποδείγματος γραφῆ-
 τω 6· ὅ ἐν τῷ μίζονι ἀριθμῶ ὑπὸ τὴν γραμμὴν ἐν τῷ αὐτῷ βαθμῶ, οὐδὲν γὰρ ἔχεις ἀπ' αὐτῶ
 ἀφαιλεῖν. ὅταν δὲ ἐν τῷ βαθμῶ τὴ μίζονος εὐρεθῆ τῆς εὐρεθῆ, δεικνύσθῃ τὸ κατὰ τὴν τῶν βαθμῶν
 ἀγαθὴν ἀπαιτούμενον ἀπὸ τῶν προσσηχῆτων, ὡς ἐπὶ τοῦ γ'. ὅρας ὑποδείγματος τὸ γινόμενον.
 Διὲ δὲ προσῆχῃ ἐν τοῖς τοιούτοις μήτις ἀπάτη συμβῆ, διὸ δὴ, ἢ ἀφαιρεῖν μονάδα ἀνάγκη
 ἀπὸ τῶν δευτέρας ἢ προσθήσει μονάδα τοῖς τοῦ ἐλάττονος χαρακτῆρσιν. οἷον ἐπειδὴ ἀφαιρουμί-
 νων τῶν τοῦ ἐλάττονος· δ'· ἀριθμοῦ μονάδων ἀπὸ τῶν τῆ μίζονος δηλ: τὴ 5 ἀ-
 πὸ τοῦ 3: διδάσκειται ἀπὸ τῶν ἐν τῷ μίζονι δεκάδων, ἢ τῆς τοῦ γ'· δεκάδα,
 εἶτα μήτις ἀπάτη συμβῆ, δίοσ σοι ἢ ἀφαιλεῖται τῆ γ'· μονάδα μινδὲν προσθήσειται
 καὶς ἐντὶ τῆ ἐλάττονος· δεκάσιν, ἢ προσθήσειται μονάδα καὶς ἐντὶ τῆ ἐλάττονος
 δεκάσιν μινδὲν τῶν γ'· δεκάδων τῆ μίζονος ἀφαιλεῖν, ἀλλὰ γὰρ ἢν μι-
 χροῦν ἀπάτη συμβῆται. Τοιοῦτη μὲν ἐν ἢ τῆς ἀφαιρέσεως ἐφεδὸς τῆ ἢ πράξις,
 ἢ δὲ τῶν τε βλάταιος πολυτρόπος γίνεται, ἢ γὰρ δι' ἀποβολῆς ἀριθμοῦ, ἢ διὰ συνάφειας, ἢ δὲ
 ἀφαιρέσεως τὸ ακριβὲς ἐν αὐτῇ θρησῶν οὐράμηντα, ἢ δι' ἀποβολῆς μίαι ἀριθμοῦ τὸ ἀκριβὲς βα-
 σταίνεται, ὡς τὸ ἀποβάλλομεν τὸ γ'· ἀπὸ τῆ τῆ μίζονος τῶν διδομένων εἶν ἰσπὴν τοῦ ἢ χω-
 ραί, ἢ τοῦ ἐλάττονος ἢ ὑπεροχῆ· οἷον, ὅς εἶπεν τῶν δ'· ἢ ζ'. εἶν γὰρ τὰ ἑκατέρωθεν ἐναπο-
 λειψόμενα ἰσα ἢ, ὅζῃς ἰσα ἢ πράξις. Διὰ συνάφειας δὲ, ὡς ὅτε τὸν ἐλάττονα τῶν διδομένων ἢ
 τῆ ὑπεροχῆν, τοιοῦτῆ τὸν δ'· ἢ ζ'· εἰς ἑνα συνάπτομεν εἶν γὰρ ὁ εἶς αὐτῶν ἰσος γίνεται τῷ μί-
 ζονι ὡςπερ ὁ ἢ ὅζῃς ἰσαι ἢ τότε ἢ πράξις. εἰ ἀφαιρέσεως δὲ, ὡς ὅτε ἀφαιρεῖται τὴν ὑπεροχῆν
 ζ' ἀπὸ τοῦ μίζονος ἢ. εἰ γὰρ ὁ ἐναπολείπειται, ἢ τότε ἰσος ἢ, τῷ δ'· ἐλάττονος
 ὡςπερ ὁ κ'· ἢ μία ἀπάτη ἐπὶ τῆς πράξεως ἰσαι. οἱ γὰρ δ'· ἢ ζ'· ἀριθμοῦ
 ὁ ἐλάττονος δηλ: τῶν διδομένων ἢ ἢ ὑπεροχῆ ἰσοί εἰσὶ τῷ μίζονι ἢ· οἷον λαμ-
 βάνομεν αὐτῆς ὑπερέχει γὰρ ὁ ἢ τῆ δ'· τῷ ζ'· εἶν δὲ ἐκ τῶν ἰσῶν ἰσα ἀφίλ: κ: τ: ἕξῃς

ε : 6473 :
 δ : 2695 :
 ζ : 3778 :
 ε : 6473 :
 δ : 2695 :
 ζ : 3778 :
 ο : 251 :
 ε : 6473 :
 δ : 2695 :
 ζ : 3778 :
 κ : 2695 :
 η : 6473 :
 θ : 6473 :
 ζ : 3778 :
 κ : 2695 :

Κ Ε Φ Α Λ Α Ι Ο Ν Ε.

Περί Πολλαπλασιασέως.

Πολλαπλασιασῆς, ἢ τῆς πολλαπλασιαστικῆς κοινότερον λέγεται, λήϊς ἐστίν ἀριθμοῦ τοσάκις
 γινομένης, ὅσῃς περιέχεται ἐν ἐτέρῳ ἀριθμῷ ἢ μονάδι, ἢ ἔυρισι ἀριθμοῦ τοσάκις τῆ πολλαπλα-
 σιᾶσῆς ὑπερέχειται, ὅσῃς ὑπερέχει ὁ πολλαπλασιαζών τῆν μονάδα. αἱ γὰρ ἐπὶ τῆς τῆ πολ-
 λαπλασιασμοῦ πράξεως δύο προσθηταί εἰσὶν ἀριθμοί, τὸν μὲν ὡς πολλαπλασιασῶντα, τὸν δὲ
 ὡς πολλαπλασιασθῆναι τῆς. καλεῖται δὲ ἢ ἢ τοῦ προσηχῆτοισι ἢ διδομένου ὁ δὲ ἐκ τούτων συναγῆ-
 μένος· ζῆτήματος. οἷον κείθω τὸ α'· ἐπὶ τὸν β'· πολλαπλασιασθῆναι, γίνεται τὸν γ',
 οἱ μὲν ἢ α' β' διδομένοι λέγονται ὁ δὲ γ'· ζῆτήματος· εἴρηται δὲ τὴν πολλαπλασιασῆς
 λήϊν μὲν εἶναι ἀριθμῶ, ὅτι εἴ ἐκαστὸν πολλαπλασιασῆς τοσάκις λαμβάνεται ὁ
 πολλαπλασιασθῆναι ἀριθμὸς ὅσῃς περιέχει ὁ πολλαπλασιαζών τῆν μονάδα, ἢ

κ : 2695 :
 η : 6473 :
 θ : 6473 :
 ζ : 3778 :
 κ : 2695 :
 η : 6473 :
 θ : 6473 :
 ζ : 3778 :
 κ : 2695 :
 η : 6473 :
 θ : 6473 :
 ζ : 3778 :
 κ : 2695 :

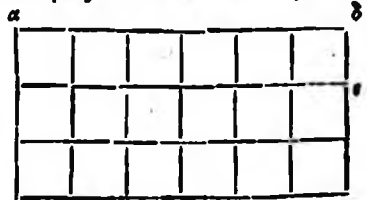
Δειν *η* διυάμει σντάξις ὑπό τινῶν ὀνομάζεται, ὕρσειν δὲ ἀριθμῶν, ὅτι κειμένω δύο ἀριθμῶν, ἄλλος τῆς τρίτος ζυτῆται, δι' δὲ τὸν εὐρίθιττα τσάκις ὑπερίχην τῶ πολλπλασιαζόμενῳ, ὅσάκις *η* ὁ πολλπλασιαζῶν ὑπερίχῃ τῆς μονάδος, ὡς μετ' ὀλίγον διηχθῆσεται. διδ ὡς *η* μονάς πρὸς τῶ πολλπλασιαζόμενῳ, ἔως ἔξει ὁ πολλπλασιαζόμενος πρὸς τὸν ἰσαχθῆντα. πολλπλασιαζῆται δὲ *η* χαρακτῆρ ἐπὶ χαρακτῆρα, ἢ ἀριθμὸς ἐπ' ἀριθμῶν, ἢ ἀριθμὸς ἐπὶ χαρακτῆρα, ὁ αὐτὸς δὲ ἐφ' ἑκάστου τῆς πράξεως ὁ τρόπος. διδ κινθῶ πρῶτον πολλπλασιασθῆται χαρακτῆρα τινὰ ἐφ' ἑταρον διδ τὸ ἀπλοῦσιρον.

Ὅπως χαρακτῆρ ἐπὶ χαρακτῆρα πολλπλασιαζῆται.

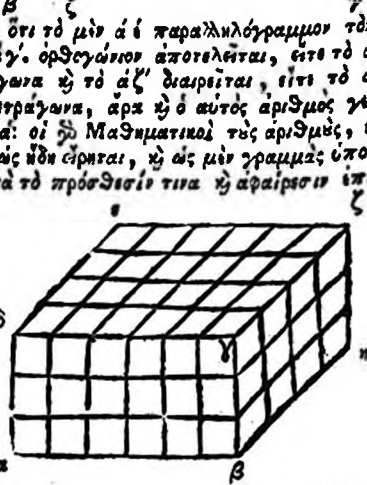
Ἡ τῶ χαρακτῆρος τοῖνον ἐπὶ χαρακτῆρα πολλπλασιασίς, ἀπλοῦσάτης ἐστὶ, *η* οἰοῖται σοιχειάδης πρὸς τῶν τῶν ἀριθμῶν πολλπλασιασίσι. δεῖ δὲ τὸν μὲν πολλπλασιασθσοόμενον γράφασθαι πρῶτον. ὑπ' αὐτὸν δὲ κατὰ βέθεος τὸν πολλπλασιασόμενον. εἶτα γραμμῆς ἐκτεινομένης σκοπεῖν ποσάκις οὗτος περιίχῃ ἐν ἑαυτῶ τὴν μονάδα, *η* τσάκις λαμβάνειν κειμένον. τὸν δὲ γινόμενον, εἰ μὲν εἰδέηται τῆς δεκάδος, γράφειν ὑπὸ τῶν πολλπλασιαζόμενα εἰδ' ἂν ὑπερίχῃ ταύτης, τὰς μὲν μονάδας ὑπὸ τῶν πολλπλασιαζόμενα ὁμοίως τάττειναι, τὰς δεκάδας δὲ εἰς βαθμῶν ἕτερον πρὸς τὰ ἀριστερὰ χωροῦντα.

Κείσθω πολλπλασιασθῆται τὸν α' ἐπὶ τὸν β' γραφόμενα δι' πρῶτον τοῦ α' χαρακτῆρος, τειθῆται ὑπ' αὐτὸν ὁ β': ὑπὸ δὲ τὸν β': ἐκταθῆται γραμμὴ ὡς ὄρας. ἐπεί δὲ ὁ β' τρεῖς τὴν μονάδα ἐν ἑαυτῷ περιίχῃ, ὡς τὰ τρία σηματικὸς, ληφθῆται *η* ὁ α'. τρεῖς. τῶν δὲ τρεῖς λαμβανομένη γινέσεται πάντως ὁ γ': 18. ἐπει δὲ ὁ γ' περιίχῃ μονάδας 8: *η* δεκάδα μίαν γραφῆται ὑπὸ τὸν β' ὁ 8: ἐν ἑτέρῳ δὲ βαθμῶ πρὸς τὰ ἀριστερὰ μονάς, *η* ἔξει χώρον δεκάδος κατὰ τὰ προσηρημένα.

Τῶτων ἂν ἔτω γινόμενωντῶ *η* φυλαττομένων ἐφ' ἑκάστης πράξεως δυήση ἕκασον τῶν λοιπῶν χαρακτῆρων ἐφ' ἕκασον ευχιστὸς πολλπλασιαζέων: εἰάθασε μίνοι ἐπὶ τῆς πράξεως αἰὶ τὸν μίζων ἐπὶ τὸν ἐλάττω πολλπλασιαζέων. ὅτι δὲ οὐδὲν διαφέρει εἶτι ὁ μίζων ἐπὶ τὸν ἐλάσσονα, εἶτ' ἂν ὁ ἐλάσσων ἐπὶ τὸν μίζωνα πολλπλασιασθῆ, δεικνυται



προτάσει 15: βιβλ: ζ': Ευκλ: ἀλλὰ διὰ τὸ σαφῆσρον κείσθω τὸ α' ὀρθογώνιον, ὡς τὴν μὲν α' πλευρὰν τοῦτου διηρημένον εἶναι εἰς τσάυτα μέρη ἴσα, ὅσας *η* ὁ α' περιίχῃ μονάδας, τὴν δὲ α' β'. εἰς ὅσας *η* ὁ β': ἀριθμὸς. εἶτα ἐφ' ἑκάστου σημείου τῆς τσ α' δ': πλευρᾶς, *η* α' β' ἕθῆται ἀχθῆντων γραμμᾶι, αἱ μὲν παραλλήλως τῆ α' β', αἱ δὲ τῆ α' δ', *η* διαιριθῆσεται τὸ α' γ' ὀρθογώνιον εἰς τετράγωνα ὀκτωκωνδῆκα ἴσα ἀλλήλοισ, ὅσας *η* ὁ γ' ἀριθμὸς περιίχῃ μονάδας. Τῶτων δὲ ἔτω κατεσκευασμένων, φανερὸν ὅτι τὸ μὲν α' εἰ παραλληλόγραμμον τὸν α' ἀριθμῶν παρίσπει, τὸ δὲ α' ζ' τὸν β'. ἐπεί δὲ τὸ αὐτὸ α' γ' ὀρθογώνιον ἀποτελεῖται, εἶτι τὸ α' εἰ παραλληλόγραμμον τρεῖς ληφθῆ, εἰς ὅσα διλοῖται τετράγωνα *η* τὸ α' ζ' διαιρεῖται, εἶτι τὸ α' ζ'. ἰθάκις, εἰς ὅσα *η* τὸ α' εἰ παραλληλόγραμμον διαιρεῖται τετράγωνα, ἀρα *η* ὁ αὐτὸς ἀριθμὸς γινέσεται εἰάν ὁ α' ἐπὶ τὸν β' πολλπλασιασθῆ, ἢ ὁ β' ἐπὶ τὸν α': οἱ ἄρα Μαθηματικὸι τὰς ἀριθμῶν, ἢ ὡς ἀπλὰς ἐνοῦσι γραμμᾶς, ἢ ὡς ἐπίπεδα, ἢ γὰρ ὡς στερεά, ὡς ἕδη εἴρηται, *η* ὡς μὲν γραμμᾶς ὑποτιθῆσιν τὰς ἀριθμῶν ἐπί τῆς συνάξεως *η* ἀφαιρέσεως, διὰ τὸ πρόσθεσιν τινὰ *η* ἀφαιρέσιν ἐπὶ τῆς τῶτων δέχεσθαι πράξεως, ἐπὶ δὲ τῶ πολλπλασιασμοῦ, εἰάν μὲν δύο ὡσιν οἱ διδόμενοι, ὡς ἐπίπεδα, εἰάν δὲ τρεῖς ὡς στερεά. Ὅθεν *η* ὁ γινόμενος ἐκ τῶ πολλπλασιασμοῦ δύο τινῶν ἀριθμῶν, ὡς ἐπίπεδον ὀφίλει ἐνοῦσθαι οἷον τὸ α' γ'. ὀρθογώνιον. ὁ δὲ ἐκ τῶ πολλπλασιασμοῦ τῶν τριῶν, ὡς παραλληλεπίπεδον, οἷον ἐστὶν τὸ α' ζ': πλείους γὰρ τῶν τριῶν ἀριθμῶν πολλπλασιασθῆται ἀλλήλοισ ἀχ' ὑποτίθεται, ὡδὲ ἄρα ἔξῃσιν. ὅπερ δὲ εἴρηται περὶ τῶν ἐπιπέδων τῶν αὐτῶ ἐνοῦσθαι διῶν *η* περὶ τῶν στερεῶν. ὡσπερ γὰρ ἐν ἐπέσοισ τὸ αὐτὸ ἀποτελεῖται ἐπίπεδον ὅσους τῆς πολλπλασιασόμενης τῶν διδομένων γινόμενης, ὅτω *η* α' β'



BIBLION A'. KEΦAΛAION E'.

τοῖς σειραῖς τὸ αὐτὸ πάντως σειρῶν συσταθῆσεται, τῆς τῶν προβαλλομένων πολλαπλασιασῆσας διαφορὰς γινομένης. οἷον κείδωσαν τρεῖς ἀριθμοὶ τῶν τὰ α' ζ' σειρῶν πλευρῶν παρασατικοὶ οἱ α' β' γ' καὶ ὁ μὴν δ' ἴσῳ παρασατικός τῆς α' β' πλευρᾶς, ὁ δὲ β' τῆς β' α': καὶ ὁ γ' τῆς β' γ'. Τούτων δ' ἕκαστος ὑποτιθεμένων πολλαπλασιασθῆτω πρῶτος ὁ α' ἐπὶ τὸν β', καὶ τοῦ γινομένου ἐξ αὐτῶν δ' ἀριθμῶν ἐπὶ τὸν γ': πολλαπλασιασθῆσιν, γινέσθω ὁ ε' ὡς ἐπὶ τοῦ α': παραδείγματος. δευτέρου πολλαπλασιασθῆτω ὁ β' ἐπὶ τὸν γ': καὶ γινέσθω ὁ ζ': τοῦτο δὲ πολλαπλασιασθῆσιν ἐπὶ τὸν α' γινέσθω ὁ η': ὡς ἐπὶ τῷ δευτέρῳ παραδείγματος. τρίτου πολλαπλασιασθῆτω ὁ α' ἐπὶ τὸν γ', καὶ γινέσθω ὁ θ', οὗτινος ἐπὶ τὸν β'. πολλαπλασιασθῆσιν γινέσθω ὁ κ' ὡς ἐπὶ τοῦ γ'. παραδείγματος. Λέγω δὲ, τοὺς ε', η', κ', ἀριθμὸς ἴσος εἶναι. Ἐὰν γὰρ ἡ α' β' πλευρὰ τοῦ α' ζ': σειρῶν ἐπὶ τὴν β' ἢ κινηθῇ, καὶ γίνῃται ἡ βᾶσις τοῦ αὐτοῦ σειρῶν, εἴτα ἡ αὐτὴ βᾶσις ἐπὶ τὸ β' γ' ἕλος ἀνωλεθῆν, τὸ α' ζ' δὴ κινῆσθαι ἀποτελεσθῆσεται σειρῶν. τὰν δὲ πάλιν ἡ β' ἢ πλευρὰ ἐπὶ τὴν β' γ' κινηθῇ, καὶ γίνῃται τὸ β' ζ' ἐπίπεδον, τὸτο δὲ ἐπὶ τὴν α' β' ὁμοίως κινηθῇ τὸ αὐτὸ α' ζ' σειρῶν ἀποκατασταθῆσεται. τὰν δὲ τρίτον ἡ α' β' ἐπὶ τῆς β' γ' κινηθῇ καὶ γίνῃται τὸ α' γ' ἐπίπεδον, τὸτο δὲ ὡσαύτως ἐπὶ τῆς β' ἢ φερομένη, τὸ αὐτὸ αὐδὲς α' ζ' πληρωθῆσεται σειρῶν.

= β: γ:
6: 4: 3:
4: β
24: δ α.
3: γ
72: ε
4: β
3: γ
12: ζ β.
6: κ
72: η
6: α
3: γ
18: θ γ.
4: β
72: κ

Και ἄλλως.

Διατὸν δὲ τοῦτ' καὶ ἄλλως ἀποδειχθῆσαι. Κείδωσαν γὰρ οἱ α' β' γ' χαρακτῆρες σχειδῶν κατὰ πλάτος. καὶ ὁ μὴν β' τὸν α' πολλαπλασιάσας ποιῆτω τὸν δ'. α: 6: β: 4: γ: 3: τῶτον δὲ ὁ γ' πολλαπλασιάσας ποιῆτω τὸν ε'. αὐδὲς πολλαπλασιάσας ὁ γ' τὸν β' ποιῆτω τὸν ζ', τῶτον δὲ ὁ α' πολλαπλασιάσας ποιῆτω τὸν η'. τρίτον δὲ τὸν γ' πολλαπλασιάσας ποιῆτω τὸν θ', τῶτον δὲ ὁ β' πολλαπλασιάσας ποιῆτω τὸν κ'. Λέγω δὲ τοὺς ε' η' κ' ἀριθμὸς ἴσος εἶναι ἕκαστον ἕκαστῳ. Ἐπιὶ γὰρ ὁ β': τὸν μὴν α' πολλαπλασιάσας τὸν δ' πεποικί, τὸν δὲ γ' πεποικί τὸν ζ', τὸ αὐτὸ γὰρ εἶναι, εἴτα ὁ γ' τὸν β', εἴτο ὁ β' τὸν γ' πολλαπλασιάσας, εἰ δ' ἢ ζ' ἀρ' ἀριθμοὶ τῶν αὐτῶν ἔχουσιν ἀλλήλοισ λόγον τοῖς ἀγ': καὶ τὴν ι' ζ': τὰ ζ' τὸ Στοιχειωτοῦ. εἴην ἀρ' ὡς: ὁ α' πρὸς τὸν γ': ὁ δ' πρὸς τὸν ζ': ἀλλ': ὅταν τίσσασιν ἀριθμοὶ ἀτάλογον ὦσιν, ὁ ἐκ τοῦ α' καὶ τὴν ἄρ'τα γινόμενος ἴσος ἐστὶ τῶ ἐκ τῶ β', καὶ γ' κατὰ τὴν ιδ'. τὸ αὐτὸ. ὁ δὲ ἐκ τῶ α' α': καὶ δ' ζ': ἐπταῦθα εἶναι ὁ η': εἰ δὲ ἐκ τῶ β' γ', καὶ γ' ὁ εἶναι ὁ ε', οἱ ε' ἀρ' καὶ ἢ ἀριθμοὶ ἴσοι ἀλλήλοισ εἶσιν. πάλιν ἐπεὶ ὁ γ': τὸν μὴν β' πολλαπλασιάσας τὸν ζ' πεποικί, τὸν δὲ α' τὸν θ'. Ἐἴην ἀρ' διὰ τὰ αὐτὰ ὡς: ὁ α' πρὸς τὸν β', ὁ θ' πρὸς τὸν ζ'. καὶ ἰσομῶς ὁ η', ὁ ὑπὸ τῶ α' α': καὶ δ' ζ': ἴσος ἐστὶ τῶ κ', τῶ ἐκ τῶ β' β': καὶ γ' θ', δεδεικται δὲ καὶ ὁ ε' τῶ ἢ ἴσος, ἀρ' οἱ τρεῖς ἀριθμοὶ ε' η' κ' ἴσοι εἶναι ἕκαστος ἕκαστῳ ὅπερ ἰδίῳ δεῖξαι.

α: 6:	β: 4:	γ: 3:
β: 4:	γ: 3:	α: 6:
δ: 24:	ζ: 12:	θ: 18:
γ: 3:	α: 6:	β: 4:
ε: 72:	η: 72:	κ: 72:

Πόρισμα.

Ἐκ τούτου ἔυλον καὶ ὅπως δυνατόν ἐννοηθῆναι τὸν ἀριθμὸν, ἢ ὡς τετράγωνον, ἢ ὡς κύβον. ὡς γὰρ τετράγωνος μὲν εἴσεται, πνίκα δύο ἀριθμοὶ ἴσοι πολλαπλασιάσασιν ἀλλήλους καὶ ποιήσωσι τιτᾶ, ὡς δὲ κύβος, ἐπιπδᾶν τρεῖς ἀριθμοὶ ἴσοι πολλαπλασιασθῆναι ἕκαστος ἐφ' ἕκαστον ποιήσωσι τιτᾶ.

Ὅπως ἀριθμὸς οἷος ὀηποτῶν ἐπ' ἀριθμὸν οἷον ὀηποτῶν πολλαπλασιάζεται.

Ὡς περ ἐπὶ τῆς τῶν χαρακτῆρων πολλαπλασιάσεως δύο εἶσιν οἱ προβαλλόμενοι καὶ διδόμενοι, ὁ μὴν ὡς πολλαπλασιάζων ὁ δὲ ὡς πολλαπλασιαζόμενος, ἕτω καὶ τῶ πολλαπλασιασμῶ τῶν ἀριθμῶν, δεῖ τὸν μὴν ὡς πολλαπλασιαστον, τὸν δὲ ὡς πολλαπλασιασθῆσομενον λαμβάνεσθαι. ἐπεὶ δὲ κρταῦθα εἶδεν ἄλλο ποιῶν ἔχουμιν, ἢ χαρακτῆρα ἐπὶ χαρακτῆρα πολλαπλασιάζειν, μετᾶτῆνος μίττοι ἐπαναλήψως ὡς ὀφείμθα, διᾶτοι τῶτο ἀναγκαῖόν παντὶ τῶ βουλομένῳ μετ' ευχερείας ἕκαστον ἀριθμὸν ἐφ' ἕκαστον πολλαπλασιάζειν προειδέναι ἀκριβῶς τὸν γινόμενον ἐκ τῆς ἑκάστου χαρακτῆρος πρὸς ἕκαστον χαρακτῆρα πολλαπλασιάσεως. Τούτου δὲ τιύξεται πάντως ὁ τὴν τῶ Πυθαγορείου Πινάκος ἐπιστάμιτος χρῆσται καὶ κατασκευῆ. ὅθεν προργαίεατορ καὶ περὶ αὐτοῦ ὀλίγα αττα διαλαθεῖν.

Περί κατασκευής ης χρήσεως τῶν Πυθαγορείων Πίνακος.

Πυθαγόρας τοίνυν ὁ πᾶσιν χερσὶν τὴν σπουδὴν ὑπὲρ τῆς τῶν ἀριθμῶν Ἐπιστήμης προβαλλόμενος, καὶ εἰς τοσοῦτον δυνάμει ἐπιβλέπων, ὥστε δι' ἀριθμῶν τὰ πάντα ὑποδεικνύεται, τῶν πρωτοπείρων χάριν ἢ Πίνακά τινα κατασκευάσας ὅτι μάλιστα τῆ πρακτικῆς χρησιμύτου Ἀριθμητικῆ, ὅν καὶ κατ' ἐπιπέδου ἀποκαλῶν οὐκ ἔν ἀμάρτοι. Τοῦτο δὲ ἐστὶ διάγραμμα τι σχῆμα τετραγώνου φέρει, οἷον

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

Ἡ μὲν οὖν κατασκευὴ τῶν Πυθαγορείων Πίνακος ἕνωσως ἔχει, ἢ χηρῆς δι' ἑνὸς ἐξ αὐτῆς τῆς κατασκευῆς σαφῆς ἢ καὶ καθίσταται. Οἱ γὰρ βωλόμιαι μαθῶν τὸν γινόμενον ἀριθμὸν ἐκ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ χαρακτῆρος τινὸς πρὸς ἑν-

ρον, τῆ τυχόντος δηλ: πρὸς τὸν τυχόντα, λαμβανίτω ἐκ μὲν τῶν ὑπὸ τὴν ἀδ' πλειῶν χαρακτῆρων τὸν πολλαπλασιασθέντα, ἐκ δὲ τῶν ὑπὸ τὴν δ' γ', τὸν πολλαπλασιασθῆσόμενον, ἢ τοῦ μπαλιν τὸν πολλαπλασιασθέντα μὲν ἐκ τῶν ὑπὸ τὴν δ' γ': τὸν δὲ πολλαπλασιασθῆσόμενον ἐκ τῶν ὑπὸ τὴν ἀδ': ἢ σκοπεῖτω τὴν κοινὴν συνέλιψιν τῶν χαρακτῆρων, κακὴ τοίνυν εὐρήσει γινωσκίται τὸν ζήτημασιν. οἷον κείθω πολλαπλασιασθῆναι τὸν δ' χαρακτῆρα ἐπὶ τὸν 3, ληθῆναι δὲ ὁ 3' ἐκ τῶν ὑπὸ τὴν ἀδ' πλειῶν χαρακτῆρων, ὁ δὲ 6': ἐκ τῶν ὑπὸ τὴν δ' γ': ἢ ἐπὶ συνέρχεται ἀμῶν ἑνθά ὁ 18': γινωσκίται, ὅτι ἐστὶ πάντως ὅ ἐκ τῶν πολλαπλασιασμῶν τῶν 6': ἐπὶ τὸν 3: γινόμενος, ὁ αὐτὸς δ': εὐρεθῆσεται ὅτι ἐστὶ ὁ 6': ἐκ τῶν ὑπὸ τὴν ἀδ' ληθῆναι χαρακτῆρων, ὁ δὲ 3': ἐκ τῶν ὑπὸ τὴν δ' γ'.

Τοιαύτη μὲν δὲ ἔτε κατασκευὴ ἢ χηρῆς τῶ αὐτῶ Πίνακος, ὅσοι δὲ τὸν αὐτὸν ἀναγκαῖον ἐστὶ τῶν ἀριθμῶν πρὸς ἀλλήλους πολλαπλασιασθῆναι, ἐπὶ τῆς πράξεως γινωσκίται, ὡσπερ ἂν ἐκ προσηρηχῆς τῆς τῶν γινόμενων ἐρχόμεθα εἰς γινώσκιν ζήτημασιν παντὸς ἀριθμοῦ διὰ ἀναγκαῖον πασι τοῖς πολλαπλασιασθῆναι οἰοῦντιν ἀριθμῶν ἐφ' οἰοῦντιν ἰσησόμενοι καὶ ἐν μνήμῃ τῶτο φέρειν. οὕτω δὲ εὐχερίτερον τὸν πολλαπλασιασμὸν παντὸς ἀριθμοῦ ἐφ' οἰοῦντιν ἀριθμῶν ποιεῖν δυνησεται. Δὲ δὲ ἢ ἐπὶ τῆς πολλαπλασιασθῆναι τῶ τυχόντος ἀριθμοῦ ἐπὶ τὸν τυχόντα τὰ αὐτὰ φυλάττεσθαι, ἢ καὶ ἐπὶ τῆς συναφῆς τῆς ἀραιότητος εἴρηται. τὰς μονάδας διηλοῦν τῶν διδομένων ἀριθμῶν ἀλλήλους συστοιχῶν κατὰ βῆθος, καὶ τὰς δικάδας ὁμοῶς, ἑκατοστάδας τε καὶ λοιπὰς προσηρησεται. ἐπεὶ δὲ ὅταν δύο ἀριθμοὶ ἀλλήλους πολλαπλασιασθῶν, οἱ γινόμενοι ἐξ αὐτῶν ἴσοι ἀλλήλους ἴσονται, ὡς εἴρηται, ἢ προτάσας, αὐτὸ τὸ ζήτημα Βυλλίου Βυλλίου δεικνύται, ἵνα εὐχερίτερα ἢ πράξις ἢ προσήκει τὸν μείζον ἀριθμὸν προσηρησθῆναι τῆ τάξει τῶ ἐλάττωτος. Πολλαπλασιασθῶν δὲ τῶ μείζονος ἀριθμοῦ ἐφ' ἑκατον τῶν τῶ ἐλάττωτος χαρακτῆρων τῶς γινόμενος μὴ ἀπὸ τῶ αὐτῶ ἀρχεσθαι βαθμοῦ, ὡς εἴνα συναπτομένων ἀριθμῶν παραχθῆσεται ὁ ζήτημασιν.

Κεῖθεν τοίνυν ἐπὶ παραδείγματος τῶ α' ἀριθμοῦ ἐπὶ τὸν β' πολλαπλασιασθῆναι. γραφίτω πρῶτον ὁ α': ὑπ' αὐτὸν δὲ ὁ β', γραμμῆς δὲ ὑπὸ τὸν β': ἐκτεθησόμενος, πολλαπλασιασθῆναι ὁ α': ὅλος ἀριθμὸς ἐπὶ τὸν πρῶτον χαρακτῆρα τοῦ β': δηλ: τὸν 3: τὸν ἐν χῶρα μονάδων, ἢ ὁ γινόμενος γραφίτω ὑπὸ τῆς γραμμῆς ἀρχόμενος μὴ ἀπὸ τῶ βαθμοῦ τῶν μονάδων, χωρὸν δὲ ἐπὶ τὰ ἀριστερά. οἷα πολλαπλασιασθῆναι ὁ αὐτὸς α': ἢ ἐπὶ τὸν β': ἢ γ': χαρακτῆρα τῶ β': χωρῆς, ἢ οἱ γινόμενοι γραφίτωσιν ὑπὸ τὸν προσηρησθέντα, ὁ μὲν ἀπὸ τῶν δικάδων ἀρχόμενος, ὁ δὲ ἀπὸ τῶν ἑκατοστάδων. Μετὰ δὲ ταῦτα συναφθῆσεται ἀπαιτῆς εἰς ἑνα κρηκῆος ἵσαι ὁ ζήτημασιν ἰάν ἢ πράξις ὀρθῶς γίγεται.

- 4625: α :
- 143: β :

- 13875 : γ :
- 18500 δ :
- 4625 ε :

- 661375 ζ :

Εἰ δὲ σοὶ ὁ τρόπος οὗτος ἀνεχρῆς τις εἶναι δοκεῖ, μὴ ἀποκλήρας τὸν α΄ ἀριθμὸν ἐφ' ἕκαστον τοῦ β΄ πολλαπλασιάξῃς χαρακτῆρα, ἀλλ' ὡς οὕτως εἰπὴν μιμεριμῆως. ἀρχόμενος γὰρ ἀπὸ τοῦ πρώτου χαρακτῆρος ταῦ α΄ δηλ: τῆ 5: πολλαπλασιασθὲν τῶν ἐπὶ τὸν α΄ τῆ β΄ χαρακτῆρα ἡ τῶ α΄ λέγων. ὁ 5: τρεῖς λαμβανόμενος ποιεῖ τὸν 15: ὡς ἐν τῷ Ηυδαγορίῳ Πίνακι ἔϋλον. ἐπεὶ δὲ ὁ 15: ὑπερέχει τῆς δεκάδος, γραφίτω ὑπὸ τὸν 3: ὁ 5: καὶ ἡ δεκάς φυλαττίσθω. εἶτα μεταβαίτων ἐπὶ τὸν β΄: τῆ α΄ χαρακτῆρα εἰπὴ, τρεῖς ὁ 2: λαμβανόμενος ποιεῖ τὸν 6: πρόσθετος δὲ τῶ β΄: καὶ μονάδα ἀπὸ τῆς φυλαττομένης δεκάδος. δεκάδων ἦ ἐστὶ καὶ ὁ 6: παραστατικός, ὡς περ καὶ ὁ δύο ὁ ἐν τῷ α΄: τρεῖς γὰρ ὁ 20: λαμβανόμενος τὸν 60: ποιεῖ, καὶ γινέσται ὁ 7: οὗτος δὲ γραφίτω ἐν τῷ ἀνωτέρῳ βεθμῶ ὑπὸ τὰς δεκάδας δηλ: μεταβαίτων δὲ καὶ ἐπὶ τὸν 6: ἐπὶ τρεῖς ὁ 6: λαμβανόμενος ποιεῖ τὸν 18: ἐπὶ δὲ καὶ ὁ 18: ὑπερέχει τῆς δεκάδος, γραφίτω μόνον ὁ 8: ὑπὸ τὰς ἑκατοντάδας, ὡς ἑκατοτάδων παραστατικός. ὡς περ καὶ ἐν τῷ α΄ β΄: τρίτος χαρακτῆρ. φυλαττομένης δὲ τῆς δεκάδος μὴ ἐπιρῆα, δυναμὶ δὲ ἑκατοτάδος, μεταβῆθαι ἐπὶ τὸν 4: τὸν ἔχοντα τῶν τοῦ α΄ χαρακτῆρων, καὶ ἐπὶ τρεῖς ὁ 4: λαμβανόμενος ποιεῖ τὸν 12: τῶν δὲ προσιδιμῆως μονάδος, γίνεται ὁ 13: ὁ ὁ μὲν 3: χαρακτῆρ χιλιάδας παρίσσει, ὡς περ καὶ ὁ 4: ἔχοντος τῶ α΄ χαρακτῆρ, διὸ καὶ ὑπὸ τὸν βεθμὸν τῶν χιλιάδων γράφισθαι οφείλει. ἡ δὲ μονὰς δεκάδα χιλιάδος ἐμφαίνει, ὅθεν καὶ εἰς τὸν βεθμὸν ταύτης τάττεται.

Γίνεται μὲν ἂν ἐκ τῶ πολλαπλασιασμῷ τῶ α΄ ἐπὶ τὸν α΄ χαρακτῆρα τῶ β΄: ὁ γ' ἀριθμὸς. πολλαπλασιαζομένη δὲ τῶ αὐτῶ α΄ ἐπὶ τὸν β΄: καὶ γ' χαρακτῆρα τοῦ β΄: τὸν αὐτὸν τρόπον γινέσονται οἱ δ': καὶ ὁ ἀριθμοί. τιτράκις γὰρ ὁ 3: λαμβανόμενος ποιεῖ τὸν 20: διὸ ὑπὸ τὰς δεκάδας τάττεται τῆ ἴφρα, καὶ φυλάττεται ὁ 2: τουτέστιν αἱ δύο δεκάδες. τιτράκις δὲ ὁ 2: λαμβανόμενος ποιεῖ τὸν 8: ὅστις προσιδιμῆως τῶ 2: ὁ 10: ἀναφέρεται. Ὅθεν αὐθις γραφίται μὲν ὑπὸ τὰς ἑκατοτάδας τῆ ἴφρα, φυλάττεται δὲ μονὰς, ἥτις οφείλει προσιδῆναι ταῖς χιλιάσι. λαμβανομένων δὲ τῶν λοιπῶν χαρακτῆρων ὁμοίως τιτράκις ἑκάστῃ χωρὶς, γινέσται ὁ δ': ὁλοκληρὸς ἀριθμὸς' ἀπᾶξ δὲ λαμβανομένη τῶ α΄ ἐν τῷ πολλαπλασιασμῷ τῶν αὐτῶ χαρακτῆρων ἐπὶ τὸ γ', τῶ β΄: χαρακτῆρα γινέσται ὁ ε': ἀρχεται δὲ ὁ μὲν γ' ἀπὸ μονάδων, ὁ δὲ δ': ἀπὸ δεκάδων, καὶ ὁ ε': ἀπὸ ἑκατοτάδων. ὅτι τῶν μονάδων ἐπὶ μονάδας μὲν πολλαπλασιαζομένων μονάδις ἀναφέρεται. ἐπὶ δεκάδας δὲ δεκάδες. καὶ ἐπὶ ἑκατοτάδας ἑκατοτάδες, ὡς καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων προσηγορίων ἀναλόγως. ὁ γὰρ 5: πρῶτος τῶ α΄ χαρακτῆρ ἐν τῆ ἴφρα μονάδων ὑπάρχει λαμβανόμενος μὲν τρεῖς, τὸν 15: πει, τιτράκις δὲ τὸν 20: καὶ ἀπᾶξ ἑαυτὸν, ἀλλ' ὁ μὲν 15: μονάδων ἐστὶ παραστατικός. ὡς περ καὶ ὁ α΄: τῆ β΄: χαρακτῆρ, ὁ δὲ 20: δεκάδων, ὡς περ καὶ ὁ β΄. καὶ ὁ 3: ἑκατοτάδων, ὡς περ καὶ ὁ γ'. τὸ γὰρ τιτράκις ἐν ταῦθα τὸν 5: λαμβάνεισθαι ἰσοδύναμον ἐστὶ τῷ τεσσαρακοντάκις, ὡς περ καὶ τὸ ἀπᾶξ αἰτί τοῦ ἑκατοτάκις ἐπιτίθεται.

Οὕτω δὴ τῶ α΄ ἐπὶ τὸν β΄. πολλαπλασιαζόμενος συναχθέντων οἱ γινόμενοι γ', δ', ε', εἰς ἕνα τὸν ζ': καὶ ἕτος ἕνα ὁ ζῆτος. ἢ καὶ ἑκάστῃ ἀριθμῷ πολλαπλασιάσει δυναμὶ τις ἐστὶ σύμφατος, ὡς ἴσηται, ὁ ζ': δέπτην ἀριθμὸς τινικαῦτα τὸ πηδὸν ἔχει ἐκ τῶ πολλαπλασιασμῷ τῶ α΄ ἐπὶ τὸν β΄: παραχθῆναι, ἐπειδὴν ἀποκαχθῆ ἴσος τῶ ἐκ τῆς συνάφους τῶ α΄, τῶ αὐτῆς λαμβανομένη. ὅσαι εἰσὶν ἐν τῷ β΄: αἱ μονάδες. ἀλλ': κηταῦθα τοῦτ' αὐτὸ γίνονται. Πρῶτον μὲν γὰρ ὁ α΄ ἀλλοπταί τρισὼς καὶ γίνονται ὁ γ', εἶτα τεσσαρακοντάκις καὶ γίνονται ὁ δ'. καὶ τελευταῖον ἑκατοτάκις, καὶ γίνονται ὁ ε': τουτέων δὲ συναπιρομένων ὁ ζ' πληπρωταί. ὁ ζ' ἀρα ἴσος ἐστὶ τῶ γινόμενῳ καὶ τῶ α΄: τῶ αὐτῆς λαμβάνεισθαι ὅσακις ὁ β΄: τὴν μονάδα περιέχει καὶ ἰσομῆως αὐτὸς, ἐστὶν ὁ ἐκ τῶ πολλαπλασιασμῷ τοῦ α΄ ἐπὶ τὸν β΄ παραχόμενος ὅπερ ὅθεν δειξῆται.

Καὶ ἄλλος.

Εἰπέ ὁ μὲν α΄ χαρακτῆρ τῶ β΄. δηλ: ὁ 3: τὸν γ' πεποιήων, ὁ δὲ β΄. δηλ: ὁ 4: τὸν δ'. καὶ ὁ γ'. τὸν ε': ἕκτος χωρὶς τὸν α΄ πολλαπλασιασας, ὁ α΄ ἀρα τῶ αὐτῆς μετρί τὸν γ', ὅσακις καὶ ἡ μονὰς τὸν α΄: τῶ β΄ χαρακτῆρα. Τὸν δὲ ὁ, ὅσακις ἡ μονὰς τὸν δεῦτερον, καὶ τὸν ε': ὅσακις ἡ μονὰς τὸν γ': ὁ δὲ συμπληρωμένος ἐκ τῶν γ', δ', ε', ἐστὶν ὁ ζ'. ὁ α΄ ἀρα μετρί τὸν ζ': ὅσακις καὶ ἡ μονὰς ὅλον τὸν β΄, ὡς ἡ εἶχει ἡ μονὰς πρὸς τὸν β΄: ἔτω καὶ ὁ α΄ πρὸς τὸν ζ': τῶτο δ' ἀληθεύσει ἐπειδὴν ὁ β΄ ἀριθμὸς τὸν α΄ πολλαπλασιασας ποιεῖσθαι ἕτος δ' ἐστὶν ὁ ζ': ὁ ζ': ἀρα ἐστὶν ὁ γινόμενος ἐκ τῶ πολλαπλασιασμῷ τοῦ α΄ ἐπὶ τὸν β΄:

Οὕτω μὲν δὲ ἕκαστος ἀριθμὸς ἐφ' ἕκαστον πολλαπλασιάζεται διεξιόν τῆς ἀρχῆς γινομένης. δυνατὸν δὲ καὶ ἀριστέροθεν ἀρχίσθαι τῶ πολλαπλασιασμῷ, καὶ τῶν γινόμενων, ἐπὶ τὰ διεξίδια κατερχομένων, τῶν αὐτῶν ἢ καὶ παράγισθαι ἀριθμὸν, ὡς ἐπὶ τῶ αὐτῶ παραδείγματος δῆλον. Πολλαπλασιαζο-

σιαζομένου γάρ τῷ ἀριθμοῦ, πρῶτον μὲν ἐπὶ τὸν γ': καὶ δύναμι, τὰν ἐν τῷ β':
 χαρακτηρῶν γίνεται ὁ ἦ, β': δὲ ἐπὶ τὸν 4: ὅς τιν' ἔλαχε τάξιν γίνεται ὁ θ':
 βαθμὸν ἐνα κατερχομένος, ἢ ὑπερεκπίπτων τῷ πρὸ αὐτῆ πρὸς τὰ δεξιά. γ': δὲ
 ἐπὶ τὸν 3: τὸν α': κατὰ δύναμι, γίνεται ὁ κ', δύο κατερχομένος βαθμῶς, ἐκ
 τῶν δὲ συναπτομένων, γίνεται ὁ λ' ὁ αὐτὸς ὢν τῷ ζ' τῷ ἐκ τῶν γ', δ. ε, συμπλη-
 ρωμένῳ. Τῶτον μὲν ἐν τὸν τρόπον δυνήσῃ πάντως γι πολλαπλασιαζέει ευχαρῶς
 τὸν τυχόντα ἀριθμὸν ἐπὶ τὸν τυχόντα, ἐπειδὴν δὲ τζίφρα ἢ θατίρω τῶν αριθ-
 μῶν τῷ πολλαπλασιάζοντι φερ εἰπῆν, ἢ τῷ πολλαπλασιαζομένῳ, ἢ καὶ ἀμ-
 φοῖν, εἰδέντι ἐκ τῷ πολλαπλασιασμῷ ταύτης πρὸς τινα χαρακτηρα, ἢ καὶ πρὸς ἑτέραν τζίφραν γί-
 νεται. Διδ εἰ μὲν φυλάττεται τι ὡς περιττιον, τάττεται τετὶ ἀντὶ τῆς τζίφρας, μηδενὸς δὲ φυ-
 λαττομένη τζίφρα αὐθις γράφεται. οἶον κείῳ ὁ ἦ: ἀριθμὸς πολλαπλασιάζο-
 μιος ἐπὶ τὸν θ': καὶ ἐπεὶ ἐν τῷ α. βαθμῷ τοῦ θ'. τζίφρα ἐστίν, ἢ δὲ τζίφρα
 εἰδέντι σημαίνει, φανερὸν ὅτι ὁ α. χαρακτηρ τοῦ θ': οὐ δύναται τὸν ἦ: ἀριθμὸν
 πολλαπλασιάζει. διὸ τζίφρα γράφεται ὑφ' ἑκαστοῦ τῶν αὐτῶ χαρακτηρῶν. ὁ γάρ
 α. χαρακτηρ τοῦ ἦ: διλ: ὁ β': μηδαμῶς λαμβανόμενος οὐδέν τι ποιεῖ, ὡσπερ καὶ
 ἡ τζίφρα, τὴν παλιν ἐλάκει λαμβανομένη μηδέν ποιεῖ. τετ' αὐτὸ συμβαίνει καὶ
 ἐπὶ τῶν λοιπῶν χαρακτηρῶν τῷ ἦ: ἐν δὲ τῷ πολλαπλασιασμῷ τοῦ ἦ: ἐπὶ τὸν
 β': χαρακτηρα τῷ θ': δις ὁ β': λαμβανόμενος ποιεῖ τὸν ιε': διὸ τάττεται ὑπὸ τὰς δεκάδας ὁ σ':
 μῶτος χαρακτηρ, ἢ φυλάττεται ἡ δεκάς ἀπὶ μίας ἑκατοτάδος: ἑκατάκις γάρ τῷ β': λαμβανόμενῳ ὁ
 ιεα': ἀποτελεῖται. δις δὲ τῆ: τζίφρας λαμβανομένης εἰδέντι ἀποτελεῖται. Ὁθεν ὑπὸ τὰς ἑκατον-
 τάδας μῶτος μόνη γράφεται, ἢ φυλαττομένη διλονότι ἑκατοντάς ἐκ τῷ πολλαπλα-
 σιασμῷ τῷ β': ἐπὶ τὸν 20: λαμβανομένη δὲ καὶ τῷ 4: δις γίνεται ὁ θ': ὅς καὶ ἐν τῷ βαθμῷ τῆς
 χιλιάδος: τάττεται. ἐπεὶ δὲ μετὰ τὸν πολλαπλασιασμὸν ἑκάστου ἀριθμοῦ ὑφ' ἑκαστον σὺνάφει ἐπι-
 ται ἀνάγκη πάντως κρηταυθε ταύτην γίνεσθαι. ἐπεὶ δ' αὐθις ἐπὶ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ τοῦ
 ἦ ἀριθμοῦ ἐπὶ τὸν α': χαρακτηρα τῷ θ': εἰδέντοι γέγονη, διατοί τῷτο ἐν τῇ σὺνάφει τζίφρα μόνον
 τίθεται ὑπὸ τὰς μοιάδας.

4625: α:
 143: β:
 4625: η:
 18500: θ:
 13875: κ:
 661375: λ:
 406: η:
 20: θ:
 800
 812
 8120:

Πόρισμα .

Εκ δὲ τῆς φαιρόν, ὅτι ἐὰν ἀριθμῷ τιτὶ τζίφρα μόνον προσεθῆ, ὁ αὐτὸς ἀριθμὸς γενήσεται. ὅς τις
 ἀν ἐκ τῆ πολλαπλασιασμῷ τῷ αὐτῷ ἐπὶ τὸν 10: γένοιτο. Εἰδὲ τιμὴ ἀριθμῷ δις λαμβανομένη τζίφρα
 προσεθῆ γενήσεται ἀριθμὸς ὁ καὶ ἐκ τῷ πολλαπλασιασμῷ τῷ αὐτῷ ἐπὶ τὸν 20: γινόμενος. τρεῖς δὲ
 λαμβανομένη τῆ: τζίφρας προσεθιμῆς γενήσεται, ὅς ἀν καὶ ἐκ τῷ πολλαπλασιασμῷ τῷ αὐτῷ ἐπὶ
 τὸν τριάκοντα ἀναφαιρῆ. τὰ αὐτὰ καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων τῶν δεκαδικῶν, ἑκατοσῶν, χιλιοσῶν, καὶ
 λοιπῶν ἀλλῶς συμβαίνει. ὡσεὶ ἡνίκασοι πρόκειται ἀριθμὸν τινα ἐπὶ τὸν 10: πολλαπλα-
 σιάσαι πρὸςθε: αὐτῷ μόνον τζίφραν. Ὅτι δὲ ἐπὶ τὸν 20: καὶ διπλασιάσων αὐτὸν πρὸςθε: τι.
 τριπλασιάσων δ' ἐπὶ τὸν 30: καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων τῶν δεκαδικῶν τὸ ἀνάλογον ἑκάστῳ ποιεῖ. ὅτι
 δὲ ἐπὶ τὸν 100: πρὸςθε: μόνον τζίφρας δύο: ἐπὶ δὲ τὸν 200: καὶ διπλασιάσων αὐτὸν πρὸς τῷτο.
 τριπλασίον δὲ ἐπὶ τὸν 300: ἀπαξάπλω: δ' εἰπεὶ ὅταν μὲν ἀν εὐριθῶσι τζίφραν ἐν τῷ πολλαπλα-
 σιάζοντι τοσαύτας σει προσεθῆσι δέον καὶ τῷ πολλαπλασιαζομένῳ. ὅσας δὲ τῆν μονάδα ὁ ἐκείνου
 περιέχει χαρακτηρ, τοσαύκις καὶ τῶτον λαμβάνειν διὰ τὸ εὐχερέτερον. ὅταν δὲ δεκαδικὸς ἀριθμὸς ἐ-
 πὶ δεκαδικῶν, ἢ ἑκατοσῶν, ἢ ἄλλης τινὸς προσηγορίας οφείλει πολλαπλασιασθῆναι, τῆς χαρακτηρας
 μόνον τῷ το πολλαπλασιάζοντος καὶ πολλαπλασιαζομένου πρὸς ἀλλήλους πολλαπλασιάσει, τῶν δὲ γι-
 νομένων πρὸςθε: τοσαύτας τζίφρας, ὅσαι εἰσὶν ἐκατέρῳ προσκείμεναι. οἶον δεδότησθ τὸν 200:
 ἀριθμὸν ἐπὶ τὸν 30: πολλαπλασιασθῆναι, καὶ ἐπὶ ὁ μὲν ἐστὶν ἑκατοσῶν, ὁ δὲ δεκαδικὸς πολλαπλα-
 σιασθῆναι ὁ σηματικὸς χαρακτηρ τῷ 200: διλ: ὁ α: ἐπὶ τὸν σηματικὸν χαρακτηρα τῷ 30: καὶ
 τῷ γινόμενῳ β: χαρακτηρι πρὸςθε: τζίφρας τρεῖς τὰς δύο μὲν ἐκ τῷ ἑκατοσῶ δανειζόμενος, τῆν
 δὲ μίαν ἀπὸ τῷ δεκαδικῷ καὶ γενήσεται ὁ 6000: ὅς τις γίνεται ἐὰν καὶ ὁ 600: ὅλος ἐφ' ὅλον τὸν
 τριάκοντα πολλαπλασιασθῆ.

Βάσανος Πολλαπλασιασέως .

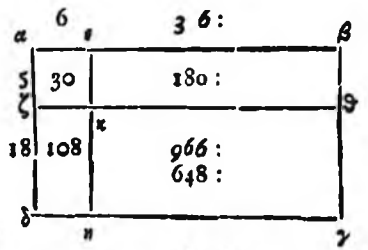
Ἡ μὲν ἐν πράξει τῆς ἐκάστου ἀριθμοῦ ἐφ' ἑκαστον πολλαπλασιασέως τοιαύτη. ἢ δὲ βάσανος ταύτης
 αἰτίαν γίνεται. ἀφρηθῶ α: ὁ θ: ἀπὸ τῶν δεδομένων ἀριθμῶν χωρὶς, καὶ τὰ ἐναποληφθέντα ἐξ
 ἀφρηθῶ πολλαπλασιασθέντων, πρὸς ἄλλα, καὶ ἀπὸ τῷ γινόμενῳ ἀφρηθῶ αὐθις ὁ θ: ἐὰν τοῦ 10:
 ὑπερέχη, τὸ δὲ ἐναποληφθῆν σημαθῆναι. ἄρα ἀφρηθῶ ὁ ἐντε καὶ ἀπὸ τῷ ζητούμενῳ, καὶ τὸ
 ἐναπο-

ἐναπολειφθῆν ἐξ αὐτῶ ἴσον ἢ τῷ ἐναπολειφθέντι ἀπὸ τῶν διδομέ-
νων, ὅστις ἔσται ἡ πρᾶξις. οἷον ἀφαιρέσθω ὁ ρ: ἀπὸ τῶ α: καὶ ἐπεὶ
ἐναπολείπεται ὁ β: τήτου σημειωθέντα ἐν τῇ τότῃ ἴσθα τὸ κ.
ἀφαιρέσθω ὁ σ: καὶ ἀπὸ τῶ β: ἐπεὶ δὲ ἐναπολείπεται ὁμοίως ὁ σ:
σημειωθέντα αὐτίς ὁ δ: ἴσθα τὸ λ: πολλαπλασιαζόμενυ δὲ τῶ κ: ἐπὶ
τὸν λ: ἀφῆλε ἀπὸ τῶ γινομένου, δηλ: τῶ βδ: αὐτίς τὸν α: ὅσον δυνα-
τὸν, καὶ ἐπεὶ ἐναπολείπεται μονὰς σημειωθέντα ἢ μονὰς ἴσθατὸ μ: ἐί-
τα αφαιρούμεν τῶ ρ: καὶ ἀπὸ τῶ ζ': ἀριθμοῦ, ἐπειδὴ μονὰς καὶ ἐξ αὐτῶ
ἐναπολείπεται, φανερὸν ὅτι
ὑδμίαι ἀπάτη συμβέβηκεν, ἀλλ' ἡ πρᾶξις ὕγιος ἐστίν, ὡς ἐπὶ τῶ ἐπ' ὄνιν καθορᾶται ὑποδείγματος.
Διὰ τὸ σαφέστερον μίτοι τὸ λόγου, κείσθω καὶ τρίτον παραδειγμα, ἐν
τῶ τῶ ζ': ἐπὶ τὸν ο: πολλαπλασιαζόμενυ γινέσθω ὁ π: ἀμφιβολίας
δὲ ἕως μήτις ἀπάτη ἐπὶ τῆς πρᾶξεως συμβέβηκεν, ἀφαιρέσθω ὁ ρ:
ἀπὸ τῶ ζ': καὶ ὁ ἐναπολειπόμενος ὁ θ: σημειωθέντα ἴσθα τὸ ρ: αφαιρ-
ομένου δὲ καὶ ἀπὸ τῶ ὀ: τῶ αὐτῶ γ': ἐπεὶ ἐναπολείπεται ὁ σ': χαρακτη-
ρῆσιμα κῆ ἐτος ἴσθα ὁ σ': πολλαπλασιαζόμενυ δὲ τὸν ρ: ἐπὶ
τὸν σ': ἐπεὶ γίγνεται ὁ τ': καὶ ἀπ' αὐτῶ αφαιρούμενυ αὐτίς τῶ ρ: ἐναπολείπεται ὁ ζ' ἀφῆλε καὶ
ἀπὸ τῶ π': τὸν ρ: καὶ τὸ ἐναπολειφθῆν ἴσον ἢ τῷ ἀπὸ τῶ ἐναπολειφθέντι ὑδμίαι κῆτταυθα
ἀπάτη ἔσται. ὅτι δὲ τῶδ' ἕτως ἔχει δείκνυται.

64	4625:	α
κ: 81:	μ: 143:	β
λ: 81:	ν: 13875:	γ
	18500:	δ
	4625:	ε
	661375:	ζ

30:	42:	ξ:
ρ: 6 3:	23:	ο:
σ: 5 3:	126:	
	84:	
	966:	π:

Κείσθω δὲ ἀντὶ τῶ ζ': ἀριθμοῦ ἢ α'β': γραμμῆ. αἰτί
δὲ τῶ ὀ: ἢ α'δ': καὶ ἀντὶ τῶ π': τὸ ὑπ' αὐτῶν περιεχομέ-
νον α'γ': ἑρθωγώνιον. ἐν γάρ τῃ πολλαπλασίᾳσι τῶν α-
ριθμῶν καὶ διαιρέσει ὡς ἐπιπέδα ὑποτίθενται οἱ ἐξ αὐ-
τῶν γινομένοι, ἢ ἐξαγομένοι, παρὰ τοῖς μαθηματικοῖς,
ὡς προείρηται. Τῶν δ' ἡτῶ ὑποτιθεμένων τμηθέντων ἢ μὲν
α'β': καὶ τὸ ε: ὡς τῶν εἰσὶν εἶναι τῶ γινομένου α-
ριθμῶν τῆ τῶ γ': ἀποβολῇ ἀπὸ τῶ ζ': τὴν δὲ α' ε': τῶ ἐ-
ναπολειπομένου, δηλ: τῶ ρ: τμηθέντων ἐπὶ καὶ ἢ α'δ': κα-
τὰ τὸ ζ': ὡς τῶν μὲν ζ' δ: ἀγαθῶν τῶ συσταμένου α-
ριθμῶν τῆ τῶ ρ: ἀπὸ τῶ ε: ἀποβολῇ, τὴν δὲ α' ζ': τῶ ἐναπολειπομένου ἀπὸ τῶ αὐτῶ τούτῃ τῶ
σ': ἀπὸ δὲ τῶν ε: καὶ ζ': σημείων γραμμῶν ἀγομένων τῶν ε' ἢ ζ' τῆ μὲν παραλλήλως τῆ α'
δ': τῆς δὲ τῆ α' β': καὶ τμηομένων κατὰ τὸ κ: συσταθῆσονται τὰ ἢ δ': δ' κ': κβ': κ α': παραλληλο-
γραμμοῦ, αἵτια ὅμω λαμβανόμενα ἴσα ἐστὶ τῶ ὅλῳ α'γ': ὡς μέρη τῶ αὐτῶ, τὸ δὲ ὅλον ἴσον
ἐστὶ τοῖς οἰκίσις μέρσι. Τῶν ἔν ἡτῶ ὑποτιθεμένων φανερὸν ὅτι ἐὰν ὁ ρ: ἀπότι τῶν ἢ δ': δ' κ':
κ β': κ α': ἀταιρεθῆ παραλληλογράμμων, καὶ τὸ ἐναπολειφθῆν σημειωθῆ, αφαιρούμενυ ἐπὶ καὶ ἀπὸ
τῶ α'γ': ἑρθωγώνιυ τῶ ρ: τὸ αὐτὸ ἐναπολειφθήσεται. ὅτι δὲ τὸ αὐτὸ ἐναπολείπεται ἐάντε ἀπὸ τῆς
ποσότητος τῶ αὐτοῦ ἀριθμοῦ ὁ ρ: αφαιρεθῆ, ἐάντε ἀπὸ τῶν χαρακτηρῶν αὐτοῦ, ὡς μονάδων
λαμβανόμενων καὶ εἰς ἕνα συσταθῆσονται εἰρηται μικρὸν πρόσθεν.
Ἐπιπέδον δὲ ἡ πρᾶξις ὕγιος ἐκ ὑερίσκειται, καὶ τίσι τῶν γινομένων ἀριθμῶν ἢ ἀπάτη συμβέβη-
κε βυλόμεθα μαθεῖν, γινέσθω ἢ βάσανος κατὰ μέρος. οἷον δεδόςθω τὸν ζ': ἀριθμὸν μὴ εἶναι
ἰσητῆ, καὶ ζῆτηθέντα τίσι τῶν γ' δ' ε': ἀριθμῶν ἢ ἀπάτη συνίβη, ἴσα δὲ τούτου
εὐρεθῆ, αφαιρέσθω ὁ ρ: ἀπὸ τῶ α: καὶ τὸ ἐναπολειπόμενον πολλαπλασιασθῆ-
τω ἐπὶ τὸν α: χαρακτηρῶν τῶ β: καὶ ἀπὸ τῶ γινομένου αφαιρέσθω ὁ ρ: αὐτίς, εἰ
μικρὸν εἴη τῶ εἴκει καὶ τὸ ἐναπολειφθῆν σημειωθέντα. εἶτα αφαιρέμενυ τῶ ρ: καὶ
ἀπὸ τῶ γ' μόνυ, ἐάν τὸ ἐναπολειπόμενον ἴσον ἢ τῶ σημειωθέντι αἰεὺ ἀπάτης
εἴησιν ὁ γ: γίγνεται ἀριθμῶς. αὐτὸ δὲ τὸν δ: βασιάζειν, εἶτα τὸν ε: ἐφεξῆς τῶ αὐ-
τοῦ τρέπον, καθ' ὅν καὶ τὸν γ'. ὁ μὲν γ' ἀριθμῶς γίγνεται ἐκ τῶ πολλαπλα-
σιασμοῦ τῶ α: ἐπὶ τὸν α: χαρακτηρῶν τῶ β: ὁ δὲ δ: ἐκ τῶ πολλαπλασιασμοῦ
τῶ αὐτῶ α: ἐπὶ τὸν β: τῶ β: χαρακτηρῶν, καὶ ὁ ε: ἐκ τῶ πολλαπλασιασμοῦ
τῶ α: ἐπὶ τὸν γ: τῶ β: χαρακτηρῶν. Ὅθεν εἰς εἰρηται τοῦ μὲν γ' ἀριθμοῦ πολλαπλασιασμοῦ
τὸ ἀπὸ τῶ α: ἐναπολειπόμενον διὰ τῆς τῶ ρ: ἀποβολῆς ἐπὶ τὸν α: τῶ β: χαρακτηρῶν, ὡς εἰρη-
ται, τὸ δὲ ἀπὸ τοῦ δ: ἐπὶ τὸν β: καὶ τὸ ἀπὸ τοῦ ε: ἐπὶ τὸν γ: καὶ τὰ λοιπὰ ποιητῶν ὡς
προσημνύεται.



4625:	α:
143:	β:
13875:	γ:
18500:	δ:
4625:	ε:
661375:	ζ:

B. Τρόπος Πολλαπλασιασέως.

Αὕτη ἡ πρᾶξις καὶ βάσανος τῆς ἑκάστου ἀριθμοῦ πρὸς ἑκάστον πολλαπλασιασέως κοινὴ ἐστὶ τοῖς πᾶ-
σι, καὶ κατὰ τὸν προσημνυθέντα τρόπον ἑκατέρω γίγνεται, εἰσι δὲ περὰ τῶν καὶ ἄλλοι τίτες τῆς
D πολ-

πολλαπλασιασμοί τρόποι. μόνος τοῖς πεπαιδευμένοις γνώριμος, ἢ ὑδὲ τῶν τοῖς παῖσι, ἐξ ἂν
 δύο τὰς συχρίτερος γραφῆς ἐνταῦθα εἴωμεν διὰ παραλληλογράμμων τῶν περιγενομένων. Καί-
 θε δὲ τὸν α' ἀριθμὸν ἐπὶ τὸν β': πολλαπλασιάσαι, καὶ γραφῆται τὸ γ' ὅ ἔξ πα- α: 6425:
 ραλληλόγραμμον. ἢ ἢ μὴ γ' δ' πληρῶς ἀγρήσθω εἰς τοσαῦτα μέρη, ὅσοι εἰσὶν οἱ β: 867:
 ἐν τῷ α' χαρακτήρι, ἢ δὲ ἑτέρα δ' εἰς τοσαῦτα, ὅσοι
 εἰσὶν οἱ ἐν τῷ β': καὶ ἀφ' ἑκάστου σημείου ἑστίρας τῶν αὐτῶν
 πλευρῶν γραμμῶν παραλλήλως ἀγομένως διακεράτω. ἵ-
 κασον τὰς ἐν αὐτῷ παραλληλογράμμων διαγωνίως. Τῆτο
 δὲ διχῶς γινέσθαι ἐκδέχεται διὰ τὸ ἐκ κατέρωθεν γωνίῳ ἵ-
 κασον εὐκλείσθαι τὰς παραλληλογράφους, καὶ δύο διχο-
 θῆαι τὰς διαγωνίους. διακεράτῃται δὲ πρῶτον ἑκάστον τῶν πα-
 ραλληλογράμμων ἐνὸν μὴ τῶν διαμέτρων ἐν τῶν ἀριστε-
 ρῶν ἀρχαίων κάτω δὲ πρὸς τὰ δεξιά περιγενομένων, καὶ γρα-
 φήτωσαν ἐκτὸς τῆς γ' γραμμῆς οἱ τῷ α' χαρακτήρι, ἑκά-
 στος ἐν τῷ μίρῳ τῆς γ' ἀπὸ τῶ γ' ἀρχομένοι. ἐκτὸς δὲ τῆς
 γ' ἔξ: γραφήτωσαν οἱ τῷ β': ἀπὸ τῶ ζ' ἄς ἄρας ἀρχομένοι.
 εἴτα πολλαπλασιασθέντες ἑκάστος τῶν τῷ α' χαρακτήρι ἐφ'
 ἑκάστον τῶν τοῦ β': χωρὶς, καὶ οἱ γινόμενοι γραφήτωσαν ἐν
 τοῖς παραλληλογράμμοις τοῖς συστοιχοῦσι τῷ αὐτῷ τοῦ β'.
 χαρακτήρι, ὡς τὰς δεκάδας ἐν τῷ κατωτέρω κείσθαι τρι-
 γώνῳ, τὰς μονάδας δὲ ἐν τῷ ἀνωτέρῳ. οἷον πολλαπλασια-
 σθέντω ὁ α. κατὰ δύναμιν τῷ α' χαρακτήρι, δηλ: ὁ 5: μο-
 ναδῶν γὰρ ἀναπληροῖ τὸν πρῶτον ἐπὶ τὸν πρῶτον κατὰ δύναμιν
 τῷ β'. χαρακτήρι, κατὰ τὸν 7: καὶ ὁ γινόμενος 35: γραφῆ-
 ται ἐν τῷ δ' ἢ παραλληλογράμμῳ, ὡς τὸν 3: χαρακτήρα ἐν
 τῷ ὑπὸ δ' ἢ κ': κείσθαι τριγώνῳ, τὸν δὲ 5: ἐν τῷ ὑπὸ δ' ἢ κ'.
 πολλαπλασιασθέντων δὲ καὶ τῶν λοιπῶν χαρακτήρων τῷ α':
 ἐπὶ τὸν 7: χωρὶς γραφήτωσαν οἱ ἐξ αὐτῶν γινόμενοι τὸν
 αὐτὸν τρόπον ἑκάστος ἐν τῷ ἰδίῳ παραλληλογράμμῳ. καὶ αὐτὸ γινέσθω καὶ ἐπὶ τῷ πολλαπλα-
 σισθέντῳ τῷ α' χαρακτήρι ἐπὶ τὰς δεκάδας τῷ β'. χαρακτήρι.

	6	4	2	5	
7	2	8	4	3	5
7	4	2	1	3	5
6	3	2	1	2	3
8	4	3	1	6	4
ζ					
	5	5	7	0	

	6	4	2	5	
7	2	8	4	3	5
7	4	2	1	3	5
6	3	2	1	2	3
8	4	3	1	6	4
ζ					
	5	5	7	0	

Οὕτω δὲ τὸν ἐπιπέσειον γινέσθω συναφῆς τῶν ἐν τοῖς παραλληλογράμμοις χαρακτήρων
 ἀπὸ τῷ α'. καὶ τὰ δεξιά τῆς ἀρχῆς γινόμενης, οἷον ἐπὶ ἐν τῷ δ' ἢ κ': τριγώνῳ εὐρίσκειται ὁ 5:
 χαρακτήρι, γραφῆται ἕως ἐκτὸς τῶ δ' κ' μίρῳ τῆς δ' ἢ γραμμῆς. ἐπὶ δὲ ἐν τῷ λ' κ': Τραπεζίῳ
 εὐρίσκειται ὁ 4: καὶ ὁ 3: χαρακτήρι, τῶν δὲ συναπτομένων ἀποτελεῖται ὁ 7: γραφῆται καὶ ἕως ἐπι-
 πέσειον μετὰ τὸν 5: αὐθις ἐπὶ ἐν τῷ β'. Τραπεζίῳ εὐρίσκειται τίσσας χαρακτήρις σημαντικοῖ,
 τῶν δὲ εἰς ἑα ἀριθμὸν συναπτομένων συνίσταται ὁ 14: γραφῆται μετὰ τὸν 7: ὁ 4: καὶ φυλαττέ-
 θω ἢ δεκάς, ἄτε δὲ προσθεθισμένῳ τοῖς τῷ γ' ἢ παραλληλογράμμῳ χαρακτήρι. Τῆτον τὸν τρό-
 πον συναχθέντων καὶ ἐν τοῖς λοιποῖς Τραπεζίοις χαρακτήρις, καὶ γινέσθαι ἐκ τῷ α' ἐπὶ τὸν
 β': ὁ 5570425: ἀριθμὸς.

	6	4	2	5	
7	4	3	1	4	8
5	8	2	6	0	8
5	3	2	1	3	9
5	6	4	2	0	6
7	4	2	1	3	7
ζ					
	0	4	7	5	

Διακεράτῃται δ' ἐν τῷ παραλληλόγραμμῳ καὶ οὕτω, ὡς ἀνω-
 θεν μὴ ἐν τῶν δεξιῶν τῶν διαμέτρων ἀρχοῦσαι, κάτω δὲ πρὸς
 τὰ ἀριστερὰ περιγενομένη, καὶ γραφήτωσαν οἱ προκειμένοι ἀρι-
 θμοί, ὁ μὴ α' ἐκτὸς τῆς γ' ἢ πληρῶς, ὡς καὶ ἐπὶ τῷ ἀνω-
 τέρω, ὁ δὲ β': ἐκτὸς τῆς δ' ἢ, ἀντιστραμμένως μίνοιο καὶ
 γινέσθω καὶ συναφῆς ἀπὸ τοῦ κατὰ δεξιά ἐκτάτου τριγώνου
 τοῦ δ' ἢ δ'.

Ἔστιν δ' ὅτι ἐπὶ τῶν αἰ μὴ δεκάδων ἐν τῷ ἀνωτέρῳ
 τάσσεται τριγώνῳ. αἱ μονάδες δὲ ἐν τῷ κατωτέρῳ, ἐν δὲ
 καὶ πρὸς ἀνω τῶν αἰ μὴ δεκάδων ἐκτίθη.

Γ. Τρόπος Πολλαπλασιασμοῦ.

Παρά τῶν τῶν τρόπων, καὶ ἑτέροις εἰρηυρταῖς πολλαπλασιασμοῦ τρόπος, διὰ παραλληλογράμ-
 μων καὶ αὐτὸς γινόμενος, οὗ πατὴρ Πυθαγόρας. εὐχερίτερος δὲ τῶν ἀνωτέρων. ἀπαξ γὰρ τῶν πα-
 ραλληλογράμμων κατασκευασμένων διαμέτρησθαι φέρεται χρῆσθαι τούτοις ἐφ' οἷοῦσθαι πολλαπλασια-
 σμῶν. ἔχει δὲ ἡ τῶν κατασκευῶν ὅτι.

ζ ε λ γ

Καίθετα αι αβ: βγ: εὐθείαι κατ' ἄρθρον γωνίας σωτηρίζονται τὴν ὑπὸ αβγ, καὶ εὐρισθῶν ἑκατέρω εἰς μέρη ἐντία ἴσα ἀλλήλαις. Πληρωθέντος δὲ τοῦ αβγ ὁ παραλληλογράμμου ἀχθέντων ἀφ' ἑαυτοῦ σημείου τῶν τομῶν ἑκατέρω τῶν αβ, βγ: εὐθείαι γραμμαὶ παραλλήλας. ἢ διαμεθίσταται τὰ αβ: παραλληλογράμμων εἰς ἐλάττω παραλληλόγραμμου, ἢ ζῶνι τετραγώνια ἴσα ἀλλήλοις οὐλοκοκτα καὶ ἑ, ὡς εἶρηται ἀνωτέρω. Τῶν δ' ἑκαστῶν διαιριθῆτω διαγωνίως ἰδίᾳ διαμύτρω. καὶ δὲ ἐπὶ τὸ α: διήρηται διάγραμμα ἐπὶ τῷ ἀνωτέρω τρόπῳ, ἐπεὶ τῶν πρὸς τὰ α: εἰς συστοιχείαν καὶ πλάτος, ἢ τῶν πρὸς τὰ ἀριστερά καὶ βάθος. ἐν οἷς ἀδιαιρέτοις μίαισι γραφῆσων οἱ ἐντία χαρακτῆρες τῶν ἀριθμῶν ἀπὸ μονάδος ἀρχόμενοι, καὶ πρὸς ἑκάστην τῶν αὐτῶν τῶν παραλληλογράμμων ἀριθμητικῶς ρυθμιζόμενοι

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

ὥστε τὰς πάντας ἐξ ἑσῶν τιτὰχθαι τόποις καὶ διαμετρικῶς ἀντικεῖσθαι ἀλλήλοις πλὴν τῆς μονάδος. ἑκάστου δὲ τῶν χαρακτῆρων ἐφ' ἑκαστῶν πολλαπλασιαζόμενα γραφῆσων οἱ ἐξ αὐτῶν γινόμενοι ἐν τῷ ἰδίῳ τόπῳ ἑκαστος, ὡς καὶ ἐν τῷ ἀνωτέρω. Τῶν δ' οὕτω γεγραμμένων διαιριθῆτω τὸ βδ' διάγραμμα, εἰς ἐντία ἐπιτρομικῆν παραλληλόγραμμου, τὰ αἰ, ζ' η', θ' κ, καὶ λοιπὰ, ὥσα ἀπ' ἀλλήλων χωρίζεται. ἢ μὲν ἐν τῷ Πυθαγορείῳ τῷ διαγράμματος κατασκευῆ ταυαυτῆ, ἢ χρῆσις δι' ἐπὶ παραδείγματος τινὸς δολωθήσεται. Ἐποικίθω τοῦ γαυρῶ τὸν α: ἀριθμὸν ἐπὶ τὸν β: πολλαπλασιασθῆτω. εἶτα ληρθῆσων ἐκ τῶν αβ: διαγράμματος παραλληλόγραμμου τίσσαρα, ἐν οἷς ἐπιγράφομεθα οἱ τῶ α: τέσσαρες χαρακτῆρες δηλ: τὰ λ' μ', θ' κ, ε' ζ', ζ' η', καὶ ταχθέντων ἐξ ἑσῶν καὶ θ' εἰρημῶν οἱ τῶ α: χαρακτῆρες πρὸς ἀλλήλους φυλάττωσι, καὶ αποτελεθῆσονται ἐξ αὐτῶν τὸ π' ρ: παραλληλόγραμμων. Τῶν δ' οὕτω ἐφαρμοστικῶν συναρθῆσων α: οἱ ἐν τῷ γ. εἶχω σ' τ: χαρακτῆρες εἰς ἴσα ἀριθμῶν. διῦτρον οἱ ἐν τῷ ἑκτῷ ὑφ: καὶ τρίτον οἱ ἐν τῷ ε'. ψ' χ': τῶν δὲ εἰς ἴσα αὐθις συναρθῆσων ὁ γινόμενος, ἐξ αὐτῶν ἔσαι ὀκτώμυτος. γινόμενος δὲ ἢ πρᾶξι: ὡδί.

α: 4352:
β: 563:
γ: 13056:
δ: 26112:
ε: 21760:
ζ: 2450176:

Ἐπεὶ ἐν τῷ σ' τ' ἴσχατος χαρακτῆρ εὐρίσκαται ὁ θ: ληρθῆτω οὗτος ἀπὸ μονάδος, καὶ ταχθέντων ἐντία εἶχω ἴσα τὸ γ: μετ' αὐτῶν δεσημιαθῆτω ὁ ζ: χαρακτῆρ εἰς διῦτρον βαθμῶν, ὡς δεκάδας πῆτε περιεργῶ. Ἐπεὶ δ' αὐθις μὲ τὸν 5: χαρακτῆρα εὐρίσκαται μονάς, καὶ μετ' αὐτῶν ὁ 9: ἐξ ἑν ὁ 10: συνίσταται, σημαθῆτω μὲ τὸν 5: εἰς τρίτον βαθμῶν τζήρα, καὶ φυλάττωσθαι ἢ εἰαί: μὲ δὲ τῶν τζήρα σημαθῆτω ὁ 3: εἰς τῆταρον βαθμῶν. προσεθόμενος δὲ μονάδος τῶ 2: χαρακτῆρι, τῶ ἐν τῷ ζ' τριγώνῳ ὁ 3: συνίσταται. Ἐξ τῶν δὲ σημαθῆτω μονάς εἰς ἑ: βαθμῶν ἢ ἐν τῷ ε: τριγώνῳ, καὶ ὁ γινόμενος ἀριθμὸς γ: ἔσαι ὁ ἐκ τῷ πολλαπλασιασμῷ τῶ α: ἐπὶ τὸν α: χαρακτῆρα τῶ β: δηλ: τὸν 3: Τῶν τῶν τῶν τῶν συναρθῆσων, καὶ τῶν ἐν τῷ ὑφ: χαρακτῆρων γινόμενος ὁ δ: ἐπὶ τῷ οὗτος ἀναλογῆ τῶ ἐκ τῶ α: ἐπὶ τὸν β: τῶ β: χαρακτῆρα, διὰ τοῦτο ὀφίλει ἀρχεσθαι ἀπὸ τῶν δεκάδων. τελευταῖον δὲ συναρθῆσων, καὶ τῶν ἐν τῷ ψ' χ': γινόμενος ὁ ε: ὡς καὶ τῶ ἐκ τῶ α: ἐπὶ τὸν γ: χαρακτῆρα τῶ β: ἀναλογαί. διὸ καὶ ἀπὸ τῶν ἀνοητάδων ἀρχεθῶν. Τῶν δ' οὕτω γραφόμενων, καὶ συναρθῆσων ἐν αὐτοῖς γινόμενος ἀσυνκωσόμενος ζ: ἔσαι ὁ ἐκ τῶ α: ἐπὶ τὸν β: γινόμενος. ἐπεὶ γὰρ τὰ πολλαπλασιασμῶ οὐδῆτινος ἀριθμοῦ ἢ οἰοδῆται ἐπὶ ἄλλο γινέσθαι ὀφίλει ἢ τὸν πολλαπλασιαζόμενος ληρθῆναι τοσαύτως, ὡσαύτως ἢ μονάδος ὑπὸ τὸν πολλαπλασιαζόμενος περιεχεται, ἀλλ: κατὰ καὶ διὰ τῶν παραλληλογράμμων τῶν ἐπὶ τῷ πολλαπλασιασμῷ τοῦ α' ἐπὶ τὸν β: γίνονται, ἢτοι ὁ α: εἰληκται τοσαύτως, ὡσαύτως ἢ μονάδος ἐν τῷ β: περιεχεται, καὶ γίνονται ὁ ζ': ἀρ' ἔστι ὁ ἐκ τῷ πολλαπλασιασμῷ τῶ α: ἐπὶ τὸν β. ἢ μήκων σαρκῶ, ἐκ τῷ ὀρισμοῦ τῆς πολλαπλασιαστικῆς.

1:	4	3	5	2
2:	8	6	10	4
3:	12	9	15	6
4:	16	12	20	8
5:	20	15	25	10
6:	24	18	30	12
7:	28	21	35	14
8:	32	24	40	16
9:	36	27	45	18

νυται

νται εκ της κατασκευής των αυτών παραλληλογράμων. το γδ π' ο παραλληλογράμω, ο μιν πρώτος ζ'χος περιέχει τόν α αριθμόν άπαξ, ο δεύτερος δις, ο τρίτος τρίς, η των λοιπων έκαστος αναλογως, η την Αριθμητικήν τάξιν ηη αναλογίαν, άσε νύκα συναπτομιν τας εν τω σ' τ': χαρακτήρα, λαμβάτομιν πάντως τόν α: αριθμόν τρίς, όσακις έδει ληφθηναι η εν τω πολλαπλασιασμω τω αυτω α: επί τόν α: χαρακτήρα τω β': όταν δι συναπτομιν τας εν τω υφ': λαμβάτομιν τόν α: οσακις έχρησ τον αυτόν λαβών πολλαπλασιαζόμενον, επί τόν β': τω β': χαρακτήρα. Έπειδάν δι συναπτομιν τας εν τω ψ' χ' λαμβάτομιν όμοίως τόν α: όσακις άν έδει η εν τω πολλαπλασιασμω του αυτω επί τόν γ': τω β': χαρακτήρα λαβών. άρχεται δι ο μιν γ'. από τω της μονάδος βαθμου, έτι η ο α. τω β. χαρακτήρ μονάδος ασί σημαστικός. ο δι δ': από τω της δεκάδος, ότι η ο β': τω β. χαρακτήρ δεκάδος παρίσσει, η ο β. από τω της εκατοντάδος, ότρη ηη ο γ'. χαρακτήρ τού β': εκατοντάδος έμπαίσι. έπει δέ εκ τούτων συναπτομιν ο ζ' συνίσταται αριθμός, ο αυτός άρα ζ': ακατηρήτως. εστίν δέ ο του πολλαπλασιασμού τού α: επί τόν β' παραγόμενος.

Ουτοι μιν δέ ο τρόπος της διά των παραλληλογράμων πολλαπλασιαστικής την μιν κατασκευήν κοινητέπως τω προτέρω, διηκόησι δι την χρήσιν ηη λυσιτέλειαν. επ' εκούσιου μιν γάρ διδ μόνης της συνάφως των εν τοις παραλληλογράμοις χαρακτήρων συνηγοτο ο ζητούμενος, επί τούτου διδ διδ μιν της συνάφως των εν τοις παραλληλογράμοις: χαρακτήρων συνηγοτο οι γινόμενοι εκ της πολλαπλασιαστικής τω πολλαπλασιαζόμενυ αριθμω επί της χαρακτήρας τω πολλαπλασιαζόμενυ. διδ δι της τω ηη γινόμενυ ώσαύτως συνάφως ο ζητούμενος συνηγοτο αριθμός. ακούσιος μιν αυθις τοις ηη μέτρω χρήσιμους αριθμοίς, οέτος δι τοις πάσι κοινός. πρός τούτοις η εκούσι κατασκευή η χρήσις εν τω αυτω έγίνετο χρόνω, τάτω δι εν άλλω η άλλω. ότι δ' εκάτερος διδ των αυτών αρχώντι ηη καθόλων συνίσταται δήλων. Αμφο γάρ τού: γινόμενυ αριθμω εκ τω πολλαπλασιαστικω έκαστου χαρακτήρος τω πολλαπλασιαζόμενυ πρός έκαστον χαρακτήρα τω πολλαπλασιαζόμενυ έπαιρηγία όντας παρίσσει, η εν τω συνάφω των εν εκάτερω χαρακτήρω αι μονάδες τας μονάδας, ηη αι δεκάδες τας δεκάδας, η αι λοιπαί τας λοιπας προσηγορίας.

Έστίν δ' ότι επεί πολλάκις επί τω πολλαπλασιαζόμενυ αριθμω εύρίσκειται ο αυτός χαρακτήρ εν δυσίν, η τρισίν, ή και πλείοσι τόποις. ίνα ασυγχύτως διδ των παραλληλογράμων του δεύτερου τρόπου έχωμιν πολλαπλασιάζει τον όντιανυ αριθμόν πρός ότιανυ, προσέκει πάντως τά κατά πλάτος μιν τω όλω παραλληλογράμω διπλασιάζει ηη τριπλασιάζει, η η πλείω ποίει εν τω κατασκευή. Οτι δι επί του πολλαπλασιαζόμενυ ο αυτός χαρακτήρ εν δυσίν, η τρισίν, η ηη πλείοσιν εύρεθη τόποις, τόν γινόμενον εκ της συνάφως των χαρακτήρων εν οίς πρόκειται, οιοιεί συσείχαν, ο χαρακτήρ εκούσιος, τούσακις εν τω χρήσει λαμβάνειν, όσακις ο αυτός χαρακτήρ εν τω πολλαπλασιαζόμενυ εύρίσκειται γεγραμμένος. οίον κείσθω επί παραδείγματος πολλαπλασιασθώσαι τόν α: αριθμόν επί τόν β': η επί εν τω α: εύρίσκειται ο 4: χαρακτήρ εν δυσίν τόποις: προσέκει τω λ' μ' παραλληλόγραμμα τω εν τω όλω παραλληλογράμω διπλαν εύσι, ίνα ηη εν τω χρήσει δις ληφθη ως επί τω παρόντος γ' δ' ζ': παρίσσει διαγράμματος. Έπει δέ ηη ο 5: χαρακτήρ εν δυσίν τόποις επί τω β': εύρίσκειται αριθμω γραδύτω δις ο εκ της συνάφως των εν τω η δ': χαρακτήρων, ως ο κ' ηη λ': τω δέ λοιπώ γινέθω, ως προκρινύεται. Τύτω μιν έν τόν τρόπον δυήση πάντως γη έκαστον αριθμω εν έκαστον πολλαπλασιάζειν δια μόνης συνάφως. ηη δι της άλλης διά τω πολλαπλασιασμού άμα ηη συνάφως. χρήσιμους δ' απλως ήμιν ο της πολλαπλασιαστικής τρόπος, όπως δειχθη γινόμενος: εις τω τα επίπυδα των ορθογωνίων παραλληλογράμων αριθμω. ηη επί έκαστον παραλληλόγραμμα ορθογωνίου υπό δύο των της ορθών γωνιών περιχουσών πλευρών περιέχεται, κατά τόν α: όρον του δεύτερου βιβλ: τω Στοιχειωτω, ο δέ πολλαπλασιασμός ως επίπυδο ορθογωνιον υποτίθεται, πολλαπλασιαζόμενης άπυκνυω διαίρας των δύο πλευρών επί την εναντων τω έμβαδόν γινωθήσεται.

1	4	3	4	5	
2	8	6	8	10	a: 4345:
3	12	9	12	15	b: 545:
4	16	12	16	20	21725: κ:
5	20	15	20	25	17380
6	24	18	24	30	21725 λ:
7	28	21	28	35	2368025: μ
8	32	24	32	40	
9	36	27	36	45	

Πόρισμα. Α.

Εκ της κατασκευής των αυτών ορθογωνίων σχημω φηροτος, τω πρώτω ορι και η μία των πλευρών γνωσθη, ηη τω όλω γινωθήσεται. κείμινω γάρ κατά πρώτω ορι, κρατιωτων, φη

οἰπὴν βο: ἐπὶ τῆς πλευρᾶς δὲ ζο: τὸ ὅλον ἔσαι τεισάρων χιλιάδων περιεκτικόν. περιεκτοτάκις δὲ βο: λαμβανόμενος ἀριθμὸς τὰς τεισάρων ἀναπληροῖ χιλιάδας.

Πόρισμα. Β'.

Εἰάν δι' ἰθίλης μαθεῖν πόσων μὲν ἑπτῶν πλίνθων χωρητικόν ἐστὶ τὸ ἑμβαδὸν κοιτῶνος τιπὸς, μί-
 τρωσον τὰς δύο τὰ ἐπιπέδη τῶν αὐτῶν κοιτῶνος πλευρᾶς, τὰς τῆν ἐρθὴν περιεχούσας γωνίας τῶν δια-
 στήματι τῆς τῶ πλίνθου πλευρᾶς, καὶ γνωσθῆσεται πόσων ἐστὶ πλίνθων δεκτικὴ ἑκάτερα, εἴτα πολ-
 λαπλασιάσον τὰς πλευρὰς ταύτας πρὸς ἀλλήλας, καὶ ὁ γινόμενος ἀριθμὸς τῶ ὅλου ἐστὶ διλοτικός.
 Πόσων δὲ ὡρῶν ὁ ἐνιαυτὸς περιεκτικὸς ὑπάρχει γινώται ἰθιμίμος, ζήτησον α'. ἐκ πόσων ἡμερῶν ὑ-
 ποτίθεται συγκαίμιος, καὶ πότεας ὥρας ἐκάστῃ ἡμέρᾳ περιίχεται. εἴτα πολλαπλασιάσον τὸν ἀριθμὸν
 τῶν ἡμερῶν ἐπὶ τὸν ἀριθμὸν τῶν ὡρῶν, καὶ ὁ γινόμενος ἀριθμὸς παρίξει σοι τὸ ζήτησιμον. οἷον διδὸ-
 θῶ τῶν ἐνιαυτῶν ἐκ τριακοσίων ἡμερῶν καὶ ἑξήκοντα πρὸς τὰς πέντε συγκαίμια, ἐκάστῃ δὲ τῶν ἡ-
 μερῶν ἑξ ὡρῶν εἰκοσιτεσσάρων, καὶ ζήτηθῆτω ἡ τῶν ὡρῶν τῶ ἐνιαυτοῦ ποσότης. εὐρηθῆσεται ἐν αὐ-
 τῶν τὰν ὁ βόβ: ἀριθμὸς ἐπὶ τὸν 24: πολλαπλασιασθῆ, ὁ δὲ γινόμενος α' τὴν τῶν α' 365
 ῶν ποσότητα τῶ ἐνιαυτοῦ παρίξεισι. 24

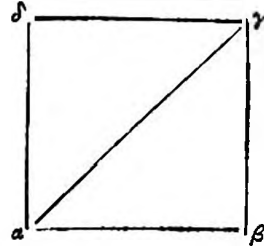
Πόρισμα Γ'.

1460
730

Τὸν αὐτὸν τῶτον τρόπον δυνάμιθα ἀναλύειν καὶ ἕκασον νόμισμα εἰς λεπτά, εἰ γὰρ
 ζήτηθῆ πόσων λεπτῶν ὁ χρυσὸς ἐστὶ περιεκτικὸς, εἰς εὐρησιν τούτου εἰδέναι δέον α': 8760: α:
 πόσων ἐστὶ χωρητικὸς ὁ χρυσὸς, φηρ εἰπὴν ἀργυρίων, ἢ ἀλλοῦ τιπὸς εἶδος νομισματός, τὸ δ' ἀργύ-
 ριον, ἢ τὸ νόμισμα ἐκ πόσων σύγκεται λεπτῶν, εἴτα πολλαπλασιάθει τὸν ἀριθμὸν τῶν λεπτῶν,
 ἐπὶ τὸν ἀριθμὸν τῶν ἀργυρίων, ἢ γὰρ τῶν νομισμάτων, καὶ ὁ γινόμενος τὴν τῶ χρυσοῦ ποσότητα ἐν
 λεπτοῖς παραστήσει. οἷον υποκείθω τὸν μὲν χρυσοῦ περιεκτικὸν εἶναι ἀργυρίων τεισάρων, τὸ δ' ἀργύ-
 ριον λεπτῶν εἴκοσι πρὸς τοὺς ἑκατόν. εἰ ἔν βύθει μαθεῖν πόσων λεπτῶν ὁ χρυσὸς περι- 120
 εκτικὸς ὑπάρχει. πολλαπλασιάσον τὸν 120: ἀριθμὸν τῶν λεπτῶν ἐπὶ τὸν 4: ἀριθμὸν 4
 τῶν ἀργυρίων, καὶ ὁ γινόμενος β': 480: δείξει σοι τὴν ποσότητα τῶ χρυσοῦ ἐν λεπτοῖς. 480: β':

Πόρισμα. Δ'.

Πρὸς τούτοις διὰ τοῦ Πολλαπλασιασμοῦ τῶν ἀριθμῶν οὐ μόνον τὰ τῶν τετραπλευρῶν ὀρθογώνι-
 ον ἐπιπέδα εὐρίσκων ἔχομεν, ἀλλὰ καὶ τὰ τῶν ὀρθογώνιων τριγώνων τῶν περὶ τὴν ἐρθὴν ἰσότητα
 τῶν πλευρῶν πρὸς ἀλλήλας πολλαπλασιαζομένων, καὶ τῶ γινόμενα δίχα διαμερίμου. Πᾶν γὰρ
 ὀρθογώνιον παραλληλόγραμμον εἰς δύο ὀρθογώνια διαιρεῖται τρίγων-
 α. οἷον ἐξω τρίγωνον ὀρθογώνιον τὸ α β γ, ἢ ἢ μὲν α β: πλου-
 ρὰ ἐξω διηρημένῃ εἰς τέσσαρα ἴσα ἀλλήλοισ. ἢ δὲ β γ εἰς πέντε.
 εἴτα πολλαπλασιασθῆτω ἢ β γ ἐπὶ τὴν α β καὶ συσθεθῆσεται τὸ
 α β γ δ παραλληλόγραμμον ὀρθογώνιον, οὐ ἡμισυ ἐστὶ τὸ α β γ
 ὀρθογώνιον τρίγωνον. ἐγνωσμένων δὲ τῶν περὶ τὴν ἐρθὴν γων-
 ίων πλευρῶν παντὸς ὀρθογωνίου τριγώνου γνωσθῆσεται καὶ τὸ ἐξ
 αὐτῶν τετραπλευρῶν ὀρθογώνιον. Τάτω δὲ διηρημένῃ εἰς δύο ἴσα
 διὰ τῆς διαγωνίου διαμέτρου, οἷον ἐστὶν ἢ α γ, γνωσθῆσεται δι-
 κευθῆ καὶ τὸ ὀρθογώνιον, ὡς ἡμισυ τοῦ ὅλου ὑπάρχον. Τούτου
 μὲν ἐν τῶν τρόπων τὰ τῶν ὀρθογωνίων τριγώνων ἑμβαδὰ καὶ διὰ
 τῆς Ἀριθμητικῆς γινώσκονται. τῶν δὲ λοιπῶν ὑπογραμμῶν σχημάτων, ὅπως ἐκάστω τὸ ἑμβαδὸν κα-
 ταμετρεῖται ἐν τῶν ἰδίων πραγματικῶν, ὅτις καὶ πᾶν σχῆμα ὑπογραμμῶν καταμετρεῖν ἐπαγγέλλεται,
 ὡς εἴξει τῶ βουλομένη εἰδέει ἐν τῶ περὶ Γεωμετρικῶν Προβλημάτων φιλοσοφίᾳ.





Κ Ε Φ Α Λ Α Ι Ο Ν 5.

Περί Διαίρεσως.

Η Διαίρεσις δι' ἧτις ἡ μίρισμός προσαγορεύεται, διαγομή ἐστὶν ἀριθμοῦ ἐφ' ἑτέρον· ἢ εὐρεσις ἀριθμῶν ἐσημαίνοντος διὰ τῶν ἐν αὐτῷ μονάδων ποσάκις ὁ μρίζων ἀριθμὸς τὸν μριζόμενον καταμετρῆ, ὡς μὲν ὀλίγοι δηλωθήσονται. Διὸ ὁ μὲν μρίζων ἢ μριζόμενος διδόμενοι καὶ αὐτοί, ἢ προβολόμενοι ἐνομαζονται, ὁ δὲ ἐκ τῆ μρισμῆ ἐξαζόμενος, ζητέμετος, ἢ πυλίκος. Δεῖ δὲ εἶναι τὸν μρίζον ἐπὶ τὸν ἐλάττωτα διαίρη. ἄλλως γὰρ ἂν ἀδύνατον ἐπὶ τῶν ἀπερῶων γινέσθαι ἀριθμῶν.

Δεδότῳ δὲ δύο τιῶν ἀριθμῶν, τῷ μὲν ὡς μρισθσομίνῳ, τῷ δὲ ὡς μρισσοίτος. γράφειν δεῦ πρώτον τὸν μρισθσομίνον, ὑπ' αὐτὸν δὲ τὸν μρισσοίτα, ἑτάρι τινα ἑμπικ τάξιν τριουτα, ἀλλὰ μὴ ἢ ἡνωθ ὁ ἀφαιρέμετος ὑπὸ τῶν μείζονα ταττόμενος, ἀφ' οὗ καὶ ἀφαιρέσθαι. ἐκείνος μὲν γὰρ δεξιοῦται συνιχετο τῷ πρὸ αὐτοῦ, ἕτος δὲ συναρχισθαι ἐρεῖται τῷ μριθσομίνῳ ἀριθμῷ ἀριτροῦθιν. Ἔτα λαβόντα τὸ αἰκνον αὐτῷ ἐκ τῆ μίρης· τῷ μρισθσομίνῳ, ὃ προσφέρμενος, βαθμὸν ἔτα καταβαται, καὶ τὸτο αὐθις καὶ αὐθις παθῆν, ἕως ἂν ὀχάτος αὐτῷ χαρακτήρ, τῷ ἔχάτω τῷ μρισθσομίνῳ συσοιχῆσθ. Ὁθεν ὅσοι ἂν ὄσιν ἐναπολιπόμειοι χαρακτήρις τῷ μριζομίνῳ, κατὰ τὴν α'. τῷ μριζοίτος ὑπ' αὐτὸν θέσιν, ἀπὸ τοῦ πρώτου διλ: καὶ τὰ δεξιά μίχρη τῷ συσοιχῆτος τῷ ἔχάτω τῷ μριζοίτος· χαρακτήρι, ἐκ τοσοῦτων ἀνάγκη καὶ τὸν ζητέμετον συκαίθαι. οἷον ἐδόσθω τὸν α': ἀριθμὸν μρισθῶναι ἐπὶ τὸν β': γραφῆτω δὴ πρῶτον ὁ α': ὑπ' αὐτὸν δὲ ὁ β': συναρχόμενος τῷ α': κατὰ τὰ ἀριτροῦθιν, ἔτα ἱρυνθῆναι ποσάκις ὁ β': καταμετρῆ τὸ α': τῷ α' μίρο; ὡς ἐφημετο καὶ ἐπὶ εὐρίσκειται δις, ἐναπολιπομίνων τιῶν, γραφῆτω ἐπὶ τῆς γ': γραμμῆς ὁ 2: χαρακτήρ, ἔτα πολλαπλασιασθῆτω ὁλοσ ὁ β': ἐπὶ τῶν 2: χαρακῆρα, καὶ ἐπὶ γίγεται ἐξ αὐτῆ πολλαπλασιαζομίνῳ ὁ 50: ἀφρηθῶ ἕτος ὁπό τῷ 36: καὶ ἐναπολιθῶσεται ὁ 6: Ἐπει δὲ τὸτο δυχιρῆς, πολλαπλασιασθῆναι ἕκαστος τῷ β' χαρακτήρ ἐπὶ τὸν 2: χωρῆς, τῆς ἀρχῆς ἀριτροῦθιν γινομίνῳ, καὶ ὁ ἐξαζόμενος ἀφρηθῶ ἀπὸ τῆ πρὸ αὐτῷ χαρακῆρος, ὡς λιγοτόσ σι. ὁ μὲν 2' τοῦ β': χαρακῆρ δις λαμβαιόμενος κατὰ τας ἐν τῷ 2: χαρακῆρῆ μονάδας τῷ ἐπὶ τῆς γραμμῆς ποίει τὸν 4: ἕτος δὲ ἀφαιρέμετος τῷ 5: τῷ ἐν τῷ α', ἐναπολιπέι μονάδα. ἀπαλειφομίνου τοῖτου γραμμῆ τῆ 2: τῷ ἐν τῷ β': καὶ τῷ 5: τῷ ἐν τῷ α': γραφῆτω ἢ μονάς ὑπὲρ τὸν 5: τοῦτο δὲ γινομίνῳ μεταθῆτι ἐπὶ τὸν 5: τὸν ἐν τῷ β': καὶ ἐπὶ δις ὁ 5: λαμβαιόμενος ποίει τὸν 10: τοῦτο δὲ ἀφαιρέμίνῳ ἀπὸ τῷ 16: ἐναπολιπέιται ὁ 6: σημιωθῆτω ἐν ὁ, τε 5: τῷ β': χαρακῆρ καὶ ἢ μονάς ἢ ὑπὲρ τὸν 5: χαρακῆρα τὸν ἐν τῷ α': γραμμῆ, καὶ γραφῆτω τζῆρα. μιτιοχθῆς δὲ ὁ β': μριστῆς εἰς βαθμὸν ἕτερον ἱρυνθῆναι αὐθις ποσάκις καταμετρῆ τὸν πρὸ αὐτοῦ διλ: τὸν 65: καὶ συσοιχῆ, καὶ ἐπὶ εὐρίσκειται πάλιν δις καὶ ἕτερον καταμετρῆν, γραφῆτω ὑπὲρ τῆν γ': γραμμῆν ὁ 2: αὐθις χαρακῆρ ἑθῆς τῷ πρὸ αὐτοῦ. Πολλαπλασιαζομίνῳ δὲ τῷ 2: χαρακῆρος τῷ ἐν τῷ β': ἐπὶ τὸν 2: τὸν ὑπὲρ τῆν γραμμῆν ἢ ἢ γιρριμίνον, καὶ τῷ γινομίνῳ 4: ἀπὸ τοῦ 6: ἀφαιρομίνῳ, ἐπὶ ἐναπολιπέιται ὁ 2: σι: ἰωθῆτω γραμμῆ ὁ, τε 2: χαρακῆρ ὁ ἐν τῷ 6: καὶ ὁ 6: ὁ ἐν τῷ α': καὶ γραφῆτω ὑπὲρ τὸν 6: ὁ 2: πολλαπλασιαζομίνῳ δὲ καὶ τῷ 5: τῷ ἐν τῷ β': ἐπὶ τὸν αὐτὸν 2: τὸν ὑπὲρ τῆν γραμμῆν, καὶ τῷ γινομίνῳ 10: ἀφαιρέμίνῳ ἀπὸ τῷ 25: τῷ συσοιχῆτος αὐτοῦ, σημιωθῆτω γραμμῆ ὁ 5: χαρακῆρ ὁ ἐν τῷ β': καὶ ἐπὶ ἐναπολιπέιται ὁ 15: σημιωθῆτω γραμμῆ καὶ ὁ 2: ὁ ὑπὲρ τὸν 6: καὶ γραφῆτω μόνον ὑπὲρ αὐτοῦ μονάς, ἀπὸ δὲ τῷ 5: ἕτος ὁ ἐν τῷ α' 5: χαρακῆρ, ὁ αὐτοῦ γὰρ ἐστὶ, καὶ ἢ δῖται τῆς διὰ γραμμῆς σημιωθῆσας ἀς οἱ ἱτροσιδεῖς, καὶ ἐναπολιθῶσεται ὡς διαριθροῦθῆτος ὁ 150: μιταθῆμίνῳ δὲ τῷ β': καὶ εἰς βαθμὸν ἕτερον ἱρυνθῆναι ὁ 150: ἀριθμὸς ποσάκις μετρῆται ὑπὸ τῷ β': καὶ ἐριθροῦθῆται ἕθῆς. Διὸ γραφῆτω ὑπὲρ τῆν γραμμῆν ὁ 6: ἐρεῖς τοῦ 22: ὡς γινέσθαι τὸν 226: πολλαπλασιαζομίνῳ δὲ τῷ α': τῷ ἐν τῷ 6: ἐπὶ τὸν αὐτὸν 6: καὶ τῷ γινομίνῳ 12: ἀφαιρέμίνῳ ἀπὸ τῷ 15: ἐπὶ ἐναπολιπέιται ὁ 3: σημιωθῆτω γραμμῆ ὁ, τε 2: χαρακῆρ ὁ ἐν τῷ β': καὶ ὁ 5: ὁ ἐν τῷ α', ἐπὶ δὲ καὶ ἢ μονάς ἢ ὑπὲρ τὸν 2: καὶ γραφῆτω ὑπὲρ τὸν 5: ὁ 3: πολλαπλασιαζομίνου δὲ καὶ τῷ 5: τῷ ἐν τῷ β': ἐπὶ τὸν 6: τὸν ὑπὲρ τῆν γραμμῆν, καὶ τοῦ γινομίνῳ 30: ἀφαιρομίνῳ ἀπὸ τοῦ ἐν τῷ α': ἢ

	0
	020
	2230
α: 8888	1226: 7:
β: 25	25
	25
	25

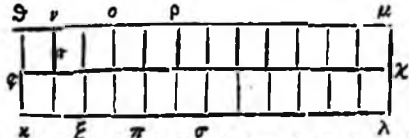
εναπολειπόμενῃ 30: ἐπεὶ ὑδέτι ἐναπολείπεται σημειωθήσων γραμ-
μῶν 5, τῆ 5: ὅ ἐν τῷ β: ἡ ἰτζήρα ἢ ἐν τῷ α: ἐστὶ δὲ ἡ ὁ 3: ὁ ὑπὲρ
τῶν 5: ἡ γραφήσων τζήρα ἢ ὑπὲρ αὐτῶν μεδέτι ἐσημαίνεσθαι.

Τῶν αὐτῶ ἱερομένων παραχθῆσεται ὁ γ' ἀριθμὸς ἐκ ἰσοτήτων συλ-
κείμενος χαραχθῆρων, ὅσοι εἰσὶν οἱ ἐναπολειπόμενοι χαρακτῆρες τῷ α:
ἀπὸ τῶ συσσοχητος τῷ ἐκάτω τῷ β: χαρακτῆρι ἐπὶ τῆς πρώτης ὑ-
πογραφῆς τῶ αὐτῷ β: ὅστις ἢ ζητυμίνος ἢ πυλίκοι ὀνομαζέται, ὡς
εἴρηται, ὅτι δὲ ὁ γ' ἀριθμὸς διλοτικός ἐστὶ τῶ ποσάκις ὁ β. τὸν α:

καταμετρέι, ἢ χαλαπὸν διὰ βραχίων ἀποδείξαι. Κείθω δὲ διὰ τοῦ χειρέτερον ὁ ε: ἀριθμὸς μερίζου-
ντο: ἢ ἢ ἐπὶ τῶ ζ: ὡς τὸ ζητυ-
μίνος εἶναι τῶ ἡ: ἢ εἰλήθω τὸ
3 κ' λ' μ': ὀρθογώνιος παραλλη-
λόγραμμος, ἀπὸ τοῦ ἐ μερι-
σθῆτος, ἢ τὸ κ' ὄ παραλληλό-
γραμμον τῷ ζ' ἴσω παρασατι-
πῶ.

οο
ε: 24
ζ: 2

112: ἡ:



ο
οκο
κε30
α: 5450
β: 28
β: 25
ε: 28

1226: γ:

Τούτων δ' οὕτω ὑποτιθέμενων διηρθῶν τὸ κ' μ' ὀρθογώνιον εἰς τὰ κ', γ' ξ', ξ' ο', ὀ π', πρ',
ρ σ', κη' λσιπα παραλληλόγραμμο ἴσα ἀλλήλοις. Ἐπεὶ δὲ τὸ κ': διηρημίον ἐστὶν εἰς δύο ἔρθε-
γώνια τὰ κ' τ', φ' τ': ἐπιπαθῆτω ἢ φ' τ': γρημμὴ ἀχρι τῆς λ' μ': ἥτις παράλληλος πάτως ἴσαι τῇ
3 μ', ἢ κλ' διὰ τὸ παραλληλόν εἶναι ἢ τῶ φ' τ' τῆ θ' γ' ἢ τιμῆ τὴν λ' μ' εἰς δύο ἴσα.

Δείκνυται.

Τὸ 3 κ' λ' μ' παραλληλόγραμμον εἰληπται ἀπὸ τῆς ἐ μεριθῆτος ἀριθμοῦ, τὸ δὲ κ': ἀπὸ τῆς ζ'.
μερίσματος. ἐπεὶ δὲ τὸ 3 κ' λ' μ' παραλληλόγραμμον μερίσται τῶ κ', πάτως γι τὸ 3 λ' τὸν
ἢ παρίσταν ἀριθμὸν, τῆ ἢ γάρ ἀριθμὸν ἐπὶ τὸν ζ' μερισθῆτες ὁ ἢ παρίκται. μερίζομεν δὲ καὶ
τὸ κ' ἢ παραλληλόγραμμον ἐπὶ τὸ κ' ἢ τὸ 3 λ' παραλληλόγραμμον γινώσκεται. ἀλλὰ τὸ 3 λ' ἢ ἡ-
θῆται ποσάκις τὸ κ' παραλληλόγραμμον καταμετρέι τὸ 3 κ' λ' μ', ἀρα καὶ ὁ ἢ ἀριθμὸς ἐμφαίνει
ὁμοίως ποσάκις ὁ ζ' ἀριθμὸς καταμετρέι τῶν θ, ὅπερ ἰδεῖν δεῖξαι.

Ἴσῶν μίντοι, ὅτι ἡ ἴκα ὁ μερίζομενος ἀριθμὸς σύμμετρος εἰς τὸ μερίζοντι, ὑδέτι μ' τὴν διαι-
ρεσει ἐναπολείπεται, ἀλλὰ τὸ πυλίκοι ἀ-λως εἰς ἀριθμὸς. Ἐπειδὴν δὲ ἀσυμμίτρω: ἴχασι πρὸς
ἀλλήλους ὅ, τῆ μερίζων ἢ ὁ μερίζομενος, παραγομίτου τῷ ζητυμίνῃ, ὅ: ἢ πυλίκοι ὀνομαζέται, ἐ-
ναπολείπεται ἢ ἕτερος ἀριθμὸς ἐλατῶν τῷ μερίζοντος μέρος τὴ ἢ μέρη μονάδος ἐμφαίνων ὀριλό-
ματάσων ἢ ταῦτα δοθῆται τῷ μερίζοντι. Ὄθεν ἢ ἐπιγράφεται τοῦ μερίζοντος, ἐπὶ τῶ ἢ ζῆζῆ τοῦ
πυλίκοι ταττόμενος γραμμῆς ἢ διὰ μιτολαβούσης. οἶον δίδδοθω τὸν 3: 02: μι:
ἀριθμὸν μερισθῆται ἐπὶ τὸν α: τῆς πράξως δι γνομίνας κῆ τὴν α: 3: 28 16: λ: 2: μ:
ταῦτην ἕρμησται ἐυριθῆσεται μὲν ὡς πυλίκοι ὁ λ: ἀριθμὸς, ἐναπο- 2: μ:
λειθῆσεται δὲ ὁ μ', ὅφ' οὐ ὁ μερίζων ἢ γραφόμενος συνίσσται τὸ μ' κ' 2: μ:
ληπτόν, εἶται κλάσμα. Ὁ μίν ἢ λ' ἀριθμὸς διλοῖ πῶσας μονάδας ἐκάστῃ μονάς τῷ κ' μερίζον-
τος λαμβάνει ἀριθμὸν, ἐπὶ τῶ ἢ ἢ μισμοῦ τῷ θ' ἐπὶ τὸν αὐτὸν κ' γνομίνα. τὸ δὲ μ' κ' ληπτόν τῆ
τῆς μονάδος μέρη, ἄτινα ὀφείλουσι προσίδεσθαι τοῖς δοθείσιν ἐκάστῃ τῷ κ' μονάδι, ὡς τὸ ὅλον
ἐλάσας μονάδος τῷ κ': ἐσονται μονάδις ὀλόκληροι ἔξ, καὶ προσέτι ἡμισυ μονάδος, τῆ γὰρ δύο τῶν
πρῶτων ἀπὸ γραφόμενα 1/2: ἐπὶ δευτέρῳ ἴσα εἶναι οὕτως ἢ γραφόμενα 1/2: ὡς ἐν τῷ Δευτέρῳ τῷ πα-
ρῆτος ἀνωθῆσεται Βιβλίῳ, τὸ δὲ ἐν δευτέρῳ ἡμισυ μονάδος σημαίνει.

Ἐτι, ὅτι κἂ ἀπὸ, συνάρχῆσθαι ὀφείλει ὁ μερίζων ἀριθμὸς τῷ μερίζομένῳ ἐν τῇ α. αὐτῷ ὑπ' ἐκεί-
νου ὑπογραψῆ. Πυνίκα γὰρ ὁ πρώτος τῷ μερίζοιτος χαρακτῆρ, κῆ τὰ ἀριστερά, ὑπερίχων τύχη τῷ
α, χαρακτῆρες τῷ μερίζομένῳ, κῆ τὰ αὐτὰ μέρη, ἢ ὅλως εἴπειν, ὅτι ὁ μερίζων μίζων τύχη τῷ μέρ-
ους τοῦ μερίζομένου ἀριθμοῦ φ' ἐφαρμόξῆσθαι πρώτον ὀφείλει, ἢ συνάρχῆσθαι δὴ πῶθεν ὁ μερίζων τῷ
μερίζομένῳ, ὑδέ γὰρ ἔξεται, κῆ τῆς διαιρέσιως τῶν ἀπλων ἀριθμῶν κατόσα, μερισθῆται τὸν
ὕατω ἐπὶ τὸν μίζονσα, διατῆ τὸ το τινικαῦτα ὁ α. τῷ μερίζοντος χαρακτῆρ συσσοχῆ τῷ β.
τῷ μερίζομένῳ χαρακτῆρι. Ἐπὶ δ' αὐθις ὁ μερίζων μ' τὴν α. αὐτῆ ὑπογραψῆ μίζων ἂν εἴη τῶ ὡ
παραβῆσθαι τῷ μερίζομένῳ μέρος, ἐν τῷ πυλίκοι τζήρα ὀφείλει γραφῆσθαι. Εἰς τρανωτέρῳ δὲ
τὸ ὄνομα κατάληψι δίδδοθω τὸν 5 ἀριθμὸν μερισθῆται ἐπὶ τὸν
ξ: ἢ ἐπὶ ὁ α. χαρακτῆρ τῷ ν' σηματικὸς ἐστὶ μίζων μονάδος,
ὅθι τῷ ξ: περιχῆσι μονάδας ὀκτώ, γραφῆτω ὁ ξ: ὑπὸ τὸν ν':
ὡς συσσοχῆν τὸν α. τῆτα χαρακτῆρα δηλ: τὸν 8: τὸ 6. τῷ ν'
χαρακτῆρι δηλ: τῷ 6. Ἐπὶ δ' αὐθις μερίζομένῳ τῷ α. μέρος τῷ
ν' ὄλη: τῷ 1694: ἐπὶ τὸν ξ: ὁ α: ἀριθμὸς ἀπὸ τῆ α. χαρακ-
τηρος τῷ πυλίκοι ἐυρίσεται, πολλαπλασιαζόμενος ὁ τῷ ξ' ἐπὶ

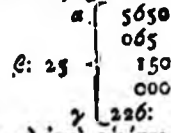
οχ2
ν: 468430: 1200: 230
ξ: 848 846
848
846

τόν αὐτόν 2: ἢ τῷ γινομένῳ 1692: αφαιρούμενη ἀπὸ τῷ 1694: ἰσπολιέπεται ὁ 2: σημειώθητε μὲν ὁ 2: ἐπάνω τῷ 4: ὁ δὲ ξ': μίριζων γραφῆτω αὐδὶς ὑπὸ τὸν γ': ὡσε βαθμὸν ἔνα ἐπὶ τὰ διξία καταβαίνειν, ἢ τῶν ἰχάτων τούτων χαρακτήρα δηλ: τὸν β: τῷ 3: τῷ γ': συστοιχείν χαρακτήρι. Ἐπὶ δὲ ὁ 29: ἀριθμὸς ὁ ἐν τῷ γ': ἐλάτων ἐστὶ τῷ ξ', ὅθεν ὑδὲ μρισθῆναι ἐπ' αὐτὸν δοῦναι, διὰ τοῦτο γράσσεται ἐν τῷ πηλίκῳ ἀπὸ τῷ β'. χαρακτήρι: τξίφρα. γραφομένη δὲ γ'. τῷ ξ': ὑπὸ τὸν γ': ὡσε: τὸν ἰχάτων αὐτῶν χαρακτήρα τῶ ἰχάτω τῷ γ' συστοιχείν χαρακτήρι, ἐπειδὴ πάλιν ἢ ὁ 230: ἀριθμὸς: ὀφείλει μεριδῆναι ἐπὶ τὸν ξ', ἐλάττων ἢ δὲ εὐρίσκειται. τῷ χάριν ἐν τῷ πηλίκῳ γράσσεται ἢ ἀπὸ τῷ γ'. χαρακτήρι: τξίφρα. ἐκείνη γὰρ τῶν ἐν τῷ ξ' μονάδων ἰκατοτητάδας μὲν ἀπὸ τῷ γ' δυο ἢ δὲ ἰδίξωτο, δικάδων, δὲ καὶ μονάδων ἀπέτυχε. τὸ δὲ πηλίκον τῆς τῷ γ' ἐπὶ τὸν ξ' διαιρέσεως: 200: ἐστὶν ἀριθμὸς μετὰ τῷ λεπτοῦ τῷ 2.

Οἱ μὲν ἂν κοινώτερος τῆς διαιρέσεως τρόπος οὗτος ἐστίν. ὡ δὲ χρώματος δυνήση δῆπουδιν ἕκαστος ἀριθμὸν ἢ ἕκαστον διαιρεῖν, τῷ μόνῳ φυλαττομένῳ τῷ μὴ ὑπερίχειν τὸν μίριζοντα τοῦ μρισζομένου. Παρὰ τούτῳ δὲ τὸν τρόπον εἰσὶ μὲν ἢ ἄλλοι διαφόροι ἀποτελέμενοι, ὁλίγοι: δὲ τισὶ γραφῆται περὶ ὧν ἰσθῆξῃ, ἢ ταῦτα τῶν δοκιμασίῶν ἔρουνιν.

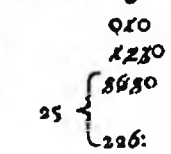
Β. τῆς Διαιρέσεως τρόπος.

Οἱ δεύτερος τῆς διαιρέσεως τρόπος μικρόντι τῷ πρώτῳ διηγήσομεν. ἐπ' ἐκείνῃ μὲν γὰρ ὁ μρισζων ὑπὸ τὸν μρισζομένῳ ἐγράφεται, ἢ οὐχ ἀπαξ' ἐπὶ τούτῳ δὲ κατὰ τὰ ἀριστερὰ τῷ μρισζομένῳ γράσσεται μῆρι ἢ ἀπαξ. Ἐπὶ ἐπὶ τῆς πράξεως κατ' ἐκείνον μὲν πολλαπλασιαζόμενον τῷ μρισζοντος ἢ ἕκαστον τῷ πηλίκῳ χαρακτήρα, ἢ τῷ γινομένῳ ἀπὸ τοῦ ὧ περιβάλλοτο μῆρι ὁ μρισζων αφαιρούμενον τὸ ἰσπολιέπόμενον ἐπάνω τῷ μῆρις ἐκείνῳ ἐγράφεται, ἐν τῷ δὲ ὑποκαθετὰ τίεται. Πρὸς τούτοις: οἱ τῷ μρισζοντος χαρακτήρις καὶ οἱ τοῦ μρισζομένου γραμμῆ ἐπὶ τῷ α. ἰσημιαντο, καὶ οἱ οἱσὶ ἀπληθίστου τρόπου, ὡς προσημνύεται, ἐπὶ τοῦ β'. δὲ τούτου οὐδεὶς τούτου



Εἰς τρανωτέραν δὲ τῶν ἰσημιανῶν ἀνάπτυξιν διδόνθω ἐπὶ παραδείγματός

τὸν α: ἀριθμὸν μρισθῆναι ἐπὶ τὸν β: γραφομένη δὲ τοῦ α' ἐπιτῆ μῆρι ταχθῆτω κατὰ τὰ ἀριστερὰ τῷ μῆρι μικρόντι αφισαμίτος ὁ β': εἶτα παρατηρήσῃτω ὁ αὐτὸς β': ποσάκις καταμῆρη τὸ α. τῷ α' μέρος, δηλ: τὸν 56: ἀριθμὸν, ἢ ἐπὶ εὐρίσκειται δις γραφῆτω ἔξω τὸ γ': ὁ 2: χαρακτήρ, ἀπὸ τῷ α. χαρακτήρις τοῦ πηλίκου λαμβανόμενος. Πολλαπλασιαζόμενον δὲ τῷ β': ἐπὶ τὸν αὐτόν 2: καθ' ὃν προσημνύεται τρόπον ἐπὶ τῆς πολλαπλασιαστικῆς, ὁ γινομένος αφαιρέθητω ἀπὸ τῷ β, ὧ παραβιβληται, μέρος τῷ α': ἢ ἐπὶ ἰσπολιέπεται ὁ β: γραφῆτω ἄνω ὑπὸ τὸν β: τὸν ἐν τῷ α: τῷ γὰρ συστοιχεῖ ὁ ἰσχάτος τοῦ β' χαρακτήρ. ἰσθῆξῃ δὲ τῷ β: καὶ τὰ διξία γραφῆτω ὁ 5: ὁ ἐν τῷ α: ἔνα γένηται ὁ 65: ἢ ἔτος ἔσαι τὸ β': τῷ α: μέρος. Ἐπὶ δὲ ἢ τῶν δις ὁ β' καταμῆρη, γραφῆτω ἢ ἀπὸ τῷ β. χαρακτήρις τῷ πηλίκῳ αὐδὶς ὁ 2: ἢ ὁ πολλαπλασιαζόμενον δεύτερον τῷ β': ἢ τῷ γινομένῳ ἀπὸ τῷ 65: αφαιρούμενον, ἢ ἐπὶ ἰσπολιέπεται ὁ 15: γραφῆτω οὗτος ὑπὸ τὸν 65: ὡσε τῶν μὲν μονάδα συστοιχείν τῷ β: τὸν δὲ 5: χαρακτήρα τῷ 5: μῆ τῶν δὲ γραφῆτω τξίφρα, ὅτι καὶ τῷ ἰσχάτω τῷ α' βαθμῷ τξίφρα εὐρίσκειται, ἢ γινίσσεται ὁ 150: τὸ γ'. τοῦ α: μέρος. Τούτου δὲ μετρούμενον ὑπὸ τοῦ β: ἕξαις γραφῆτω ἀπὸ τῷ γ'. χαρακτήρις τοῦ πηλίκου ὁ β: ἢ ὁ πολλαπλασιαζόμενον τῷ β': γίνηται ὁ 150: ἴσος ὡν τῷ γ': τοῦ α' μέρος, διδὲ ἢ αφαιρούμενος ἐκείνῳ ὑδὲν ἰσπολιέπεται. ἔσαι δὲ πηλίκον ἐπὶ τῷ μρισμῳ τῷ α: ἐπὶ τὸν β': ἢ καὶ τὸν β'. τῶν τρόπων τῆς διαιρέσεως ὁ γ' 226: δίχα τῆς λεπτῷ ἔτην κλάσματος. σύμμετρος γὰρ ἐστὶν ὁ α. τῷ β', εἰδὲ ασύμμετρος ἐστὶ ὁ μρισζόμενος τῷ μρισζοντι, πρὸς τῷ εὐρίθῃτι πηλίκῳ ἔσαι ἢ λεπτόν, ὡς καὶ ἐπὶ τῷ α. τρόπου. Εἰδὲ σοὶ βυλιτόν γίνισθαι τὴν πολλαπλασίαν τοῦ μρισζοντος ἐπὶ τῆς χαρακτήρας τῷ πηλίκῳ, οὐ καὶ τὸ ὅλον, ἀλλὰ καθ' ἕκαστον χαρακτήρα χωρὶς, διὰ τὸ εὐχερίστερον ὡς καὶ ἐπὶ τῷ πρώτῳ εἴρηται τρόπου, ἀριστερῆς τῆς πολλαπλασίσεως τῶν χαρακτήρων τοῦ μρισζοντος ἢ ἕκαστον χαρακτήρα τοῦ πηλίκου δεξιόθεν. Οὗτος ἂν ὁ τρόπος τῆς διαιρέσεως ἢ ὅπως δὲ ἐλαττόνῳ γίνηται χαρακτήρων, ἀλλάγῃ καὶ ἀπὸ τῆς συγχύσεως. καὶ τῆς ἀπατῆ συμμῆ ἔξω διὰ δύσεως ἐλογχθῆναι ἔρουνος. Κατὰ μίμωσιν δὲ τούτου δυνατὸν γινίσθαι ἢ τὸν α. τρόπον οὕτως, ὡσε κατὰ τι μὲν κοινωτῶν ἀμερότοις, κατὰ τι δὲ διαφέρειν. κοινωτῆ μὲν γὰρ τῷ α: ὅτι γραμμῆ ἕκαστος τῶν αὐτῶν χαρακτήρων σημνύεται: διηγήσομεν δὲ ὅτι ἀπαξ ὁ μρισζων γράσσεται, καθ' ὃ κοινωτῆ τῷ β'. ἢ διαφέρει καθ' ὃ κοινωτῆ τῷ α.



Γ. Τρόπος Διαιρέσεως.

Οἱ τρίτος δὲ τῆς διαιρέσεως τρόπος διὰ τῶν κεινῶν συρίζεται, δι' ὧν καὶ ὁ Πολλαπλασιασμός.

ὅτι τούτω ἔφοδος τοιαύτη. Ὑποκείσω γὰρ τὸν α΄ ἀριθμὸν μερισθῆναι ἐπὶ τὸν β΄, καὶ λαμβάνωσαν
 ἢ ἀ παραλλήλο· ραμμα, τῆτι 2: καὶ 5: χαρακτήρος, καὶ εὐαρμωσθῆναι ὡς ἐπὶ τοῦ πολλαπλασια-
 σμοῦ. Ἐπιπέτῃ δὲ γινόμενῃ, καθά κ' πρότερον τοῦ ποσα-
 κίς ὁ β΄: τὸ α΄ τοῦ α΄ μίρας δηλ: τὸν 56: ἀριθμὸν μετρεῖ
 ἐπὶ εὐρίσκειται δις, γράφον τὸν 2: εἶδα τὸ γ'· εἶτα σύ-
 ναφον ἐν τοῖς κατοιόις, καθ' ἐν προκρινύεται τρόπος, τῆς
 χαρακτῆρας. τοῦ ἐν ᾧ ἐπιγράφεται 5: ἄφιλε τῶτον ἀπὸ τοῦ
 κ' ἐπὶ ἀπληρῆται ἐξ αὐτῶν ε΄ 50: ἀφιλε τῶτον ἀπὸ τοῦ
 56: κ' τὸ ἐναπολειφθῆν δηλ: τὸν 6: γράφον ὑποκάτω τῷ 6: τῷ ἐν τῷ α΄ μίρας
 τοῦ α΄: τούτω δὲ προτιθεμένη τοῦ 5: χαρακτῆρος ἐρευνῶσαν αὐτῆς ποσακίς
 β΄: μετρεῖ τὸν 65: κ' ἐπὶ εὐρίσκειται δις γράφον αὐτῆς τὸν 2: ἐν δευτέρῃ βα-
 θμῷ. Συγαπημιὼν δὲ τῶν αὐτῶν χαρακτῆρων τῶν ἐν τοῖς κατοιόις ὡς κ'
 πρότερον, καὶ τῷ γινόμενῃ 50: ἀφαιρούμεν ἀπὸ τῷ 65: ἐπὶ ἐναπολείπεται ὁ
 15: γράφον τῶτον ὑπὸ τὸν 65: προτιθεμένης δὲ κ' τῆς τζήρας τῷ 15: ζήτῶσαν
 καὶ τρίτον ποτακίς ὁ β΄: τὸν 150: μετρεῖ, καὶ εὐρίσκειται ἑξάκις, διὸ γράφον ἐν
 τῷ γ'. βαθμῷ τὸ 6: εἶτα σύναφον τῶν ἐν τοῖς κατοιόις χαρακτῆρας, εἶδα ἐπιγί-
 γραπταὶ ὁ 6: κ' τὸν γινόμενον ἀφίλε ἀπὸ τῷ γ'. μίρας: τῷ ἀ δηλ: τῷ 150: καὶ
 ἐπὶ αὐτίτι ἐναπολείπεται, δῆλον ὅτι τὸ πηλίκον τῷ μίρισμου τοῦ α΄ ἐπὶ τὸν
 β΄: ἐστὶν ὁ γ' ἀριθμὸς, καὶ κατὰ τῆς πρότερας παρηκται τρόπος. Διευσιση
 ὁ γ'. ἔτος: τρόπος τούτω πρώτω, καὶ δευτέρω τὸ μὴ πολλαπλασιασθῆναι ἐν αὐ-
 τῷ τὸν μερίζοντα ἐφ' ἑκάστου τῷ πηλίκου χαρακτῆρα, ἀλλὰ σύναφιν καὶ ἀφί-
 ρουσι ἐπὶ τῆς αὐτοῦ γίνεσθαι πράξεως.

α { 5650
 65
 β: 25 } 150
 7 } 226

1	2	5
2	4	10
3	6	15
4	8	20
5	10	25
6	12	30
7	14	35
8	16	40
9	18	45

Δ. Τῆς Διαίρεσως Τρόπος.

Πρῶτῳ τούτω δὲ καὶ ἄλλοις τῆς Διαίρεσως ἐφεύρηται τρόπος μάλλον περίεργος. Κεμένῃ γὰρ ἡ διδομή-
 νη ἀριθμοῦ τιδῆς, ὡς ἐφ' ἑτέρῃ τινα μερισθῶμένη πολλαπλασιασῶσαν τὸν μερίζοντα ἐπὶ τῆς ἐντέ-
 τῶν ἀριθμῶν χαρακτῆρα, χωρὶς· εἶτα παραβαλε τὸν μερισθῶμενον ἑκάστῳ τῶν γινόμενων, καὶ ᾧ τιτι
 προσεγγίζεαι: α: τούτω ἀφίλων ἀπ' αὐτῷ γράφον τὸ ἐναπολειφθῆν ὑποκάτω, καὶ σημειῶσαν τὸν χα-
 ρακτῆρα ἐφ' ὃν πολλαπλασιασθῆς ὁ μερίζων πεποιήκε τὸν ἀφαιρεθῆντα ἀριθμὸν. Τούτου δὲ γινο-
 μένῃ παραβαλε καὶ τὸ ἐναπολειφθῆν, ὡς καὶ τὸν μερίζοντα πρότερον, καὶ ἀφίλε ἀπ' αὐτοῦ τὸν πλη-
 σίστερον αὐτῷ ἐκ τῶν γινόμενων ἀριθμῶν, ἐπὶ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ τοῦ μερίζοντος: ἐφ' ἑκάστου
 τῶν ἐντέα χαρακτῆρων, καὶ τὰ λοιπὰ ποιεῖ ὡς πρότερον. Ἐὰν δὲ τὸ ἐναπολειφθῆν μείζον ἢ τοῦ με-
 ρίζοντος, ποιεῖ πάλιν τὰ αὐτὰ, ἕως ἂν τὸ ἐναπολειπόμενον ἴσταντο εἴτην τοῦ μερίζοντος, ἢ μί-
 κρότερον ἐναπομένῃ. τέλος δὲ σύναφον τοῦ χαρακτῆρα: εἰς ἕνα, καὶ
 ὁ γινόμενος ἐστὶν τὸ πηλίκον. Οἷον διδῶσθω τὸν α΄ ἀριθμὸν μερισθῆ-
 ναι ἐπὶ τὸν β΄: ὁ γὰρ β΄ πολλαπλασιασθῆναι ἐπὶ τὸν 2: 3: 4: καὶ
 λοιπῆς: χαρακτῆρας μέχρι τῷ 9: καὶ γινόμεναι οἱ γ' ὁ ε': καὶ λοιποὶ
 ἀριθμοί. Εἶτα παραβληθῆτω ὁ α΄ ἐκάστῳ τῶν γινόμενων ἀριθμῶν,
 καὶ ἐπὶ εὐρίσκειται προσεγγίζων μάλλον τῷ λ': ἀφίρησθω ὁ λ':
 ἀπ' αὐτοῦ τῷ α΄: καὶ ἐναπολειφθῆσεται ὁ μ'. Ἐπὶ δὲ αὐτῆς ὁ λ': γέ-
 γοσι διὰ τῷ πολλαπλασιασμοῦ τῷ β΄: ἐπὶ τὸν 9: χαρακτῆρα γρά-
 φον τὸν 9: εἶδα τὸ ν': παραβληθῶμεν δὲ τοῦ μ': ἐκάστῳ τῶν γ' δ' ε'
 καὶ λοιπῶν ἀριθμῶν, ἐπὶ εὐρίσκειται τῷ ζ': προσεγγίζων, ἀφίλε
 ἀπ' αὐτῷ τῷ ζ': καὶ ἐναπολειφθῆσεται ὁ ξ': ἐπὶ δὲ ὁ ξ': γίγοντι ἐκ τῷ πολλαπλασιασμοῦ τῷ β΄: ἐπὶ
 τὸν 5: γραφῆτω καὶ ὁ 5: χαρακτῆρ εἶδα τὸ π'. Τῶτων δὲ γινόμενων, ἐπὶ ὁ 5: ἔχων ἐναπολειφ-
 θεῖς ἔλττων ἐστὶ τῷ 6: συγαθῆναι ὁ 9: καὶ 5: χαρακτῆρ εἰς ἕνα ἀριθμῶν, καὶ γινόμεναι ὁ 6: καὶ
 οὗτος ἐστὶν ὁ ζητούμενος, τῆτι τὰ πηλίκον. Ἐπὶ δὲ ἔχων ἐναπολειφθῆν ὁ 41: ἔλττων ὁ β΄:
 γραφῆτω ὑπ' αὐτοῦ ὁ β΄: γραμμῆς μετολαβούσης, καὶ γοήσεται λιπτόν, ὅπῃ ὀρεῖται ἐκάστῳ τοῦ
 πηλίκου προσεθῆναι μονάδι.

α: 685: β: 46:
 414: 2: 92: γ:
 271: 3: 138: δ:
 μ: 231: 4: 184: ε:
 230: 5: 230: ζ:
 ξ: 041: 6: 276: η:
 7: 322: θ:
 ι: 9: 8: 368: κ:
 π: 5: 9: 414: λ:
 ρ: 14: 46:

Κατὰ μὲν ἂν τὸν δ. τυτοῖν τρόπον ἡ Διαίρεσις ἐκάστῳ ἀριθμῷ ἐφ' ἑκάστου ἀδίπως γίνεται, ἐὰν
 δὲ ἡ τοῦ μερίζοντος πολλαπλασιασῆ συνεχισθῆ ἐπὶ πλῆρον, ὁ πρώτος προσεγγίζων τῷ μερίζοντῳ
 ἐνδέχεται σοὶ τὸ πηλίκον. τῷ γὰρ β΄: πολλαπλασιασθῶμεν, δὲς εἰπῆν μέχρι τῷ πεντηκταῖοντα πρῶ-
 τως προσεγγίζων τῷ α΄ ἐστὶν ὁ 14: ἐπιγράφεται, οὗτινος ἀφαιρούμεν ἀπὸ τῷ α΄ ἐναπολειφθῆ-
 σεται ὁ 41: ὡς πηλίκον ἴσαι τοῦ α΄ ἐπὶ τὸν β΄: μερίζοντῳ ὁ 14: ὁ δὲ 41: τὰ τῆς μονάδος παρε-
 σῆσαι μῶσι ἐπὶ τὸν β΄ μερίζοντῳ. Ἐπὶ δὲ τυτὶ ὑψηρῆς ἐπὶ πατιος γίνεσθαι ἀριθμῷ, χρῆσι-
 μῶσι πάντως κατ' τῷ τρόπῳ τούτῳ τὰ τῷ Πυθαγόρῳ κατέετα.

Πορίσματα.

Α. Ἐκ τούτων τε καὶ τῶν ἀνωτέρω διάφορα δυνάμει διαλύειν Προβλήματα. Ἐάν γὰρ παραδείχῃ
 ματος χάριν ἀρχισράτῃς τις ἔχων ὑφ' ἑαυτὸν στρατιώτας φέρεται 480:
 καὶ βουλόμενος τέτους εἰς τέσσαρας τάξεις διανῆναι ζητεῖ μαθῆναι ὅπου
 σως στρατιώτας ἐκάστη τάξει οφείλει ἀποδοῦναι, διαμερίσας αὐτῷ τὸν ἀριθ-
 μὸν τῶν στρατιωτῶν δηλ: τὸν 480: ἐπὶ τὸν τέσσαρα, καὶ τὸ πηλίκον ἔσται ὁ
 114: καὶ τοσούτους πᾶσαι γε στρατιώτας δοῦναι ἐκάστη τάξει.

0
 020
 480
 114:
 480
 480

Β. Εἰ δὲ τὸ χροσὶ, δὲς εἰπεί, ἑμπεροὶ τρεῖς, ἢ καὶ πλείους, οἵτινες κερδήσαντες νομίσματα τυχοῦν
 637: ζητήσιν ἕκαστος τὸ ἀήκον αὐτῷ μέρος, διαμερίσας ὁ τῶν νομισ-
 μάτων ἀριθμὸς, δηλ: ὁ 637: ἐπὶ τὸν ἀριθμὸν τῶν ἑμπερῶν, καὶ πα-
 ραχθίσεται πηλίκον ὁ 212: μὴ +: καὶ τοσαῦτα νομίσματα λεπτεῖον ἕ-
 καστῷ ἑμπερῷ.

001
 637
 332
 1212: 1/2

Γ. Εἰ δέ τις ἠγόρασιν ἀργυρίων 4935: ὕψασμά τι πηχῶν. 235, καὶ
 ζητεῖ μαθῆναι πῶσων ἀργυρίων ἕκαστος πηχὺς τιμηθήσεται. Μειράσας
 τὸν ἀριθμὸν τῶν ἀργυρίων ἐπὶ τὸν ἀριθμὸν τῶν πηχῶν, καὶ τὸ πηλί-
 κον ἦτοι ὁ 21: ἀριθμὸς τῆς τιμῆς ἐκάστου τῶν πηχῶν παραστήσει.

0
 2
 0300
 4935:
 235
 235
 00
 120
 768
 32
 22

Δ. Εἰ δέ τις ἐθίλων τὸν ἴδιον ἀνακαινίσαι οἶκον, καὶ συμφωνήσας με-
 τὰ τῶν τικτόνων δύο καὶ τριάκοντα ὄντων τὸν ἀριθμὸν ἐπὶ μισθῷ νομι-
 σμάτων 768: ἴσεται γίνωαι πῶσα ἕκαστῷ τικτόνι οφείλει δοῦναι με-
 τὰ τὴν οἰκοδομήν, μίρισάτω τὸν ἀριθμὸν τῶν νομισμάτων ἐπὶ τὸν ἀριθ-
 μὸν τῶν τικτόνων, καὶ τὸ πηλίκον ἔσται ὁ 24: καὶ τοσαῦτα ἀρα νομίσμα-
 τα δοθήσονται ἕκαστῷ τικτόνι.

121
 124

Πρὸς τούτους ἐάν τις ἀριθμὸς οφείλῃ ἐπὶ δεκάδιαν τιμα, ἢ ἑκατοσόν, ἢ
 χιλιεσόν, ἢ τινὲς ἄλλης παρονομασίας μίρισθῆναι ἀριθμὸν, εἰ μὴ ὁ δε-
 καδικὸς ἀριθμὸς, ἢ ὁ ἑκατοσός, ἢ ὁ χιλιεσός, ἢ ὁ ἄλλης τινὲς παρονομα-
 σίας εἴθ' ὅτι ὁ δοθὲς μίρισθῆναι μίλλαι, ἀπὸ μονάδος ἀρχεται, ὅσαι ἂν πρόσκεινται τζίφραι τῷ μίρι-
 ζοντι, τοσούτους ἀρελὴ χαρακτῆρας ἀπὸ τῷ μίριζομίνι δεδιδαξαι ἀρχόμενος, καὶ οἱ ἐναπολειφθέντες τὴν
 τῷ πηλίκῳ ἐνδιζονται σοὶ ποσόντα. Οἷον διδοσθῶ τὸν

α: 426503 17:
 100: }
 β: 426503.
 α: 42650 37:
 100: }
 γ: 42650 α: 4265 1037
 1000: }
 δ: 4265

α: ἀριθμὸν μίρισθῆναι ἐπὶ τὸν 10: καὶ 100: καὶ 1000: χω-
 ρίς, καὶ ἐπὶ τῷ 10: μία μόνη πρόσκειται τζίφραι μίρισαι
 ἐκ αὐτῶν βουλόμενος τὸν α: ἀρελὴ ἀπ' αὐτῷ τῷ 7: μόνον
 χαρακτῆρα, καὶ ἔσται πηλίκον ὁ β:. Ἐάν δὲ ἐπὶ τὸν 100:
 μίρισαι τοῦτον ἰδίῃς, ἀρελὴ ἔτι καὶ τὸν 3: ἔτι δύο ἐν
 τῷ μίριζοντι τζίφραι εἰσι, καὶ ἔσται πηλίκον ὁ γ'. Ἐάν
 δὲ ἐπὶ τὸν 1000: ἀρελὴ τρεῖς ἀπὸ τῷ α: χαρακτῆρας, ὅ-
 τι τρεῖς καὶ τῷ μίριζοντι πρόσκεινται τζίφραι, καὶ ἔσται
 πηλίκον ὁ δ: Τετ' αὐτὸ τοῖνον καπὶ τῶν ἄλλων ποιεῖ, τῆτο δ' εἶσιν, ἰσαρίθμοι: τῷ πηλίκῳ ἀ-
 φαιρεῖν ἀπὸ τοῦ μίριζομίνι χαρακτῆρας ταῖς τῷ μίριζοντι προσκειμέναις τζίφραις. ὕπο δὲ τῆς
 ἀφαιρημέναις χαρακτῆρας, γραφομένη τῷ μίριζοντι τῷ πρὸς τῷ πηλίκῳ παρασαθίσεται λεπτεῖον.
 τῷ μὲν γὰρ β: πρόσκειται τὸ εζ': κλάσμα. τῷ δὲ γ': τὸ ηδ': καὶ τῷ
 δ': τὸ κλ': ὡς ὅρας. Καὶ ταῦτα μὲν γινώσθωσαν, ὅτι ὁ δεκάδικος ἢ ἑ-
 κατοσός, ἢ ἄλλης τινὲς παρονομασίας, ἀρχεται ἀπὸ μονάδος. Ὅτι δὲ
 ἀρχεται ἐκ ἀπὸ μονάδος, ἀλλ' ἀπότινος ἄλλης εἶδος χαρακτῆρος ὁ μίρι-
 ζων, δεκάδικός ἐστι ἢ ἑκατοσός, ἢ ἄλλης τινὲς τῶν εἰρημίνων εἶδων μὴ τὸ
 ποῖσσαι, ὅπερ καὶ ἐπὶ τῶν ἀρχομίων ἀπὸ μονάδος δεδιδαξαι, μίρισον
 τὸν ἐναπολειφθέντα ἐπὶ τῷ τῷ μίριζοντι σηματικὸν χαρακτῆρα, καὶ
 τῷ ἐναπολειφθρομίνι πρόσδεξαι τὸν ἀφαιρηθέντα ἰσοῦς ἐκείνῳ τῆτων ἐπὶ τὰ δεξιά. Οἷον κεί-
 σω τὸν αὐτὸν ε: ἀριθμὸν μίρισθῆναι ἐπὶ τὸν 20: καὶ ἐπὶ τῷ 30:
 μία πρόσκειται τζίφραι ἀρελὴ ἀπὸ τοῦ α: τὸν 7: μόνον χαρακτῆρα.
 τὸν δὲ ἐναπολειφθέντα 426503: μίρισον ἐπὶ τὸν 2: καὶ ἔσται πηλίκον ὁ
 β': ἐπὶ δὲ ἐπὶ τῆς πράξεως ἐναπολείπεται μονάς, τῶσων ἰσοῦς τῆς
 μονάδος ταύτης τὸν ἀφαιρηθέντα πρότερον 7: ὡς γινώσθαι τὸν γ': ὑφ'
 ἢ γράψον τὸν μίριστῶν, γραμμῆς μεσολαβούσης, καὶ συσαθίσεται τὸ
 γ' δ' κλάσμα, ὁ τοῖνον β: ἀριθμὸς μὴ τῷ γ' δ' κλάσματος ἔσται τὸ πηλίκον τῷ α: ἀριθμῷ μίριζο-
 μίνι

α: 426503 17:
 100: }
 β: 426503.
 α: 42650 37:
 100: }
 γ: 42650 α: 4265 1037
 1000: }
 δ: 4265
 7:
 10:
 37:
 100:
 37:
 1000:
 α: 426503 17
 00810
 20:
 03:
 1:
 β: 219851 17 γ'
 20 δ'

μην ἐπὶ τὸν 30: Ἐὰν δι' ἐθέλης μερίσθῃ α. ἀπ' αὐτῆ δύο χαρακτήρας, ἢ μερίσθαι ἐπὶ τὸν 3: ἢ ἕξως πηλίκον τὸ δ β: τῶν ἐφεξῆς τῶ 2: τὸν ἀφαιριζόμενα 37: ὡς συσταθῆναι τὸν γ: ἢ ὡς χαρακτῶν ὁ μερισθῆς καὶ τὸ συσταθῆναι γ δ: κλάσμα προσκείδω τῷ β: ὡς ἴσος, καὶ ὁ β: ἀριθμὸς μὲν τοῦ γ δ' κλάσματος ἴσαι τὸ πηλίκον τοῦ α: ἀριθμὸν ἐπὶ τὸν 300: μερίζομεν, ὡς ἐπὶ τῷ δευτέρῳ ἰσοδοῦνται παραδείγματος. Τοῦτο γὰρ ποίησιν καὶ ἐπὶ τῶν λοιπῶν τῶν ἐν μόνον τῶν σηματικῶν χαρακτήρων ἔχοντων τῶν χαρακτήρι τζήφρας προσκειμένης ἀναλόγως μίτοι γ:ομίης τῆς ἀφαιρίσεως τῶν χαρακτήρων καὶ τὸν ἀριθμὸν τῶν τζήφρων, ὡς εἶρηται. ἢ ῥῶσισι ἢ τῆς Διαρίσεως ἑκάστου ἀριθμοῦ, ἐπὶ τοῦς δικαδικῶς, ἑκατοσῆς, ἢ τῆς τῶν ἄλλων προσγορίων, γινώσκται πράξις. Τοιαῦτα τινα Προβλήματα, ἢ ἄλλα τύποις παραπλήσια, ἢ εἰσὶν ἀριθμῶν ἀπερίληπτα διαλύειν ἵκεσι τὰ ἀκριβῶς ἐπιταμένῳ τῆς τῆς Διαρίσεως κανόνας. σηματικῶν δὲ ἴδη καὶ τὸν τῆς βασάνου ταύτης καὶ δοκιμῆς τρόποι.

a:	42650	137
	18	
300:	06	
	05	
	20	
	2	
β:	14216	237 2'
		300 δ:

Ὅπως ἡ τῆς Διαρίσεως γίνεται Βάσανος καὶ Δοκιμῆς.

Οὕτω μὲν ἂν πολυτρόπως ἢ τῆς Διαρίσεως μεθοδεύεται πράξις, ἢ δι' βάσανου ταύτης καὶ δοκιμῆς, ἀπλῶς τε ἢ ἐξ ἴ. Πολλαπλασιαζομένη δὲ τὸ πηλίκον ἐπὶ τὸν μερίζοντα τὸ ἀληθές: τῆς γινομένης Διαρίσεως, ἢ τούτων ἀνακαλύπτεται. εἰάν δὲ ὀλιγόμοιος διὰ τὸ πολλαπλασιασμοῦ τῶν ἴσων: ἢ τῶ μερίζομῳ ὑγιῆς πάντως ἢ πράξις ἴσαι. Οἷον κείσθω εἰς ἑρῆμῶν τὸ α. παραδείγματος τῶν ἐπὶ τοῦ παρόντος προβλημάτων κη: καπεδὴ μερισθῆτος τῶ α: ἀριθμῷ ἐπὶ τὸν β: παρῆται ὡς πηλίκον ὁ δ: μόνος ἰσαπολειψόμενος, πολλαπλασιασθῆτω ὁ β: ἐπὶ τὸν δ: ἢ γὰρ ὁ δ: ἐπὶ τὸν β: καὶ ἢ πράξις αἰὲν ἀπάντη τινὸς γένηται, ὁ παραγινομένης διὰ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ τούτων ἴσος ἴσαι τῷ α: ἐπὶ γὰρ τῆς Διαρίσεως: ὁ μερίζομενος μὲν ἀριθμὸς ὡς ὀρθογώνιον ὑποτίθεται ἐπίπλευσας, ὁ δὲ μερίζων ἀπὸ μίας τῶν τούτου πλευρῶν, εἶρηται γὰρ τούτῳ καὶ πρότερον, ὁ δὲ παραγινομένος ἐπὶ τῆς πράξεως, ὡς πηλίκον τὴν ἑτέραν τῶ ὀρθογώνιου παρίσσει πλευρῶν. Ἐπεὶ δὲ ἑκάστον ὀρθογώνιον ὑπὸ δύο πλευρῶν τῶν τῶ ὀρθῶν παρῆχοντων γινώσκται περιήχεται, κατὰ τὸν α. ὄρον τῷ β. τῶν τῶ Εὐκλείδου Βιβλίων πολλαπλασιαζομένων διπύθειν πρὸς ἀλλήλους τῆς μερίζοντος, καὶ τοῦ ὡς πηλίκου λαμβανομένου παραχθῆσεται ὁ μερίζομενος.

ο		
οχο		
α:	2230	1226 δ
β:	8880	
β:	28	
β:	28	
β:	28	
		226: δ:
		25: β:
		1130:
		422:
		5650:
		τῆς πράξεως βάσανου
		πολλαπλασιασμοῦ
		02 μ:
δ:	26:	16: λ: 2 μ:
κ:	4	4 κ:
		6
		24
		μ: 2
		ξ: 26

Ἰσὸν δ' ὅτι ἴσικα ἐπὶ τῆς ἀριθμῶν τινὸς: ἢ ἑτέρον Διαρίσεως ὑδῆτι ἰσαπολείπεται, ὁ τοῦ μερίζοντος ἐπὶ τὸ πηλίκον πολλαπλασιασμοῦ ἰκανὸς ἐστὶν εἰς τὴν βασάνον. Ὅτι δὲ ἰσαπολείπεται τὴν προσκείδεται διὸν τὸ ἰσαπολειπόμενον τῶ διὰ τὸ μερίζοντος καὶ πηλίκου γινομένης. Κείσθω γὰρ εἰς ἑρῆμῶν τὸ δευτέρον παραδειγμα. καὶ ἐπὶ ἐν αὐτῷ μερισθῆτος τοῦ δ' ἀριθμῷ ἐπὶ τὸν κ. παρῆται ὁ λ: καὶ ἰσαπελήφθω ὁ μ: πολλαπλασιασθῆτω ὁ λ: ἐπὶ τὸν κ: καὶ τῶ γινομένης ὅς αὐτῶν δ: προσκείδεται ὁ μ: καὶ γινώσκται πάντως ὁ ξ ἴσος τῷ δ: εἰς γὰρ ἢ πράξις ὑγιῆς ἢ.

Καὶ τοιοῦτος μὲν ὁ τῆς δοκιμῆς τῆς Διαρίσεως τρόπος, καὶ τοῖς πολλοῖς ἴδη γινώσκται, δευτέρου δὲ γινώσκται καὶ δι' ἀποβολῆς τῶ 9: εἰάν δὲ ὁ 9: ἀπὸ τῶ μερίζομῳ μερίζοντός τῶ καὶ πηλίκου ἀφαιρῆθῃ, καὶ τὸ ἰσαπολειπόμενον ἀπ' ἑκάστου ἐν ἰδίῳ γράφῃ τοσφ. εἴτα τὸ ἀπὸ τῶ μερίζοντος ἰσαπολειπόμενον ἐπὶ τὸ ἀπὸ τῶ πηλίκου πολλαπλασιασθῆ, καὶ ἀπὸ τῶ γινομένου ἀφαιρῆθῃ αὐθῆς ὁ 9: εἰάν τὸ ἰσχύτως ἰσαπολειψόμενον ἴσον ἢ τῶ ἀπὸ τῶ μερίζομῳ ἰσαπολειψόμενον, ὑγιῆς ἴσαι ἢ πράξις. Οἷον κείσθω εἰς βάσανον τὸ τῶ α: τῶ τῆς Διαρίσεως ὑπόδειγμα, καὶ ἀφαιρῆται τοῦ 9: ἀπὸ τοῦ α: ἐπὶ ἰσαπολείπεται ὁ 7: χαρακτῆρ, γράφτω οὕτως ἴσα εἰ δ: ἀφαιρῆται δὲ καὶ ἀπὸ τῶ β: καὶ δ: ἐπὶ ἰσαπολείπεται ἀπὸ μὲν τῶ β: ὀλίγως ὁ 7: ἀπὸ δὲ τῶ δ: μόνος, γράφτω αὐθῆς ὁ μὲν 7: ἴσα τὸ ζ': ἢ δι' ὀλίγως ἴσα τὸ κ: πολλαπλασιαζομένης δὲ τῶ ζ': ἐπὶ τῶν μονάδων γινώσκται ἴσαι ὁ αὐτὸς χαρακτῆρ 7: γράφομενος καὶ ἴσα τὸ δ: ὁ γὰρ ἐπὶ τῶν μονάδων πολλαπλασιαζόμενος ἀριθμὸς αὐξῶσιν τινα καὶ ὅπως δέχεται. ἀμύλιτος ἐπὶ ὁ δ: ἴσος ἐστὶ τῶ κ', ὑγιῆς ἐστὶν ἢ πράξις τῆς

της του α ἐπι τὸν β: Διαίρεσις: Ο λόγος δὲ ἐκ τῶν ἀνωτέρω σαφής. τὸ αὐτὸ γὰρ ἔσται ἐάντι τῆ; πλειύρας ὁλοκλήρης ἐφ' αὐτὰς πολλαπλασιασάμενη, ἵνα τε τὰ ἀπὸ τῶν πλευρῶν ἰσπολείπεται τῆ του γ: ἀποβολῆ, καὶ τὸν γινόμενον τῆ ὅλη παραβάλωμεν, ἢ γὰρ τῆ ἀπὸ τῆτος ἰσπολείπεται.

Τοῦτο δ' οὕτω γινώσκω, ἐπειδὴν ὁ μριζόμενος σύμμετρος ἀν εἶν τῶ μριζοῦντι, καὶ εἴδῃτι μετὰ τῆ Διαίρεσιν ἰσπολείπεται. Ὅτι δὲ ἀσυμμέτρος ἔχουσι, καὶ ἰσπολείπεται τι, προσδίδεται τῶ τῆ γινομένη διὰ τὴ πολλαπλασιασμοῦ του ἰσπολείπεται ἀπὸ του μριζοῦτος ἐπὶ τὸ ἰσπολείπεται

ἀπὸ του πλείου. Ὅσον κισθῶ εἰς δοκίμην τὸ παράδειγμα του δ: τρέπυ, καὶ ἀφῆρηθῶ α: ἀπὸ τῶ α: ὁ γ: καὶ ἐπὶ ἰσπολείπεται μονάς, γραφῆτω μονάς ἴσθα τὸ δ: ἀφαιρημένου δὲ καὶ ἀπὸ τῶ β: του γ: ἐπὶ ἰσπολείπεται αὐτῆς μονάς, γραφῆτω καὶ ἴσθα τὸ ε' μονάς. ἀφαιρημένη δὲ καὶ ἀπὸ τῶ γ: ἐπὶ ἰσπολείπεται ὁ ζ: γραφῆτω ὁ σ: ὑπὸ τῆν μονάδα τῆν ἐν τῆ ε: ἴσθα δηλ: τὸ ζ': πολλαπλασιαζόμενυ δὲ τῶ ζ' ἐπὶ τῆν ε: μονάδα, ἐπὶ ὁ σ: ἀμετάβλητος μῖνει, προσδίδεται τῶ τῶ α: τὸ περιττίον δηλοῦ: ἐπὶ τῆς πράξεως. ἀπὸ δὲ του συμποσμεῖνυ θ: ἀφαιρηθῆτω ὁ γ: καὶ ἐπὶ ἰσπολείπεται μονάς, ὡς καὶ ἀπὸ του α: ὕγιης πάντως εἶν ἡ πράξις.

	4
	09
221	114: γ': 41:
α: 988	46:
β: 49	
49	δ: 1: ε: 1.
	ζ: 5:
	κ: 5:
	41:
	θ: 46:

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Ζ.

Περὶ Μεθόδων.

Τὰ μὲν δὴ τοῦ ἀριθμοῦ Στοιχεῖα, εἴτ' οὖν εἶδη τσαῦτα τῆ πλῆθει, καὶ κατὰ τῆν περὶ αὐτοῦ ἔκασον ἱρμωσίαν εἰς πράξιν ἐπάγεται. Ἐκ τῶτων δὲ ἀναρῶνται καὶ αἱ καλούμεναι Μέθοδοι παρὰ τοῖς τῶν Ἀριθμητικῶν παισίν. Ἐστὶ δὲ Μέθοδος Ἀριθμητικῆ ἀναλογία τίς ἀριθμῶν γινωμητρικῶς ὁδίουσα, ὡς ἐν τοῖς ἔξῃς δηλωθήσεται. τὴ δὲ ἀναλογία ἐν τῆ τῶν ὄρων τῆ Στοιχειωτῆ ἱρμωσίᾳ συνημῶνται ὡγιώτατα τελέαχισον ἐν τρισὶ ὄροι. καὶ αὐτῆς ἢ μὲν ἐστὶ συνεχῆς, ἢ δὲ διέκφυμμένη. καὶ συνεχῆς μὲν λέγεται ἢ τοῦς ὄρους συνεχίζουσα, ὡς ὅτι ἔχει τὸν αὐτὸν λόγον ὁ α. ὄρος πρὸς τὸν β. ὡν ὁ β. πρὸς τὸν γ: καὶ ὁ γ. πρὸς τὸν δ. καὶ ἐπὶ τῶν ἔξῃς ὁμοίως. διέκφυμμένη δὲ ἢ ἀνὰ δύο τῶς ὄρους λαμβανουσα, ὡς ὅτε λέγομεν, ὁ α: πρὸς τὸν β. τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὡν ὁ γ. πρὸς τὸν δ: εἰς δύο δ' αὐτῆς ἐπιδιαρουμενῆς τῆς ἀναλογίας εἰς ὀρθῆν δηλ: καὶ πλαγίαν. ὀρθῆ μὲν ἕκασον, ἢς οἱ ὄροι εὐτάκτως χαρῶσιν, τυτέστιν ὡς ὁ α. πρὸς τὸν β: οὕτω καὶ ὁ β: πρὸς τὸν γ. ἢ ὁ γ. πρὸς τὸν δ. πλαγία δὲ, ἢς οἱ ὄροι συγκεχυμένοι πάσι εἶσι, καὶ κατ' Εὐκλεῖδην εἰπεῖν τιταραγμῆτοι, δηλ: ὡς ὁ α. πρὸς τὸν β:, οὕτως ὁ δ: πρὸς τὸν γ: ἢ ὡς ὁ β: πρὸς τὸν γ: οὕτως ὁ δ: πρὸς τὸν α: ἐκατέρως δὲ εἰς ἀπλὴν καὶ σύνθετον υποδιαρουμενῆς. ἀπλῆ μὲν εἶν ἢ ἐκτρίων ἢ τεττάρων συγκεχυμένη ὄρων· σύνθετος δὲ ἢ ἐκ πλείονων ἢ τεττάρων.

Περὶ τῆς ὀρθῆς Μεθόδου τῶν Τριῶν.

Ἡ α: τοῖνον Μέθοδος, ἢ καὶ Μέθοδος τῶν Τριῶν, ὡς εἴρηται, ἕκασον διὰ τὸ τριῶν ὄρων ἐν αὐτῆ διδομένων τὸν τέταρτον ζητεῖσθαι, ἀναλογία Γεωμητρικῆ εἶν ἐν τίσασειν ἢ τρισὶν τελέαχισο: περιεχομένῃ ὄροι, καὶ ἐπειδὴν μὲν ἐν τρισὶ περιέχεται, διδομένων τῶν δύο ὁ γ: ζητεῖται. ὅτε δὲ ἐν τίσασει, διδομένων τῶν τριῶν ὁ δ: ζητεῖται. Διαίρεται δὲ εἰκότως τὸ ἐν αὐτῆ Πρόβλημα εἰς μίρη δύο, καὶ ἐν μὲν τῶ α: δύο περιέχονται ὄροι, ἢ ἐπιργεία, ἢ διαιρέσει. δοτάμει μὲν, ἐπειδὴν δύο εἶσιν οἱ διδομένοι ὄροι· ἐπιργεία δὲ, ἐπε τρεῖς.

Ἐάν ἔν δυο τυτέσιν δοθῶσιν ὄροι, καὶ ζητεῖται ὁ γ: πολλαπλασιασθῆτω ὁ β. πρὸς ἑαυτὸν, καὶ ὁ γινόμενος μρισθῆτω ἐπὶ τὸν α: ὅσον ὑποκείσθωσαν οἱ α β: ἀριθμοί, καὶ ζητηθῆτω ὁ γ: ὡςτε ἔχει πρὸς αὐτὸν, τὸν β: ὡς ἔχει ὁ α: πρὸς τὸν β: πολλαπλασιασθῆτω δὲ ὁ β: ἀριθμὸς πρὸς ἑαυτὸν καὶ γηθήσεται ὁ γ: οὗτος δὲ μρισθῆτω ἐπὶ τὸν α: καὶ τὸ πλείον ἔσται ὁ δ: Δίγω τὸν δ εἶναι τὸν ζητούμενον ἀριθμὸν. ἰταῦθα γὰρ διδομένων δύο ὄρων ἐκτεῖτο ὁ γ: ὡςτε εἶναι τῆ ἀναλογίας συνεχῆ, δηλοῦ: ὡς ἔχει ὁ α: πρὸς τὸν β: ὡςτε ἔχει καὶ τὸν β: πρὸς τὸν γ: τοῦτο δ' ἐστὶ τρεῖς ἀριθμοὺς ἀνάλογον εἶναι. Ὅταν δὲ τρεῖς ἀριθμοὶ ἀνάλογον εἶσιν, ὁ ὑπὸ τῶν ἀκρῶν ἴσος εἶναι τῶ ἀπὸ του μέσου, κατὰ τῆν εἰκοσὴν του ζ': του Στοιχειωτοῦ. ἀλλὰ κατ' αὐθα τοῦτο διὰ τῆς πράξεως γίγνεται. πολλαπλασιασθῆτω γὰρ του β: πρὸς ἑαυτὸν, καὶ του γινομένου ἐπὶ τὸν α. μρισθῆτω ὁ γ: παρήταται. ὡςτε ἴαν ὁ α: ἐπὶ τὸν γ. πολλαπλασιασθῆ, ὁ γινόμενος ἴσος εἶναι τῶ ἀπὸ του μετρίου καὶ τῆν ἱρμωσίαν τῆς δοκίμης τῆς Διαίρεσις, εἶναι ἀρα ὁ α: πρὸς τὸν β. οὕτως ὁ β: πρὸς τὸν γ. καὶ τῆν αὐτῆν πράξιν. ἄνω ἴδεις δείξαι.

α: 30	β: 10
	10
	—
100 γ:	
α: -50	100.
	20.
	δ.

Εάν δι τριῶν ὄρων τῶν διδομένων ὄρων ζητηθῇ ὁ δ΄, πολλαπλασιασθέντω ὁ β΄ ἐπὶ τὸν γ΄ ἢ τὸ μὲν πάλιν ὁ γ΄ ἐπὶ τὸν β΄ ὁ αὐτὸς γὰρ ἀριθμὸς παραχθῆσεται, ὡς
 α: β: γ: ε:
 60 — 12 — 90 — 18

ἔστι δὲ ὁ δ΄ ὡς ἐκ τῶν ἄνω τριῶν ἀριθμῶν, οἱ αβγ, ἢ
 12
 90
 180

πολλαπλασιασθέντω δι ὁ γ΄ ἐπὶ τὸν β΄ ὁ μείζων ὁ αὐτὸς ἐπὶ τὸν ε-
 λαττοῦσα διὰ τὸ εὐχερίστον μᾶλλον ἢ εὐκατότερον. ἢ ὁ γενόμενος δ΄
 μεριδῆται ἐπὶ τὸν α. ἢ δώσει σοι πηλίκον τὸν ε. Λέγω τοῖσιν τὸν ε΄
 εἶναι τὸν ζητούμενον. Ἐπεὶ γὰρ ὁ εκ τῶν γ΄ ἐπὶ τὸν β΄ μίμεται ἐπὶ
 τὸν α, ἢ παρήγαγε τὸν ε: εἴαν ἢ πράξις ὑγιᾶς γίγνηται, πολλαπλασια-
 ζομένη διπλοῦσθαι τοῦ α: ἐπὶ τὸν ε: ὁ γενόμενος ἴσος ἴσται τῷ εκ τῶ
 γ΄ ἐπὶ τὸν β΄ ἢ τὸν τῆς δοκιμῆς τοῦ μισμοῦ λόγον. Ὅτι δι τεσσάρων ἐφεξῆς κειμένων ὁ εκ τοῦ
 α. γ. δ. ἴσος ἢ τῶ εκ τῶ β: ἢ γ. οἱ τέσσαρες ἐκείνοι ἀριθμοὶ ἀνάλογον εἰσι κατὰ τὴν 19. τῶ ζ.
 τῶ στοιχείω. Φανερὸν δὲ ἐκ τῶτων ὅτι ἢ οἱ αβγ: ἀνάλογον εἰσι. ἢ εἶναι, ὡς ὁ α: πρὸς τὸν β: ὁ
 γ΄ πρὸς τὸν ε: ὅπερ ἢν τὸ ἐξ ἀρχῆς ζητούμενον.

Τοιαύτη μὲν δὲ ἡ ἑρμηνεία τῆς Μεθόδου τῶν Τριῶν, τῆς ὀρθῆς μίμητος, ἣτις ἢ κυριωτέρα εἶναι, εὐχ
 ἤσταν δι καὶ ἀναγκαιοτέρα τῶν λοιπῶν δύο, διὰ τὸ ἐπὶ αὐτῆν ἐκατέραν ἀνάγεισθαι, ὡς ὀφείμεθα.
 Τότε δὲ αἶνε τιπὸς ἀπάτης γιγνόμενης λέγεται, ἐπειδὴν ὁ εκ τῶν ἀνω γινόμενος, ἴσος ἢ τῶ εκ τῶν
 μισμῶν, ἢ γούν τῶ ἀπὸ τοῦ μίση. πολλα δὲ ἢ ποιήματα δι αὐτῆς ἀριθμητικὰ δυάμιδα λύειν Προ-
 βλήματα. Ἰνα δὲ ἐπιτύχῃν τὴν περιττολογίαν πως ἀποκρησόμεθα, κειδωσαν ἐπὶ παραδείγματος ὁ-
 λῶν αὐτῶν, πρὸς ἐπιφράσιν τῶν ἠδὴ εἰρημίων.

Πρόβλημα Α΄.

Ἄνθρωπος τις δανεισθεὶς ὑπὸ τῆς φιλαργυρίας ἀργύρια 80: ἐπὶ διορίᾳ καιροῦ συνηθῆσται μετ'
 αὐτοῦ ἀποδοῦναι αὐτῶν τόκοι ἀργύρια 20: ἐλθούσης δὲ τῆς προθεσμίας, δίδωκεν αὐτῶ τὰ 80: μό-
 σαι, ἢ μὴ ἔχων συνηθῆσται ἢ τὸν τόκον, βουλόμενος τὴν του δανειστοῦ ἀποφυγεῖν ἀπληξίαν, συ-
 νθηρῆσται μετ' αὐτοῦ ἐκ δευτέρου ἐπὶ τῇ αὐτῇ διορίᾳ δίδοναι αὐτῇ ἑκατὰ ἢ τῶν 20: ἀρ-
 γυρίων τὸ ἀνάλογον ἢ τῆς προτέρας αὐτῶν συνηθείας. Ζητεῖται οὖν ἐπόσα ἢν οὗτος τῷ φιλαρ-
 γυρῶν ἐκείνῳ οφείλει ἀποδοῦναι τῆς δευτέρας ἢ τῆς πληρωθείσης προθεσμίας. Τοῦτ' πάντως γε τὸ
 πρόβλημα ὑπὸ τριῶν συσταθῆσται ὄρων ἐν συσχετῇ ἀναλογίᾳ. ἢ τὴν μὲν ἀτά- 80 — 20 — 5:
 ξιν τῶν ὄρων ὁ 80: ἀριθμὸς τῶν ἀργυρίων ἔχει. τῆς β. δὲ ὁ τῶν 20: ἢ τῶν γ.
 ὁ ζητούμενος. Πολλαπλασιαζομένη γὰρ τοῦ β. ὄρου ἐφ' ἑαυτὸν, ἢ του γειομή-
 τῃ 400: μισρομένη ἐπὶ τὸν α. ἐκρηθῆσται πηλίκος ὁ 5: χαρακτήρ, ἢ ὅτος
 ἔχει ὁ ζητούμενος. Ὁ λόγος ἐκ τῶν ἀνωτέρω σαφής. τὸν αὐτὸν γὰρ λόγον ἔχει ὁ
 80: πρὸς τὸν 5: ὃν καὶ ὁ 80. ἔχει πρὸς τὸν 20: αὐτὸν.

Β.

Ἄνθρωπος ἀνθρώπος ἢ γράσει ὀρείχαλκον ἢ γγίαν φητιμωμένης τῆς λίτρας ὀβολῶν πέντε πρὸς τοῖς
 ἑκατοσίν, ἢ ζῆτι εἰδέναι πόσα οφείλει ἀποδοῦναι ἑκατὰ τῶν 9: ἢ γγίαν τὰ ὀρείχαλκον.
 εἰς λῦσιν ταύτης τοῦ προβλήματος ἢ ὁμοίαν ζητητέον α. ἐκ πόσων ἢ γγίαν ἢ λίτρα συνηθῆσται.
 εἰς αὐτῆν ἐπιτίθεται κατὰ τῆς εἰς δυοκαίδεκα, ληρθέντω α. ὄρος 12 — 25 — 9 — 18: 12:
 ὁ 12: ἀριθμὸς ἀπὸ μίας λίτρας, β. δὲ ὁ τῶν ὀβολῶν δηλ. ὁ
 85: τὸ τέταρτον τῆς μίας λίτρας, ἢ γ. ὁ 9: Τῶτων δ' ἕως εἰλημ-
 μένων πολλαπλασιασθέντω ὁ β. ἐπὶ τὸν γ. ἢ ὁ γενόμενος 225:
 μερισθέντω ἔπει τὸν α: ναὶ ἐκρηθῆσται πηλίκος ὁ 18: μετὰ τῆς
 λεπτῆς, ἢ αὐτὸς ἴσται ὁ ζητούμενος ὁ 9: ὄρος. οφείλει τοῖσιν ὁ τὸν
 ὀρείχαλκον ἀφθάρσας ἀποδοῦναι ἑκατὰ τῶν 9: ἢ γγίαν ὀβολῶν ὀκ-
 τωκαίδεκα. Ἐπεὶ δὲ προσκεταὶ τῶσιν ἢ λεπτῶν, ἕτιτος Παρανο-
 ματῆς μὲν εἶναι ὁ 12: ἀριθμὸς. ἀριθμητικῆς δὲ ὁ 9: ἢ ὁ μὲν 12: ἀνθ' ἑνὸς ὀβολου ὑποτίθεται, ὁ δὲ
 9: τὰ τοῦ ὀβολου παρίσταναι μέρος, αὐτὰ οφείλει προσεθῆσται τοῖς 18: ὀβολοῖς, φανερὸν ὅτι προ-
 σθεσθεῖται ἢ λεπτῶν δύο μὲν ἕως τετάρτου. ὁ γὰρ ὀβολὸς ἐκ τριῶν σύγκειται λεπτῶν, διηρημένου
 τοῦ ὀβολου εἰς ἐκὰς διαιρηθέντα ἢ ἕκαστον λεπτῶν εἰς μέρος τέσσαρα. ὡς δύο λεπτῶν μὲν ἑ-
 νὸς τετάρτου τὸν 9: συνηθῆσται ἀριθμὸς. τὸ δὲ λεπτὸν ἐκταῦθα ἀπὸ μονάδος λαμβάνεται. μετὰ
 ταῦτα δὲ ἀπὸ μέρους ληρθέντα μονάδος, διὸ ἢ κλάσμα προσονομάζεται, ὡς ὀφείμεθα ἐν τῷ ἰδίῳ
 τόπῳ, ἔσθαι ἢ περὶ αὐτῶν ἐκρηθῆσθαι ἐρῶμεν.

Γ.

Ἐμπορὶ δύο ἀνισάμοι ἐκ τῶ αὐτῶ, φέρει πέν, λιβάνι ἐπὶ τῷ αὐτῷ τιμῆματι ὅσον ἑκάστου ε-
βούλιτος ὁ μὲν κατέβαλεν ἀργύρια 63: ὁ δὲ 96: κατέβαλεν. Κερδήσαντος δὲ τοῦ τὰ 63: ἐκ-
λάτος ἀργύρια 15: ζῆτι ἴδη μαθεῖν ὅτὰ 96: καταβαλῶν, πόσα μίθει κερδαῖαι, ἴαν ἐπὶ τῷ
αὐτῷ τιμῆματι πωλῶσι τὸν λιβανὸν τῷ προτίρη.

Τούτου δὴ τοῦ προβλήματος ἄ, ὅρος ἐστὶν ὁ 63: ἀριθμὸς. β. δὲ ὁ 15: καὶ 63 — 15 — 96:
γ. ὁ 96: Πολλαπλασιασθέντα γούν ὁ γ. ἐπὶ τὸν β. καὶ ὀνημένως: 1440: με-
ρισθέντα ἐπὶ τὸν ἄ. καὶ εὐρίθνηται πῆλικον ὁ 22: ὡς ὅρας ἐπὶ τοῦ παρα-
δίματος. Ἐπὶ δὲ ποιεῖται καὶ 54: φανερὸν ὅτι ὁ τὰ 96: καταβαλῶν ἀρ-
γύρια, κερδήσει ἀργύρια 15: ὅθεν τούτῳ ὁ ἐστὶν τὸ ἀργύριον ὁ
63 — 54 — 120 ποιεῖται εἰς μίσην διηρημένον 63: καὶ τούτων λαβεῖν τὰ
54: ὅθεν εἰ βούλει γινῶναι τὰ 54: ταῦτα μόρια πόσοις
480 λιπτοῖς, ἵτοι μοῖασις ἰσοδυναμῶν, διὰ τῆς αὐτῆς Μεθόδου
609 καὶ τούτο εὐρήσεται. Διὶ δὲ πρῶτον εἰδέναι πῶσων λιπτῶν
τὸ ἀργύριον ἐστὶν πῆλικον. κείσθω γὰρ ὁ 120: εἴτα ληφθῆτω ἄ: ὅρος ὁ 63:
ἀριθμὸς. β. δὲ ὁ 54: καὶ γ. ὁ 120: πολλαπλασιασθέντου δὲ τοῦ γ. ὅρου ἐπὶ
τὸν β. ὁ γινόμενος 6480: μερισθέντα ἐπὶ τὸν ἄ: καὶ τὸ πῆλικον εἶσαι ὁ 102. καί-
63 { 6480
0180
54
102
τι πρὸς. Ὡς τὸ τὰ 96: καταβαλῶν ἀργύρια, πρὸς τοῖς 22: ἀργυρίοις κερδήσει
πάντας, καὶ λιπτὰ 102.

Δ.

Ἡ γράσας τις σπικὸν γήμα λιπτῶν 19: καὶ ὕγγια 8: τιμημένως δὲ τῆς λίτρας ἀργυρίων 2: καὶ λι-
πτῶν 15: ζῆτι μαθεῖν πόσα εὐρήσεται.

Εἰς λύσει τούτου τῷ προβλήματος ἀνάλυσις τὰς μὲν λίτρας εἰς ὕγγια. (τὸτο δὲ ἐστὶ πολλαπλα-
σιασθέν τὸν 19: ἀριθμὸν ἐπὶ τὸν 12: καὶ τῷ γινόμενον 228: προσεθίεται τὸν 8: καὶ συσθεθίεται ὁ 236:) τὰ
δ. ἀργύρια εἰς λιπτὰ. Ἐξῆς δὲ τούτο, ἴαν τὸν 120: ἀριθμὸν ἐπὶ τὸν 2: πολλα- 12 — 255 — 236
πλασιασθῶν, καὶ τῷ γινόμενον 240: προσεθίεται τὸν 15: συσθεθίεται γὰρ ὁ 255: τὰ
τέτων δ' οὕτω διὰλυθῆναι λάβει ἀντὶ τοῦ ἄ. ὅρου τὸν 12: ὕγγια γὰρ 12: ἀ-
σαπληραῖσι λίτρας μίσην, ἀπὲρ δὲ τοῦ β. τὸν 255: καὶ ἀντὶ τοῦ γ. τὸν 236:
Εἴτα πολλαπλασιασθῶν τὸν γ. ἐπὶ τὸν β. καὶ τὸν γινόμενον 60180: μερισθῶν
ἐπὶ τὸν ἄ. καὶ τὸ πῆλικον εἶσαι ὀνημένως. Ὁ γὰρ ἄ. ὅρος λίτρας μίσην εἰς σημα-
τικὸς, ὡς εἴρηται, ὁ β. δὲ τῆς τιμῆς ἑκατῆς τῆς μίσην τοῦ σπικίου γήματος
λίτρας, καὶ ὁ γ. τὴν ὀλην τοῦ ἀγοραθίντος ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ γήματος. Ὡς οὖν εἶ-
12 { 60180
0018
060
00
5015
πὶ μία ὕγγια σπικίου γήματος τιμᾶται λιπτῶν 255, ὕγγια 19: τιμηθῆ-
σονται λιπτῶν 5015.

Ε.

Ἐὰν τινὲς ἡράσασιν ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ σπικίου γήματος ἐπὶ τῷ αὐτῷ τιμῆματι. ὁ μὲν λίτρας 19:
καὶ ὕγγια 8: ὁ δὲ λί. 46: καὶ ὕγγια 9: τοῦ ἄ. δὲ καταβαλόντος ἀργύρια 421 καὶ λιπτὰ 17: ζῆτι
ὁ β. μαθεῖν πόσα ἀν' αὐτῷ καταβαλόντι ἢ αὐτῷ κερδήσεται ἀναλογίᾳ.

Καὶ ἐπὶ τούτου τοῦ προβλήματος ἀνάλυσις τὰς μὲν λίτρας εἰς ὕγγια, ὡς καὶ ἀνωτέρω τὰ δ
ἀργύρια εἰς λιπτὰ. Πολλαπλασιασθέντα δὲ διὰ τὸ φασίτερον ὁ 19: ἀρ- 236 — 5057 — 561
θμὸς ἐπὶ τὸν 12: καὶ τῷ γινόμενον 228: προσεθίεται ὁ 8: καὶ γινέσεται ὁ
ἄ. ὅρος τῆς Μεθόδου, πολλαπλασιασθέντου δὲ τοῦ 46: ἐπὶ τὸν 12: καὶ
τῷ γινόμενον 552: τοῦ 9: προσεθίεται, γινέσεται ὁ γ. ὅρος. Τελου- 30324
ταῖον δὲ πολλαπλασιασθέντου τοῦ 42: ἐπὶ τὰν 120: προσεθίεται τῷ γι- 25285
νόμενον 5040: ὁ 17: καὶ εἶσαι 501. γινόμενος δὲ δεύτερος τῆς Μεθόδου ὅρος, καὶ
τιμὸς πολλαπλασιασθέντου ἐπὶ τὸν γ. καὶ τοῦ ἴδου γινόμενον ἐπὶ τὸν ἄ. με- 2236977
ρισθέντου τὸ πῆλικον εἶσαι ὀνημένως. ὁ ἄ. μὲν γὰρ τῶν ὄρων τῆς ποσῆ- 476
ματα τῷ σπικίῳ γήματος τῷ πρῶτῳ περιέστην ἑμπερὸν. ὁ δεύτερος δὲ τῆς 00497
τιμῆς τοῦ αὐτοῦ, καὶ ὁ γ. τῆς ποσῆτατος τοῦ σπικίου γήματος τῷ δευτέρῳ 0157
ὁ δ. ἀπὸ τῆς τιμῆς τοῦ αὐτοῦ ἀνάσσει. 021
12011: 17

Τοιαῦτα ἡμῖν καὶ ἄλλα πάμπολλα προβλήματα διδάσκει ἑστὸς διὰ τῆς
αὐτῆς

αυτῆς Μεθοδῶν συντομίας δι' χάριν ἰκανὰ καὶ ταῦτα ἐπὶ τοῦ παρόντος, ἐξ ὧν συναγαγεῖν ἔχομεν, καὶ ὅπως τὰ μίζω ἐπὶ τὰ ἐλάττω διαλύειν δυναμίδα, ὡς ἐπὶ τῶν ἀνωτέρω διδάχεται πράξεων. Ὁ δὲ βουλόμενος καὶ τὰ ἐλάττω ἐπὶ τὰ μίζω ἀναγαγεῖν τῆ διαίρεσις χρώμετος, ὡσπὴρ ἐπὶ τῆς τῶν μετρίων ἐπὶ τὰ ἐλάττω ἀναλύσεως τῆ πολλαπλασιασμοί, καὶ ἂν ἀμαρτῆ τὸ σκοπεῖν. οἷον ἐπειδήπερ ἐπὶ τῆ προσηχῆ Προβλήματος παρήκται ὁ τέταρτος ζητούμενος ὅρος παραστατικός λεπτῶν 12021: ὅ

000
 12021 1100: 1 1/2
 120
 120

Περὶ τῆς Πλαγίας τῶν Τριῶν Μεθοδῶν.

Ἡ μὲν ἂν ἔφοδος τῆς ὀρθῆς τῶν Τριῶν Μεθόδου τοιαύτη, διὰ δὲ τὸ πληρέστερον ρητέον ἡμῖν ἢ διὰ περὶ τοῦ τρόπου τῆς πλαγίας. πλαγία δὲ λέγεται ἐπειδὴν μὲν τὸν α. καὶ δεύτερον τῶν ὄρων διδομένην τὴν δ. ὁ γ'. ζητεῖται, ὅπου καὶ ἐν τῇ ὀρθῇ διδομένην τοῦ τρίτου ἐζητεῖτο ὁ δ. Διὸ καὶ τὴν τάξιν τῆς τῶν ὄρων ἀλογίας διαφόρον κεκλήρωται. ἐν μὲν ἤδη τῇ ὀρθῇ τριῶν ὄρων διδομένων ζητούμεν εὐρίην τὴν δ. ὡς ἔχειν πρὸς αὐτὸν τὸν γ., ὡς ἔχει ὁ α. πρὸς τὸν β. ἐπὶ ταύτης δὲ διδομένη ὡσαύτως ὄρων τριῶν ζητούμεν δ. ὡς ἔχειν πρὸς τὸν γ. ὡς ὁ α. πρὸς τὸν β. οὐ χάριν καὶ ἢ πράξις ἄλλως πως οὐδεὶς. Πολλαπλασιαζόμενος γὰρ τοῦ α. ἐπὶ τὸν γ. ἢ τοῦ μπαλιν, φερίει ὁ γινόμενος μερισθῆναι ἐπὶ τὸν β. καὶ τὸ πηλίκον εἶναι ὁ ζητούμενος. α. 6: — β. 18: — γ. 21: ὅσον δεδοθῶσαν εἰ ἀβ'γ' τρεῖς ἀριθμοί, καὶ ζητηθῆτω τέταρτος ὅσων πρὸς τὸν γ. ὡς ὁ α. πρὸς τὸν β. πολλαπλασιασθῆτω δὲ ὁ γ. ἐπὶ τὸν α. καὶ ὁ γινόμενος δ: μερισθῆτω ἐπὶ τὸν β. καὶ ἔστω πηλίκον ὁ ε: Ἄγ'γ' δὲ τούτου εἶναι τὸν ζητούμενον, ἐπεὶ γὰρ ὁ εἰς τοῦ α: καὶ γ: μεμείρισται ἐπὶ τὸν β: καὶ τὸ πηλίκον εἶναι ὁ ε: πάντως γ' εἶναι ἢ πρὸς τὴν ὕψος εἶναι, πολλαπλασιαζομένου τὴ β: ἐπὶ τὸν ε: ὁ γινόμενος ἴσος εἶναι τῆ εἰς τοῦ γ: ἐπὶ τὸν α. μεταβαλλομένης δὲ τῆς τάξεως τῶν ὄρων, καὶ τῶν α καὶ γ' ἀριθμῶν ὡς ἀκρῶν λαμβανομένων, τῶν δὲ β καὶ ε' ὡς μέσων, εἶναι ὡς ὁ α πρὸς τὸν β, ὁ ε' πρὸς τὸν γ: ὅπου ἦν τὰ εἰς ἀρχῆς ζητούμενον. Κεῖθῶσαν δὲ καὶ ἐπ' αὐτῆς, διὰ τὸ εὐληπτότερον τῆς ἑρμηνείας καίτινα προβλήματα.

δ: { 126
 000
 ε: 18 { 7:6

Πρόβλημα α. ἐπὶ τῆς Πλαγίας.

Ἐμπορὸς τις μὲν ἀργυρίων 280: ἐκέρδησεν ἀργύρια 56: ἐτέρου δὲ τινοῦ τὴν αὐτὴν ἐμπορευομένην ἐκείνου ἐμπορίαν, καὶ κηροῦσαντος ἀργύρια 72: ζητεῖ ὁ α. μαθεῖν τὴν ποσότητα τῶν ἀργυρίων, διὰ ἂν τὰ 72: ὁ δεύτερος ἐκέρδησεν ἀργύρια.

Εἰς λύσειν τούτου τοῦ προβλήματος α. ὅρος ληρθῆτω ὁ 280: β. ὁ 56: καὶ γ. ὁ 72: εἶτα πολλαπλασιασθῆτω ὁ α. ἐπὶ τὸν γ. καὶ ὁ γινόμενος 20160: μερισθῆτω ἐπὶ τὸν β. καὶ παρήξεισιν πηλίκον τὸν 360: ἀριθμόν. ὁ κερδήσας ἀρα τὰ 72: ἀργύρια, μετὰ 360: ἐπραγματεύετο ἀργυρίων ὁ λόγος εἰς τὴν ἐκείνου σαφῆς.

280: — 56: — 72:
 72
 560
 1960
 20160
 336
 360



Β.

Ε'τερος διτίς ἔχων ἀργύρια 331: ἢ λεπτά 60: ἢ βουλόμενος ἀγοράσαι ἡμίση σπυρίων ζυτῆ μα-
θῆν πένσας λίτρας λαβῶν διὰ τῆς αὐτῆς ποσότητος ἢ ἀν ἀπατηθῶν τιμημῆτος ἑκάστης λίτρας ἀρ-
γυρίων δύο ἢ λεπτῶν πεντηκίδεκα.

Εἰς λύσιν τούτου ἀναλύστω ἡμῖν τὰ ἀργύρια εἰς λεπτά, ἐπεὶ δὲ τούτο γίνεται διὰ 120
Πολλαπλασιασμοῦ ὡς εἴρηται, πολλαπλασιασθῶν ἄ. τὰ δύο ἀργύρια τὸ τίμημα δηλοῦ: τῆς
μίας λίτρας ἐπὶ τὸν 120: ἀριθμὸν, ἢ τῆ γινόμενῃ 240: προσεθήσαν τὰ 15: λεπτά,
ἢ γινήσεται τὸ ὅλον λεπτῶν 255: ἢ ὅτος ὁ ἀριθμὸς τὴν διυτέραν τῶν ὄρων λήψεται τὰ
ξιν. Εἶτα πολλαπλασιασθῶ ἐπὶ τὸν 120: ἀριθμὸν καὶ ὁ τῶν ἀργυρίων δηλ: ὁ 331: ἢ
τῆ γινόμενῃ 39720: προσεθήτω ὁ 60: ἢ ἴσται τὸ ὅλον λεπτῶν 331: λίτρ: λεπτά 120:
39780: ἢ ὅτος ὁ ἀριθμὸς τὴν γ'. τῶν ὄρων ἔξει τάξιν. Λαμ- 1: — 255 — }
βατομῆτος δὲ τῆς μονάδος ἀπὸ τοῦ ἄ. ὄρου εἰρήσθω, εἰ μία λί- 39780 }
τρα σπυρίων ἡμίματος τιμᾶται λιπτ: 255: πένσας λίτρας δυήσ- 1428 }
ται τις οὐσίσασθαι διὰ τῶν 39780: λιπτῶν; τῦτο ὁ εὐρεθῆσεται. 1530 }
Εάν ὁ γ'. τῶν ὄρων πολλαπλασιασθῆ ἐπὶ τὸν ἄ. ἢ ὁ γινόμενος 39720 }
μερισθῆ ἐπὶ τὸν β'. ὡς ἢ ἐπὶ τοῦ ἀνωτέρω. ἐπεὶ δὲ ὁ ἄ. μο- 60 }
νὰς οὐσα ἰσθῆναι αὐτῆ ἐν τῇ πολλαπλασιαστικῇ, μερισθῶτω μόνον ὁ γ'. ἐπὶ τὸν β'. καὶ τὸ πάλικον 39780 }
ἴσται ὁ ζητούμενος. ὡς ἐκ τῶν εἰρημῶν δὴλόν ἐστιν.

Τοιαυτὴ μὲν δὲ ἢ ἢ τὰ τρόπα τῆς πλαγίας τῶν Τριῶν Μεθόδῳ ἔσδοος. ἐστὶ δὲ τῆς ἕτερος ταύτης
ἐρώπος, ἐν ᾗ τριῶν ἀριθμῶν δοθῆναι τέταρτος ζητεῖται, ὡς ἔχων πρὸς τὸν ἄ. ὡς ὁ β'. πρὸς τὸν
γ', καὶ αὐτὴ ἐστὶν ἡ κυρίως τεταραχμῆτη, γίνεται δὲ οὕτως. Κεῖντων οὖν τῶν ὄρων ὡς δεῖ, πολλα-
πλασιασθῶ ὁ ἄ. ἐπὶ τὸν β'. ἢ ὁ γινόμενος μερισθῶ ἐπὶ τὸν γ'. καὶ τὸ πάλικον ἴσται ὁ ζητού-
μενος; παραδείγματος δὲ χάριν κείσθωσαν ἢ ἐπ' αὐτῆς δύο τινὰ Προβλήματα.

Προβλημα. Α'.

Θαλασσοπόρος τις ἀπὸ Κερκύρας ἀποδημῆσας κατέλαβη τὸν λιμένα τῶν Ουσιτιῶν μὲθ' ἡμέρας
10: ποιῶν καθ' ἑκάστην ὀκτωσάδια 80:. Ε'τερος διτίς ἐπιήμενος μὲθ' ἡμέρας ἕξ τὸν αὐτὸν ποίησαι
πλὴν ζητῆ μαθεῖν ὅποσα ἂν ὀκτωσάδια ὀφείλει καθ' ἑκάστην διαύειν; Ἐπὶ τούτου δὲ τοῦ Προ-
βλήματος πρῶτος τῶν διδομῶν ὄρων ἐστίν, ὁ τῶν ἡμερῶν ἀριθμὸς δηλ: ὁ 10: β'. ὁ τῶν ὀκτωσα-
δίων δηλ: ὁ 80: ἢ γ'. ὁ 6: Εἰς λύσιν δὲ τῆς πολλαπλασια- 10: - 80 - 6 - 133: 3:
σθῆτος ὁ ἄ. ἐπὶ τὸν β'. ἢ ὁ γινόμενος 800: ὁ πάντα τὸν πλὴν 10 }
ἐμφαίνων, μερισθῆτω ἐπὶ τὸν γ'. καὶ εἰρεθῆσεται πάλικον ὁ 800 }
133: ἢ 3: ἢ ὅτος ἐστὶν ὁ ζητούμενος. τὸ γὰρ ἐκ τῶ ἄ. ἢ ἢ 20 }
ἴσον ἐστὶ τῆ ἐκ τῶ γ'. καὶ δ'. ὡς ἐάν ὁ δ'. μεταθεθῆ ἐπὶ τὰ 6: { 10 133 3 10: - 80: - 6:
ἀριστερὰ ἔξει πρὸς τὸν ἄ. ὡς ὁ β'. πρὸς τὸν γ': κατὰ τὴν 133 3:
τῆ ζ. τοῦ Στοιχειωτοῦ. Ὁ βουλόμενος ἀρα ἀπὸ Κερκύρας εἰς 133 3:
Ουσιτιῆς ἐν ἡμέραις ἕξ παραγηνέσθαι, ὀφείλει ποιῶν καθ' ἑκάστην ὀκτωσάδια 130: ἢ 3: τούτο δ' ἔ-
σδόν ἐστὶ δυσὶ σαδίοις ἢ βήμασι τρισὶ πρὸς τοῖς ὀγδοήκοντα. τὸ δὲ ὀκτωσάδιον, ὡς ἐκ τοῦ ἰδίου ὀ-
νόματος δὴλον γίνεται, ὀκτῶ περιήκει σάδια, τὸ δὲ σάδιον ἐκ βημάτων 125: συνίσταται, ὡς ἐν τῷ
περὶ τῆς Θεωρητικῆς Γεωγραφίας φιλοσοφίᾳ διδύλαται. Διηρημῆν τοῖσιν τῶ ὀκτωσάδιον εἰς μί-
ρη τρία. τὸ τρίτον αὐτῶ μέρους περιήκει πάντως σάδια δύο, ἢ βήματα τρία πρὸς τοῖς ὀγδοήκοντα
καὶ πρὸς. ὡς τοῖς 133: ὀκτωσάδιοις προσεθῆναι ὀφείλει ὁ β'. τῶν Θαλασσοπόρων ἀπὸ τῶ τ:
σάδια δύο ἢ βήματα τρία ἢ ὀγδοήκοντα.

Β.

Α'θροαπέ τις ἠγόρασεν ἕξ ἐνὸς ὑφάσματος πλάτος πένχως ἐνός, τὸ ὅλον πένχως ἑνῆς,
ἕξ ἑτέρου δὲ πένχως ἕξ καὶ πεντήκων ἑαυτῇ χιτῶνας δύο ἴσως ἀκάλους τῆτε μπκος καὶ πλάτος.
Ζητεῖται γὰρ τὸ τοῦ β'. ὑφάσματος πλάτος.

Καὶ ἐπὶ τούτῳ δὲ τὸ Προβλήματος τῆς ἄ. τῶν ὄρων ἔξει χάραν ὁ τῶ πλάτος ἀριθμὸς τῶ ἄ: ὑ-
φάσματος, τὴν β'. ὁ τῶν πένχων τῶ αὐτοῦ ἀριθμὸς, ἢ τὴν γ'. ὁ τῶν πένχων τῶ β'. ὑφάσματος.
Ἐπὶ δὲ ὁ πένχως διαρῆται εἰς μέρη ὀκτῶ, ληθθῆτω ἀπὸ τοῦ ἄ. ὄρου ὁ 8: καὶ ἐπ' αὐτὸν πολλα-
πλασιασθῆτω ὁ β'. ἢ τοῖς ὁ 9: ἢ ὁ γινόμενος 72: μερισθῆτω ἐπὶ τὸν γ': δηλοῦ: τὸν 6: ἢ εὐρεθῆσεται
πάλικον ὁ 12: ὡς τὸ πλάτος τοῦ β': ὑφάσματος; ἢ πένχως ἐνός καὶ ἡμίσεως. ὁ γὰρ 12:
πρὸς

πρός τὸν δ: ἡμιλίω λόγον ἔχει. Ὅτι δὲ ἡ ἔφοδος αὐτὴ μὲν λόγου χωρεῖ, π^α: π^β: π^γ: π^δ:
 ἄλλοι. Τού γάρ 1α: μιτατιθέμενοι ὑπὲρ τὸν 8: τῆν α. δῆλον: λαβόντες χά- 8 — 9: — 6 — 12
 ραν ἔχει πρὸς τὸν 8: ὡς ὁ 9: πρὸς τὸν 6: ὁ γάρ ὑπὸ τῷ 1α: καὶ 6: γεόμενος
 ἀριθμὸς ἴσος: ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῷ 8: καὶ 9.

Λεγὰτε καὶ ἄλλα τοῖτοις παραπλήσια Προβλήματα εὐχερῶς δυναίμεθα
 εἰὰ τῆς πλαγίας τῶν Τριῶν Μίθοδου διαλύειν, καὶ ὅν ἠμύνηται τρόπον.
 δυνατὸν δὲ καὶ ταύτην ἀπορῶσθαι τῆ τῶν ὄρων μιταθεῖται, λαμβανομένου
 γὰρ τοῦ β. ὅρου ἀντι. τοῦ α. τῷ δὲ α: ἀντι τοῦ β: καὶ τῆς πράξεως ὡς καὶ ἐ-
 πί τῆς ὀρθῆς γινομένης, ὁ εὐρεθεὶς τῆν δ: εὐτάκτως ἔχει τάξιν. οἷον ἐπὶ τῷ α. παραδειγματός τῷ
 α. τρίπου τεθέντω εἰς μὲν τὸν α. βαθμὸν τῶν ὄρων, ὁ 56: εἰς δὲ τὸν β. ὁ 280: τότε δὲ πολλα-
 πλάσιαζομένη ἐπὶ τὸν γ. ἔσθι: τὸν 72: τὸ πηλίκον ἴσαι ὁ ζητούμενος ἀργ: κίρ: κίρ: ἀργ:
 δ. ὄρος. Τὸ αὐτὸ γὰρ ἂν εἴη εἰπεῖν, εἰ τὰ 280: ἀργύρ: περιέχουσι 280 — 56: — 72 — 360:
 κίρδο: ἀργ: 56: πόσα ἀρα ἀργύρια περιέχουσι τὰ 72: ὡσαυτὶ ἴλγαν, 56: — 280: — 72: — 360:
 εἰ τὰ 56: ἀργύρια περιέχουσιν ἐκ τῶν 280: τὰ 72: ἀρα ἐκ πόσων παραχθήσονται. Κατὰ δὲ τὸν
 δεύτερον τρόπον τῆς αὐτῆς, τῆς κυρίως τιταραγμῆς, ἢ τῶν παραδειγμάτων ὀρθῶς γίνεται εἰάν ὁ
 γ. ἀντι α. ληθῆρ, ὁ δὲ α: ἀντι γ. ἴσαι ἢ ὁ ζητούμενος δ. κατὰ τὸν τῆς ὀρθῆς κατένα.

Ἀποσημείωσις Χρειωδεσάτη περὶ τῆς
 Μεθόδου τῶν Τριῶν.

Γίγνεται δὲ ὅτι προσημειώσας τοὺς παρονομασίας τοῖς ὄροις, ὀφείλει ὁ α. τὴν αὐτὴν τῷ γ. διχασθαι
 παρονομασίαν, ἢ γὰρ τῷ β. τινικαῦτα γὰρ καὶ ὁ β. τῶν ὄρων ἢ ὁ γ. τῆς αὐτῆς τῷ δ. ἴσαι παρο-
 νομασίας. οἷον εἰάν ἐπὶ παραδειγματός δοθῆ, τριακοντα ἀργύρια περιέχον κίρδος δραχμῆς δυοκαίδεκα
 δεκα, δυναίμεθα λέγειν τὰ τετρακοντα, φηρ εἰπέην ἀργύρια πόσας δραχμῆς περιέχουσι: τὴν αὐτὴν
 γὰρ ὁ α. ὄρος εὐλάττει τῷ γ. παρονομασίαν καὶ ὁ β. τῷ δ. εἰδίγη δοθῆ τὰ τριακοντα ἀργύρια
 παραχθῆν κίρδος ἀργύρια οὕτω, δυναίμεθα καὶ τότε λέγειν, αἱ πεντακοντα, δὲ εἰπέην δραχμῆς, πό-
 σας δραχμῆς περιέχουσι: ὁ γὰρ α. τῷ β. καὶ ὁ γ. τῷ δ. τὴν αὐτὴν εὐλάττουσι παρονομασίαν. Εἰ-
 σὶ τελευταίον δοθῆ τριακοντα ἀργύρια παραχθῆν δραχμῆς δυοκαίδεκα, καὶ δυναίμεθα εἰπεῖν, οἱ πεν-
 τικαίδεκα φέρ εἰπεῖν, σατήρις πόσας ὀβολῶς περιέχουσι, ὅτι καὶ ἀπολύτως τε καὶ ἀπαρονομασῶς οἱ
 ἀριθμοὶ δυναίται, καὶ οὕτω τὸν ρυθμὸν τῆς αὐτῆς ἀναλογίας φυλάττειν, μιτὰ τιος μίτητοι ἰδίας
 παρονομασίας ἐκείνου τῶν ἀριθμῶν κινεῖν ἢ πράξις ἐπισφαλῆς δύπουσιν ἴσαι, ὁ γὰρ σατήρ πρὸς
 τὸν ὀβολὸν ἢ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὅν καὶ τὸ ἀργύριον πρὸς τὰς δραχμῆς. ἢ μὲν γὰρ δραχμῆς ἐ-
 πτάκις χεῖδον καταμτρεῖ τὸ ἀργύριον, ὁ δὲ ὀβολὸς τὸν σατήρα τετρακίς πρὸς τοὺς εἰκασί.

Περὶ τῆς ὀρθῆς Μεθόδου τῶν Πέντε.

Ἡ δευτέρα Μεθόδος, ἣτις καὶ Μίθοδος τῶν Πέντε παρονομαζέται, διὰ τὸ πέντε ἐν αὐτῇ εἶναι τοῦς
 διδομένους τῶν ὄρων συνθετός ἐστὶν ἀναλογία, ὅθεν καὶ εἰς τὴν τῶν Τριῶν Μίθοδον, ὡς ἀπλῆν ἔσαν,
 ἀναγεται. διχῶς δὲ οἷόν τε ταύτην γίνεσθαι, ὡς δύο εἶναι ταύτης τὰ εἶδη. εἰ μὲν γὰρ β. καὶ ε. ἐν
 αὐτῇ ὄρος ὁ αὐτός εἰν ἀριθμὸς ἀπλουτέρατι ἐστὶ καὶ τῆ α. παραπλήσιο: εἰδίγη διαφορὸς, συνθε-
 ταίτερα πῶς καὶ ἐπιποναίτη. Διαιρεῖται δὲ καὶ ἐπ' αὐτῆς τὸ Πρόβλημα εἰς μίρη δύο, καὶ ἐν μὲν τῷ α.
 τρι: ἐπιπεριέχονται ὄροι, ἐν δὲ τῷ β. δύο. Γραγομένων δὲ τῶν ὄρων εὐτάκτως πολλαπλασιαζέιν
 δίων τῶν α: καὶ β. ὄρων πρὸς ἀλλήλους, καὶ τὸν γεόμενον ἀεὶ ἔδος τοῦ α. λαμβάνειν. τοῦ δὲ γ. ἀν-
 τι τοῦ β. ὑποτιθέμενοι πολλαπλασιαζέιν προσέχει καὶ τὸν δ. καὶ ὁμοίως πρὸς ἀλλήλους. καὶ τὸν
 γεόμενον τῆν τῷ γ. ἀναπληρῶν χωρῶν, καὶ τὸ ἐστὶ τὸ εἰς τὴν Μίθοδον τῶν Τριῶν ταύτην ἀνά-
 γιδαι. ὡς διὰ τῶν Προβλημάτων ἄλλοι γινέσται.

Πρόβλημα. Α΄.

Ἄνδρες τέταρες ποτίσαστες ἐν ἀμπελῶ τινὲς πλουσίαις ἡμέρας δυοκαίδεκα ἔλαβον παρ' αὐτοῦ εἰς
 μισθὸν ἀργύρια ἐνία. μιτὰ ταύτας δὲ ποτίσαστες ἐν τῇ αὐτῇ ἀμπελῶ καὶ ἄδρες ἐπτά, ὅσας ἡμέ-
 ρας καὶ οἱ πρὸ αὐτῶν, ζήτουσι μαθεῖν πόσα αὐτοῖς ἀναλόγως ὀφείλονται.

Ἐπὶ τούτου τῷ Προβλήματι ἐπεὶ ὁ β: καὶ ε. ὄρος ὁ αὐτός ἐστὶν. ἢ πράξις ἴσαι ὁμοία τῇ προ-
 τίρα.

τίρα. Ικανόν γὰρ μόνον εἶπαι ἕνα ἄνδρα τίσασθαι ἐκείνην ἀργύρια ἑπτά, οἱ ἑπτά πόσα κηρύσσονται; Πολλαπλασιασθέντα τοῖσιν ὁ β. ἐπὶ τὸν γ. ὁ γ. δὲ: ἀπὸ τὸν γ. ἐπὶ ὁ γωόμενος β2: μερισθῆναι ἐπὶ τὸν α. ἢ συρισθῆναι πηλίκον ὁ 15: ἢ ἡ: ὀφειλοῦνται ἀρα δοθῆναι τοῖς ἑπτά ἀνδράσι τοῖς ἐν τῇ ἀμπέλῃ πεπονηκόσιν, ἀργύρια 15: ἢ λεπτά 90: τοῦ γὰρ ἀργύριον ἐν λεπταῖς 120: συγκαμῆναι, τοῦτων δὲ εἰς τίσασθαι ἀπαιτεῖται ἕκαστος μίρος παραστατικὸν εἶσαι λεπτῶν 30.

ἀρ:	ἀργ:	ἀρ:	ἀργ:
4	9	7	15: 1/2
	7		
	63		
4	23		
	93		
	15: 1/2		

Β.

Τραπίζιτης ποτὶ δανείσας τιπὶ χρυσῷ 36: ἐπὶ διορία ἡμερῶν 60: συμεφώνησι μετ' αὐτοῦ ἐπ' ἀργυρίοις τίσασθαι. Λιγύνησι: εἰ παρ' αὐτῆς ἢ ἑτέρου τινός χρυσῷ 60: ἐν διορίῳ ἡμερῶν 144: ἐπιθυμῆ μαθεῖν πόσα παρ' αὐτοῦ λήφεται ἀργύρια τῆς προθεσμίας πληρωθείσης, κατὰ τὴν αὐτὴν τῶ προτέρῳ συμφωνίαν.

Τύτου δὲ τὸ προβλήματος α. ὅρος ἐστὶν ὁ τῶν χρυσῶν ἀριθμὸς τοῦ α. ὀφειλίτε, δηλ: ὁ 36: β. ὁ τῶν ἡμερῶν τοῦ αὐτοῦ, δηλ: ὁ 60: γ. ὁ τῶν ἀργυρίων τῶν συμεφώνηθέντων ἕως εἰπέην ὁ 4: δ. ὁ τῶν χρυσῶν τοῦ δευτέρου ὀφειλίτε, δηλ: ὁ 60: καὶ ε. ὁ τῶν ἡμερῶν τοῦ αὐτοῦ δηλ: ὁ 144: Τούτων δὲ οὕτω κειμένων, πολλαπλασιασθέντα ὁ β. ἐπὶ τὸν α. ἢ γινέσθαι ὁ γ. δὲ ἢ ληφθῆναι ἀπὸ α. ὅρα τῆς τῶν Τριῶν Μεθόδου. Λαμβανομένη δὲ ἢ τοῦ α. ἀπὸ τοῦ β. δὲ τὴν γ. ἔχει τάξιν ἐπὶ τοῦ προβλήματος, πολλαπλασιασθέντα καὶ ὁ δ. ἐπὶ τὸν ε. ἢ τὸ ἀνάπαλιον. καὶ ὁ γωόμενος δ: τὸν γ. τῆς Μεθόδου ἀναπληρωτῶ βαθμῶν, ἢ τοῦτ' εἰς τὸ τῶν Μεθόδων τῶν Πέντε ἐπὶ τῶν τῶν Τριῶν ἀναγασθαι Μέθοδον. εἶνα πολλαπλασιαζομένη τοῦ γ. ἐπὶ τὸν β. ἢ τοῦ γωόμενου ἐπὶ τὸν α. μερισθῆναι τὸ πηλίκον εἶσαι ὀζυτούμενα Πράξιως δὲ γωόμενης κηρύσσεται ὁ εἰ: ὁ Λόγος ἐκ τῶν ἀνωτέρων σαφές.

χρυσ:	ἡμ:	ἀργ:	χρυσ:	ἡμ:
36	60:	4	60:	144:
	36		60	
	360		600	
	180		864	
γ:	2160	4:	8640:	16
			4	
			34560	
			12960	
			00000	

Τοιαύτη μὲν ἔν ὁ ὁδος τῆς Μεθόδου τῶν Πέντε. Δια δὲ τὸ εὐχερίστερον, πολλαπλασιασθέντασαν α. μὲν πρὸς ἀλλήλους οἱ τρεῖς τῶν δεδομένων ἀριθμοῖ. ἢ εἰ δηλ: ὁ α. ἢ ὁ γ. εἶνα οἱ λοιποὶ δύο β. ἢ α. ἢ ὁ ἐκ τῶν τριῶν μερισθῆναι ἐπὶ τὸν γωόμενον ἐκ τῶν δύο, τὸ αὐτὸ γὰρ πάντα; γινέσθαι.

Γ.

Ἐμποροῖς διεμισθείς ὑπὸ τραπίζιτου ἀργύρια 564: συμεφώνησε μετ' αὐτοῦ ἐν διορίῳ μηνῶν 10: δοῦναι αὐτῷ τόκον καθ' ὃν ἔχει: Λόγον τὰ 15: πρὸς τὰ 100: ἐπὶ διορία ἡμερῶν 120: Πληρωθέντων δὲ τῶν 10: μηνῶν βουλομένης ἀποδοῦναι τὸ δάνειον ζητῆ μαθεῖν πόσα ἂν ἀργύρια εἶνεκα τοῦ συμφαινεθέντος τόκου ὀφείλει παραχρῆν τῶ τραπίζιτου.

Διὰ τῆς τοιαύτης Μεθόδου συνάμειθα ἢ τοῦτ' ῥαδίως διαλύει τὸ Πρόβλημα. δεῖ δὲ τὴν α. χαίρων τῶν ὅρων τῶ 100: παρέχειν ἀριθμῶν, τῆς β. δὲ τῶ 12: τὴν γ. δὲ τῶ 15: ἐν δὲ τῆ δ. τὸν 564: τάξιν, ἢ ἐν τῆ ε. τὸν 100: Τούτων γὰρ ἕκαστα κειμένων ὁρῶν τῶ ὅτι εἰρήσεται. εἰ τὰ 100: ἀργύρια περιχόουσι τόκον ἐν μισί 12: ἀργύρια 15: τὰ 564: ἀρα ἀργύρια εἰ μισί 10: πόσα παρέξει; Γνωόμενος δὲ τῆς πράξιως, ἕως ἐπὶ τῆ ἀνωτέρω, ἐκείνηδὲς ἐριθμὸς ἕως πηλίκον, εἶσαι ὀζυτούμενος, ἕως ἐπὶ τοῦ ἐπ' ὄψω καθοραται παραδειγματός.

ἀργ:	μῆ:	ἀργ:	ἀργ:	μῆ:
100	12:	15:	564:	10:
12			10	
200			000	
100			564	
1200	15		5640	
			15	
			28200	
			5640	
			84600	
1200			00600	
			1200	
			70:	1200

Τοῦ δὲ χερσὶ ἐπὶ τῆς Μεθόδου ταύτης ὁ α. ὅρος πολλαπλασιασθέντα ὀφείλει ἐπὶ τὸν β. ἢ ὁ ε. ἐπὶ τὸν δ., ἢ τὸ ἀνάπαλιον, ἢ ἕως ἀνάγειναι τὴν Μεθόδον ταύτην ἐπὶ τὴν α. ἢ εἶνα πάντα; γὰ ἢ τῶν ἡμερησίων, δὲς εἰπέην πόσων, ἢ ἀργυρίων γωοῦν ποσάτων. Ἐὰν γὰρ ὑποθῶμεν ἀνδρας 12: ποίησαι ἡμέρας 6: πολλαπλασιαζομένη τοῦ 12: ἐπὶ τὸν 6: γινέσθαι ὁ 72: ὁ τῆς ἡμερησίου πόσης περιχόουσι: τὸ αὐτὸ γὰρ ἐστὶν εἰπέην ἀνδρας 12: ἡμέρας 6: ποίησαι ἢ ἕκαστος μίρος ἀνδρας ἡμέρας 72: ἀσάυτας τῶν πάλιν ὁδῶν, δανεισθῆναι τινα ἀργύρια δὲς εἰπέην 10: ἐν διορία ἡμερῶν, παρ: χαρ: 60: πολλαπλασιαζομένη τοῦ 60: ἐπὶ τὸν 10: ὁ γωόμενος 600: τὰ ἡμερησίου περιχόουσι

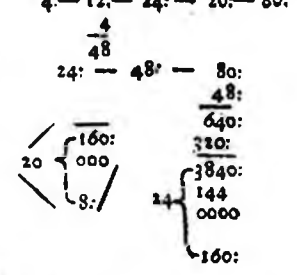
ρατίσει ἀργύριον, εἰδὲν γὰρ διεπίστω εἶπεν καταχεῖν τινα ἀργύρια 10: ἐν ἡμέραις 60: ἢ ἀργύριον ἐν ἡμέραις 600.

Περὶ τῆς Πλαγίας τῶν Πέντε Μεθόδων.

Ὅταν μὲν ὀρθῶς καὶ εὐτάκτως οἱ ὅροι πρὸς ἀλλήλους ἀναφέρονται, εὐθέμια μεταθεσὶν δέχονται, ἔταν δὲ πλαγίως καὶ τιταραγμένως, τὴν τάξιν αὐτοὶ μεταβάλλει προσάξει. Πολλαπλασιασμοῦ γὰρ τοῦ α'. ὅροι ἐπὶ τὸν β'. ὁ γινόμενος τὸν β'. ἔχει τόπον. τὸν γὰρ α'. ὁ γ'. τῶν ὀρων λήγεται, ὡσπερ καὶ τὸν γ'. ὁ δ'. καὶ οὕτω εἰς τὴν α'. Μίθοδοι ἀναχθέντες. ὁ δὲ ἔχεται εὐρεθεὶς, μισθῶνται ἑσθίαι ἐπὶ τὸν δ'. καὶ πηλίκον ἔσαι ὁ ζητούμενος. Οἷον ὑποκείσθω ἀνδρας 4: ἐν ἡμέραις 12: διαπαῖσαι ἀργύρια 24. καὶ ζητηθῆτω ὁ ἀριθμὸς τῶν ἀνδρῶν ὅστις ἀν: ἡμ: ἀργ: ἡμ: ἀργ: δαπαήσουσιν ἀργύρια 80: ἐν ἡμέραις 20: Ἐπὶ ταύτῃ τῷ Προβλήμα- 4: 12: 24: 20: 80: τος α'. ὅρος ἔσαι ὁ β'. ὁ 12: γ'. ὁ 24: δ'. ὁ 20: καὶ πέμπτος ὁ δ'. εἰς εὐρεσιν δὲ τῷ ζητούμενῃ πολλαπλασιασθῆτω ὁ β'. ἐπὶ τὸν α'. καὶ γινῆσεται ὁ 48: τῶν ἡμερῶν παρατακτικὸς δαπαίων. Εἴ- 24: 48: 80: τα σκεθῆτω τὸ Πρόβλημα εἰς τὴν Μίθοδον τῶν Τριῶν, καὶ ληθῆ- 640: 320: τω α' ὅρος ὁ 24: β'. ὁ 48: καὶ γ'. ὁ 80: Οὕτω γὰρ τούτων κατε- 3840: 144 0000 160: γραμμένων ὀρθῶς πάντως εἰρησεται, εἰ τὰ 24: ἀργύρια παρέχουσι 8: 160: 8: 20: ἀργύρια πέντας ἡμερῶσις παρί- 20 { 160: 000 } 24 { 3840: 144 0000 } 160: ζουσι δαπαῖαι; Πολλαπλασιασμοῦ τοῦ γ'. ἐπὶ τὸν β'. ὁ γι- 8: 160: 8: 20: ἀργύρια πέντας ἡμερῶσις παρί- 8: οὔτως εἰσὶ ὁ εἴς ἀρχῆς ζητούμενος. ἀρα κατὰ τὴν τὸν προβλήματος ἀναλογίαν, ἀνδρας 8: δα- 8: παήσουσιν ἀργύρια 80: ἐν ἡμέραις 20: κατὰ γὰρ τὴν ἐν τῷ Προβλήματι τάξιν τῶν ὀρων πλαγίως 8: εὐθεῖς τῆς ἀναλογίας, ὁ δ'. ζητεῖται τῶν ὀρων, ὅστις μετὰ τοῦ ε': διὰ πολλαπλασιασμοῦ τὸν γ'. ὁ- 8: ρει ποιεῖ ἀναγομένης τῆς αὐτῆς Μίθοδου ἐπὶ τὴν α'. ὡσπερ καὶ ὁ α'. μετὰ τοῦ β'. τὸν α'. ὡς εἰδὲν 8: τὸ αὐτὸ Πρόβλημα ἀήγιστο ἐπὶ τὴν πλαγίαν Μίθοδον τῶν Τριῶν, εἰδὲν τὸν μὲν 48: τὴν α'. τη- 8: ρῆν τάξιν τῶν ὀρων. τῆς δὲ 24: τὴν β'. καὶ τὸν γ'. τὸν 80: καὶ κατὰ τὸν παραδοθέντα ἐπὶ τῆς πλαγίας 8: τῶν Τριῶν Μίθοδου τρόπον, ἄφαιλεν ὁ μὲν α'. τῶν ὀρων πολλαπλασιασθῆναι ἐπὶ τὸν γ'. τὸν δὲ γι- 8: νόμιμον μισθῆναι ἐπὶ τὸν β'. διὰ παραλείπεται καὶ ὁ β'. εἰς δὲ ἀνορθῶσιν τῆς Μίθοδου, μετατίθε- 8: ται ὁ 24: ἐκ τῆς β'. ταξίως ἐπὶ τὴν α'.

Εἴτερον.

Δυσθεῖς τις ὑφ' ἐτέρου τινας ἀργύρια τὸν ἀριθμὸν 380: συνίδιτο τούτῳ ἀποδοῖν τόκον ἐπὶ 8: οιορῆ ὀλοκληρου ἐκαστοῦ ἀργύρια τοσαῦτα, ὡς ἔχειν πρὸς τὸ δάνειον, ὅς τὰ 15: πρὸς τὰ 100: 8: ἔχουσιν λόγον. καταχῶν δὲ τὸ δάνειον ἐν μίσει τοῦ ὠρισμένου καιροῦ διαστήματι τῆς προθεσμίας 8: παρελθούσης, καὶ λογισαμένος τὰ ἔσα ὀφείλει ἀποδοῖναι ἀπὸ τῶν εὐρίων ἑαυτὸν ὀφειλέτην ἀργυ- 8: ρίων 76. Ζητεῖται τοῖνυν ὁ χρέτος, ἐν ᾧ τὸ δάνειον ἔτος κατέχει. 8: Καὶ ἐπὶ ταύτῃ τῷ Προβλήματι α'. ὅρος ἐστὶν ὁ 100: ἀριθμὸς, β'. ὁ 12: γ'. ὁ 15: δ'. ὁ 380: καὶ 8: ἰ. ὁ 76. φάινε γὰρ ἀνὰ τὸν Προβλήματος: τούτου, εἰ 8: τὰ 100: ἀργύρια ἐν μίσει 12: παρέχει τόκον ἀργύρια 15: 8: τὰ 380 ἀργύρια ἐν πόσει μισὴ παρέχει τὰ 76: Πολ- 8: λαπλασιασμοῦ δὲ τοῦ α'. ἐπὶ τὸν β'. μεταθετῶν τοὺς 8: ὅρους, καὶ τοῦ μὲν γ'. λαπτεῖον ἀπὸ τοῦ α'. τὸν δὲ γινόμε- 8: νον διὰ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ τοῦ α'. ἐπὶ τοῦ β'. ἀπὸ τῆς 8: β'. τὸν δὲ ε'. ἀπὸ τοῦ γ'. ἔτα βικτίον, εἰ τὰ 15: ἀργύρια 8: παρέχουσι τὰ 1200: ἡμερῶσις, τὰ 76: πόσα ἡμερῶσις 8: παρέχουσι ἀργύρια, πολλαπλασιασμοῦ γὰρ τοῦ β'. ὅρου 8: ἐπὶ τὸν γ'. καὶ τῷ γινόμενῳ 91200: ἐπὶ τὸν α'. μισθῶνται 8: ἔσαι πηλίκον ὁ 6080: Τούτου δὲ πάλιν μισθῶνται 8: ἐπὶ τὸν 380: ὅς τιταρῶν εἴη τάξι: ἐν τῷ Προβλήματι 8: παραχθέντα πηλίκον ὁ 16: καὶ οὕτως ἔσαι ὁ εἴς ἀρχῆς 8: ζητούμενος. τῆς αὐτῆς γὰρ παρενομασίας εἴσθε, ὅτι 1200: καὶ 6080: ὡσπερ ἐν ἐκείνῳ μισθῶνται 8: ἐπὶ τὸν 100: τὸν ἀριθμὸν τῆς μισθῶν παρέχει, οὕτω καὶ οὕτως μισθῶνται ἐπὶ τὸν 380: πα- 8: ρέχει τὸν ζητούμενον.



Περὶ τῆς ὀρθῆς Μεθοδοῦ τῶν Ἑπτά.

Καὶ ἡ γ'. Μέθοδος, ἥτις ἡ Μέθοδος τῶν Ἑπτὰ προσήλυται, διὰ τὸ ἀδοξίμων ἐν αὐτῇ ὄραν ἑπτὰ ζητῶσαι τὸν ἡ, συνδεδῶτος ἐστὶν ἀναλογία, διὸ καὶ αὐτὴ εἰς τὴν τῶν Τριῶν ἀνάγεται Μέθοδος, ὡσπερ καὶ ἡ πρὸ αὐτῆς. Διχῶς δὲ καὶ ταύτην γινώσκειν ἐνδέχεται. εἰ γὰρ ὁ γ'. ἐν αὐτῇ ὄρος ὁ αὐτὸς εἶναι τῷ ζ'. ἢ γὰρ διάφορος. καὶ εἰ μὴ τὸ α. εὐδὴ διώσει τὴν ἐργασίαν τῆς πρὸ αὐτῆς. εἰ δὲ γὰρ τὸ β. καὶ τῆς ἐργασίας πῶς διάφορον, ἢ κρείττον ἐπιπλοκατέρη κίχνηται. εἰς δύο δὲ καὶ ἐπ' αὐτῆς τῆ προβλήματος διηρημένῃ τὸ α. μέρος ἐκ τεσσάρων συρίζεται ὄραν, τὸ δὲ β. ἐκ τριῶν. Γραφομένην κείων τῶν ὄρων ἐντάκτως καὶ ἐπ' αὐτῆς, πολλαπλασιάζειν δεῖον πρὸς ἐαυτὸς πρῶτον μὲν τοὺς τρεῖς τοῦ α. μέρους ὄρος, εἶτα τοὺς τρεῖς τοῦ β. καὶ τὸν μὲν ἐκ τῶν τριῶν τοῦ πρῶτου γινόμενον μέρος ἐν τῷ α. βαθμῷ τῶν ὄρων τάττειν. τὴν δὲ ἐκ τῶν τῷ β. ἐν τῷ γ'. καὶ τὸν μισόν. ὅς τὸν δ. εἶχε τόπον, ἐν τῷ β. καὶ τούτῳ εἶναι τὸ εἰς τὴν τῶν Τριῶν ἀνάγεται Μέθοδος τῆν τῶν Ἑπτὰ. Ὅθεν πολλαπλασιαζομένη μὲν ταῦτα τοῦ γ'. ὄρου ἐπὶ τὸν β. καὶ τοῦ γινόμενα ἐπὶ τὸν α. μριζομένη τὸ πηλίκον ἴσαι ὁ ζητούμενος. Οἷον ὑποκείσθω ἀνδρας τέσσαρας ἐμπορευομένους μινῆς ἑ: μὲτ' ἀργυρίων 160: κερδήσαι ἀργύρια 32: ἀρ: ἀργ: 32 κερ: ἀρ: ἀργ: μὴ: κέρ: τὴν αὐτὴν δὲ τῆτοις ἐμπορευομένους ἐπιπλοκατέρη ἀλ: λης τρεῖς τῶν πηλίκων ἑπτὰ ἐν διαστήματι μηνῶν τεσσάρων, μὲν ἀργυρίων 230: ζητεῖν γινῶναι πόσον ἂν εἴη τὸ ἀπικόν αὐτοῖς κέρδος.

6	4
960	840
4	7
3840	5280
32	32
	11760
	17640
	188160
3840	034560
	00000
	49

Ἐπὶ τούτῳ τῷ προβλήματος γραπτίον α. τὸν ἀριθμὸν τῶν πρῶτων ἀνδρῶν, ἐν τῷ κέρδος γινῶν, δηλ: τὸν 4: μὲν τούτου δὲ ἐξεῖς τὸν ἀριθμὸν τῶν ἀργυρίων τῶν αὐτῶν ἀνδρῶν τακτίον δηλ: τὸν 160: εἶτα τὸν ἀριθμὸν τῶν μηνῶν, ἥτοι τοῦ 6: ἐν δὲ τῷ δ. βαθμῷ γραπτίον τὸν ἀριθμὸν τοῦ κέρδος, αὐτὸς δ' ἐστὶν ὁ 32: ἐν δὲ τῷ εἰ τὸν ἀριθμὸν τῶν διυτέρων ἀνδρῶν δηλ: τὸν 7: ἐν δὲ τῷ ζ'. τὸν ἀριθμὸν τῶν ἀργυρίων τῶν αὐτῶν, ὅδ' εἶπεν, τὸν 230: καὶ μετ' αὐτῶν ἐν τῷ ζ'. τὸν ἀριθμὸν τῶν μηνῶν ἥτοι τὸν 4: Τούτων γὰρ οὕτω γραφομένων εὐκτως εἰρήσεται. Ἐάν ἀνδρες 4: μετ' ἀργυρίων 60: πρὸς τοῖς ἐκατόν, ἐν διαστήματι μινῆς ἐξ ἐκέρδησαν ἀργύρια δύο καὶ τριακοντα, ἀνδρες ἑπτὰ μετ' ἀργυρίων δέκα πρὸς τοῖς διακοσίσι ἐν μισῷ τίσσασι, πόσα ἂν κερδήσων;

Εἰς λύσιν δὲ τούτου πολλαπλασιασθήτωσαν α. πρὸς ἀλλήλους οἱ τρεῖς τοῦ α. μέρους ὄροι, ὁ α. δηλ: ὁ β. καὶ ὁ γ'. καὶ γινόμενος 3840: ληφθῆτω ἀπὸ τῆ α. πολλαπλασιαζομένων δὲ καὶ τῶν τριῶν τοῦ β. μέρους ὄρων δηλ: τοῦ εἰ: εἶ: καὶ ζ': καὶ ὁ γινόμενος 5280: ληφθῆτω αὐτὴ τοῦ γ'. εἶτα εἰδήσθω καὶ ἀπὸ τοῦ β. ὁ τῆ δ. ἔχων τάξιν τῷ προβλήματι δηλ: ὁ 32: ὡς ὄρας ἐπὶ τοῦ παραδείγματος, τούτων δ' αὐτῶν λαμβανομένων πολλαπλασιασθῆτω ὁ γ'. ἐπὶ τὸν β. καὶ ὁ γινόμενος μερισθῆτω ἐπὶ τὸν α. ὡς ὄρας, καὶ τὸ πηλίκον δηλ: ὁ 49: ἴσαι ὁ ζητούμενος. Διὰ δὲ τὸ εὐχερίστερον μετὰ τὸ πολλαπλασιασθῆναι τὸν α. β. καὶ γ. τοῦ α. μέρους τοῦ προβλήματος πρὸς ἀλλήλους, πολλαπλασιασθήτωσαν οἱ λοιποὶ τίσσασι, ὡσαύτως πρὸς ἀλλήλους, καὶ ὁ γινόμενος μερισθῆτω ἐπὶ τὸν ἐκ τῶν τριῶν, καὶ τὸ αὐτὸ πάστω γινώσεται.

Τούτου μὲν ἐν τῷ πρόπῳ οἱ τῶν Ἑπτὰ καλουμένη μεθοδείεται Μέθοδος, ὅτι δὲ τῆς πρὸ αὐτῆς ἐπιπλοκατέρα, ὡσπερ ἐκείνη τῆς α. δῆλον. Πολλαπλασιαζομένων γὰρ δύο μὲν ὄρων ἐφ' ἐκατέρου τῶν ταύτης μέρων, εἰς τὴν τῶν Πέντε ἀνάγεται Μέθοδος, τριῶν δὲ εἰς τὴν πρῶτην ὡσεὶ ἡ πρὸ αὐτῆς μὲν ἀμίσως πῶς εἰς τὴν τῶν τριῶν ἀνάγεται, αὐτὴ δ' ἐμίσως. Ἡνίκα δὲ ὁ γ. καὶ ζ. ὄρος ὁ αὐτὸς εἴη, οὐδέν τι τῆς ἀπὸ αὐτῆς διενήνοχεν, ὡς εἴρηται. ὡσπερ γὰρ ἐκείνη διὰ τὸ πολλαπλασιασμοῦ δύο μόνων ὄρων ἐκατέρου μέρους, εἰς τὴν τῶν τριῶν ἀνάγεται, οὕτω καὶ αὐτὴ. ὁ γ. γὰρ καὶ ζ'. ἐγκυτάλιμπάνονται, ὡς μηδμίαι ἐμποιοῦντες διαφορὰ διὰ τὴν ταυτότητα τοῖς ἐκ τῶ πολλαπλασιασμοῦ τῶν ὄρων γινόμενοις. Οἷον ὑποκείσθω τρεῖς ταξίφρχαι, μετὰ ἐρατίων τριακοσίων καὶ ἐξήκοντα ἐν ἡμέραις πέντε καὶ τεσσαράκοντα διακαπῆσαι ἀργύρια 5400: καὶ ζητηθῆτω ὁ πόσα ἀρ. ἐραταιῆσῶσι ταξίφρχαι πέντε μετὰ ἐρατίων πεντακοσίων τῆς αὐτῆς τῶν ἡμερῶν ἐπιπλοκατέρη μέρους ποσότητος. Ἐπὶ τῆς τοιαύτης ἐν ὑποθέσει ἐπιπλοκατέρη γ. καὶ ζ. ὄρος ὁ αὐτὸς εἶναι ἀριθμὸς πολλαπλασιασίων μόνον δύο ὄρας πρὸς ἐαυτῶς ἐφ' ἐκατέρου μέρους ἐν μὲν τοῦ α. τὸν β. καὶ α. ἐκ δὲ τοῦ β. τὸν ε. καὶ β. καὶ οὕτως ἀναχθῆσεται ἐπὶ τῆς Μιθοδοῦ τῶν Τριῶν, τῶν μὲν διὰ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ τῶν ἐρατῶν γινόμενῶν ἀκρῶν χωρὰ ἀναπληρῶντων. τοῦ δὲ ἐν τῷ προβλήματι τὸν δ. λεχθέντος τάπον ἀπὸ μέρους λαμβανομένου, εἰ γὰρ ἐκείνο, τῶν γινόμενῶν διὰ τοῦ Πολλαπλασιασμοῦ τῶν ὄρων ἐκατέρου μέρους τοῦ προβλήματος ἐπὶ τὸν γ. καὶ ζ. πολλαπλασιασθῶν ἀριθμῶν, οἱ γινόμε-

όμενοι τὸν αὐτὸν ἔχουσι λόγοι τοῖς πολλαπλασιασθησὶν, καὶ τὴν ἰ. καὶ ζ'. τὴν Στοιχειωτῶν, ὡς ἐπὶ τῆ παρόντι καθοράται παραδείγματος. Ἐὰν γὰρ ὁ ἐκ τῶ α. καὶ β. γινόμενος, δηλ: ὁ 1080: πολλαπλασιασθῆ ἐπὶ τὸν γ'. ὄρον: γινίσσεται ὁ γ'. εἰς δι' ὁ ἐκ τῶ ε. καὶ ζ'. δηλ: ὁ 2500: πολλαπλασιασθῆ ἐπὶ τὸν ζ'. γινίσσεται ὁ δ'. Ἐπει δὲ κατὰ τὴν ὑπόθεσιν γ'. καὶ ζ'. ὄρος ὁ αὐτὸς ἐστὶν ἀριθμὸς, πάντως γὰρ οἱ τίσαρες ἔτιοι ἀριθμοὶ ἀβ'γδ, ἀνάλογόν εἰσιν, ἔστιν ἀρα ὡς ὁ α. πρὸς τὸν β', ἕτως ὁ γ'. πρὸς τὸν δ'. ὡς τὸ αὐτὸ πάντως γινίσσεται εἴγε τὸν β'. ἐπὶ τὸν δ'. ὄρον τῆ Προβλήματος πολλαπλασιασθῆ καὶ τὴν γινόμενον ἐπὶ τὸν α. μερισθῆ, ὅπερ γίνετο α', εἴγε καὶ τὸν δ'. ἐπὶ τὸν αὐτὸν τῆ Προβλήματος ὄρον ἐπολλαπλασιασθῆς, ἐφ' ὃν καὶ ὁ β', καὶ τὸν γινόμενον ἐπὶ τὸν γ' ἐμερίξῃς. Καὶ οὗτος μὲν ὁ τρόπος τῆς ὀρθῆς Μεθόδου τῶν Ἐπτά, σημειωτοί δι' διὰ βραχίων καὶ περὶ τῆς πλαγίας.

ταξ:	γρατ:	ἡμ:	ἀργ:	ταξ:	γρατ:	ἡμ:
3:	— 360:	— 45:	— 5400:	— 5:	— 500:	— 45:
	1080:	—	5400:	—	2500:	—
			2500:			
			2700000			
			10800			
			13500000			
			92700			
1080:		5400		α:	1080:	β: 2500:
		0000		γ:	48600:	δ: 112500:
		12500				

Περὶ τῆς Πλαγίας τῶν Ἐπτά Μεθόδου.

Ὅποιος μὲν ἔν ὁ τρόπος τῆς ὀρθῆς Μεθόδου τῶν Ἐπτά διὰ τῶν ἡδὴ εἰρημένων γινώριζεται, ἢ δὲ τῆς πλαγίας ἔθετος τοιαύτη. Κεμίον γὰρ τῶν ὄρων ὡς δι', καὶ τῶ ἡ. διδομένῳ εἰς τις τῶν λοιπῶν τριῶν ζητηθῆσεται πάντως, ὅς τις δ' αὖ τούτων ζητηθῆ τὸν τρόπον οὐδ' ἄλλως μεταβαλεῖ. δι' οὖν α. τῶς τρεῖς τοῦ α. μέρους πρὸς ἑαυτοῦς πολλαπλασιασθῆν, ὡς καὶ πρότερον εἴρηται, εἶτα μεταλλάττει τὴν τῶν ὄρων τάξιν, καὶ τῶ μὲν δ'. τῶν ἐν τῇ Προβλήματι τῶν α. χάρας παρήχει, τῶ δὲ ἐκ τῶν τριῶν γινομένων τῶν β'. καὶ τὸν ζ'. ὅς ἐπὶ τῆς ὀρθῆς ἢ. χάρας ἀναπληροῖ αὐτὴ γ'. λαμβάνειν. Τούτου δὲ ἐπὶ τοῦ β'. πολλαπλασιαζόμενου, καὶ τοῦ γινομένου ἐπὶ τὸν α. μερισθῆν τὸ πηλίκον μερισθῆν ἐπὶ τοῦς λοιποῦς δύο τοῦ Προβλήματος ὄρους χωρῆς, καὶ ἔχει τὸν ζητούμενον.

α:	ἀργ:	μκ:	κερ:	α:	μκ:	κερ:
4:	— 160:	— 6:	— 32:	— 7:	— 4:	— 49:
	6					
	960					
	4					
3840		32:	—	3840:	—	49
				49		
				33560		
				15200		
				183100:		
		32:		0281		
				0256		
				0000		
00						
840:	120			5880:		
444		7:		028		
				000		
				840		

Οἷον διδόθω ἀνδρας μὲν 4: μετὰ ἀργυρίων 160: ἐν διασῆματι μιλίων 6: κερθῆσαι ἀργύρια 32: ἀνδρας δὲ ἑπτὰ ἐν μισί 4: κερθῆσαι ἀργύρια 49: καὶ ζητηθῆν ἢ ποσότη τῶν ἀργυρίων, μεθ' ὧν πραγματευόμενοι ἔτιοι τὰ 49: ἐκέρθησαν ἀργύρια. Πολλαπλασιασθῆσαν τοῖσι οἱ τρεῖς τοῦ α. μέρους ὄροι πρὸς ἑαυτοῦς, ὡς καὶ πρότερον, τὴ δὲ δ. λαμβανομένου αὐτὴ τῶ α. ὄρω, ταχθῆτω ὁ μὲν ἐκ τῶν τριῶν γινομένων, ἐν β. βεθμῶ, ὁ δὲ τῶν ζ'. ἐχων τάξιν ἐπὶ τοῦ προβλήματος: ἐν τῶ γ'. ἐφ' ὃν πολλαπλασιαζόμενου τοῦ β'. μερισθῆτω ὁ γινομένος ἐπὶ τὸν α. τὸ δὲ πηλίκον μερισθῆτω ἐπὶ τὸν α: τῶ προβλήματος ὄρον, καὶ παρέξει σοι πηλίκον τὸν 840: ἀριθμὸν οὕτως μερισθῆν ἐπὶ τὸν ε'. τῶν ἐν τῇ προβλήματι ὄρων τὸ πηλίκον ἔσται ὁ ζητούμενος. οἱ ἑπτὰ ἀρα ἀνδρας ἐκέρθησαν τὰ ἐντρία καὶ τίσαρακοστὰ ἀργύρια ἐν τίσαρσι μισί καὶ ἀργυρίων 210.

Καίθω ἐτι ἐγνωσμένος ὁ τῶν ἀργυρίων ἀριθμὸς, καὶ ζητηθῆτω ὁ τῶν δευτέρων ἀνδρῶν ἀριθμὸς. γρασθῆσαν ὡς οἱ ὄροι ἐρεξῆς, ὡς ἀνωτέρω, πλὴν ἐν τῇ τόφῃ τῶ 7: ταχθῆτω ὁ τῶν ἀργυρίων ἀριθμὸς, δηλ: ὁ 210: καὶ ἐρισθῶ, ἰάν ἀνδρας τίσαρσι καὶ ἀργυρίων ἑξήκοντα πρὸς τοῖς ἑκατὸν ἐν διασῆματι μιλίων 6: ἐκέρθησαν ἀργύρια δύο καὶ τριῆκοντα, πόσοι ἀρα ἀνδρας εἰσιν, εἴτινες μετὰ ἀργυρίων διακοσίων καὶ δέκα ἐν μισί τίσαρσι ἐκέρθησαν ἀργύρια ἐντρία καὶ τίσαρακοστὰ;

Εἰς λύσιν δὲ καὶ τῶ τῶ προβλήματος πολλαπλασιασθῆσαν οἱ τρεῖς τῶ α. μέρους ὄροι πρὸς ἀλλήλους, καὶ τὰ λοιπὰ γινέθω, ὡς καὶ ἀνωτέρω. Ὅ δι' διὰ τῆς Μεθόδου τῶν Τριῶν ὡς πηλίκον παραγόμενος ἀριθμὸς: δηλ: ὁ 5880: μερισθῆτω ἐπὶ τὸν ἀριθμὸν τῶν ἀργυρίων τῶ β'. μέρους τῶ προβλήματος, δηλ: τὸν 210: καὶ τὸ τότε πηλίκον μερισθῆτω καὶ ταῦτα ἐπὶ τὸν ἀριθμὸν τῶν μιλίων τῶ αὐτοῦ μέρους ἔσται τὸν 4: καὶ τὸ τοῦτου πηλίκον ἔσται ὁ ζητούμενος. ὁ γὰρ 5880: ἀναλογεῖ τῷ 3840: ὡ καὶ τῆ ἀνήνη παρομοσίου δέχεται. Ὡς περ' ἔν ἕτος μερισθῆν ἐπὶ τὸν 6: παρέχει πηλίκον τὸν 840: ὕτιος

μεριζομένου επί τόν 4: παράγεται ὁ τῆς ἀρχῆς ἀριθμὸς ἀριθμὸς, δηλ: ὁ 160: οὗτος δὲ ἢ οὗτος μεριζομένου ἐπὶ τόν 7: παράγει πηλίκον τόν 840: οὗτος μεριζομένου ἐπὶ τόν 4: παράγεται ὁ ἐπὶ τοῦ προτέρου ζητούμενος προβλήματός, ὡς εἶπεν 210: αὐτὸς ὡσπερ τοῦ 3840: μεριζομένου ἐπὶ τόν 160: δίδεται πηλίκον ὁ 24: ἀριθμὸς, τοῦτο δὲ ἐπὶ τόν 6: μεριζομένου ὁ τῶν ἀνδρῶν ἀριθμὸς τοῦ α': μέρος παράγεται, δηλ: ὁ 4: ἔνα πᾶν τῶς κ: ὁ 5880: μεριζομένου ἐπὶ τόν 240: δίδεται τὸ 28: οὗτος μεριζομένου ἐπὶ τόν 4: τὸν ἀριθμὸν τῶν μηνῶν τοῦ β'. μέρος παράγεται ὁ ζητούμενος: ἢ δὲ τῶν ἀνδρῶν ἀριθμὸς δηλ: ὁ 7: Τούτοι τὸν τρόπον εὐραθίσταται κ: ὁ ἀριθμὸς τῶν μηνῶν τοῦ β'. μέρος τὰ προβλήματα, ἂν ἄγνωστος εἴη, μεριζομένου τοῦ μὲν 5880: ἐπὶ τὸν ἀριθμὸν τῶν ἀρχαίων τοῦ αὐτοῦ μέρους δηλ: τὸν 210: τοῦ δὲ πηλίκου, πτοὶ τὸ 28: ἀριθμοῦ, ἐπὶ τὸν ἀριθμὸν τῶν ἀνδρῶν δηλ: τὸν 7: καὶ τοιαύτη μὲν ἢ ἱσοδότης τῆς τοῦ ὀρθῆς καὶ πλαγίας τῶν Ἑπτὰ Μεθόδων, δι' ἧς ἔχου τῶ μὲν ακριβείας ταύτην ἀκρίβειαν κ: ἄλλα πᾶμποδα ῥαδίως λύειν προβλήματα.

α:	α:	μ:	π:	α:	μ:	α:
4:	160:	6:	32:	210:	4:	49:
	6					
	3840					
			32:		3840:	49:
					49:	
					24360	
					15360	
					188160	
					0281	
					0236	
					0000	
				320:		
					3880:	
				210:	1680:	
					0000:	
					28:	
				4:	00:	
					7	

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Η.

Περὶ Ἑταιρείας.

Ὅποια μὲν ἐν Ἀριθμητικῶν Προβλήματι διὰ τῶν καλουμένων Ἀριθμητικῶν Μεθόδων διαλύει ἔχουσι, ἐκ τῶν ἀρμενίων δηλον τῶ ὄντι καθίσταται. Ἐπεὶ δὲ παρὰ ταῦτα κ: ἄλλα πολυκλιθὴ τινα κ: ἀριθμῶ ἀπερίληπτα ἔχουσι τῶν ἐπινοημένων προβλήματι, ἵνα μὴ τῶν ἐπινοημένων ἔχουσι ἐπινοημένων, ἢ κερύττον ἐπινοημένων ἰλιγγώμενοι, τοῦτου χάριν καὶ περὶ αὐτῶν διὰ Ἑταιρείων ἐργασασθῶμεν ἰσχυροί. Ὅπως οὖν καὶ τὸ παρὸν φιλοπόνημα ἐπιτελεστέον πως γίνεται, καὶ πρώτοι δὲ τῶν πρὸς Ἑταιρείαν ἀπνοῶτων.

Ἐς τὸν οὖν, ὡς ἐταῦθα λαμβάνεται, Ἑταιρεία συμφωνία τινῶν ἐπὶ διαφόρων ἀριθμῶν ποσότητι, κ: ζητεῖται ἐν αὐτῇ διαδομῇ ἀριθμοῦ κατὰ τὴν δοθεῖσαν ἀναλογίαν, πολλὰς γὰρ ἐπὶ τῶν αὐτῶν συμφωνησάντων συμβολαίων, κ: ἐκάστῳ τὸ κατὰ δύναμιν καταβαλλόμενος, οἷα πραγματισσαμένῳ, κ: κέρδος τινός, ἢ ζημίας τυχεύοντων, ζητεῖται τὸ ἀπικὸν ἐκάστῳ ἐκ τοῦ κέρδους, φερεῖται ἢ ζημίας. Ὡταν σοὶ τοῖσιν ταυτοῦτότι ζήτημα προβληθῆ, συναφῶν εἰς μίαν ποσότητα ὅσα ἐκάστος χωρὶς ἐπὶ τῆς αὐτῆς κατέβαλον ἐμπορείας. Εἴτα λαβὼν ἄ. ὄρον τὸν παραστατικὸν τῆς αὐτῆς ποσότητος ἀριθμοῦ. β. δὲ τὸν τοῦ κέρδους, ἢ γοῦν τῆς ζημίας, καὶ γ. τὸν τῆς κατὰ μέρος ἐκάστου τῶν ἀρχαίων ποσότητος, κ: χρῆσθαι τῇ Μεθόδῳ τῶν Τριῶν ἐφ' ἐκάστῳ τῶν κατὰ μέρος. Καὶ εὐριθίσταται πάντως τὸ ζητούμενον.

Οἷον διδοσθῶν τέσσαρα: τινες ἀνδρες ἑταιρείαν πρὸς ἀλλήλους ποιήσασθαι, κ: τοῦ μὲν καταβαλλόμενος ἀργύρια 200: τοῦ δὲ 150: τοῦ δὲ 120: κ: τοῦ τελευταίου 80: ἐπιτελεσθῶν τῶν αὐτῶν ἐπινοημένων διὰ τῆς τῶν πάντων ποσότητος, κ: κέρδους ἐκ τούτων ἀργύρια 55: καὶ ζηταῖται τὸ πᾶν καὶ ἐκάστῳ ἐκ τῶν αὐτῶν κέρδους μέρος.

Ἐς ἀρμενίων ἔδῃ τοῦ ζητούμενου γοῖσθαι ἄ. Συναφῶν τῶν τεσσάρων ἀριθμῶν τῆς ἑταιρείας, καὶ ὁ γοῖσθαι 550: λαβόμενος ἀπὸ τῶ α: ὄρου, ἢ δὲ τοῦ κέρδους ἀπὸ τῶ β. καὶ ἐκαστος τῶν τῆς ἑταιρείας ἀπὸ τοῦ γ. Εἴτα γοῖσθαι τετραπλῆ Μισθοδος τῶν Τριῶν. δηλ: πολλαπλασιασθέντες ἐκαστος τῶν τῆς ἑταιρείας ἀριθμῶν ἐπὶ τὸν κέρδους χωρὶς γ. καὶ γοῖσθαι μερισθέντες ἐπὶ τὸν ἄ. ὄρον, αἷς ἄρας, καὶ τὰ πηλίκων ἴσως ἢ ζητούμενος, αἷς διὰ τοῦ παρόντος δεικνύται ὑποδείγματός.

Ὡσπερὰ τοῖσιν ἐκ τούτων ὅτι ὁ τοῦ κέρδους ἀριθμὸς ἀνήκει εἰς μέρος 4: τὰ α' β' γ' δ': ἀνάλογα

0	0
0200	20
3840	640: 2880: 840
888	777
0	
20	00
840	160 840 210
888	888
0	
02	00
160	160
3840	124: 2880 128
260	210
160	210
00	00 17:
24:	28
8	4

100	20: α:
150	15: β:
120	12: γ:
80	8: δ:
550:	550:
	55:

τοῖς τέσσαρσι τῆς Ἐταιρείας ἀριθμοῖς ὅτι γὰρ ἔχει λόγον ὁ α. ἔρος, ὁ ἐκ τῶν τεσσάρων δηλ: συμποσούμενος πρὸς τὸν τοῦ κέρδους, ὅς κ' τὴν β. ἄλλαχο τάξιν. τὸν αὐτὸν ἔχει πάντως καὶ α. τῆς Ἐταιρείας ἀριθμὸς πρὸς τὸν α. κ' ὁ β. πρὸς τὸν β. κ' ὁ γ. πρὸς τὸν γ. κ' ὁ δ. πρὸς τὸν δ. Τοῦτο γὰρ τὸ συστατικὸν τῆς τῶν Τριῶν Μεθόδου ὡς αἰρῆται. Κατὰ δὲ τὴν α. τοῦ α. τοῦ Στοιχειωτοῦ, ὅτι ἔχει λόγον ὁ α. τῆς Ἐταιρείας ἀριθμὸς πρὸς τὸν α. τὸν αὐτὸν ἔχει διήκουσιν καὶ ὁ β. πρὸς τὸν β.: ὁ γ. πρὸς τὸν γ.: κ' ὁ τέταρτος πρὸς τὸν δ.: κ' ἰσῶς ὡς ἔχει ὁ α. τῆς Ἐταιρείας ἀριθμὸς πρὸς τὸν β. ὡς ἔχει καὶ ὁ α. πρὸς τὸν β.: ὡς δὲ ὁ δεύτερος τῆς Ἐταιρείας πρὸς τὸν γ.: ὁ β. πρὸς τὸν γ.: ὡς δὲ ὁ γ. πρὸς τὸν τέταρτον, κ' ὁ γ. πρὸς τὸν δ.: ὡς συμπατομένω τῶν αβγδ εἰς ἓνα, ἴαν ὁ γινόμενος ἐξ αὐτῶν, ἴσος ᾖ τῶν τῶ κέρδους, ὕγιής ἐσται ἡ πράξις. οἷα γὰρ μίρη ἴσιν οἱ αβγδ τοῦ ἀριθμοῦ τῶ κέρδους, τοιαῦτα πάντως ὑπάρχουσι, κ' οἱ τέσσαρσι τῆς Ἐταιρείας ἀριθμοὶ τῆ α. ἐνταῦθα ὄρου. ὥσπερ ἂν ἐκ τῶν α. γιγίσται ἔρος, οὕτω καὶ ἐξ ἐκείνων ὁ τῶ κέρδους. ὅς καὶ τὴν διυτέρην ἐν τῇ Μεθόδῳ κεκλήρωται τάξιν.

200	150:	120:	80
55	55	55	55
1000	750	600	400
1000	710	600	400
11000	8250	6600	4400:
0000	2750:	1100:	0000
550:	0000	550:	550:
20:	15	12:	8:

Τὸν αὐτὸν μὲν ἂν τρόπον, κ' ὁ τῆς ζυμίας, εἰ τύχη, διαυρθύσεται ἀριθμὸς. ἴσῶν δ' ὅτι κ' τῆς Ἐταιρείας δύο εἰσὶ τὰ εἶδη θάτερον μὲν ὄρθον, θάτερον δὲ πλάγιον. ἐκάτερον δὲ τῶν ἡ ἀπλῶν ἴσων ἢ συρθέτω. Τοῦτο δὲ φαιερὸν γινίσσεται διὰ τινῶν προβλημάτων τῶν τῇ Ἐταιρείᾳ αἰνεύονται.

Προβλημα α. Ἐταιρείας ἀπλῶν κ' ὄρθῆν τηρούσης τὴν ἀναλογίαν.

Συμπεφορι τρεῖς ἀνωσάμωσι ἴσῶν ὄρου ὑφάσματος πύχης 120: ἀργυρίων 600: καὶ διάνομη-
 εῖς τοῦτο πρὸς ἀλλήλους. ὁ μὲν ἴλαβε πύχης 50: ὁ δὲ
 45: κ' ὁ γ. 25: ζητεῖται ἂν πόσα ὀφείλει ἕκαστος ἀποδοῦ-
 ται ἀναλόγως τοῖς τῶν πύχων ἀριθμοῖς.
 Ἐπὶ τοῦτω τοῦ προβλήματος πρώτος ὄρος ἐστὶν ὁ τῶν
 πύχων ἀλόκληρος ἀριθμὸς, δηλ: ὁ 120: δεύτερος ὁ τῶν
 ἀργυρίων, δηλ: ὁ ὄρου: κ' τρίτος ὁ τοῦ μέρους ἑκάστου, ὡ-
 σο τριπλῆς Μεθόδου τῶν Τριῶν γινόμενης, ὡσπερ ἀ-
 νωτέρω ἐγίνετο τετραπλῆ, εὐραθίσεται τὸ παρ ἑκάστου
 ὀφειλόμενον. καὶ τῶ μὲν α. ἴσων ὀφειλόμενον ἀργυρίων
 250: τῶ δὲ διυτέρῳ 225: καὶ τῶ γ. 125: ἅτινα εἰς ἓνα
 τὸν ἀριθμὸν πάντα συμποσούμενα, ποσῶσαι τὸν β. ὄ-
 ρον, ἴαν ἡ πράξις ὕγιής εἴη.

120	600:	600:	600:
50:	45:	25:	25:
30000	3000	3000	3000:
0600	2400	1200	1200:
120	000	27000	15000:
000	0300	0300	0300
250:	120	0600	120
		000	000
		225:	125:

B.

Δανεισάει τρεῖς ἰδένωσαν τινὶ ἐφ' αἰρησμένην τέκω. κ' ὁ μὲν δίδωκεν αὐτῇ ἀργ. 200: ὁ δὲ 120: κ'
 κ' ὁ γ. 80: ἐκάστος δὲ δυσυχέσας, κ' μὴ ἔχων ἀποδοῦναι τὸ ὄφλημα διὰ τυκτὸς ἀπεδῆμοσι. Τῶν δὲ
 δανεισῶν ἀγωγῆν κατ' αὐτοῦ κησῶνται, ἐκλήριστο ὁ δικαστὴς, λαβῆν ἕκαστον τὰ ἑαυτοῦ ἐκ τῶν
 κτημάτων ἑκάστου, ἂν ἐξαργυροθῶντων ἀπάντων συνήχθη ποσότης ἀργυρίων 300: Ζητεῖται ἂν ὁ
 πόσα ἕκαστος ἀναλόγως τοῖς ἑαυτοῦ λήψεται, κ' πόσα ζυμωθῆσεται.

Εἰς λύσιν τοῦτου συναρθῆσεται αἱ τῶν δανεισμάτων ἕκαστω ποσότητες εἰς μίαν, κ' ὁ γινόμενος
 400: ἀριθμὸς ληφθήτω ἐπὶ α. ὄρου, ὁ δὲ τῆς τῶν
 κτημάτων ταῦ δανεισθέντων ποσότητος παραστατικὸς
 ἐπὶ β. κ' τὸ ἕκαστω ὀφειλόμενον ἐπὶ τοῦ γ. τρι-
 πλῆς δὲ τῶν Τριῶν Μεθόδου γινόμενης, εὐραθίσεται
 400:

200:	120:	80:	400 - 300	200:	150:
120:	80:	400:		120:	90:
80:	400:			80:	60:

τῶ μὲν α. δανεισθέντων ἀργῶνα 150: τῶ δὲ β. 90: κ' τῶ γ. 60: ὡς ὄρας ἐπὶ τοῦ παρόντος ὑπε-
 ὄφληματος. Εἰ δὲ βῆδαι μαθεῖν κ' πόσα ἕκαστω ζυμῆα, αφαιρηθῆτω τὸ δοθῆν ἕκαστω ἀπὸ τῶ ὄσα κατ'
 ἄρχας ἰδένωται, κ' τὸ ε. ἀπολεφθῆν τῶν τῆς ζυμίας ἕκαστου παραστήσει ποσότητα.

Γ.

Συνοδῶται τρεῖς καταλύσαντες εἰς πανδοχῶν, καὶ διαιρῆσαι μέλλοντε συνφώνησαν πρὸς ἀλλή-
λους, ὡς τὸν δευτέρου δίδωμι τὸ διπλάσιον τοῦ α., καὶ τὸν γ'. τὸ διπλάσιον τοῦ β. Μὴτα δὲ τὸ
συνδοκῆσαι τούτους, ζητήσατο τὴ πανδοχίᾳ ὀβολῶς 49: Ζητεῖται πόσος ἕκαστος ὑπὲρ ἑαυτοῦ
κατέβαλεν ὀβολῶς;

Εἰς λύσιν ταύτῃ τῷ Προβλήματος κείσθω τὸν α. ὀδίτην ὀβολῶν ἵνα σφείλειν, τὸν δευτέρου δύο,
καὶ τὸν γ'. τίσαρας, ἵξ ὡν συναπτομένῳ γινίσσεται ὁ ἵπτα. Καὶ ἐπει ἕτος ἐλάττω ἐστὶ τὸ 49:
ληφθῆτω ἀπὸ τῶ α. ὄρου ὁ 7: χαρακτηρ. ἀπὸ τῶ β. ὁ 49: ἀριθμὸς, καὶ ἀπὸ τῶ γ'. τὸ κατὰ
τὴν ὑπόθεσιν παρ' ἑκάστου ὀφειλομένοι. Τριπλῆς δὲ Μεθόδου
τῶν Τριῶν γινόμενης, εὐρεθίσεται τὸν μὲν α. δεδομένοι τῶ
πανδοχίᾳ ὀβολῶς 7: τὸν δὲ δευτέρου 14: καὶ τὸν γ'. 28: ὡς γὰρ
ἔχει τὸ ὅλον πρὸς τὸ ὅλον, οὕτως ἔχει πάντως καὶ τὸ μέρος πρὸς
τὸ μέρος ἑκάστου.

$$7: \text{---} 40: \begin{cases} 1: \text{---} 7: \\ 2: \text{---} 14: \\ 4: \text{---} 28: \end{cases}$$

Δ.

Αἰθραπὸς τις ἰὸση δισπὴ προσκαλίω, καὶ φοβοῦμενος τὸν
θάνατον διτάξατο τὴν ἑαυτοῦ ἀπασαν περιουσίαν, κατὰ τὴν ἰ-
δίαν προαίρεσιν, ἀργυρίων ἕσαν 630. Ἐγὰρ δὲ τῆς γαμητικῆς αὐτοῦ οὐσης ἄριστο, εἰ μὲν ἄρην
εἶς αὐτῆς γυνικῆ λαβῆν τὴν τὸ διπλάσιον τῆς μητρὸς, εἰ δὲ θῆλυ τὸ ἐν τρίτῳ, τὴν δὲ μητέρα
τὸ δίμοιρον. Τῆς ὥρας δὲ τῆ τεκνῆ αὐτὴν πληραθείσης; καὶ τῶν ὀδυῶν ὑπεριχουσῶν, τίκτοται
εἶς αὐτῆς διδύμα θάτερον μὲν ἄρην, θάτερον δὲ θῆλυ, ὅθεν ἀπερείται ὅποσα ἀρα προσίκει ἑ-
κάστῳ τούτων ἀποδοθῆναι, καὶ πόσα τῇ μητρὶ αὐτῶν.

$$\begin{array}{r} 49 \\ \hline 1 \\ \hline 49 \\ 00 \end{array} \quad \begin{array}{r} 49 \\ \hline 2 \\ \hline 98 \\ 28 \\ \hline 7: 00 \end{array} \quad \begin{array}{r} 49 \\ \hline 4 \\ \hline 196 \\ 56 \\ \hline 7: 00 \end{array}$$

Κείσθω καὶ ἐπὶ ταῦτα, ὡς καὶ ἐπὶ τῷ ἀνωτέρῳ, τὸ μὲν θῆλυ λα-
βῆν ἑν, τὴν δὲ μητέρα δύο, καὶ τὸ ἄρην τίσαρας. Τύτω δ' ἑ-
μῶς εἰς ἕνα συναπτομένῳ γινίσσεται ὁ 7: πολλὰ ἐδείξαν τὸ
630: διὸ ληφθῆτω ὁ 7: ἀπὸ τῶ α. ὄρου, ὁ δὲ παραστατικός τῆς
τῆ ἀποθανόντος ποσότητος ἀπὸ τῶ β. καὶ ἕτος τῶν ὑποτε-
θεμένων ἀπὸ τῆ γ'. εἶτα γινίθω τριπλῆ Μεθόδου τῶν Τριῶν,
καὶ εὐρεθίσεται τῷ μὲν θῆλῳ ἀπείκει εἰς κληρονομίαν ἀργύρια
90: τῇ δὲ μητρὶ 180: καὶ τῷ ἄρῳ 360: Τύτω γὰρ τότε κερ-
ποι τὸ τοῦ ἀποθανόντος πληρῶται βούλημα. Ἴδω γὰρ τὸ μὲν
ἄρην διπλάσιον εἰληφῆ τῆς μητρὸς, αὐτὴ δὲ τὸ διπλάσιον τῷ θῆλῳ.

$$7: \text{---} 630: \begin{cases} 1: \text{---} 90: \\ 2: \text{---} 180: \\ 4: \text{---} 360: \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 630: \\ \hline 1 \\ \hline 630 \\ 000 \end{array} \quad \begin{array}{r} 630: \\ \hline 2 \\ \hline 1260 \\ 56 \\ \hline 7: 000 \end{array} \quad \begin{array}{r} 630: \\ \hline 4 \\ \hline 2520: \\ 040 \\ \hline 7: 000 \end{array}$$

Γ' πρόδειγμα ἐπὶ τῆς Πλαγίας.

Τίσαρας αὐθις συνέμποροι μὴτὰ ποσότητος ἀργυρίων 1200: ἐκέρδησαν ἀργύρια 250: καὶ ὁ μὲν
ἔλαβη εἶς αὐτῶν ἀργύρια 90:, ὁ δὲ 75, ὁ δὲ 60:, καὶ ὁ δὲ 25:, ζητεῖται δὲ ἡ ἑκάστου ποσότης.

Εἰς ὑπόθεσιν ἢ τούτω γινίθω τετραπλῆ Μεθόδου τῶν Τριῶν ἔχουσα α. ὄρου τὸν τῆς ποσότη-
τος ἀριθμὸν δισ: τὸν 1200: β'. δὲ τὸν τοῦ κέρδους, δισ: τὸν 250: καὶ γ': τὸν τῆς καὶ μέρους ἑκάστου
ποσότητος. Ἐπει δὲ ἡ ἀναλογία ἐστὶ πλαγία. διδομένη γὰρ
δ. ὄρου ζητεῖται ὁ γ'. πολλαπλασιασθῆτω ὁ α. ἐφ' ἑκάστου μέρους
τῶ κέρδους χωρὶς, καὶ ὁ γινόμενος μισροθῆτω ἐπὶ τὸν β. καὶ
τὸ πηλίκον ἔσται ὁ ζητούμενος τῆς ἑκάστου ποσότητος ἀριθμὸς.
Ὁ λόγος ἐκ τῶν προσημειῶν ἐπὶ τῆς πλαγίας τῶν Τριῶν
σαφής.

$$1200 \text{---} 250: \begin{cases} 90: \text{---} 432: \\ 75: \text{---} 360: \\ 60: \text{---} 280: \\ 25: \text{---} 120: \end{cases}$$

Δυνατὸν δὲ καὶ ταύτων τὴν Μεθόδον τῆ τῶν ὄρων μεταδί-
σει ἀπορθεῖσαι. εἰ γὰρ ἑταυθα ὁ τοῦ κέρδους ἀριθμὸς τὴν
α. χάραν λαβῆ τῶν ὄρων, οἱ δὲ τῆς ἐκ τῶ κέρδους ἑκάστου ποσότητος τὴν δευτέραν, καὶ ὁ τῆς ὄλων
ποσότητος τὴν γ'. ὁρᾷ δὲ πῶς ὁρᾷ καὶ εὐτακτος ἔσται ἡ ἀναλογία. εἰρήσεται γὰρ εὐτάκτος. εἰ τὰ 250:
διηρηθῆναι εἰς μέρη τίσαρα τὰ αβ' γδ': τὰ διακόσια πρὸς τοῖς χιλίοις εἰς τίνα διαιρηθῆσονται μί-
ρη: Τῆς μὲν ἢν ἀπλῆς ὀρθῆς τε καὶ πλαγίας Μεθόδου τῆς Ἐτακτίας ὁ τρόπος τοιοῦτος. Ἐπει δὲ
εἶς ἀμφοῖν ὁδῶν εἰ γινίθω καὶ μικτόν τι. Κείσθω καὶ ὑπὲρ αὐτῆς ἐπὶ τῶν πρὸς αὐτὴν ἀναφο-
ρομένων Προβλημάτων.

$$250: \begin{cases} \alpha: 90: \\ \beta: 75: \\ \gamma: 60: \\ \delta: 25: \end{cases} \quad 1200: \begin{cases} 432: \\ 360: \\ 288: \\ 120: \end{cases}$$

Υπόδειγμα ἐπὶ τῆς συνθέτου Μεθόδου τῆς Ἐταιρείας.

Τραπεζίται τρεῖς ἀλλήλοις συναφάνισαν, ὥστε τὸ ἐκ τῆς τῶν τομισμάτων ἐκάστου ποσότητος ὡς ἐκ μίας κοίτης πορισθῆν, ἀναλόγως τοῖς ὑφ' ἑκάστου καταβαλομένοις διελειν, καὶ τῷ μὲν ἢ τῶν τομισμάτων ποσότης ἀργυρίων ἦν 300: τοῦ δὲ, 450: τοῦ δὲ τρίτου ἀγχοῦται. ἐκίρθησαν δὲ ἕκ τε τῆς τῶν ἀργυρίων ἀλλαγῆς, καὶ τῶν κατὰ διαφόρους καμῆς δανεισμάτων ἀργύρια 260: εἰς ἃν ὁ γ'. ἔλαβεν ἀργύρια 90: Ζητεῖται ἕν ἢ τε τῶν τομισμάτων τούτου ποσότης, καὶ τὸ ἀνήκον τῷ τε α. καὶ β'. ἐκ τῷ δευτέρου κέρδους κατὰ τῆν τῶν τομισμάτων ἐκατέρου ποσότητα.

Εἰς λύσιν τοῦδε τῷ Προβλήματος ἀφαιρετοῖν πρῶτον ἀπὸ τοῦ κέρδους, δηλ: ἀπὸ τοῦ ἀριθμοῦ 260: τὸν 90: τὸ δεῖν τῷ τρίτῳ μέρος, καὶ ἐκπολεψθήσεται ἀπὸ τοῦ κέρδους 260 300 ἀργύρια 170:, ἵνα συναπτῶν τῆν τε α. καὶ β': ποσότητα, καὶ ἔσται τὸ ὅλον ἀρ- 90 450 γύρια 750: τρίτον ἀεκτικῶν τὸ πρόβλημα ἐπὶ τῆ Μίθῳδον τῶν Τριῶν. Καὶ 170: = 750: - 90 90 ὁ μὲν τῷ κέρδους ἐξαπολειψθήσεται ἀριθμὸς τῆν α. ἐχέτω χωρᾶς τῶν ὄρων, ὁ δὲ ἐκ τῆς Συνάφιας τῶν τοῦ α. καὶ β'. τομισμάτων μὲν τῶν τετάρτῳ, μεθ' ὃν κεί- 6 7 5 0 0 θω ὁ 90: ὡς ὄρας. Οὕτω γὰρ τῶν ὄρων ρυθμιζομένων εὐκότως εἰρήσεται. εἰ 1 6 5 0 0 170: 1 2 0 0 0 0 0 1 0 3 9 7 170

ὁ 170: ἀριθμὸς ὁ ἐκ τοῦ κέρδους δίδωσι ποσότητα ἀργυρίων 750: ὁ 90: ἀρε- 750: - 170: 300: - 68: τίγα ποσότητα δώσει; πολλαπλασιαζομένου δὲ τῷ β. ὄρου, ἐπὶ τὸν γ'. καὶ τῷ 450: - 102: γινομένου 57500: ἐπὶ τὸν α. μεριζομένου τὸ πηλίκον τῆν τῶν τομισμάτων τῷ γ'. παραστήσει ποσότητα.

Εἰς εὐρεσιν δὲ καὶ τοῦ ἀνήκοντος τῷ τε β. καὶ α. γινέσθω αὐθις διπλῆ Μίθῳδος τῶν Τριῶν, ἵ- 170 170 χουσα α. ὄρον τὸν ἐκ τῆς Συνάφιας τούτου α. καὶ β'. δηλ: τὸν 300: - 68: 750: - 170: 450: - 102: καὶ τρίτον τὸν τῆς ποσότητος ἐκατέρου. Δυνατὸν δὲ καὶ διὰ ἀπλῆς 170 170 Μεθόδου εὐρεθῆναι μείον τὸ τοῦ α. μέρος, οὕτως ἀφαιρουμένη 300 68 ἀπὸ τῷ 170: ἐξαπολειψθήσεται τὸ τοῦ β.

Υπόδειγμα ἐπὶ τῆς ὁρθῆς συνθέτου Μεθόδου τῆς Ἐταιρείας.

Συμῆμποροι τρεῖς ἐκίρθησαν ἀργύρια 284: ἃν ὁ μὲν κατέθηκεν ἀργύρια 260: πρὸ μηνῶν 6: ὁ δὲ 230: πρὸ μηνῶν 8: ὁ δὲ γ'. ἀργύρια 190: πρὸ μηνῶν 12: Ζητεῖται ἕν τὸ ἀνήκον ἐκάστῳ κατὰ τῆν ἰδίαν ποσότητα, καὶ τὸν χρόνον.

Εἰς λύσιν τούτου πολλαπλασιάζειν δεῖ α. τὸν ἀριθμὸν τῆς ἐκάστου ποσότητος τῶν ἀργυρίων πρὸς τὸν τε χρόνον ἀριθμὸν, καὶ τοὺς μὲν διὰ Πολλαπλασιασμοῦ ἀναφυσμίνας εἰς ἕνα συνά- 260 230 190 πτιον ἀριθμὸν. τὸν δὲ διὰ τῆς Συνάφιας συμ- 6 8 12 ποσοῦμενον ἀντὶ τῷ α. λαμβάνειν ὄρου. τὸν 1560: α. 1840 380 190 δὲ τὸ κέρδους ἀριθμὸν ἀντὶ τοῦ β. καὶ τῆν ἐ- 2280: γ. κερ: 1560: - 78: 2280: κάσου ποσότητα ἀντὶ τῷ γ'. Πολλαπλασιασθῆ- 5680: δ. 284: 1840: - 92: 2280: - 114: 1840: 284: 78: 284: 92: 6240 7360 14720 114 12480 14720 3680 447040 522560 45440 11360 5680 00000 78: 92: 5680 00000

ἢ δὲ τὸν 230: ἐπὶ τὸν 8: καὶ ὁ 190: ἐπὶ τὸν 12: καὶ γινέσονται οἱ ἀβγ': οὔτινες συναφθήτωσαν εἰς ἕνα, καὶ ποιή- 6240 7360 14720 114 12480 14720 3680 447040 522560 45440 11360 5680 00000 78: 92: σουνι τὸν β': οὕτως εἰς τὸν α. βαθμὸν τῶν ὄρων ταττομένου, τῷ δὲ 284: εἰς τὸν β. καὶ ἐ- κάσου τῶν ἀβγ': εἰς τὸν γ. γινέσθω τριπλῆ Μίθῳδος: τῶν Τριῶν, δηλ: πολλαπλασιασθῆ- 5680 00000 78: 92: τω ἕκαστος τῶν ἀβγ': ἐπὶ τὸν β'. ἦτοι τὸν 284: καὶ ὁ γινομένος εἴθ' ἐκάστου μερισθῆτω ἐπὶ τὸν α. δηλ: τὸν 5680: ἢ διὰ τὸ εὐχαρίστερον τῶν δύο μὲν ἐπὶ τὸν β. πολλαπλασιάζομένων χωρὶς, καὶ τῶν γινομένων ἐπὶ τὸν α. μεριζομένων τὰ ὡς πηλίκια δίδόμενα ἀφαιρέθησαν ἀπὸ τῷ β. καὶ εὐρεθήσεται τῷ μὲν α. ἀνήκον ἀργύρια 78: τῷ δὲ β. 92: καὶ τῷ γ. 114: ὡς ἔρας ἐπὶ τῷ ὑποδείγματός. Ἐπεὶ γὰρ καὶ τῆν ε. ζ. τῷ ζ'. Εὐκλ: ὃν λόγον ἔχει ὁ α. ἐπὶ ταῦτα ὄρας, δηλ: ὁ 5680: πρὸς τὸν β. ἦτοι τὸν 284: τὸν αὐτὸν ἔχει καὶ ἕκαστος τῶν γ. τῶν ἔξιν ὄρων

ἐχόντων πρὸς ἕκασον τῶν εὐρεθίτων, πάντως γὰρ ἐτελλάξ. ὃν λόγον ἔχει ὁ α. ὅρος πρὸς ἕκασον τῶν γ. ἀναπληρῶνται τάς, τὸν αὐτὸν ἔχει καὶ ὁ β. πρὸς ἕκασον τῶν εὐρεθίτων. ἀλλὰ μὴν ὁ α. γίγνεται ἐξ ἐκείνων συναποτέμναι, ἀρα καὶ ὁ β. γινώσεται ἐκ τῶν εὐρεθίτων ὁμοίως καὶ τῶν συναποτέμναι, καὶ ἵπομῖνας ὁ αὐτὸς β. τῶν ὄρων ἀναλόγως διήρηται τῷ α.

B.

Τρεῖς αὐθις βιβλιοπῶλαι εἰταιρίαν πρὸς ἀλλήλους ποιησάμενοι συνεισέτασαν ἐν ἑαυτοῖς. ὅσους ἐκ τοῦ δωθέντος κέρδους λαμβάνουσιν α. ἕκασον καθ' ἑν λόγον ἔχουσι τὰ 18: πρὸς τὰ 100: τηρουμένης καὶ τῆς κατὰ τὸν χρόνον ἀναλογίας, εἴτα διπλαῖον καὶ τὸ ἐναπολειφθεῖσόν τι ἀναλόγως, καὶ τούτων, ὁ μὲν κατέδωτο ἀργύρια, 250: καὶ μετὰ τρεῖς μῆνας εἰληφὲ ταῦτα σῶα. ὁ β. δὲ καταβῆκε 200: ἔλαβεν αὐτὰ μετὰ μῆνας πέντε. καὶ ὁ γ. καταβῆκεν ἀργύρια, 150: κατέχων αὐτὰ μετὰ μῆνας ὅκτω. ἐκίρηνσαν δὲ ἀργύρια 209: καὶ ἡ Ζητεῖται οὖν πόσα ἀνήκει ἕκαστῷ ἐκ τῶν αὐτῶν κέρδους.

250	200:	150:	100:
<u>3</u>	<u>5</u>	<u>8</u>	<u>12</u>
α: 750:	β: 1000:	γ: 1200:	200
			<u>100</u>
			1200

Εἰς εὐρεσιν τούτου, γινώσκω δ. τριπλῆ Μίσθος τῶν Πέντε, κατὰ τὰ παραδοθέντα ἐν τῇ περὶ αὐτῆς ἑρμηνείᾳ, ἔχουσα πρώτον ὅρον τὸν 100: δεύτερον τὸν 12. γ. αὐθις τὸν 12: δ. τῆς ἑκάστου ποσότητα. καὶ ἑ. τὸν ἑκάστου χρόνον. Εἰρήσεται γὰρ εἰκότως, εἰ τὰ 100: ἀργύρια ἐν μῆσι 12: παρέχουσι κέρδος ἀργύρια 12: ὅπου σὺ ἀρα παρέχουσι τὰ ἑκάστου κατὰ τὸν ἴδιον χρόνον; ἀναγομένης τοίνυν τῆς αὐτῆς μίσθου ἐπὶ τῶν Μίσθων τῶν Τριῶν, κατὰ τὰ πρότερον εἰρημίνα ὡς ὅρας, εὐρεθήσεται α. τὸ ἀπὸ κέρδους κατὰ τὴν αὐτοῦ ποσότητα καὶ τὸν χρόνον, τηρουμένη τοῦ λόγου, ὃν τὰ 12: ἔχει πρὸς τὰ 100: καὶ ἔσται δὴ τοῦ μὲν α: ἀργύρια 7: ἡ τοῦ δὲ β: 10: καὶ τοῦ γ. 12: Τούτων δ' οὕτω γινώσκονται συναφθῆναι τὰ εὐρεθίτῳ, καὶ ὀργανώματος 29: καὶ ἡ ἀφῆρησθαι ἀπὸ τοῦ κέρδους διὰ: τοῦ 209 ἡ ἑναπολειφθεῖσται ὁ 180: τῶν δὲ ἐναπολειφθεῖσται συναφθῆναι τῶν συναφθῆναι καὶ τὰ μνηστία ἑκάστου ἀργύρια, δηλ: οἱ α: 750 β: 1000 γ: 1800 α. παρίσσειν, ὁ δὲ β: τὰ τῷ β. καὶ ὁ γ: τὰ τῷ γ. γινώσκου γὰρ ἕκαστος διὰ τῶν Πολλαπλασιασμῶν τῶν ἀργυρίων ἑκάστου ἐπὶ τῶν ἰδίων χρόνον, καὶ εἰ ἐξ αὐτῶν συμποσοῦμαι δ: ἀφθῆτω ἀπὸ τοῦ α. ὄρων, ὁ δὲ ἐκ τοῦ κέρδους ἐναπολειφθεῖσται διὰ: ὁ 180: ἀπὸ τῶ β. καὶ τὰ μνηστία ἑκάστου ἀπὸ τοῦ γ. Τριπλῆς δὲ Μίσθου γινώσκονται τῶν Τριῶν εὐρεθήσεται τῷ μὲν α. ἀπὸ τῶν ἐκ τῶν ἐναπολειφθεῖσται ἀπὸ τοῦ κέρδους ἀργύρια 45: τῷ δὲ β. 61: καὶ τῷ γ. 73: ἐπεὶ δὲ καὶ κατὰ τὴν τῶν 12: πρὸς τὰ 100: ἀναλογίαν διδοται τῷ μὲν α. 7: ἡ τῷ δὲ β. 10: καὶ τῷ γ. 12: Φανερὸν ὅτι ὁ α. μὲν ἐκ τοῦ κέρδους λήφεται τὸ ὅλον ἀργύρια 52: ἡ ὁ β. δὲ 71: καὶ ὁ γ. 85: ὁ λόγος ἐπιτῆς πράξεως διὰ τῶν προεφημίνας πηροῦται. α. μὲν γὰρ ἡ διὰ τῶν Πέντε Μίσθους παρίσσει τὸ ἀπὸ κέρδους κατὰ τὴν τῶν 12: πρὸς τὰ 100: ἀναλογίαν, καθὰ συνειρημίνας ἀλλήλους, ἡ δὲ διὰ τῶν Τριῶν δίσχημι τὸ ἐναπολειφθεῖσται ἀναλόγως κατὰ τὴν ἑκάστου ποσότητα καὶ τὸν χρόνον.

100 — 12: — 12:	{	250: — 3:	
		100: — 5:	
		150: — 8:	
1200 — 12:	{	750: — 7: 1/2:	
		1000: — 10:	
		1100: — 12:	
750		1000	1200
<u>12</u>		<u>12</u>	<u>12</u>
1500		2000	2400
<u>750</u>		<u>1000</u>	<u>1200</u>
9000		12000	14400
<u>0600</u>		<u>00000</u>	<u>02400</u>
1200:		1200:	1200:
		10:	12:
7: 1/2: 29: 1/2:		750: — 45:	61: 1/2:
		1000: — 61:	73: 1/2:
		1200: — 73:	85: 1/2:
7 1/2	209 1/2	2950: — 180:	
<u>10</u>	<u>39 1/2</u>		
12	180:		
<u>29 1/2</u>			
α: 750	750	1000	1200
β: 1000	<u>180</u>	<u>180</u>	<u>180</u>
γ: 1800	60000	80000	96000
	<u>750</u>	<u>1000</u>	<u>1200</u>
δ: 2950	135000	180000	216000
	<u>017000</u>	<u>003000</u>	<u>009500</u>
2950:	2250	2950:	2950:
	<u>45 1/2</u>	<u>61 1/2</u>	<u>73 1/2</u>

Γ.

Εργάται τίσαστες συμφώνησαν μετά τινος γεωργού σκαΐαι ἐν τῇ ἀμπελῶν αὐτοῦ ἡμέρας 90: ἐπὶ μισθῷ ὀβολῶν 720: ἀλλ' ὁ μὲν ἐπαύσατο τοῦ ποτῆν μισθὸν ἡμέρας δισκαίδεκα χρείας τινός αὐτῶν κατεπεγούσης. ὁ δὲ ἠσθίησεν μισθὸν ἡμέρας 15: ὁ δὲ γ' κικιμηκῶς μισθὸν ἡμέρας 5: πρὸς ταῖς εἰκοσι κατέλιπε καὶ αὐτὰς τὸ ἔργον αὐτοῦ ἐλαττωτικῶς. μόνος δ' ὁ δ': ἐπλήρωσεν τὰς τριάκοντα ἡμέρας ὀλοκλήρως ἐργαζόμενος κατὰ τὴν συμφωνίαν αὐτῶν πρὸς τὸν γεωργόν. ζητείται ἐν τῷ ἑκάστῳ φερεόμενον ἐκ τῶ ὀρισμίνου μισθοῦ.

Εἰς λύσιν τοῦτου πολλαπλασιασθήτω ὁ ἀριθμὸς τῶν ἡμερῶν, ἐπὶ τὸν ἀριθμὸν τῶν ἐργατῶν, ἄλλοι: ὁ 30: ἐπὶ τὸν 4: καὶ γινώσεται ὁ 120: οὗτινος ἀπὸ αὐτοῦ λαμβανόμενου ὄρου τῷ δὲ ἀριθμῷ τῷ ὀρισθέντος μισθοῦ ἀπὸ β'. γινώσθω τετραπλῆ Μίσθοδος τῶν Τριῶν ἔχουσα τρίτον ὄρον τὸν ἀριθμὸν τῶν ἡμερῶν ἑκάστου τῶν ἐργατῶν, τῆς δὲ πρᾶξως ὡς δεῖ γινόμενης, εὐριθίσεται τῷ μὲν α'. ὁ φιλέμιος μισθός ὀβολῶν 72: τῷ δὲ β'. 90: τῷ δὲ γ'. 150: καὶ τῷ δ'. 180: Εἰ μὲν γὰρ ἑκάστος ὀλοκλήρως ἐποίησεν τὰς ἡμέρας, ἰγίγιοντο ἀντὰ ἡμερούσια πάντα κάματα 120: καὶ ἴδεν ἑκάστος τὸ δ. τῷ ὀρισθέντος μισθοῦ λαβεῖν, ἐπὶ δὲ ἐκ ἐπίσης κικοπιέσασιν οὐδὲ ἐπίσης αὐτοῖς δοθῆναι δίαιον. Διὰ τοῦτο εἰς τὴν τῶν Τριῶν ἀρέσει τὸ ποιοῦτον ἀγαγεῖται Πρόβλημα, Μίσθοδος. Εἰρήσεται ἄν ἐκτάως, εἰ τὰ 120: ἡμερούσια κάματα τιμῶνται ὀβολῶν 720: τὰ 12: δὲ καὶ 15: καὶ 25: καὶ 30: πόσων τιμηθήσονται ἑκάστος χωρὶς;

720	720	720	720
12	15	25	30
1440	3600	3600	11600
720	720	1440	0960
8640	10800	18000	120: 0000
0240	0000	0600	180:
120: 000	120: 0000	120: 0000	

Δ.

Ἄλλοι δέ τινες τὸν ἀριθμὸν καὶ αὐτοὶ τίσαστες συμφώνησαν μισθὸν ἑτέρου τινός σκαΐαι ἐν τῇ ἀμπελῶν αὐτῶν μέχρι τέλους ἐπὶ μισθῷ ὀβολῶν τῆς αὐτῆς ποσότητος τοῖς προτίροις, καὶ ἑκάστος τῶν κικοπιέσων, ὅσας κικιῶν ἑκάστος ἡμέρας ἠδύθη. Διὸ ζητείται κατὰ τὴν τὸ ἀπικὸν ἑκάστω, τὴν δ' ἐπὶ διαστήματι τῶ ὀρισμίνου μισθὸν αὐτοῖς ἀναλόγως ταῖς ἡμέραις ἑκάστου κατὰ καὶ ἐργαζομένη ἐν τῇ ἀμπελῶν.

Εἰς λύσιν καὶ τοῦτου συναρθίωσαν αἱ ἡμέραι ἑκάστου εἰς ἓνα ἀριθμὸν, καὶ ὁ συμποσοῦμιος ἐξ ἀπασῶν α'. ἀριθμῶν ληφθέντων ἀπὸ τῶ α'. ὄρα. ταυτοῖς δὲ τῷ ἀριθμῷ τῷ ὀρισθέντος μισθοῦ ἐν τῷ β'. τῆς Μισθοῦ βαθμῶν, καὶ τῆς τῶν ἡμερῶν ἑκάστου ποσότητος ἐν τῷ γ'. γινώσθω τετραπλῆ Μίσθοδος τῶν Τριῶν, ὡς εἶδος, καὶ εὐριθίσεται ἀνελλιπῶς τὸ ἑκάστω ὀρελλομένου μισθῷ χάριν, κατὰ καὶ κικοπιέσων ἡμέρας. Τοῦτον γὰρ δὲ τὸν τρόπον εἰρήσεται εἰκότως, εἰ ὁ ἐν ἡμέραις 82: ἐργαζόμενος λαμβάνει ὀβολῶν 720: ὁ ἐν ἡμέραις δισκαίδεκα κικοπιέσων, πόσας ὀβολῶν λήψεται; ὅτω καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων. Δουατὸν δὲ τὴν Μίσθοδος τριπλῆν μόνον γινώσθαι, τῶν γὰρ τοῖς τριῶν ἀπικόντων δι' αὐτῆς εὐριθίστων, κατὰ εἰς ἓνα ἀριθμὸν συναρθίωτων, ἔαν ὁ συμποσοῦμιος ἀριθμὸς ἐξ αὐτῶν ἀπὸ τοῦ ὀρισμένου ἀφαιρεθῆ μισθῷ, τὸ ἑναπολειφθεὶς ὀρελλομένου τῷ δ'. παρίσσω ὡς ὄρα. Ἔσται δὲ ὅτι ἐπὶ τῆς Αφαιρίσιως ἀφαιρετῶν τῷ 720: ὁ α' κῆρος τοῖς ἑναπολειφθεῖσι 718: προστεθῆσων ἐφεξῆς 164: ἀπὸ τῶν ἀφαιρεθέντων δύο ὀβολῶν, διὰ τὸ προσκεῖσθαι τοῖς εὐριθίστων καὶ λεπτά. Ἐπὶ δὲ ἑσταθῆ κικιῶν ἐς μὲν ὁ 82: δῆλον ὅτι καὶ ἑκάστος ὀβολὸς διηρημένος ὑποτίθεται εἰς 82: διὰ τοῦτο ἀπὸ τῶν δύο ἀφαιρίστων ὀβολῶν εἰληπται ὁ 164: διπλασιος ἢ τῷ 82: Καὶ τὸτο ἓνα γίγεται ἡ Αφαιρίσις: εὐχερίτερον.

12	15	30	105	30:
82: — 720	13: — 58:	25: — 219: — 42:	131: — 58:	455: — 130:
30: — 263: — 34:	210: — 42:			
720	720	720	718: — 164:	
12	15	25	455: — 130:	
1440	3600	3600	267: — 024:	
720	720	1440	2 — 00:	
8640	10800	18000	720:	
0440	0260	0160		
82: 030	82: 0140	82: 0780		
	058	042		
105:	131:	219:		

Ε.

Ἐπινοείται ὡσαύτως τίσαρας συναρθίωσαν μετάντιος οὐρξαι αὐτῶ φείαρ ἐπὶ μισθῶ ὀβολῶν 2100: ἐπεὶ δὲ ἐν τῇ τοιαύτῃ ἔργασίᾳ ἀφελῆν ἕκασος κατ' ἀμφοῖν ποιεῖν, κατατε δηλ: τὸ σκάπτειν κ' ἀνέλκειν τὸ βάρος. τὸ δὲ σκάπτειν τοῦ ἀνέλκειν ἐπιποιώτερόν ἐστι, συναρθίωσαν ἐπὶ κ' πρὸς ἀλλήλους, ὥστε ἐπὶ μὲν τὸ σκάπτειν λαμβάνειν τὰ δύο μέρη τοῦ ὀρισμένου μισθῶ, ἐπὶ δὲ τὸ ἀνέλκειν τὸ βάρος τοῦ λοιποῦ, δηλ: τὸ γ'. κ' διαιρῆν ἑκάτερον τῶν δύο τούτων μισθῶ ἑαυτοῖς ἀεὶ ἀλόγως. ὁ μὲν ἔν α'. ἴσκαφα μίχρη ὀργειῶν δύο, ὁ δὲ β'. μίχρη τῶν πέντε, ὁ δὲ γ'. μίχρη τῶν ἑννέα, κ' ὁ δ'. μίχρη τῶν δεκατεσσάρων, κ' τυκτικῶτα ἀισβλύσαντος τῷ ὕδατος ἔπαυσιν ἕκασος τὴ ποιεῖν. ἀλλὰ τὸ μίχρη τῶν δύο ὀργειῶν βάρος ἀνέλκυσεν ὁ β'. τὸ δὲ μίχρη τῶν πέντε ὁ γ'. τὸ δὲ μίχρη τῶν ἑννέα ὁ δ'. κ' τὸ μίχρη τῶν δεκατεσσάρων ὁ α'. Ζητῆ δ' ἕκασος τὸ αὐτῶ ὀφειλόμενον ἐκ τοῦ ὀρισθέντος μισθῶ.

Εἰς λύσιν τούτου τῷ προβλήματος διαιρηθῆτω α'. ὁ ὀρισμένος μισθὸς ἐπὶ τῶν 3: κ' ἔσαι γ'. μί-
 ρος τότε ὁ 700: ἀριθμὸς, δύο δὲ τρίτα τοῦ ὅλου ὁ 1400: Εἶτα συναρθίωσαν
 οἱ ἀριθμοὶ τῶν ὀργειῶν καθ' ἕκαστος ἐπέσει σκάπτων, κ' ἐπὶ ὁ α'. ἴσκαφα μίχρη
 τῶν δύο ὀργειῶν δις ὑπὲρ αὐτῆ ὀργειᾶς δύο. Ἐπεὶ δὲ ὁ β'. ἴσκαφα μίχρη τῶν πέντε,
 δις αὐτῶ ὀργειᾶς τρεῖς, τῶ δὲ γ'. δις τίσαρας, κ' τῶ δ'. πέντε ὁ μὲν γὰρ ἀπὸ τῶν
 πέντε μίχρη τῶν ἑννέα ἐργάσθη, ὁ δὲ ἀπὸ τῶν ἑννέα μίχρη τῶν δεκατεσσάρων.

Συνάψας δὲ τούτων γαιομίας, ἔσαι τὸ ὅλον ἔργειῶν δεκατεσσάρων. τοῦ 14: τοῖνυ ἀντὶ τοῦ α'.
 λαμβανομένην ὄρου, εἰληφθῶ ἀντὶ τοῦ β'. τὰ δύο τρίτα τοῦ ὀρισμένου μισθῶ δηλ ὁ 1400: ἀριθ-
 μὸς, κ' ἀντὶ τοῦ γ'. ἕκασος τῶν κατὰ μέρος ἔργειῶν. Τετρα-
 πλῆς δὲ Μεθόδου τῶν Τριῶν γαιομίας, κατὰ τὴν περι' αὐτῆς
 ἔρμηνειαν εὐρεθῆσεται ἀισλόγως τὸ ἕκασῶ ὀφειλόμενον, ἔνικα
 τοῦ ἐν τῷ σκάφαι καμάτου. Ὁ λόγος ἐκ τῶν προειρημύων ἐπὶ
 τῆς αὐτῆς τῶν Τριῶν Μεθόδου πρόδηλος. λείπεται δὲ εἰς ζήτησιν κ' τὸ ὀφειλόμενον ἕκασῶ ἔνικα τῶ
 ἐν τῷ ἀνέλκυσαι τὸ βάρος καμάτου. οὐ εἰς εὐρίσιν συναρθίωσαν κηταυθῶ, οἱ ἀριθμοὶ τῶν ἔρ-
 γειῶν ἕκασου, καθ' ἕκαστὸν τὸ βάρος ἀνέλκυσεν, οὐκ ἀπλῶς μίητοι. Ἀλλ' ἐπὶ ὁ β'. ἀνέλκυσε τὸ
 μίχρη τῶν δύο ὀργειῶν βάρος, δις αὐτῶ ὀργειᾶς τρεῖς. τῶ δὲ γ'. δεκατίσαρας, τῶ δὲ δ'. 35: κ'
 τῶ α'. 69: τοῦ δὲ χάριν οὕτω ποιητόν; εἰρήσεται μὲ ταῦτα. τῶν δὲ τῶν ἀριθμῶν τῶν ἔργειῶν
 ἕκασου εἰς ἕνα συναπτομύων, ὁ γαιόμενος ληφθῆτω ἀντὶ τῷ α'. ὄρου, τοῦ δὲ γ'. μίρους τοῦ ὀρι-
 σμένου μισθῶ τῶν β'. λαχόντος βαθμῶν, ταχθῆτωσαν οἱ ἀριθμοὶ τῶν ὀργειῶν ἕκασου ἐν τῷ γ'.
 βαθμῶ χωρὶς. Τετραπλῆς δὲ Μεθόδου αὐτῆς τῶν Τριῶν γαιομίας εὐρεθῆσεται κ' τὸ ἕκασῶ ὀ-
 φειλόμενον ἔνικα τοῦ ἐν τῷ ἀνέλκυσαι τὸ

βάρος καμάτου, τῶ μὲν ἔν α'. δοτεῖον, διζ
 τῶς α'. Μεθόδου ὀβολοῦς 200: τῶ δὲ β'.
 300: τῶ δὲ γ'. 400: κ' τῶ δ'. 500: δια
 δὲ τῆς β'. τῶ μὲν πρώτῳ ὀβολῶ 399: κ'
 τῶ δὲ 17: κ' τῶ δ'. 202: κ' τῶ δ'. 121:

Συναπτομύων δὲ τῶν μερῶν ἕκασῶ χωρὶς ἔσαι τὸ ὀφει-
 λόμενον εἰς ἀμφοτέρω τοῦ καμάτου, τῶ μὲν α'. ὀβολῶν 599: κ' τῶ δὲ β'. δὲ 317: κ' τῶ δὲ γ'. 4:
 κ' τῶ δ'. 702: κ' τῶ δ'. 702: κ' τῶ δ'. 702: κ' τῶ δ'. 702: κ' τῶ δ'. 702: κ' τῶ δ'. 702:
 Εἰ δὲ σοι βουλευτόν κ' τὸν τρόπον μαθεῖν, καθ'
 ὅν ἡ πράξις αὐτῆ τοῦ προβλήματος τὸ πικρὸν ἔξει, σύναψαι τὰ εἰς ἀμφοῖν ἕκασῶ ὀφειλόμενα εἰς ἕ-
 να ἀριθμῶν. κ' ὁ εἰς ἀπάντων ἴσος ἢ τῶ ὀρισμένου μισθῶ ἢ
 πράξις ὑγιῆς ἔσαι. γίνεται δὲ ἡ Σύναψις αὐδὶ. Γραφήτω τὰ
 τῶ α'. ἔνθα τὸ ε. ὑπ' αὐτῶν δὲ τὰ τῶ β'. εἴτα τὰ τοῦ γ'. κ' τῶ
 τελευταῖον τὰ τῶ δ'. τοῖς ὅλοις δὲ ἕκασου προσκείσθωσαν κ' τῶ
 τὰ λεπτά. Γραμμῆς δὲ ὑπ' αὐτὰ ἰστρομύως, συναρθίωσαν
 α'. τὰ λεπτά εἰς ἕνα ἀριθμῶν. κ' ἐπὶ ὁ εἰς αὐτῶν διπλάσιός
 ἐστὶ τῶ 121 τοῦ α'. δηλ: ὄρου τῆς β'. Μεθόδου γραφήτωσαν
 ὑπ' αὐτὰ τζίφρας. ἐπὶ ταύτης γὰρ τῆς πράξις ὁ ὀβολὸς
 ὑποτίθεται εἰς μέρη 121: διηρημύως. ὥστε τὰ δις τσσαῦτα
 δύο ὀβολοῦς ἀισπληρῶσι. τηρηθῆτωσαν οὖν οἱ δύο ὀβολοὶ· συ-
 ναπτομύων δὲ κ' τῶν ὄλων εἰς ἕνα ἀριθμῶν, τῶ γαιομίας
 προσεθῆτωσαν οἱ δύο φυλητόμιοι ὀβολοὶ, οἱ τῶν λεπτῶν
 δηλ: συμπληρούμενοι, κ' γίνεσεται πάντως ὁ ζ'. ἴσος ἂν τῶ
 προσορισθέντι μισθῶ, ἡ πράξις ἀρα ὑγιῆς ἐστὶ. Τοῦ δὲ χάριν
 ἐπὶ τῆς β'. πράξις ἐν τῇ Σύναψι τῶς ἀριθμῶς τῶν ὀργειῶν,

	00	
	2000	700
	333	2
		1400
14: — 1400:	{	2: — 200
		3: — 300
		4: — 400
		5: — 500
		3: — 17: — 43:
		14: — 80: — 120:
		35: — 202: — 58:
		69: — 399: — 21:
208: —	α'. 599: —	21:
399: —	β'. 317: —	43:
599: —	γ'. 480: —	120:
β'. 300:	δ'. 702: —	58:
17: —	43:	2098
317: —	43:	2:
γ'. 400:	ζ':	2100
80: —	120:	
480: —	120:	
δ'. 500:		
202: —	58:	
702: —	58:	

καθ' ἕκαστος ἐκ τοῦ ὀριώτος βάρους ἀνείλκυσεν ἐτούς αὐτοὺς ὑποθήματα, ἀλλὰ τῷ μὲν β'. ἀπὲρ δύο ὀργάνων τοῦ βάρους, ὅπερ ἀνείλκυσε δίδωκαμιν τρεῖς, τῷ δὲ γ'. ἀπὲρ τῶν τριῶν παρήγο-
 μιν τεσσαρακκείδεκα, τῷ δὲ δ'. ἀπὲρ τῶν τεσσαρῶν δίδονται πέντε ἢ τριακοτα, καὶ ὁ α'. ἀπὲρ τῶν
 πέντε εἰληφῖν ἐνῆα πρὸς τοῖς ἑξήκοντα, ἢ ὅτι ἕκαστος τῶν τεσσαρῶν τούτων ἐργάται ἀνείλκε τὸ
 βάρους διὰ μίλιζορος διαστήματος. ὁ μὲν γὰρ β'. ἐπεὶ πρῶτως ἤρξατο ἀνείλκειν ἐκ τοῦ ὀριώτος τὸ
 βάρους τῶν δύο ὀργάνων τοῦ α'. ἐν τῷ σκάπτειν, εἰ καὶ τὸ βάρους τῆς α'. ὀργάνης διὰ μίας
 ἀνείλκυσε ὀργάνης διαστήματος, τὸ τῆς β'. μίντοι διὰ δύο ἀνείλκυσε ὀργάνων. ὁ δὲ γ'. τὰ
 μὲν τῆς τρίτης ὀργάνης διὰ τριῶν ἀνείλκυσε ὀργάνων τὸ δὲ τῆς δ'. διὰ τεσσαρῶν, καὶ τὸ
 τῆς ε'. διὰ πέντε. ὡσαύτως καὶ ὁ δ'. τὸ μὲν τῆς ε'. ὀργάνης βάρους ἀνείλκυσε διὰ ὀρ-
 γάνων ἕξ. τὸ δὲ τῆς ζ'. δι' ἑπτά, τὸ δὲ τῆς η'. δι' ὀκτώ, καὶ τὸ τῆς θ'. δι' ἐννέα. ὁ δὲ α'. ἰ-
 πέει ἤρξατο ἀνείλκειν τὸ βάρους τῆς ι'. ὀργάνης, πάντως γι' ἀνείλκυσε ταῦτα δι' ὀργάνων δι-
 κη. τὸ δὲ τῆς ια'. δι' ἑνδεκά. καὶ καθεξῆς ἀναλόγως. ὣςτε ἐπὶ μὲν τοῦ β'. θίς α. κομῆ-
 ῶν, ἀπὲρ τῆς α'. ὀργάνης, ἀπὲρ δὲ τῆς β'. δυάδα, ἢ συναπτομένῳ γηθίσεται ὁ 3: ἀριθ-
 μός, ἐπὶ δὲ τοῦ γ'. θίς α. δυάδα ἀπὲρ τοῦ κενῶ διαστήματος, ἀπὲρ δὲ τῆς γ'. ὀργάνης τὰ
 βάρους τὸν 3: καὶ ἀπὲρ τῆς δ'. τὸν 4: καὶ ἀπὲρ τῆς ε'. τὸν 5: χαρακτηριστῆρα, ἢ συναπτομένῳ γη-
 θίσεται ὁ 14: ἀριθμός. Ἐπὶ δὲ τοῦ δ'. θίς α. τὸν 5: χαρακτηριστῆρα ἀπὲρ τοῦ κενῶ διαστήμα-
 τος, ἀπὲρ δὲ τῆς ε'. ὀργάνης τοῦ βάρους, τὸν 6: ἀπὲρ δὲ τῆς ζ'. τὸν 7: ἀπὲρ δὲ τῆς η'. τὸν
 8: καὶ ἀπὲρ τῆς θ'. τὸν 9: ἢ συναπτομένῳ γηθίσεται ὁ 35: ἀριθμός. ἐπὶ δὲ τοῦ α'. μὲν ἐν
 τῷ σκάπτειν, τελευταίη δὲ ἐν τῷ ἀνείλκειν, θίς α. ἀπὲρ τῷ κενῶ διαστήματος τὸν 9: χαρα-
 κτήρα, ἀπὲρ δὲ τῆς ι'. ὀργάνης τοῦ βάρους τὸν 10: ἀριθμόν. ἀπὲρ δὲ τῆς ια'. τὸν 11: ἀπὲρ
 δὲ τῆς ιβ'. τὸν 12: ἀπὲρ δὲ τῆς ιγ'. τὸν 13: καὶ ἀπὲρ τῆς ιδ'. τὸν 14: ὡνπερ συναπτομένῳ
 γηθίσεται ὁ 69: ἀριθμός. Τούτων ἔν ἑνῆα τῷ μὲν δευτέρῳ ἐν τῷ σκάπτειν πρῶτῳ δὲ ἐν τῷ
 ἀνείλκειν δίδωκαμιν ἀπὲρ τῶν δύο ὀργάνων τὰ βάρους, ὡνπερ ἀνείλκυσε ὀργάνης τρεῖς μίαν
 μὲν ἀπὲρ τῆς α'. ὀργάνης τοῦ βάρους, δύο δὲ ἀπὲρ τῆς β'. τῷ δὲ γ'. ἐν τῷ σκάπτειν, δευτέ-
 ρῳ δὲ ἐν τῷ ἀνείλκειν, ἀπὲρ τῶν τριῶν ὀργάνων τοῦ βάρους ὡνπερ ἀνείλκυσε, δίδωκαμιν τεσ-
 σαρακκείδεκα ὀργάνης. τῷ δὲ τετάρτῳ ἐν τῷ σκάπτειν, γ'. δὲ ἐν τῷ ἀνείλκειν, ἀπὲρ τῶν
 τεσσαρῶν ὀργάνων τὰ ἴδιον βάρους δίδωκαμιν ὀργάνης πέντε καὶ τριακοτα, τῷ δὲ α'. ἐν τῷ
 σκάπτειν, καὶ ἑκάτῳ ἐν τῷ ἀνείλκειν, ἀπὲρ τῶν πέντε ὀργάνων τοῦ βάρους ὡνπερ ἀνείλκυ-
 σε δίδωκαμιν ὀργάνης ἐνῆα ἢ ἑξήκοντα. Καὶ ταῦτα μὲν ἐκαστὸν τούτου, ἕξ ἢ συναγ-
 γνῆται ὅτι ἐπὶ τῶν τοιοῦτων Προβλημάτων δὲ τῆς ἑκάστῳ ἀριθμοῦ Ἀριθμητικῆν τρεῖς ἀναλογίαι,
 καὶ τὸν ἐν τῷ προτέρῳ ἑκάστῳ ἔχοντα χώρας τῆν α. ἐν τῷ μετ' αὐτὸν λαμβάνειν.

β.
2:
3:
3:
2:
3:
4:
3:
—
14:
8:
5:
6:
7:
8:
9:
—
35:
α.
9:
10:
11:
12:
13:
14:
69:

5.

Στρατιώταις ἑκατὸν ἰδὸθουσι μισθοῦ χάριν ἀργύρια 2720: καὶ ζητήσιν μαθεῖν πόσα ἑκάστῳ ὀρεί-
 λεται, ὅτε λαβῶν τῶν μὲν τεσσαράκοτα καθ' ἕκαστον μίνα ἀπὲρ πέντε, τοὺς δὲ 30: ἀπὲρ ἑ-
 πτά, καὶ τοῦ; λοιπῶς 30: ἀπὲρ ἐνῆα ἀργύρια.

Εἰς εὐρεσιν τῷ ζητούμεν πολλαπλασιασθέντῳ ὁ ἀριθμός τῶν τεσσαράκοτα στρατιωτῶν ἐπὶ τὸν
 5: ὁ δὲ τῶν 30: ἐπὶ τὸν 7: καὶ 9: χάρις καὶ οἱ γηθίμοι 40: 30: 30:
 αβγ: συναρθέτωσαν ἀλλήλους, καὶ ἴσαι ἕξ αὐτῶν ὁ δ': Τέ- 7 9
 τυ δὲ τὸν α. λαχόντος βαθμῶν, τοῦ δὲ ἀριθμοῦ τῶν δοθέν- α. 200: β. 210: γ. 270
 τῶν αὐτοῖς ἀργυρίῳ μισθῷ χάριν τὸν β. καὶ τὰ ἑκάστῳ μέτρῳ β. 210:
 τῶν στρατιωτῶν τὸν γ. γηθίσθω τριπλῆ Μέθοδος: τῶν Τριῶν, γ. 270: δ. 680 — 2720: { δ. 5: — 20: κ:
 καὶ εὐρεθίσεται δόξασθαι ἑκάστῳ μὲν τῶν τεσσαράκοτα δ. 680 — 2720: { ε. 7: — 28: λ:
 ἀπὲρ τῶν πέντε ἀργυρίων εἰκοσι, ἑκάστῳ δὲ τῶν τριακοτα δ. 680 — 2720: { ς. 9: — 36: μ:

ἀπὲρ τῶν ἑπτά ὀκτώ πρὸς τοῖς εἰκοσι καὶ τοῖς λοιποῖς ἀπὲρ ἕξ ἢ τριακοτα, ἀπὲρ τῶν ἐνῆα. ὅν
 γὰρ λόγον ἔχει ὁ δ': πρὸς τὸν ε': τὸν αὐτὸν ἔχει πάντως γα καὶ ὁ ζ': πρὸς τὸν κ': καὶ ὁ η': πρὸς τὸν λ':
 καὶ ὁ θ': πρὸς τὸν μ': καὶ ἐναλλάξ. ὅν λόγον ἔχει ὁ δ': πρὸς ἕκαστον τῶν ζ' ἢ θ', τὸν αὐτὸν ἔχει καὶ
 ὁ ε': πρὸς ἕκαστον τῶν κ' ἢ μ': καὶ ὡσπερ ὁ δ': παρίχει μισθοῦ χάριν ἑκάστῳ μὲν τῶν α. μέτρῳ
 τῶν στρατιωτῶν ἀπὲρ πέντε ἀργύρια, ἑκάστῳ δὲ τῶν τοῦ δευτέρου ἀπὲρ ἑπτά, καὶ ἑκάστῳ τῶν τοῦ γ'.
 ἀπὲρ ἐνῆα, ἢ τῶν καὶ ὁ ε': παρίχει ἀπὲρ μὲν τῶν 5: εἰκοσι, ἀπὲρ δὲ τῶν 7: ὀκτώ πρὸς τοῖς εἰκοσι,
 καὶ ἀπὲρ τῶν ἐνῆα ἕξ ἢ τριακοτα.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Θ.

Περί Διαίρεσως αριθμοῦ εἰς μέρη ἄνισα.

Ὅπως μὲν οἰοῦσθετοῦν ἀριθμὸς ἐφ' οἰοῦσθετοῦν ἀριθμὸν μερίζεται εἰς μέρη ἴσα ἀλλήλοις γινόμενος, μικρὸν δὲ πρόσθεν προήρπται. Ἐπει δὲ πολλαίαι συμβαίνει ζήτησθαι καὶ εἰς ἄνισα διαίρειν μέρη τῶν τυχεῶν ἀριθμῶν, ἢ ταῦτα ἐπὶ τῆς Ἐταιρείας, ἐπιβυμένῳ ἐστὶ πάντως γὰρ εἰπεῖν ἂν καὶ ἐπὶ τῷ τρόπῳ τῆς τοιαύτης τῶν ἀριθμῶν Διαίρεσως. Ἰδιὸν δὲ ταύτης τὸ ἐκ ψευδῆς ὑποθέσεως τὸ ἀληθὲς εὐρίσκειν. τοῦτο δὲ διχῶς ἐνδέχεται γίνεσθαι. ἢ γὰρ ἐκ μᾶς ψευδοῦς ὑποθέσεως εἰς εὐρίων τοῦ ἀληθοῦς ἐρχόμεθα, ἢ γὰρ ἐκ δύο. Ὅτε μὲν οὖν πρόκειται τις ἀριθμὸς εἰς μέρη ἄνισα διαιρῆσθαι, ἔχοντα μίτην λόγον τιὰ πρὸς ἀλλήλα, δεῖ δὲ λαμβάνειν τοσοῦτους ἀριθμῶν τῷ πλάθει, ὅσα καὶ τὰ ζητούμενα μέρη τοῦ προκειμένου ἀριθμοῦ, τὸν αὐτὸν ἐκείνοις ἔχοντα λόγον, ἅτα συναπτῆν τύπος εἰς ἴσα. Καὶ ὁ γινόμενος ἴσος ἢ τῷ δοθέντι, αὐτοῦ τινὸς Μείθδου γήγοι τὸ ἐπιταχθῆν. οἱ γὰρ ὡς ἴσως λαφθέντις ἀριθμοὶ, τὰ ζητούμενά εἰσι τὰ προκειμένου ἀριθμοῦ μέρη, εἰ δὲ γὰρ μήλων ἐκείνων, ἢ ἐλάττων εὐρίσθαι τῇ Μείθδῳ τῶν Τριῶν ἐπὶ ταῦτα προσέκει χρισθῆναι, ὡς καὶ ἐπὶ τῆς Ἐταιρείας. καὶ τὸ ἐστὶ τὸ ἐκ ψευδῆς ὑποθέσεως τὸ ἀληθὲς εὐρίσκειν.

Ὅσον κίθω τον δ. ἀριθμὸν μερίζθαι εἰς μέρη τρία, ὡς τὸ α. τούτων ἔχειν $\alpha. 182:$
 πρὸς τὸ β. λόγον ἡμιολίου, τὸ δὲ β. πρὸς τὸ γ. ἐπιτρίτου, τούτου δὲ κειμένου $\beta. - 6:$
 λαφθέντων οἱ ε' γ' δ' ἀριθμοὶ ἀπὸ τῶν ζητουμένων μέρων τοῦ προκειμένου ἀριθμοῦ $\gamma. - 4:$
 κατὰ τοὺς δοθέντας λόγους, ἔχεις δὲ τύπος ἰσῶν ὁ ἔχματος λαφθῆ τοιούτος, ὡς $\delta. - 3:$
 δύνασθαι ἐν αὐτῷ ταῖσ' αὐτὰ ἔχειν μέρη οἷα τὰ τῆς ὑπεροχῆς μεταξὺ τούτου καὶ $\epsilon. 13:$
 τῶ προ αὐτοῦ. Ὅσον ἐπὶ τῷ παρόντος ἐπὶ ὁ β. πρὸς τὸν γ. ἔχει λόγον ἐπιτρίτου, τὸ δ' ἐστὶν $\delta. 13:$
 ὅλον ἐν αὐτῷ ἔχειν τὸν γ. καὶ προσέτι τρίτον αὐτῷ μέρος, πρόσθικι ἀπὸ τρίτου λαμβάνειν ἀριθ- $\epsilon. 13:$
 μὸν τινα διπλαμένον γὰ πάντως ἐπὶ τὸν 3: διαίρῆσθαι. Τούτου γὰρ τοιοῦτε ὄντος δυατὸν καὶ τοὺς $\delta. 13:$
 ἀλλως εὐχρηῶς εὐρίων. προσκειμένου γὰρ αὐτῷ τοῦ γ. μέρος, γινίσσεται ὁ ε'. κακίω τοῦ ἡμισίου $\epsilon. 13:$
 προσδιμέτου ὁ δ: πληρωθήσεται. Εἶτα συναρθῆσασαν οἱ λαφθέντις ε' γ' δ' ἀριθμοὶ, καὶ ἐπὶ ὁ $\delta. 13:$
 γινόμενος ἐλάττων ἐστὶ τοῦ δοθέντος α: ἀριθμοῦ γινέσθω τριπλῆ Μείθδος τῶν Τριῶν, ἔχουσα $\epsilon. 13:$
 α. ὅρον τὸν ε: β. τὸν α: καὶ γ. ἕκαστον τῶν β' γ' δ'. Εἰρήσι- $\alpha: \beta: 6: - \gamma: 84:$
 ται γὰρ προσκόντας, εἰ ὁ 13: εἰληπται ἀπὸ τοῦ 182: ὁ $\beta: 6: - \gamma: 4: - \delta: 56:$
 μὲν 6: ἀπὸ τίνος ἐλήφθη, ἀπὸ τίνος δὲ ὁ 4: καὶ ἀπὸ τίνος $\delta: 3: - \epsilon: 42:$
 ὁ 3: πράξις δὲ γινόμενης, κατὰ τὰ παραδοθέντα, εὐρίσθεται ὁ β: ἀπὸ τοῦ ε': λαμβανόμενος. $\delta: 3: - \epsilon: 42:$
 ὁ δὲ γ: ἀπὸ τοῦ η: καὶ ὁ δ: ἀπὸ τοῦ θ: εἰς ἂν ὄλων τοῦ χάριν τῇ Μείθδῳ ταῦτα ὡς ἴδιον τὸ ἐκ $\delta: 3: - \epsilon: 42:$
 ψευδῆς ὑποθέσεως τὸ ἀληθὲς εὐρίσκειν ἀποδίδεται. Εἰδῆσοι βελυτὸν γινάται ἰσῶν γὰρ αὐτοῦ ἀπάτης $\delta: 3: - \epsilon: 42:$
 τίνος ἢ πράξις γήγοι, συναπτῆν τῆς ζ' η' θ: εἰς ἴσα ἀριθμῶν, καὶ ὁ γινόμενος ἴσος ἢ τῷ α, ὡς τῆς $\delta: 3: - \epsilon: 42:$
 δῆπου καὶ ἢ πράξις ἴσαι. Ὅν γὰρ λόγον ἔχει ὁ ε: πρὸς τὸν α: τὸν αὐτὸν πάντως ἔχει, καὶ $\delta: 3: - \epsilon: 42:$
 ὁ μὲν β: πρὸς τὸν ζ: ὁ δὲ γ: πρὸς τὸν η: καὶ ὁ δ: πρὸς τὸν θ: καὶ τὸν τῆς Μείθδου τῶν Τριῶν κα- $\delta: 3: - \epsilon: 42:$
 νόνα. κατὰ δὲ τὸν ε' γ. ὅρον τοῦ ε. Εὐκλι: καὶ ἐναλλάξ ἴσαι, ὡς ὁ ε: πρὸς ἕκαστον τῶν β' γ' δ': ὡ- $\delta: 3: - \epsilon: 42:$
 τῶ καὶ ὁ α: πρὸς ἕκαστον τῶν ζ' η' θ: ὡς πρὸς ἕν οἱ β' γ' δ' συναπτόμενοι ποιοῦσι τὸν ε: οὕτω καὶ οἱ $\delta: 3: - \epsilon: 42:$
 ζ' η' θ: ποιοῦσι τὸν α:

B.

Τρεῖς συγκαπῆσαι ἐκέρησαν ἀργύρια 100: καὶ ζητοῦσι ταῦτα διελθῆν εἰς μέρη τρία ἔχοντα πρὸς ἀλλήλα ὡς ἔχουσαν οἱ α β γ: ἀριθμοὶ, καὶ τῷ μὲν α. δοθῆναι τὸ μείζον μέρος, τῷ β. δὲ τὸ ἐλάττω του α. καὶ τῷ γ. τὸ ἐλάττω του β.

Εἰς λύσειν τούτου συναρθῆσασαν οἱ α β γ: ἀ- $\alpha. 8:$
 ριθμοὶ, καὶ ὁ γινόμενος δ: λαφθέντω ἀπὸ τοῦ α. $\beta. 6: \delta. 18: - 100: \left\{ \begin{array}{l} \alpha. 8: - 44: - 8. \\ \beta. 6: - 33: - 61 \\ \gamma. 4: - 22: - 41 \end{array} \right.$
 ὅρον, λαμβανόμενου δὲ καὶ τοῦ ἀριθμοῦ τῶν ἀργυ- $\delta. 18:$
 ρίων γ. ὄλον τοῦ 100: ἀπὸ τῶ β. καὶ ἀπὸ τῶ γ. ἕκαστον τῶν α β γ: γινέσθω τριπλῆ Μείθδος τῶν $\delta. 18:$
 Τριῶν, καὶ δοθῆσεται τῷ μὲν α. 44: καὶ τῷ β. 33: καὶ τῷ γ. 22: καὶ τῷ δ. 18: ὡς ἴδιον τὸ ἐκ $\delta. 18:$
 ψευδῆς ὑποθέσεως τὸ ἀληθὲς εὐρίσκειν ἀποδίδεται. Εἰδῆσοι βελυτὸν γινάται ἰσῶν γὰρ αὐτοῦ ἀπάτης $\delta. 18:$
 τίνος ἢ πράξις γήγοι, συναπτῆν τῆς ζ' η' θ: εἰς ἴσα ἀριθμῶν, καὶ ὁ γινόμενος ἴσος ἢ τῷ α, ὡς τῆς $\delta. 18:$
 δῆπου καὶ ἢ πράξις ἴσαι. Ὅν γὰρ λόγον ἔχει ὁ ε: πρὸς τὸν α: τὸν αὐτὸν πάντως ἔχει, καὶ ὁ μὲν β: $\delta. 18:$
 πρὸς τὸν ζ: ὁ δὲ γ: πρὸς τὸν η: καὶ ὁ δ: πρὸς τὸν θ: καὶ τὸν τῆς Μείθδου τῶν Τριῶν κα- $\delta. 18:$
 νόνα. κατὰ δὲ τὸν ε' γ. ὅρον τοῦ ε. Εὐκλι: καὶ ἐναλλάξ ἴσαι, ὡς ὁ ε: πρὸς ἕκαστον τῶν β' γ' δ': ὡ- $\delta. 18:$
 τῶ καὶ ὁ α: πρὸς ἕκαστον τῶν ζ' η' θ: ὡς πρὸς ἕν οἱ β' γ' δ' συναπτόμενοι ποιοῦσι τὸν ε: οὕτω καὶ οἱ $\delta. 18:$
 ζ' η' θ: ποιοῦσι τὸν α:

Γ.

Συντραπῆσεται τρεῖς ἐκέρησαν ἀργύρια 120: καὶ ζητοῦσι ταῦτα διελθῆν εἰς μέρη τρία ἔχοντα λό- $\gamma\theta$

γοι ἢ ἐπὶ εἰς α' πρὸς ἀλλήλους ἔχουσι ἀριθμοί. ζῆτι δ' ὁ α' λαβὴν πρὸς τῷ ἀνίκῳ αὐτῷ μί-
ροι, ἀργύρια ἴτι 8: ὁ δὲ β'. 6: κ' ὁ γ'. 4:

Τῷ αὐτῷ πάτως γε Μεθόδω λυθίσεται
κ' τούτῳ τὸ πρόβλημα. Δεῖ δὲ α' ἀφελῆν
ἀπὸ τῶ ἀριθμῶ τῶν ἀργυρίων ὅσα ἕκαστος
τῶν τριῶν ζῆτι ὡς προσθέσει τοῦ ἀνι-
κοτος αὐτῷ μίρου. Εἴτα συναπτει τῆς
εἰς κ' ἀριθμῶς εἰς ἓνα, ὡς ὅρα, κ' τὰ λοιπὰ τῆς Μεθόδου ποιῶν ὡς κ' ἐπὶ τοῦ πρὸ αὐτοῦ. Τῶν
γάρ ὑφ' ἑκάστου παρὰ τὸ ἀνίκον αὐτῷ μίρος ζητουμένων ἀπὸ τῶ ὅλου αφαιρουμένων τὸ ἱσποληπώ-
μενον κατὰ τῶν δοθέντων ακριβῶς μρισθῆσεται ἀναλογίαν.

Δ.

Δύο συνίμποροι ἐκέρθησαν ἀργ: 300: κ' ζητοῦσι ταῦτα διαιριθῆναι εἰς μίρον δύο ἔχοντα πρὸς
ἀλλήλα λόγον, ἢ κ' οἱ ε' κ' πρὸς ἀλλήλους ἔχουσι ἀριθμοί. Αλλ' ὁ μὲν τὸ μείζον ζῆτων μίρος εἰδα-
πάκων ἐκ τῶν ἰδίων χάρι τῶν πρὸς ἑκάτερον ἐφοδίων ἀργ: 12: ὁ δὲ τὸ ἕλατον οἰκειούμενος ἔ-
λαβεν ἐκ τοῦ κοινῶ κέρδους πρὸς ἰδίαν χρεῖαν, ἀργ: 18: ὡς προσέκει τῷ μὲν α' δοθῆναι τὸ ἀνι-
κον αὐτῷ μίρος κ' πρὸς τούτῳ ἐτι ἀργ: 12: ἀπὸ δὲ τοῦ ἀνίκου τῷ β'. αφαιριθῆναι ἀργ: 18.

Εἰς λύσιν δὲ κ' τοῦ τούτου προβλήματος αφαιρέσιον μὲν ἀπὸ τοῦ κέρδους ἀργ: 42: ἄτινα ὁ α'
πρὸς τὰ κοινὰ ἐφόδια ἐκ τῶν ἰδίων κατιδαπάνησε, κ' ἱσποληφθῆσονται ἀργύρια, 288: τούτοις
δὲ προσεθήτωσαν ἑκτωκαίδεκα, ὅσα δηλοῖ ὁ β'. οφείλει ἀποδοῦναι εἰς ἀναπλήρωσιν τοῦ ὅλου
κέρδους. κ' γινώσκεται ἀργ: 306: Τούτων δ' οὕτω γινομένων συναφθῆτωσαν οἱ ε' κ': ἀριθμοὶ κ' ὁ
γεόμενος λ': ἐν τῷ α' τῶν ὄρων τετάχθω κώ-
ρη, τοῦ δὲ 306: ἀριθμοῦ τῶν ἀργυρίων τῶν
β'. λαχόντος τάξι, κ' ἑκατέρου τῶν ε' κ', τὴν
γ' γινώσκων διπλῆ Μεθόδος τῶν Τριῶν, κ' δο-
θῆσονται τῷ μὲν α' ἀργ: 188: κ' τῷ δὲ β'.
117: κ' τῷ γ'. Επειδὲ ὁ μὲν α' ζῆτι προσέτι
ἀργ: 12: ἄτινα αφηρίθωσαν τῷ κέρδους, ὁ δὲ β'.
οφείλει ἀποδοῦναι 18: α' κ' προσετίθωσαν τῷ ἱ-
σποληφθῆναι, τότε χάρι προσέκει ἴτι τῷ
μὲν τῷ α' μίρει προσεθήσεται ἀργύρια 12: ὡς γο-
ρισθαι τὸ ὅλον 200: κ' τῷ γ' ἀπὸ δὲ τοῦ μίρου
τοῦ β'. αφαιριθῆναι ἀργ: 18: οὗ γενομένη ἱσποληφθῆσονται ἀργ: 99: κ' τῷ Συναίφιος δὲ γινο-
μῆς, τῶν ἢ πρῆξι ὑπὲρ ἢ, ὁ εἰς ἀμφοῖν ἴσος ἔσαι τῷ τῷ κέρδους ἀριθμῶ, δηλ: τῷ 300: ὁ μὲν
γάρ 306: ἀριθμῶς, ὅς κ' τὴν β'. τῶν ὄρων ἐπὶχει χάραν γίνεται ἔξ ἀμφοῖν τούτε 188: τῷ κ' τῷ
τοῦ 117: τῷ ἐπειδὲ ὁ μὲν 200: τῷ ὑπερέχει τῷ 188: τῷ ἀργυρίους 12: ὁ δὲ 99: τῷ ἕλατ-
τῆται τῷ 117: τῷ ἀργυρίους 18: Φαερὸν ὅτι οἱ δύο οὗτοι ἀριθμοὶ τὸν 300: ποιησονται, εἰς ἓνα
συναπτόμενοι ἀριθμῶν. ὁ γάρ 18: ἀργυρίους 6: τὸν 12: ὑπερέχει, ὡς κ' ὁ 306: τὸν 300.

Ε.

Τρεῖς αὐθις συνίμποροι κερθῆσαστες ἀργ: ἰκανῆς ποσότητος δίνεσαν ταῦτα πρὸς ἀλλήλους, καθ'
ἢν συνίφωσαν ἀναλογίαν, κ' τούτων μὲν ἕκαστος ἔλαβε τὸ ἀνίκον αὐτῷ μίρος. ἀγροῖεται δὲ ἢ τῷ
ὅλου ποσότης, ἐπ' ἢν ὁ α': οὗτα μὲν ὁ β'. τῶν τῷ ἰδίῳ μίρου ἐμφαίνει ποσότητα, πλὴν ὁ μὲν β'.
οισιν εἰληθῆσεται τὸ γ'. τῶν τοῦ α'. ὁ δὲ γ'. τὸ ἕμισυ τῶν τῷ β'. κ' α' κ' γαγοῖται τῶν τῷ ἰδίῳ μί-
ρους ποσότητα ἀργυρίων 60: Ζητεῖται δ' ἢ ποσότης τοῦ τῷ ὅλου κέρδους, κ' τοῦ μίρου ἑκατέρου τῷ
τῷ α'. εἰ μὲν κ' β'.

Καὶ ἐπὶ τούτου ληφθῆτω ἀπὸ τῶ μίρου τοῦ α' ἀριθμῶς τις εἰς τρία διαιρούμετος, οἷος ὁ α'
ἢ γ'. μίρος ὁ β': ἀπὸ τῶ μίρου τῷ δευτέρῳ λαμβανόμενος. Τῶν δὲ συναπτομένων ἀλλήλοις γε-
νῆσεται ὁ γ': οὗ ληφθῆτω τὸ ἕμισυ, κ' ἔσω ὁ δ': α: 9: — 90:
ἀπὸ τοῦ μίρου τῷ γ' ὑποτιθέμετος. Εἴτα γινώ- β: 3: δ: 6: — 60: { α: 9: — 90:
σκων διπλῆ Μεθόδος τῶν Τριῶν ἔχουσα α' ὄρων τὸν γ: 12: — 30: { β: 3: — 30:
δ'. 6: τὸν τῷ κέρδους τῷ γ'. δηλ: τὸν 60: κ' γ'. ε: 180: { γ: 12: — 60:
ἑκατέρου τῶν α' β': κ' εὐριθῆσεται τὸ τῷ α' μίρου δ: 6: — 180: { δ: 6: — 180:
ἀργυρίων εἶναι 90: τὸ δὲ τῷ β'. 30: κατὰ γάρ τὸν τῆς Μεθόδου κανόνα, ὅς λόγῳ ἔχει ὁ α' τῶν
ὄρων πρὸς τὸν β'. τὸν αὐτὸν κλίμας ἔχει, κ' ὁ γ' πρὸς τὸν δ'. κ' εἰ ἀλλῆξ. ὅς ἔχει λόγον ὁ α' πρὸς

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗΣ ΠΡΑΚΤΙΚΗΣ

πρὸς ἑκάστην τῶν τῶν γ'. λαμβάνει τάξιν, τὸν αὐτὸν ἔχει καὶ ὁ δεύτερος πρὸς ἑκάστην τῶν ἐπιπέδων, ὡσπὶρ δ' ἑκάστος ὑποδιπλασιᾶς ἐστὶ τοῦ γ': τοῦ ἑκ τοῦ α: καὶ β': γινώσκου, οὕτω καὶ οὗτος ὑποδιπλασιᾶς ἐστὶ τῶν ἑκ τῶν κρηθίζονται. Τούτων δ' οὕτω γινώσκου συναφθῆναι οἱ δύο ἐπιπέδων ἀριθμοὶ τῶν γ'. δηλ. τῶν β: καὶ ὁ ἑξ αὐτῶν τοῦ ὅλου κέρως ἔσαι παραστατικῶς.

Περὶ τῶ β. Τρόπος τῆς αὐτῆς Μεθόδου.

Περὶ μὲν ἔν τού τριῶν τῶ ἑκ μιᾶς ψευδῶς ὑποθέσεως τὸ ἀληθὲς εὐρίσκειν ἰκανά πως καὶ ταῦτα. Σπας δὲ καὶ ἑκ δύο ψευδῶν ὑποθέσεων τῶν αὐτῶ εἶναι γινώσκου, ῥητίον ἔδει. τριχῶς ἔν τῶν πράξιν γινώσκου ἰδιόχεται. ἢ γὰρ ἑκάτερα τῶν λαμβανόμενων ψευδῶν ὑποθέσεων ἐλάττων ἔσαι τῶ ἀληθῶς, ἢ μίλλον ἑκατέρω, ἢ γὰρ ἢ μὴν μίλλον ἢ δ' ἐλάττων, ὅθεν καὶ ὁ τρόπος οὗτος διχηρίτερος ἀρ εἶναι, ἢ ὁ τοῦ διὰ μιᾶς ὑποθέσεως τὸ αὐτὸ ποιεῖν. Οὐ χάριν διὰ τὸ εὐχρηστερον προκείσθωσαν τὰ παρόντα ἀμυμῆματα.

Λήμμα Α.

Ἐάν ὡς δύο ἀριθμοὶ δυσὶν ἀριθμοῖς ἀνάλογον καὶ οἱ ἐλάττωτες τῶν μεζόνων ἀφαιρεθῶσι, οἱ ἐναπολειφθέντες ἀνάλογον ἴσονται τοῖς ἀφαιρεθῆσι. Κείσθωσαν δύο ἀριθμοὶ οἱ α β: δυσὶν ἀριθμοῖς ἀνάλογον τοῖς γ δ: καὶ ἀφαιρούμενοι τῶν γ δ: ἐλάττωται ἀπὸ τῶν μεζόνων α: γα: β: ρ: α β: ἐναπολειφθῆναι οἱ ε ζ: Λίγω δὲ τοὺς ε ζ: ἀριθμοὺς ἀνάλογον εἶναι τοῖς γ: 8: δ: 6: γ δ: κατὰ γὰρ τῶν ρ. τῶ ε. τῶ Στοιχ: εἰν ἢ ὡς ὅλον πρὸς ὅλον, οὕτως ἀφαιρ. ε: 4: ζ: 3: εἶναι πρὸς ἀφαιρῆσαι, ἔσαι καὶ τὸ λοιπὸν πρὸς τὸ λοιπὸν ὡς ὅλον πρὸς ὅλον, λαμβανόμενου δὲ τοῦ α: πρὸς τῶν β: ὡς ὅλον πρὸς ὅλον, τῶ δὲ γ: πρὸς τὸ δ: ὡς ἀφαιρῆσαι πρὸς ἀφαιρῆσαι, ἔσαι καὶ ὁ λοιπὸς ε: πρὸς τῶν λοιπὸν ζ: ὡς ὁ α: πρὸς τῶν β: ὡς δὲ ὁ α: πρὸς τῶν β: ἔσαι καὶ ὁ γ: πρὸς τῶν δ: κατὰ τῆν ὑπόθεσιν. ἀρα οἱ ε ζ: ἀνάλογον εἶναι τοῖς γ δ: Ἐάν ἀρα ὡς δύο ἀριθμοὶ δυσὶν ἀριθμοῖς ἀνάλογον, καὶ οἱ ἐλάττωτες τῶν μεζόνων ἔστ.

Β.

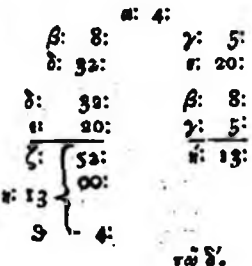
Ἐάν δύο ἀριθμοὶ ἐπὶ τὸν αὐτὸν πολλαπλασιασθῶσιν ἀριθμῶν, καὶ τῶν ἐξαχθίζων ὁ ἐλάττων ἀπὸ τοῦ μεζόνος ἀφαιρῆσαι, ἐναπολιφθῆσεται ἀριθμὸς ἴσος τῶ γινόμενῳ ἐκ τοῦ Πολλαπλασιασμοῦ τοῦ πολλαπλασιασθέντος ἀριθμοῦ ἐπὶ τὴν διαφορὰν τῶν πολλαπλασιασθῆναι.

Κείσθωσαν δύο ἀριθμοὶ οἱ β γ: ὡν διαφορὰ ὁ δ: καὶ πολλαπλασιασθῆναι ἑκάτερος ἐπὶ τῶν α, καὶ γινώσκουσαν ἑξ αὐτῶν οἱ ε ζ: τούτων δ' ὁ ἐλάττων ε: ἀφαιρεθῶ ἀπὸ τοῦ ζ: μεζόνος, καὶ ἐναπολιφθῆτω ὁ η: εἶτα πολλαπλασιασθῆτω ὁ α: ἐπὶ τῶν δ: καὶ γινώσκου ὁ θ. Λίγω δὲ τῶν η: ἴσους εἶναι τῶν θ: Δ. οἱ δ. καὶ β. συναπτόμενοι ἀριθμοὶ, ποιοῦσιν ἐν γ: ἀλλ' ὁ α: τὸν μὲν β: πολλαπλασιάσας, ε: 18: ζ: 20: θ: 8: τῶν ε: πεποίηκε τῶν θ γ: τῶν ζ: καὶ τῶν δ: τῶν θ: θαντὸν τοῖνυν η: 8: ὅτι γα καὶ οἱ ε θ: συναπτόμενοι ποιοῦσιν τῶν ζ: καὶ γὰρ τῶν ε ζ. τῶ ζ. τῶ Στοιχ: τῶν αὐτῶν λόγον ἔχουσαν α. β γ δ: ἀριθμοὶ τοῖς ε ζ θ. Ἐπει δὲ καὶ ὁ ε: ἀφαιρῆσαι ἀπὸ τῶ ζ: ἐναπέλειπε τῶν η: οἱ ε: καὶ ἡ: πάντως συναπτόμενοι, ποιοῦσιν καὶ αὐτοὶ τῶν ζ: ὡς οἱ ε: καὶ θ: ἴσοι εἶσι τοῖς ε: καὶ ἡ: κοίτου δὲ ἀφαιρῆσαι τοῦ ε: ἐναπολείπεται ὁ η: ἴσος τῶ θ: ὡσπὶρ ἴδου δέξαι. Ἐάν ἀρα δύο ἀριθμοὶ ἐπὶ τὸν αὐτὸν πολλαπλασιασθῶσιν ἀριθμῶν ἔστ.

Γ.

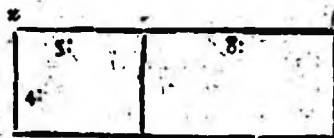
Ἐάν ἀριθμὸς δύο τινας ἀριθμοὺς πολλαπλασιάσῃ, καὶ τῶν γινόμενων εἰς ἕνα συναφθῆναι ἀριθμῶν, ἂ ἐκ τῶν δύο τῶν συντακτικῶν μισθῆσαι ἐπὶ τῶν συντακτικῶν ἐκ τῶν ἑδὴ πολλαπλασιασθῆναι, τὸ πηλίκον ἔσαι ἀριθμὸς, ἴσος τῶ πολλαπλασιασθέντι.

Ἐστὶν ἀριθμὸς ὁ α: καὶ πολλαπλασιάσῃ τὸν β γ: ποιεῖτω ἑξ αὐτῶν τῶν θ ε: οἵτινες συναπτόμενοι ἀλλήλοις ποιεῖτωσαν τῶν ζ: συναπτόμενοι δὲ ἀλλήλοις καὶ οἱ β γ: ποιεῖτωσαν τῶν η. εἶτα μισοῦσθῶ ὁ ζ: ἐπὶ τῶν η: καὶ ἔσαι πηλίκον ὁ θ: Λίγω δὲ τῶν θ: ἴσοι εἶναι τῶ α: Κείσθω γὰρ ἡ κ λ: γραμμῆ ἀπὸ τοῦ α. ἢ δὲ κ μ: ἀπὸ τοῦ η: συγκολληθῆναι ἐκ τῶν κ θ: ἢ μ: ὡν ἢ μὴν κ ν: τῶ γ: ἀναλογεῖ ἀριθμῶν, ἢ δὲ ν μ: τῶ β: καὶ ἀναπτέλλωσθαι τὸ κ ε: ἀρθροῦσθαι πηλίκον δὲ τῶ κ λ: ἢ μ ε: ἢ θ ν ἢ ε δ: τὸ μὲν κ ο ὀρθογωνίου ἀναλογεῖ πάντως τῶ α ἀριθμῶν, ὅτι γίνονται ἐκ τῶν κ ν: ἐπὶ τῶ κ λ: πολλαπλασιασθέντες, ὡσπὶρ καὶ ὁ ε: ἐκ τοῦ γ: ἐπὶ τῶ α: τὸ δὲ ν ε: ἀναλογεῖ



τῶ θ.

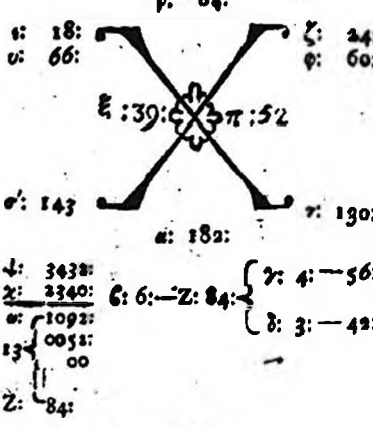
α: δ: εις γίνεται εν της ε' μ: επί την α: ωςπερ τη
 φ: δ: εν τη β: επί τον α: επί δε το α' ζ: σύγκειται εν τη
 κ' α: αμ' αναλογεί πάτως τῷ ζ': τῷ συγκειμένῳ εν τῷ
 ε' β: δ: ἀλλὰ κ' η' μ: σύγκειται εν τῶν κ' ε': ε' μ: ἀναλο-
 γεί ἀρα κ' αὐτῶν τῷ η': τῷ συτιδόμενῳ εν τῶν γ' β: ἐπι
 ὁ αὐτῶν, τὸ αὐτῶν: μεριζόμενῳ ἐπὶ τῆν κ' μ: πλιυρᾶν διδου-
 σι πάλιν τῶν ἐτίρων αὐτοῦ πλιυρᾶν, κ' λ: πάτως γα
 κ' ὁ ζ': ἀριθμὸς μερισθείς ἐπὶ τῶν κ' δώσει πάλιν ἴσων
 τῶν α: ὅπερ ἢ τὸ ὑποκείμεν. Ἐάν ἀρα ἀριθμὸς δύο τινᾶς ἀριθμῶν πολλαπλασιασθῶν, κ' τῶν γε-
 νομένων εἰς ἕνα συναρθῆται ἀριθμὸν, ὅ ἐκ τῶν δύο ἔστ.



Γ' πῶδειγμα.

Τούτων ἢ ἢδὴ προβλεψάντων, μερισθῶ ὁ α: ἀριθμὸς μερισθεόμενος εἰς μέρη τρία λόγων ἔχοντα
 πρὸς ἀλλήλα, ὅτι οἱ β' γ' δ: ἀριθμοὶ ἢ ληφθέντων δύο ψευδῆς υποθέσεις ὡσεὶ ἐκείνων ἀναλο-
 γοῦν τῷ α. τῷ α: μέρει. Τούτο δὲ γίνεσθαι ἐάν ὁ β: ἀριθμὸς ἐπὶ δύο τινὰς διαφόρῃ εἶδος πολλα-
 πλασιασθῆ ἀριθμῶν. Πολλαπλασιασθέντων δὲ ἐπὶ τὸν ε: κ' θ: κ' γίνεσθαι οἱ ε: κ' ζ': ἀπὸ τῶν
 δύο ψευδῶν υποθέσεων τῶν ἢδὴ εἰς λύσει ληφθεομένων τῷ ὑπο- α: 18α: β: 6: γ: 6:
 διγματος. ὅτι ε' ἐκείνους τῶν ε: κ' ζ': ἐλάτων ἐστὶ τῷ ἀλφῶς, β: 6: α: 18: ζ: 24:
 ἄλλον. ἐκείνους γάρ ἀπὸ τῶν πρώτων ὑπετίθει μέρους. πολλα- γ: 4: α: 12: μ: 16:
 πλασιαζομένων δὲ κ' τῶν γ: κ' δ: ἀριθμῶν ἐπὶ τοὺς αὐτοὺς ἀ- δ: 3: α: 9: μ: 12:
 ριθμῶν, χωρὶς, ἢ ἢδὴ τῶν ε' β: τῶν γινομένων ἐκείνους μὲν τῶν ε: 39: σ: 52:
 κ: κ' η' μ: τῷ β. ἀναλογίσει μέρει. ἐκείνους δὲ τῶν λ: κ' ν: τῷ
 γ. Συναρθούμενων δὲ τῶν ε' κ' λ: εἰς ἕνα τῶν ζ: κ' τῶν ζ' μ' ν: εἰς τὸν π: ἐκείνους τῶν ζ: κ' π:
 ἐλάτων ἴσων τῷ α: ὡςπερ ἢν ἐλάττων ἐστὶ. τὸ ὅλον τῷ ὅλου, ἔτω κ' τὸ μέρος τῷ μέρει.

Τούτων δὲ τῶν τρόπων εὐρίσκων ἔχομεν τὰς ψευδῆς υποθέσεις, εἴτε αὐτῶν μείζων ὡσεὶ τῷ ἀλη-
 θῶς, εἴτε ὁ μὲν μείζων, ἢ δ' ἐλάττων. Εἰλημμένων δὲ τῶν ε: κ' ζ': ψευδῶν υποθέσεων ταυτοὶ τὸν
 τρόπον, ἀφρήσθω ἀπὸ τοῦ α: ἐκείνους τῶν ε:
 κ' π: ἢ ἐναποληφθέντων οἱ σ' τ: Καλεῖσθωσαν
 δ' οὕτως, διὰ τὸ συττοματῶν, ἢ γὰρ ὑχιρέτερον
 ἀπάται τῶν γινομένων. Εἴτα πολλαπλασιασθῶ-
 τωσαν αὐτῶν γινομένων ἀπάται, κατὰ χιασμόν,
 ἐπὶ τὰς εἰλημμένας υποθέσεις. δηλ: ὁ μὲν τ: ἐπὶ
 τὸν ε: ὁ δὲ σ': ἐπὶ τὸν ζ': κ' γίνεσθαι οἱ χ: ψ:
 Τούτων δ' ἀφρήσθω ὁ ἐλάττων ἀπὸ τοῦ μείζονος,
 κ' ἐναποληφθένται ὁ ω: ἀφαιρεθέντων δ' ἐπὶ τῆν ἢ
 ἐλάττων ἀπάτη τῶν γινομένων ἀπὸ τῆς μείζονος
 δηλ: α' τ': ἀπὸ τοῦ σ': κ' ἐναποληφθένται ὁ Α:
 ἢ ὅν μερισθῆτω ὁ β: κ' ἴσων πάλιν ὁ Ζ': Δίγω
 δὲ ταυτοὶ ἴσων ἴσων τῷ α: μέρει τῷ α: ἀναλογου-
 ντι τῷ β: ἀριθμῶν, οὕτως εὐρεθέντος ἐάν γίνη-
 ται διὰ τῆς Μεθοδοῦ τῶν Τριῶν εἰς ὁ β: πρὸς τὸν
 Ζ: ὡτως ἐκείνους τῶν γ' δ: πρὸς ἄλλον τινὰ, εὐ-
 ριθίσταται κ' τὸ β. κ' γ' μέρος τοῦ α: ὡν τὸ μὲν
 ἀναλογίσει τῷ γ: τὸ δὲ τῷ δ: Εἰς ἐμπέδωσιν
 τούτου ὑποκείσθω, κ' τὸ α: μέρος τοῦ α: ὡς ἑνωσμέτων, κ' ἄγνωστον ἐστὶ, κ' ἴσων τούτου ὁ β:
 ἀριθμῶν, ἀφ' οὗ ἀφρήσθωσαν ἐκείνους τῶν ε: κ' ζ': κ' ἐναποληφθέντων οἱ υ: κ' φ: κ' οὕτως προ-
 σαγαγεῖσθωσαν ἀπάται τῶν υποθέσεων.



Δείκνυται.

Ἐπεὶ οἱ β' γ' δ: ἀριθμοὶ ἐπὶ τοὺς αὐτοὺς ἐπολλαπλασιασθῶσαν ἀριθμῶν, κ' γένησθαι ἐξ αὐτῶν οἱ
 ε' κ' λ: κ' ζ' μ' ν: πάτως γα κ' τῶν ε' ζ' τῷ Στοιχειωτῷ οἱ ε' κ' λ: κ' ζ' μ' ν: ἀνάλογον εἰσι τοῖς β' γ' δ:
 Οὗτοι δὲ ἀναλογοῦσι τοῖς ζ' τοῖς μέρειν, ἀρα κ' οἱ ε' κ' λ: ζ' μ' ν: ἀνάλογον εἰ-
 σι ἢ τοῖς ζ' τοῖς μέρειν, ἐπεὶ δ' αὐτῶν ἐκείνους τῶν ε: κ' ζ': ὄληκται ἀπὸ τῶν α: μέρ-
 ρων τῶν α: ἀνεπιρρήτως τοῖτων κ' ἐκείνους μὲν τῶν κ' μ: ἀναλογεί τῷ β. ἐκείνους δὲ τῶν λ' ν:
 τῷ γ'. συναρθῆται δὲ τῶν ε' κ' λ: κ' ζ' μ' ν: εἰς ἕνα χωρὶς. ἐπεὶ γένησθαι οἱ ε' π': ἐκείνους δι-
 κ' π'.

παιδιών τῶν ἀναλογῶν τῶ α: η̄ ἰσομύνη αἰς ὁ α: πρὸς τὸν β: οὕτω καὶ ὁ μὲν ζ: πρὸς τὸν ε: ὁ δὲ κ: πρὸς τὸν ζ: ἀφαιρέθωνται δὲ τῶν μὲν ε: ἀπὸ τῶ β: τῶν δὲ ζ: καὶ π: ἀπὸ τῶ α: ἐπεὶ ἐναπολείπεται τὸ β: καὶ π: πᾶσι γὰρ, κατὰ τὸ α: ἄλλα οἱ μὲν β: καὶ σ: ἀνάλογον εἶσι τοῖς ε: καὶ ζ: οἱ δὲ φ: τ: τοῖς ζ: π: ἀλλ' οἷτι ζ: π: καὶ ε: ἀνάλογον εἶσι τοῖς β: ὡς δίδονται, ἀρα καὶ τῶν ε: καὶ ζ: οἱ τὸ στοιχείωσι οἱ φ: σ: φ: τ: ἀνάλογον εἶσι τοῖς τε β: καὶ ἀλλήλοις, ὡς κατὰ τὴν ε: τῶ ζ. τῆ αὐτῆ, ἀν ὁ τ: ἐπὶ τῶν β: πολλαπλασιασθῆ, καὶ ὁ σ: ἐπὶ τῶν φ: ὁ αὐτὸς γινίσσεται ἀριθμὸς. Γνωμὴν δὲ τῆς πράξεως ταύτης οὕτως ἐκτίρωμεν ἐπιζητῶν τὸν γ: καὶ θ: ἴσθα τὸ β: καὶ γ: γραφέντα δ' ἐπὶ ἡ ὁ ἐκ τοῦ Πολλαπλασιασμοῦ τῶ τ: ἐπὶ τῶν ε: διλ: ὁ χ: κατὰ τὰ πλάγια τῶ ε: ὁ δ' ἐκ τοῦ Πολλαπλασιασμοῦ τοῦ σ: ἐπὶ τῶν ζ: δε ἔσθι, ὁ ψ: κατὰ τὰ πλάγια τῶ ζ: Ἐπει δὲ πάλιν οἱ ε: καὶ ὁμοῦ λαμβανόμενοι ἴσοι εἶναι τῶ β: πᾶσι γὰρ εἶναι ὁ τ: ἐπὶ τῶν β: πολλαπλασιασθῆ γινίσσεται ἀριθμὸς ἴσος τοῖς χ: καὶ β: διὰ τὰ τοιαῦτα εἶναι καὶ ὁ σ: ἐπὶ τῶν αὐτῶν η̄ πολλαπλασιασθῆ γινίσσεται ἀριθμὸς ἴσος τοῖς ψ: καὶ γ: οἱ γὰρ ζ: φ: ἡμῶν λαμβανόμενοι ἴσοι εἶναι τῶ β: ὡς τῶν οἱ χ: β: ἀφαιρέθωσι ἀπὸ τῶν ψ: καὶ αὐτὸς ἐναπολείπεται ἀριθμὸς ὅς τις ἐναπολείπεται ἀν γ, ὅμοιο ὁ ἐκ τοῦ Πολλαπλασιασμοῦ τῶ τ: ἐπὶ τῶν β: ἀφαιρέθῃ, ἀπὸ τοῦ γνωμένου διὰ τοῦ Πολλαπλασιασμοῦ τοῦ σ: ἐπὶ τῶν αὐτῶν φ: ἐπὶ δὲ ὁ β: ἴσος εἶναι τῶ γ: τὸ αὐτὸ δὲ γνωμὴν γινίσσεται, καὶ ὁ χ: μείρος ἀπὸ τῶ ψ: ἀφαιρέθῃ. ἀφαιρούμεθα δὲ τῶ χ: ἀπὸ τῶ ψ: ἐπὶ ἐναπολείπεται ὁ β: ὁ αὐτὸς ἄρα α: εἶναι ὁ ἐναπολειπόμενος καὶ ὁ ἐκ τῶ τ: ἐπὶ τῶν β: ἀφαιρέθῃ ἀπὸ τοῦ γνωμένου ἐκ τοῦ σ: ἐπὶ τῶν φ: διαφορά δὲ τῶν τ: καὶ σ: εἶναι ὁ Α: ἀρα κατὰ τὸ δεύτερον ἄλλα. Ἐάν ὁ β: ἐπὶ τῶν Α: πολλαπλασιασθῆ, γινίσσεται ἀριθμὸς ἴσος τῶ α: Ἐπει δὲ τελευταῖον β: ἀγνωτὸς εἶναι, ὁ δὲ α: ἐγνωσμένος, ὄλον ὅτι μεριζοῦμεν τῶ α: ἐπὶ τῶν Α: κληθῆσιν ἔσται ὁ β: ὅς ἢν ὁ εἶξ ἀρχῆς ζητούμενος. Τοῦτω δ' ἐγνωσμένου εἶναι γίνηται διὰ τῆς Μεθόδου τῶν Τριῶν ὡς ὁ β: πρὸς τὸν β: ὅσως ὁ γ: πρὸς ἄλλο τινα, ὑποδιθῆσται καὶ τὸ β. τῶ α: β: 6: — β: 84: — δ: 3: — 42: μίρος, εἶναι δὲ γίνηται καὶ ὡς ὁ β: πρὸς τὸν β: οὕτω καὶ ὁ δ: πρὸς ἄλλο τινα, ὑποδιθῆσται καὶ τὸ γ. ὡς ὅρα, εἶναι ἀρα τῶν ζητούμενων τὰ δοθέντος α: μὲρ καὶ τῶν δοθέντων ἀναλογίαν. α: μίρ ὁ 84: β: ὁ 56: γ: ὁ 42: Ὅπερ ἢν τὸ προσαχθῆν.

α: 2340: ε: 18:		ζ: 24: ψ: 3432:																															
β: 8580: υ: 66:		θ: 60: γ: 8580:																															
ξ: 39:		π: 52:																															
σ: 143:		τ: 130:																															
α: 182:																																	
<table border="0"> <tr> <td rowspan="3">η̄: 3:</td> <td>δ: 6: — ι: 18:</td> <td>ν: 130</td> <td>ο: 143:</td> </tr> <tr> <td>γ: 4: — κ: 12:</td> <td>υ: 66:</td> <td>π: 52:</td> </tr> <tr> <td>δ: 3: — λ: 9:</td> <td>780:</td> <td>ρ: 8580:</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td>780</td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td>β: 8580</td> <td>σ: 143:</td> </tr> </table>	η̄: 3:	δ: 6: — ι: 18:	ν: 130	ο: 143:	γ: 4: — κ: 12:	υ: 66:	π: 52:	δ: 3: — λ: 9:	780:	ρ: 8580:			780				β: 8580	σ: 143:			ζ: 24:												
η̄: 3:		δ: 6: — ι: 18:	ν: 130	ο: 143:																													
		γ: 4: — κ: 12:	υ: 66:	π: 52:																													
	δ: 3: — λ: 9:	780:	ρ: 8580:																														
		780																															
		β: 8580	σ: 143:																														
<table border="0"> <tr> <td rowspan="3">θ: 4:</td> <td>β: 6: — ζ: 24:</td> <td>ν: 130:</td> <td>σ: 143:</td> </tr> <tr> <td>γ: 4: — μ: 16:</td> <td>κ: 18:</td> <td>τ: 130:</td> </tr> <tr> <td>δ: 3: — η̄: 12:</td> <td>1040:</td> <td>ψ: 3432:</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td>130</td> <td>χ: 2340:</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td>σ: 32:</td> <td>α: 1092:</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td>ο: 143</td> <td>β: 84:</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td>ε: 180</td> <td>Α: 130</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td>Α: 013:</td> <td>ρ: 84:</td> </tr> </table>	θ: 4:	β: 6: — ζ: 24:	ν: 130:	σ: 143:	γ: 4: — μ: 16:	κ: 18:	τ: 130:	δ: 3: — η̄: 12:	1040:	ψ: 3432:			130	χ: 2340:			σ: 32:	α: 1092:			ο: 143	β: 84:			ε: 180	Α: 130			Α: 013:	ρ: 84:			
θ: 4:		β: 6: — ζ: 24:	ν: 130:	σ: 143:																													
		γ: 4: — μ: 16:	κ: 18:	τ: 130:																													
	δ: 3: — η̄: 12:	1040:	ψ: 3432:																														
		130	χ: 2340:																														
		σ: 32:	α: 1092:																														
		ο: 143	β: 84:																														
		ε: 180	Α: 130																														
		Α: 013:	ρ: 84:																														

Περί τοῦ β'. Τόσθα τῆς ἐκ δύο ψευδῶν υποθέσεων Μεθόδου.

Κατὰ μὲν ἢν τῶν α: τῶ β', ἔσθαι, ἔσθα ἑκάτερα τῶν ἀλλήλων ψευδῶν υποθέσεων εἰδείκει τοῦ ἀληθοῦς, ἔσθαι τὸ προβλεθῆν ἄκριτον. Κρίσθω δὲ καὶ τῶ β'. τοῦτ' αὐτὸ ἀποδείξει γινόμενοι, καὶ ἔσθα ἑκάτερα τῶν υποθέσεων μείζων τῶ ἀληθοῦς. πολλαπλασιασθῆσθω δὲ οἱ β: γ: δ: ἀριθμοὶ ἐπὶ δύο τινὰς ἀριθμοὺς φθ' εἴπειν τοῦς ε: καὶ ζ: καὶ ἔσθωσαν οἱ γινόμενοι ε' δ' κ': λ' μ': ἀντὶ τῶν ζητούμενων μέρων τοῦ α: ὡν οἱ η̄ λ: πρῶτον λαφύθωσαν εἶς ἑκάστην ἀπὸ τῶν υποθέσεων, ἔσθα συναφθῆσθωσαν εἰς ἕνα ἀριθμὸν καὶ γινέσθω οἱ ν: ξ: καὶ ζ: καὶ λ' μ': καὶ ἀφ' ἑκάτερον τῶν γνωμένων ζ: καὶ π: ἀφαιρέσθω φ: α: καὶ ἐναπολείπεται α: β: καὶ σ: καὶ οὕτω ἴσονται α: ἀπᾶσαι τῶν γνωμένων. Ἐπει δὲ τῶ δ' ἀριθμὸς αὐτὶ τοῦ ζητούμενου α: μέρους τοῦ α: καὶ α' φησὶν εἶναι ὁμοῦ ἑκάτερον τῶν ἢ καὶ λ: καὶ οἱ ἐναποληπό-

α: 15:	β: 6: — ι: 90:	ζ: 16:	λ: 96:
	γ: 4: — κ: 30:		μ: 64:
	δ: 3: — λ: 45:		ν: 48:
			μῆτοι

μνοι χ': η φ: ἴσονται ἀπάται τῶν ὑποθέσεων. τούτων δ' οὕτω γινόμενοι πολλαπλασιασθέντων α: β: η: σ: ἑκάτερον τῶν η: η λ': καὶ φ χ': χαρὶς, καὶ τῶν ψ: η: α: γ: Δ: παραγομένων γινώσκωσαν τὰ λοιπὰ ὡς καὶ ἐπὶ τοῦ ἀνωτέρω. Ο' μὲν οὖν λόγος τῆς κατασκευῆς ἐκ τῶν ἀνωτέρω ἄλλος ἐστὶ τῆ μετ' ακριβείας, ἐκείνων ἀφανῶν, οἱ δὲ φ ρ: ἀνάλογόνεσσι τοῖς χ α': καὶ τῶν α. ἀληθῆ, ὡς ὁ ὑπὸ τῶν φ η σ: κατὰ τὴν εθ: τοῦ ζ: τοῦ Στοιχ: ἰσός ἐστὶ τῶ ὑπὸ τῶν χ: καὶ ρ: ἀλλ: ὁ γ: τῶ Δ: Ἐπει δὲ ὁ μὲν η: ἰσός ἐστὶ τοῖς τ: η θ: ἑμοῦ λαμβανομένοις, ὁ δὲ λ: τοῖς τ: καὶ χ, φανερὸν ὅτι ὁ μὲν ἀπὸ τοῦ η: καὶ σ: γινόμενος ἀριθμὸς δηλ: ὁ ψ: ἰσός ἐστὶ τοῖς γινόμενοις διὰ τοῦ Πολλαπλασιασμοῦ τοῦ σ: ἐπὶ τὸν φ: καὶ τ: δηλ: τοῖς γ' καὶ η: ὁ δ' ἐκ τῶ λ': καὶ ρ: δὲλ: ὁ αὖ τοῖς διὰ τῶ Πολλαπλασιασμοῦ τοῦ ρ: ἐπὶ τὸν χ: καὶ τ: δηλ: τοῖς Δ: Ζ: καὶ ἑπομένως ἰάν οἱ Ζ: καὶ Δ: ὡς ἐλάττωτες ἀφαιρῶσιν ἀπὸ τῶν η: καὶ γ: ὁ ἑξαπολιπομένη ἰσός ἴσαι τῶ ἑξαπολιπομένη ἀπὸ τοῦ ψ: τῆ Αφαιρῆσαι τοῦ α: ἀλλ' οἱ γ' καὶ Δ: ἴσοι ἀλλήλοισ ἐσίν, ὡς δίδονται, ἀρα ἰάν ὁ Ζ: ἀπὸ τῶ η: ἀφαιρῶθῃ, ὁ δὲ α: ἀπὸ τῶ ψ: οἱ ἑξαπολιπομένοι ἴσοι ἴσονται. Ἐπει δὲ οἱ ε' καὶ η: ἀγνωστοί ἐσίν διὰ τὸ ἀγνοῦσθαι εἶναι καὶ τὸν Τ: διάτοι τοῦτο ἀρήρηται ὁ α: ἀπὸ τοῦ ψ: καὶ ἑξαπολείφθῃ ὁ τ: διαφορά αἶψα προσέτι καὶ τῶν η: καὶ Ζ: αφαιρούμενου δὲ καὶ τοῦ ρ: ἀπὸ τῶ σ: ἐπὶ ἑξαπολείφθῃ ὁ β: διαφορά δ' ἔτος τῶν ἐπὶ τῶν τ: πολλαπλασιασθέντων εἰς ἑκάστην τῶν Ζ: καὶ η: πάντως γὰρ ἀπὸ τοῦ β' καὶ τ: ἰσός ἐστὶ τῶ Τ: ἀλλ' ὁ τ: ἀγνωστός ἐστίν. ἀρα ἰάν ὁ Τ: ἐπὶ τὸν β: μερισθῆ γινώσκεται ὁ σ: Ὅπῃ ἴδει ποιῆσαι.

η: 2184:	τ: 84:	χ: 12:	Ζ: 1092:
γ: 156:	φ: 6:	λ: 96:	Δ: 156:
ψ: 2340:	κ: 90:	π: 208:	ω: 1248:
ξ: 195:	ρ: 13:	σ: 26:	
α: 182:	α: 182:	τ: 90:	λ: 96:
η: 90:	λ: 96:	σ: 26:	μ: 13:
δ: 60:	μ: 64:	τ: 26:	π: 13:
κ: 45:	σ: 48:	140:	288:
ε: 195:	τ: 208:	180:	96:
ζ: 182:	α: 182:	ψ: 2340:	θ: 1248:
ι: 013:	σ: 026:		
ν: 90:	λ: 96:	σ: 26:	ρ: 13:
τ: 84:	τ: 84:	θ: 6:	χ: 12:
θ: 06:	χ: 12:	γ: 156:	26:
			13:
			Δ: 156:
		τ: 84:	τ: 84:
		σ: 26:	σ: 13:
		504:	232:
		168:	84:
		η: 2184:	Ζ: 1092:
		σ: 26:	ψ: 2340:
		ρ: 13:	ω: 1248:
		β: 13:	Τ: 1092:
			0052:
			00:
			τ: 84:

Περὶ τῶ γ. Τρόπος τῆς αὐτῆς Μεθόδου.

Διδείχσειν ἕνα τὸ αὐτὸ πρόβλημα κατὰ τοῦ α. καὶ β. τρόπου ἐπιμένον ἐστὶ διασαρῆσαι, εἶγε δυνατὸν ἀποδειχθῆναι τὸ αὐτὸ γινόμενον καὶ κατὰ τὸν γ. τρόπον. Ἐποκείσθωσαν δὲ οἱ ε' ζ': ἀριθμοὶ ἀπὸ τῶν δύο λευκῶν υποθέσεων, ἀνάλογοντες ἑκατέρῳ τῶ α. ζιτούμενῳ μέρει τοῦ προβλεπόμενου ἀριθμοῦ. Ἐστω δὲ ὁ μὲν ζ': ἐλάττω τῶ αλευθῆς, ὁ δὲ ε' μείζων. Τῆς πράξεως δὲ γινόμενης ὡς πρότερον πολλαπλασιασθέντων α: ἀπάται τῶν γινόμενων ἐπὶ τὰς ἐπιλημμένας υποθέσεις καθ' ὅν προημῆνυται τρόπον, καὶ οἱ γινόμενοι συναφθέντων εἰς ἕνα ἀριθμὸν, καὶ οὗτος ἴσαι ὁ μερισθόμενος. Συναφθέντων δ' ἔτι καὶ αἱ ἀπάται τῶν γινόμενων εἰς ἕνα ὁμοίως ἀριθμὸν, καὶ οὗτος ἴσαι ὁ μέρους. Οἷον κείσθω ὁ α: ἀριθμὸς μερισθόμενος εἰς μέρη 3: ἀνάλογα τοῖς β γ δ: οὗ πρώτου μέρους ἔστω, ὡς ἐγνωσμένοι ὁ η: ἀριθμὸς. ἔστωσαν δὲ καὶ ἀπάται τῶν γινόμενων οἱ θ' καὶ α: εἶτα πολλαπλασιασθέντων ὁ μὲν ε: ἐπὶ τῶν θ': ὁ δὲ ζ': ἐπὶ τὸν κ: καὶ οἱ γινόμενοι λ μ: συναφθέντων, καὶ γινέσται ἐξ αὐτῶν ὁ ε: συναφθέντων δὲ καὶ οἱ θ' α: καὶ γινέσται ἐξ αὐτῶν ὁ π: τούτων δ' οὕτω γινόμενον μερισθῆται ὁ ζ': ἐπὶ τὸν π: καὶ τὸ πάλιν. δηλ: ὁ ρ: ἔστω ἰσός τῶ α. μέρει τοῦ α: ἴται τῶ η. Ἐστωσαν δὲ ἀπάται τῶν υποθέσεων οἱ σ: καὶ τ: καὶ ἐπὶ ὁ μὲν ζ': ἐλάττω ἐστὶ τοῦ η, ὁ δὲ δὲ μείζων, φανερὸν ὅτι οἱ ε' καὶ σ: ἑμοῦ ἴσοι ἐσίν τῶ η: οἱ δὲ η καὶ τ: τῶ ε. Ἄρα ἰάν ὁ κ: πολλαπλασιασθῆ τούς ζ': καὶ σ': οἱ γινόμενοι μ: καὶ φ: ἴσοι ἴσονται τῶ γινόμενῳ ἐκ

Ζ: 1092:	ψ: 2340:	τ: 84:	Τ: 6:	χ: 468:
σ: 468:	σ: 36:	ε: 90:	λ: 7020:	
μ: 624:	ζ: 48:			
ρ: 468:	104:	195:	λ: 6552:	
μ: 624:			χ: 0468:	
Ζ: 1092:	δ: 78:	α: 182:	λ: 7020:	

των κ: επί των αυτών κ: διὰ τῆ Ζ:
 αριθμοῦ. Ἐὰν δὲ ὁ θ' αὐτῆς κ: ἢ τῆ πάλ-
 λαπλασιασῶν, οἱ γινόμενοι χ: ἢ λ: ἴσοι
 ἴσονται τῆ λ: ἐπὶ δ' ἀβθθ. ο: τῆ
 Τ: ἀνάλογον εἰσι τοῖς δ' χ: κατὰ τῆ
 προσημίαια, ἴαν δ' ο: πολλαπλασιασθῆ
 ἐπὶ τὸν κ: ἢ ὁ Τ: ἐπὶ τὸν θ': οἱ γιν-
 ομένοι φ: ἢ χ: ἀριθμοὶ ἴσοι ἀλλήλοις
 ἴσονται. Ἐὰν οὖν συνάψωμεν τοὺς Ζ:
 λ: χ: λ: μ: φ: χωρὶς, οἱ γινόμενοι ὁμοίως ἴσοι ἴσονται. ὁ μὲν γὰρ Ζ: μένος ἢ οἱ μ' φ: ὁμοῦ λαμ-
 βάνονται ὡς δύο μέρη ἴσα, ἄλλη προσίδεται ἑτέροις τισὶν ἴσοις τοῖς ψ χ: διὰ: ὁμοῦ λαμβανο-
 μένοι, ἢ τῆ λ: μόνον. Ἐκ τούτων μὲν ψ χ: προσίδεται τὸ Ζ: τῆ δὲ λ: οἱ μ' φ: ὅταν δι' ἴσοις ἴσα
 προσιδῆ, κατὰ τὸ Ἐπίμα, τὰ ἅλα εἰς ἴσα. ἀλλὰ ἢ οἱ φ' χ: ἴσοι ἀλλήλοις εἰσίν, ὡς δίδονται.
 ὁ αὐτὸς ἀρα ἀριθμὸς γινίσσεται, ἴαντε ὁ Ζ: τῆ ψ: προσιδῆ, ἢ ὁ μ: τῆ λ: ἴσος δ' εἴναι ὁ ε':. Ἐπὶ
 δὲ εἰ Ζ': ἢ λ': τῶν οἱ γινόμενοι διὰ τὴ Πολλαπλασιασμῶν τῶν θ': ἢ κ: ἐπὶ τὸν κ: ὁ ε': πάντως
 γο εἶναι ὁ ε' αὐτῶν γινόμενος, μίριζεται δ' ἐπὶ τὸν κ: τὸν συγκαίμωνον ἐκ τοῦ θ': τῆ κ: ἀρα χ'
 τὸ γ. Ἀἴμμα ὁ β: ἴσος εἰς τῆ δ: Ὅπερ ἢ τὸ ὑποχειρὴν.

ζ: 1092:	κ: 7020:	λ: 7020:	θ: 7'8:
ψ: 6552:	μ: 614:	μ: 614:	κ: 1'3:
χ: 468:	φ: 468:	ε: 7644:	σ: 9'1:
6112:	8112:		

ε: 7644:	
σ: 91:	364:
	000:
	κ: 84:

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Ι.

Περὶ Ἐπισυνδεδεως εἴ τ' ἔν Συμμιξεως.

Ἐπισυνδεδεως εἴ τ' ἔν Συμμιξεως εἰς τιμῆς πραγμάτων τινας ἄρισμῆτις ὅτος ποσότητος,
 ἐκ διαφόρων οἰσὶν συγκαμίνου, ὡς ἢ ἢ τιμῆ ἑκάστου διαφορῶ. Οἰον ἰαντις ἔχειν φῖρ οἰκίῳ, φιά-
 λῳ τινά ἄρισμῆτι ἔχουσαν ποσότητα βαρότητος, ἢ ἐκ διαφόρων συγκαμίνου μεταδῶν, ὡν ἑκά
 ἢ τιμῆ διαφορῶ, ζῆται μαθεῖν πῶσῳ, ὅς οἰκίῳ, ἀργυρίῳ ἢ ἄλλ' τῆς αὐτῆς οἰάλης τι μᾶτα ποσό-
 της, ἢ Μίσθοδος καθ' ἢν τὸ ζῆτούμενον κῆρῆσεται Ἐπισυνδεδεως καλεῖται. ἢ οὕτω Ἐπισυνδεδεως εἰς
 μεταβάσει πραγμάτων διαφορῶν τιμῶν ἐπὶ τῆς αὐτῆς κατὰ τινά ἄρισμῆτι ποσότητα, οἰον διαφό-
 ρων μεταδῶν κερμίνων, ἢ ὑπασημάτων εἰδῶν διαφορῶτων, ἢ γιν' ἄλλων τινῶν πραγμάτων διαφορῶ
 τιμῆς, ἰαντις βουλόμενος ε' ἀπάντων λαβεῖν εἰς ἀναπλήρωσιν ἄρισμῆτις τινὸς ποσότητος ζῆται εἰ-
 δῖναι πῶσῳ ἀφ' ἑκάστου αὐτῶ ληπτέον, ὡς τῆν αὐτῆν διχῆσθαι τιμῆν τὰ τῆς ὅλης ποσότητος μί-
 ρη, ἢ τοῦ προβλήματος τούτου Μίσθοδος Ἐπισυνδεδεως λέγεται. δυσχερῆσται δὲ οὕσις τῆς Μίσθ-
 οδου ταύτης, αἶε δὲ τῆς τῶν κατ' ἀπὸ τῆ προβλήματος πράξις, ἢ ἀποδείξις ἀπλῆς εἴη ἢ μι-
 ατῆς γουμίνης, ἢ μὴ μόνον δι' ἀριθμῶν, ἀλλὰ γο ἢ δι' ἐπιπέδων παρσαμίνης, προὔργων τῶ ὅτι
 Ἀμμητιῶν τῆς τῆ προβλήματος προὔποθεσθαι Ἐρμηνείας.

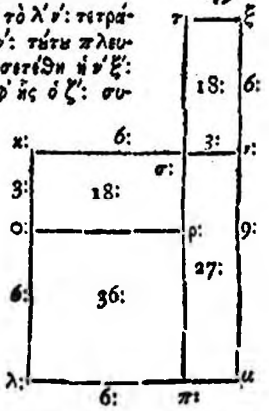
Ἀἴμμα.

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ ἀρισῶν. αἰ πρὸς ἄλλος τινά μέτρον διαφορῶ εὔρεθῆσαι ἢ χῆσμιον ἐπὶ τοὺς
 αὐτοὺς πολλαπλασιασθῶσιν ἀριθμοῖς, οἱ γινόμενοι ἴσοι ἴσονται ὁμοῦ λαμβανόμενοι τῆ ἀπὸ τοῦ
 μίσου τετραγώνῳ, ἢ τῆ ὑπὸ τῆ τοῦ μίσου ἢ τῶν διαφορῶν συγκαμίνῳ, δὲ δὲ τὸν μίτρον ἀριθμὸν
 μὴ τ' ἀμφω ὑπερέχου τοὺς ἀκρούς, μὴ ἀμφοῖν ὑπερέχουσαι. Ἐςωσαν δύο ἀριθμοὶ ἀρισῶ οἱ
 α' β', μίσοι δὲ τούτων α: παραβαλλομένου δ' ἑκατέρου τῶν α' β: τῆ γ': ἴσῳ
 του μὲν α: πρὸς τὸν γ: διαφορῶ, κατ' ἔλασιν, ὁ δ' ο: τοῦ δὲ β: πρὸς τὸν αὐτὸν
 γ: ὁ ε: καθ' ὑπερέχου. Τούτῳ δὲ διχῶς ἰνδῆχεται γινίσθαι. ἢ γὰρ αἰ εὔρεθῆ-
 σαι διαφορῶ τῶν α' β: πρὸς τὸν γ: συναπτόμενοι ἴσοι ἴσονται τῆ γ: ἢ μὴ. Κε-
 ῶσθω δὲ α: τὰς δ' ε: διαφορῶ ἴσῳ ὅτι τῆ γ: ὁμοῦ λαμβανόμενα. Εἶτα πολλα-
 πλασιασθῆτω ὁ γ: πρὸς ἑαυτῶ ἢ γινίσθω ὁ ζ: τετραγῶνος ἀριθμὸς. πολλα-
 πλασιασθῆτω δὲ ἢ τοῦ μὲν α: ἐπὶ τὸν ε: του δὲ β: ἐπὶ τὸν δ: ἢ χῆσμιον γο
 ἰδῶσθω οἱ θ' ἀριθμοὶ, οἵτις συναπτόμενοι ποσῆσθωσαν τῶν κ: Λίγω δὲ τὸν
 κ: ἴσοι εἶναι τῆ ζ'. Εἰδῶσθαι τὸ κ' λ' μ': τετραγῶνος ἀπὸ τοῦ ζ: τετραγῶνου
 ἀριθμοῦ, ἀπὸ πλῆρας τῆ λ' μ: ἀναλογούσης τῆ γ: ἀριθμῶ. ἢ προσιδῆτω μὲν
 τῆ μ': αὐτῶ πλῆρα ἢ ν' ε'. εὔθῆρα ἀναλογούσα τῆ ε: ἀριθμῶ, ἀρῆσθω δὲ τῆς
 μὲν κ' λ: ἢ κ: ὁ ἀναλογούσα τῆ δ' τῆς δ' λ' μ: ἢ λ' π', ἀναλογούσα ἢ αὐτῆ τῆ ε: ἀπὸ δὲ τῶν
 π' ἢ ο: τομῶν ἀχθῆσθωσαν αἰ π' τ': ὁ β: εὔθῆρα, ἢ μὲν τῆ μ' ε': ἴσῳ τῆ παραβάλλου, ἢ δὲ τῆ
 λ' π':

α:	β:
6:	15'
7:	9:
δ:	ε:
3:	6:
γ:	9:
χ:	9:
ε:	81:
σ:	36:
δ:	45:
κ:	81:

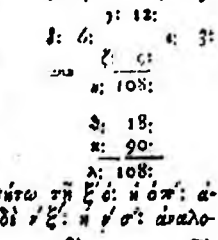
BIBLION A'. KEΦAΛAION I'.

λ' π': η κ' σ': η συμπληρωσασαν τὰ λ' ρ': η π' ζ': ὀρθογώνια. Δ: ἐπεὶ τὸ λ' ν': τετραγώνον ἐστίν, ἀναλογῶν τῷ ζ': ἀριθμῷ ὡς ἡδὴ εἴρηται, πάντως γὰρ ἡ μ' ν': ταύτη πλευρὰ, ὡσπερ καὶ αἱ λοιπαὶ, ἀναλογεῖ τῷ γ': ἀριθμῷ, ταύτη δὲ προστεθῆναι ἡ ν' ζ': ἀναλογούσα τῷ ε': ἡ ὅλη ἀρα μ' ζ': ἀναλογίσει τῷ β': πλευρὰ γὰρ ἀφ' ἧς ὁ ζ': συνίσταται ὁ γ': ἐστίν ἀριθμὸς, ταύτη δὲ διαφορὰ πρὸς τὸν β': ὁ ε': ὡς αἱ γ': η' ε': ἀλλήλοις συντιθέμενοι τὸν β': ποιήσασιν ἀριθμὸν, ὡσπερ καὶ αἱ μ' ν', ζ': εὐθείαι τὴν μ' ζ': ἀφαιρέσιντος διὰ τὸ κ' ὁ μίρος ἀπὸ τῆς κ' λ': τὸ ἐναπολειφθῆν ὁ λ': ἀναλογίσει τῷ α': ἀφαιρουμένου γὰρ καὶ τοῦ δ': ἀριθμοῦ ἀπὸ τοῦ γ': ὁ α': ἐναπολείπεται. Ἐπεὶ δὲ ἀφῆρηται καὶ τῆς λ' μ': τὸ λ' π': μέρος ἀναλογῶν τῷ ε': ἀριθμῷ, αἱ τῶν α' β': πρὸς τὸν γ': διαφοραὶ, κατὰ τὴν ὑπόθεσιν ἴσοι εἰσι τῷ γ': ὅτι ἀναλογεῖ ἑκάστη πλευρὰ τοῦ λ' ν': τετραγώνου. Τούτων δ' οὕτω προαποδείκνυμαι φαιρῶν, ὅτι τὸ μὲν λ' ρ': ὀρθογώνιον ἀναλογεῖ τῷ η' ἀριθμῷ τῷ ὑπὸ τῶν α': καὶ ε': τὸ δὲ π' ζ': τῷ θ': τῷ ὑπὸ τῶν β': καὶ δ': ἅπαντα ὁμοῦ λαμβανόμενα ἴσα ἴσονται τῷ λ' ν': τετραγώνῳ. ἢ γὰρ κ' σ': ἴσα ἐστὶ τῷ λ' π': κατὰ τὴν λδ': τοῦ α': τῷ στοιχειωτοῦ. ἢ δὲ λ' π': ἀναλογεῖ τῷ ε': ἀριθμῷ, καὶ ἡ κ' σ': ἀρα τῷ αὐτῷ ἀναλογεῖ ε' ἀριθμῷ, ἀλλὰ καὶ ἡ ν' ζ': εὐκλείπει ἀναλογούσα τῷ ε': ἀριθμῷ, ταύτη δὲ ἴση κ' τ' σ': κατὰ τὴν ρδ' εἰσὼν τῷ στοιχειωτῷ πρότασιν λδ': ἡ κ' σ': ἀρα ἴση ἐστὶ τῷ σ' τ': ἴσοι δὲ καὶ ἡ μὲν σ' τ': ἴση τῇ π' μ': ἡ δὲ σ' ρ': τῇ κ' ὁ ἑκατέρα δὲ τῶν κ' ὁ π' μ': ἀναλογούσα διδωκεται τῷ δ': ἀριθμῷ, πάντως γὰρ αἱ σ' τ': σ' ρ': εὐθείαι ἴσαι ἀλλήλοις εἰσίν, ὡς τῶν ὁσ', σ' ζ': εὐθύγραμμων ἀντιτιπόμεσιν αἱ πλευραὶ, εἰσὶ δὲ καὶ αἱ πρὸς τὸ σ': τούτων γωνίαι ἴσαι ἀλλήλοις, κατὰ τὴν εἰ. τῷ α'. τῷ στοιχειωτῷ, ἀρα τὰ ὁσ': σ' ζ': εὐθύγραμμα ἴσα ἀλλήλοις ἐστὶ, κατὰ τὴν ιδ': τῷ σ'. τοῦ αὐτοῦ. Κοινοῦ δὲ προσκειμένη τοῦ σ' ρ': ἴσαι ο' π' ν' ὁ γνάμων ἴσος τῷ ε' ζ': ὀρθογωνίῳ κοινῷ δὲ προσκειμένη ἐστὶ καὶ τοῦ λ' ρ': ὀρθογωνίου, ἴσονται τὰ λ' ρ': π' ζ': ὀρθογώνια ὁμοῦ λαμβανόμενα ἴσα τῷ λ' ν': τετραγώνῳ. ἀλλὰ τὸ λ' ν': τετραγώνον ἀναλογεῖ τῷ ζ': τετραγώνῳ ἀριθμῷ, καὶ τὴν ὑπόθεσιν τῷ ἀπὸ τῆ γ': τὸ δὲ λ' ρ': τῷ η' ἀριθμῷ τῷ ὑπὸ τῶν α': καὶ ε': καὶ τὸ π' ζ': τῷ θ': τῷ ὑπὸ τῶν β': καὶ δ': οἱ ἡ καὶ δ': ἀρα ἀριθμοὶ ὁμοῦ λαμβανόμενοι, ἢ κριττοὶ εἰπεῖν, συναπτόμενοι ἴσοι ἔσονται τῷ ζ': ὡσπερ δίδωκεται, καὶ τὰ λ' ρ': π' ζ': ἴσα τῷ λ' ν': τετραγώνῳ. Ἐὰν ἀρα δύο ἀριθμοὶ αἰσίνων αἱ πρὸς ἄλλων τινὰ μίσην διαφοραὶ καὶ τ.



Μὴ ἴσωνται δ' αἱ δ': καὶ ε': διαφοραὶ ἴσαι τῷ γ': μίσην ἀριθμῷ. ἀλλ' ὄγκος ἐξ αὐτῶν συναπτόμενον κείσθω ἐλάττω τοῦ αὐτοῦ γ': εἰς ὁ ζ': καὶ ὅν πολλαπλασιασθῆτω ὁ γ': καὶ ποιήτω τὸν η' πολλαπλασιασθῆσιν δὲ ἐφ' ὅν α' β': ἐπὶ τούτῳ ε': καὶ χιασμὸν γνησθῶσιν ὁ δ' α': ἀριθμῷ, οἷτις συναπτόμενοι ἀλλήλοις ποιήσασιν τὸν λ': λίγω δὲ καὶ τὸν λ': ἴσον εἶναι τῷ η'.

Εὐκλείδω γὰρ τὸ μ' ν', ζ' ὁ παραλληλόγραμμον ἀντὶ τῷ η' ἀριθμῷ, οὗ ἡ μὲν μ' ν': πλευρὰ ἀναλογεῖται τῷ γ' ἀριθμῷ, ἢ δὲ ν' ζ': τῷ ζ': εἶτα προσθεῖται τῇ ζ' ὁ: ἡ ὁπ': ἀναλογούσα καὶ αὐτὴ τῷ ε': καὶ ἀναπληρωσῶσιν τὰ ν' τ', σ' ὁ, ὁφ', ὁυ', παραλληλόγραμμα. Καὶ ἐπεὶ τὸ ν' ὁ: παραλλ.: ἐστὶ, πάντως γὰρ ἡ ζ' ὁ: αὐτὴ πλευρὰ ἴση ἐστὶ τῇ μ' ν': καὶ τὴν εἰρημένην λδ'. τῷ α'. τοῦ στοιχ.: ἀλλ' ἡ μ' ν': ἀναλογεῖ τῷ γ': ἀριθμῷ καὶ τὴν ὑπόθεσιν, ἀρα καὶ ἡ ζ' ὁ: ὡσαύτως ἀναλογίσει τῷ αὐτῷ γ':. Ἐπεὶ δὲ προστεθῆναι ταύτη ἡ ὁπ': ἀναλογούσα τῷ ε': ἄλλοσ ὅτις ἡ ὅλη ζ' π': ἀναλογεῖ τῷ β': καὶ γὰρ τοῦ γ': πρὸς τὸν β': διαφορὰ ὁ ε': καθέστηκεν ἀριθμὸς. ἀφῆρηται διὰ τῆς μ' ν': πλευρᾶς τὸ μ' ν': μέρος ἀναλογῶν τῷ δ': ἀριθμῷ, τῆς δὲ ν' ζ': τὸ ν' ὁ: ἀναλογῶν τῷ ε': πάντως γὰρ τὸ μὲν ν' ὁ: ἐναπολειφθῆν ἀναλογίσει τῷ α': ἀριθμῷ. τοῦ γὰρ α': πρὸς τὸν γ': διαφορὰ ἐστίν ὁ δ': τὸ δὲ σ' ζ': ἀναλογίσει τῷ δ': ὡσπερ γὰρ ἐκ τῶν ε': καὶ δ': ἀριθμῶν συνίσταται ὁ ζ': οὕτως ἐκ τῶν ν' σ', σ' ζ': εὐθείων συνίσταται ἡ ν' ζ':. Ἐκ τούτων δὲ ἄλλοσ ὅτι τὸ μὲν β' σ': παραλληλόγραμμον ἀναλογεῖ τῷ θ': ἀριθμῷ, τῷ ὑπὸ τῶν ε': καὶ α': τὸ δὲ σ' π': τῷ κ': τῷ ὑπὸ τῶν δ': καὶ β': ὅτι δὲ τὰ β' σ', σ' π', παραλληλόγραμμα ὁμοῦ λαμβανόμενα ἴσα εἰσὶ τῷ ν' ὁ: εὐκλείδωσ διχθῆσεται. ἢ γὰρ μ' ν': ἴση ἐστὶ τῇ ν' σ': τῇ δὲ ὁπ': ἡ φ' ὁ: ἀλλ' αἱ ν' σ': ὁπ': ἴσαι ἀλλήλαις εἰσὶ κατὰ τὴν κατασκευὴν, ἀρα καὶ αἱ μ' ν', ὁφ', ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. αὐδὲσ αἱ μ' β': σ' ζ': ἴσαι ὁμοίωσ ἀλλήλαις εἰσίν, ὡς ἀναλογου-



αὐδὲσ αἱ μ' β': σ' ζ': ἴσαι ὁμοίωσ ἀλλήλαις εἰσίν, ὡς ἀναλογου-

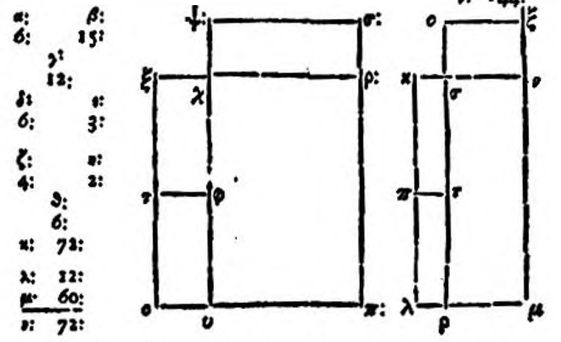
σω εκατέρα τῶ δ: ἀριθμῶν, ἀλλὰ τῆ σ' ε': ἴση ἐστὶ καὶ ἡ ὑδ, κατὰ τὴν προσημειωθεὶς λδ: ἀρα καὶ ἡ μ' ρ: ἴση ἐστὶ τῆ ὑδ: ὡσεὶ τῶν ρυ, ὅπ: παραλληλογράμμων ἀντιπεπόμενοι αἱ πλευραὶ. εἰσι δὲ καὶ αἱ πρὸς τῶ ὑ: ἀπὸ τῶν γωνίας ἴσαι, ἀρα κατὰ τὴν ιδ: τὸ ε'. τοῦ Στοιχειωτοῦ, τὰ βυ: ὅπ: εὐθύγραμμοι ἴσα ἀπὸ τῶν εἰσὶ. Κοινοῦ δὲ προσημειωτοῦ τοῦ σ' δ: ὁ σ' ὀβ: γινώσκων ἴσος ἴσαι τῶ σ' π': παραλληλογράμῳ, κοινοῦ δ' ἔτι προσημειωτοῦ καὶ τοῦ ρσ': τὸ δδ: παραλληλογράμῳ ἴσος ἴσαι τοῖς ρσ': σ' π': παραλληλογράμμοις, ἀλλὰ τὰ μὲν ρσ': σ' π': παραλληλογράμμοι ἀναλογοῦσι τοῖς ε' κ': ἀριθμοῖς, ὡς δίδεται, τὸ δὲ ὑδ: τῶ ἡ, ἀρα καὶ οἱ ε' κ': ἀριθμοὶ ἴσοι εἰσι τῶ ἡ: ἐκ δὲ τῶν ε' κ': γίνονται ὁ λ: ὁ λ: ἀρα ἴσος ἐστὶ τῶ ἡ: Ἐὰν ἀρα αἱ διαφοραὶ μὴ ἴσαι εἴπωσιν τῶ μισῶ κατ'.

Πορίσμα.

Ἐκ τῶν εἰρημίων δύναμιθα συναγαγόν, ὅτι ἴσες οἱ γινόμενοι ἀριθμοὶ ὑπὸ τῶν διαφορῶν καὶ τῶν ἀρίστων ἀριθμῶν, τοῦ Πολλαπλασιασμοῦ κατὰ χρισμὸν γινόμενοι, τῶ ὑπὸ τῶ μίσου καὶ τῶ ἐκ τῶν διαφορῶν γινόμενῳ, ἢ τῶ ἀπὸ τοῦ μίσου παραβλαθῶσι γραμμικῶς, δύο ἀναφανέστοι παραλληλογράμμοι ἐν τῇ παραβολῇ ἴσα ἀπὸ τῶν εἰσὶ, τὸ μὲν θατῆρου τῶν ὑπὸ τῶν διαφορῶν καὶ ἀρίστων ἀριθμῶν γινόμενῳ ὀφαιρῶμενοι, τὸ δὲ τῶ ἰτέρῳ προσιδίμῳ, ὡς δέδοται ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ διαγράμματος, τὸ μὲν γὰρ ὑτ: παραλληλογράμμοι ἀναλογοῖ τῶ γινόμενῳ ἀριθμῶ ὑπὸ τῶ α: ἀριθμῶ καὶ τῆς ε: διαφορῶς. τὸ δὲ σ' π': τῶ ὑπὸ τῶ β: καὶ δ: διαφορῶς. Τῶν δὲ παραβλαθῶν τῶ ὑδ: παραλληλογράμῳ τῶ ἀναλογησὶ τῶ ὑπὸ τῶ μίσου καὶ τῶν ἐκ τῶν διαφορῶν γινόμενῳ ἀριθμῶν, τὸ μὲν σ' π': ἀφῆρηται τὸ ὑπ': παραλληλογράμμοι, τῶ δὲ ε' τ: προστίθει τὸ βυ: ἄνω ἴσα ἀπὸ τῶν εἰσὶ δίδεται, ὡς ἔχοιτα τὰς ἰδίας πλευρὰς ἀντιπεπομένης. Τοῦτ' αὐτὸ συμβαίνει καὶ ἐν τῶ προτέρῳ.

Ἐπι ἴσας αἱ διαφοραὶ ἀναλόγως αὐξηθῶσιν, ἢ γὰν ἐλαττωθῶσιν, τὸ αὐτὸ πάντως γινώσκται. Κείσθω γὰρ α. τὰς δ' ε: διαφορὰς ἀναλόγως αὐξημίας, πεποικίται τοὺς ζ' ἡ: μείζονας ἀριθμῶς, ὡσεὶ εἶναι ὡς τὸν δ: πρὸς τὸν ε': οὕτω τὸν ε: πρὸς τὸν ἡ: εἶτα συναφθῆναι οἱ ζ' ἡ: ἀριθμοὶ ἀπὸ τῶν ε' καὶ ποικίτωσιν τῶ ε': ἐφ' οὗ τοῦ γ: πολλαπλασιαζομένη κείσθω ὁ κ: πολλαπλασιαζομένη δὲ καὶ τῶν ἀβ: ἐπὶ τοὺς ζ' ἡ: κατὰ χρισμῶν, ὡς καὶ πρότερον γινώσκται οἱ λ μ, οἵτινες συναπτόμενοι ἀπὸ τῶν ποικίτωσιν τῶν ε: ὁ ε: πάντως κατὰ τὰ ἀνωτέρω ἴσος ἴσαι τῶ κ': λαμβανομένη γὰρ τὸ ε' ὁ π' β: παραλληλογράμμοι ἀπὸ τῶ κ': τῶν δὲ λοιπῶν γινόμενῳ, ὡς ἐν τοῖς προτέρῳ, ὅλον ὅτι τὰ μὲν ὁ φ: ὅσ: παραλληλογράμμοι ὁμοῦ λαμβανομένη ἴσα εἴσιν τῶ ὁ β: τῶν δὲ ε' χ: χ': ἀντιπεπόμενοι αἱ πλευραὶ, καὶ ἴσοι ἴσως ἴσα ἀπὸ τῶν εἰσὶ τὰ αὐτὰ.

Κείσθω β. τὰς αὐτὰς διαφορὰς ἐλαττωθῶσιν ἀπὸ αὐτῶν τῶν ζ' ἡ: ἀριθμῶν λαμβανομένων, ὡσεὶ ἔχει τῶν δ: πρὸς τὸν ζ: ἀριθμῶν, ὡς ὁ ε: πρὸς τὸν ἡ: τῶν δὲ λοιπῶν γινόμενῳ ὡς ἀνωτέρω, διχθῆσονται τὰ π' β: β' ε': παραλληλογράμμοι ἴσα τῶ λ' ρ', τὰ δὲ π' σ', σ' ε': ἔχει τὰς ἰδίας πλευρὰς ἀντιπεπομένης, τὰς περὶ τὰς ἴσας γωνίας, καὶ ἴσοι ἴσως ἴσα εἶναι ἀπὸ τῶν εἰσὶ.



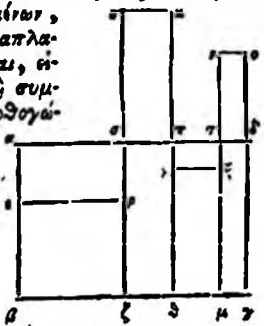
Πρόβλημα Α'

Ἐκ διαφορῶν τιμημάτων ἐπὶ τὸ δοθὲν τίμημα τὰ τιμώμενα ἀγαγόν, καὶ τὴν δοθῆσαν ποσότητα. Ἀναπτυχθέντος ἡδὲ τοῦ ἀνωτέρου ἄλλοματος, καὶ κατὰ τὴν παρῶσαν ἐκταθέντος χρῆσαι ἀμύσως ἴσα τῶ προβληματος ἀφασθαι. Διτῆς δὲ ὅσης τῆς ταῦτα μεθόδοι, ἀπλῆς τε ὅλοι: καὶ συνδύτου, καὶ τῶν ἑκατέρω: ἢ δὲ ἀρτίῳ ἀριθμῶ, ἢ διὰ περιττῶ γινόμενῳ. Ἐσὼ πρότερον εἰς ἰσῶσαν ἐπὶ τῆς ἀπλῆς μεθόδοι τὸ δι' ἀρτίῳ ἀριθμῶ γινόμενον, καὶ κείσθωσιν τιμώμενα διαφορῶς 4: φηρ οἱ πῶν εἶδη ὑφάσματος, τὰ α: 6: β: 8: γ: 12: δ: 15: τιμώμενα, δὲ διαφορὰ τῶν τιμημάτων α' β' γ' δ: ἀριθμοὶ, τὸ δδ: 6: 9: 13: δδδδν τίμημα ὁ ε: καὶ ἡ δδδδσα ποσότης ὁ ζ': δδδδ τὰ τέσσαρα ταῦτα εἶδη τῶ ὑφάσματος ἐκ τῶν δδδδν τιμημάτων ἐπὶ τῶ ε: ἀγαγόν, καὶ τὸν ζ':. Τῶ δ' εἰσι τὸ διὰ μεθόδοι τῆς εὐρείας ὁπίσους πῶ χης παρ' ἑκάστου εἶδους λαπτίον, ἴσα τὸ μὲν τῶν συμποσόμενον ἴσος ἢ τῶ ζ': ἀριθμῶ, τὸ δὲ ὅλον τῶν

BIBLION A. KEΦAΛAION I.

των γινομένων αριθμών ἐξ αὐτῶν τῶν πύκτων καὶ τῶν ἀβ' γ' δ': τιμημάτων ἴσων ἢ τῶν γινομένων αριθμῶν ἐκ τῶν ζ': ἐπὶ τῶν ε'. Κελευθῶν ἢ ἰσοῦς τῶν ἀβ' γ' δ': αριθμῶν συζευχθέντων οἱ ε-
 λαττοις τοῖς μελῶσιν ἀπὸ δύο, καὶ τῶν ε': παραβαλλομένων χωρὶς αὐροθίνας ἐφ' ἑκάστην συζυ-
 γίας διαφορὰν τεθέντων ἀπὸ τῶν συζευχθέντων αριθμῶν καὶ χιασμῶν.
 οἷοι συζευχθέντων α. οἱ α' δ': αριθμοὶ καὶ τῶν ε': παραβληθέντων ἑκάτε-
 ρος. διαφορὰ δὲ τῶν ἑσῶσαν οἱ κ' δ': αριθμοί, ὡν ὁ μὲν κ': διαφορὰ ὡν
 τῶν α': πρὸς τὸν ε': τεθέντων ἀπὸ τῶν δ': ὁ δὲ δ': ἀπὸ τῶν α': διαφορὰ ἢ ἐστὶ
 τῶν δ': πρὸς τὸν ε': τῶν δὲ γινομένων καὶ ἐπὶ τῶν β' γ': τεθέντων ἢ μὲν τῶ
 β': πρὸς τὸν ε': διαφορὰ διὰ: ὁ κ': ἀπὸ τῶν γ': ἢ δὲ τῶ γ': διὰ: ὁ λ': ἀπὸ
 τῶν β': τὸ αὐτὸ γινώσκων καὶ ὡς πλείους τῶν τεσσάρων αὐτῶν τιμῶν. εἴτα
 συναφθέντων αὐτῶν εὐροθίνας διαφορὰ πρὸς ἕν τὸ ὅλον, καὶ τὸ ἐξ αὐ-
 τῶν συμπροστούμενον τῶ ζ': παραβληθέντων αριθμῶν, καὶ τούτῳ ἐξισωθῆναι, ὡς ἐπὶ τῶν παρόντων
 ὑποδείγματος, εὐροθῆναι τὸ ζ' κτύμμιον. Καὶ αὐτὰ ἐστὶν ἢ ἀπλῶ λογιόμενοι τῆς Ἐπισυνδύσεως Μίθο-
 δος. ὅσας ἢ μονάδας περιέχει ἢ θάτερον τῶν συζευχθέντων αριθμῶν διαφορὰ, τοσοῦτος πύκτις
 δὴον λαβεῖν παρὰ τῶν ἑτέρων, τοῦ ἐπὶ τῆς αὐτῆς συζυγίας, καὶ οὐ δεῖ περαιτέρω ἵνα. οἷον ἐπὶ
 μὲν τῆς α. συζυγίας τῶν α' δ': διαφορὰ ἐστὶν ὁ κ': τῶ δὲ γ' δ': ὁ δ': λη-
 πτίον ἢ καὶ ἐκ μὲν τῶ δ': πύκτις ἰσαριθμῶς τῶ κ': ἐκ δὲ τῶ α': ἰσαριθμῶς τῶ δ': ἐπὶ δὲ τῆς β. συ-
 ζυγίας τῶν β' γ': αριθμῶν, ληπτίον ἐκ μὲν τῶ γ': τοσοῦτος πύκτις ὅσαι μονάδες εἰσὶν ἐν τῶ κ':
 διαφορὰ ἢ οὗτος τοῦ β': πρὸς τὸν ε': ἐκ δὲ τοῦ β': ληπτίον πύκτις, ὅσαι μονάδες εἰσὶν ἐν τῶ λ':
 διαφορὰ ἢ ὁ λ': τῶ γ': ἐπὶ πρὸς τὸν αὐτὸν ε': καὶ ἕτως ἢ πράξις ἔσαι ὄγκος. τῶν μὲν ἢ ἀβ' γ' δ':
 αριθμῶν ἐπὶ τὰς δ' λ' κ' η': διαφορὰς ἑκάστου ἐφ' ἑκάστῳ πολλαπλασιαζομένων,
 καὶ τῶν γινομένων εἰς ἕνα συμπροστούμενων, τοῦ δὲ ζ': ἐπὶ τῶν ε': πολλαπλα-
 σιζομένου ὁ αὐτὸς ἀριθμὸς γινώσκειται. Ἰνα δὲ τῶτο εὐροθίζετον γινώσκειται, εἰ-
 λήθω ἀπὸ τῶ ε': ἀριθμῶ ἢ ἀβ': γραμμῶν, ἀπὸ τοῦ ζ': ἢ β' γ': καὶ συμ-
 πρῶστων ἀλλήλους καὶ τὸ β': πρὸς ὀρθῶν ἀναπληρώσων τὸ β' δ': ὀρθογών-
 ιον. εἴτα ἀφῆρῶ τῶς α' β': ἢ α' ε': ἀπὸ τῆς κ': διαφορὰς. τῆς
 δὲ β' γ': ἢ β' ζ': ἀπὸ τῆς δ': διαφορὰς. καὶ ἀπὸ τοῦ ζ': σημείον ἢ
 χῶμα παράλληλος τῆ α' β': ἢ ἢ ζ': ἀπὸ τοῦ δ': ἀριθμῶ. ἀφῆρῶ δὲ
 τὸ κ' καὶ τῆς γ' ἢ ζ' δ': ἀπὸ τῆς κ': διαφορὰς, καὶ ἀναπληρώσων
 τὸ ζ' α': παραλληλόγραμμον. ἡὐθὺς ἀφῆρῶ τῆς δ' κ': ἢ δ' λ': ἀπ-
 οῦ τοῦ β': ἀριθμοῦ λαμβανομένη. τῆς δὲ δ' γ': ἢ δ' μ': ἀπὸ τῶ
 λ': εἰλημμένη ἀριθμῶ, ἕς ἕως διαφορὰ τοῦ γ': πρὸς τὸν ε': καὶ ἀ-
 πὸ τοῦ μ': ἢ χῶμα παράλληλος τῆ γ' δ': ἢ μ' ν': ἀπὸ τοῦ γ': ὑπο-
 τιθῆναι ἀριθμοῦ. καὶ συμπροσπῶσων τὰ δ' ε' ζ': καὶ μ' ο': παραλληλόγραμμα.

α:	β:	γ:	δ:
6:	8:	12:	15:
2:	λ:	κ:	ε:
3:	3:	1:	3:
	ε:	6:	
	9:	3:	
	ζ:	1:	
		3:	
	13:	13:	



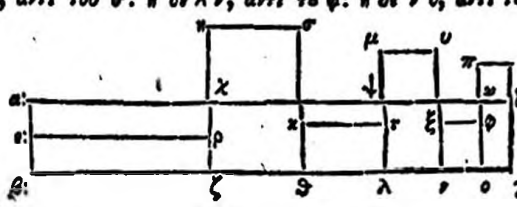
Δείκνυται. Ἐπὶ ἢ μὲν ἀβ': εὐθεία εἰληπται ἀπὸ τῶ ε': ἀριθμῶ, ἢ δὲ β' γ': ἀπὸ τῶ ζ': πάντως γα
 τὸ β' δ': παραλληλόγραμμον ἀναλογεῖ τῶ ὑπὸ τῶν ε': καὶ ζ': ἀριθμῶν, τὰ δὲ β' β': ζ' κ': θ' ε': μ' ο': ἀνα-
 λογοῦσι τοῖς ὑπὸ τῶν ἀβ' γ' δ': ἀριθμῶν, καὶ δ' λ' κ' η': διαφορῶν
 γινομένων ἀριθμοῦ. ἢ μὲν ἢ δ' ε' β': εὐθεία εἰληπται ἀπὸ τῶ α':
 ἀριθμῶ, καὶ τῶν κατασπῆν, ἢ δὲ β' ζ': ἀπὸ τῆς δ': διαφορὰς. ὡ-
 σὺ τὸ β' β': παραλληλόγραμμον ἀναλογεῖ τῶ ὑπὸ τῶ α': ἀριθμῶ
 καὶ τῆς δ': διαφορὰς γινομένου ἀριθμῶ. Ἐπεὶ δὲ ἀφῆρῶσαι καὶ τῆς γ' γ':
 εὐθείας ἢ ζ' δ': ἀπὸ τῆς κ': διαφορὰς, ἢ δὲ ζ' η': εἰληπται ἀπὸ τοῦ δ': τὸ ζ' α': ὅτιως παραλλη-
 λόγραμμον ἀναλογεῖ τῶ ὑπὸ τῶ τοῦ δ': ἀριθμοῦ καὶ τῆς κ': διαφορὰς γινομένου ἀριθμῶ. Τούτῳ τῶν
 τροποῦ δείκνυται καὶ τὸ μὲν δ' ε' ζ': ἀναλογεῖ τῶ ὑπὸ τῶ β': ἀριθμῶ καὶ τῆς λ': διαφορὰς γινομένου
 ἀριθμῶ. τὸ δὲ μ' ο': τῶ ὑπὸ τῶ γ' γ' καὶ τῆς κ': διαφορὰς, ἀλλὰ τὰ β' β', ζ' κ', δ' ε', μ' ο', παραλλη-
 λόγραμμοι, ἰσά εἰσι τοῖς β' β', ζ' κ', δ' ε', μ' ο', παραλληλόγραμμοι καὶ τὸ ἀνωτέρω Διήμα.
 τὰ δὲ β' β', ζ' κ', δ' ε', μ' ο', ἰσά εἰσι τῶ β' β', καὶ τῶ α'. τῶ β'. τῶ Στοιχειωτῶ. Ἐπει καὶ τὰ β' β',
 ζ' κ', δ' ε', μ' ο', ἰσά εἰσι τῶ β' β', καὶ τῶ α'. Ἄξιωμα. ἐπὶ δὲ τὸ μὲν β' δ', παραλληλόγραμμον ἀ-
 ναλογεῖ τῶ ὑπὸ τῶ τοῦ ε': καὶ ζ': ἀριθμοῦ γινομένου, ὡς εἴρηται, τὰ δὲ β' β', ζ' κ', δ' ε', μ' ο', τοῖς
 ὑπὸ τῶν ἀβ' γ' δ': ἀριθμῶν, καὶ τῶν δ' λ' κ' η': διαφορῶν γινομένοις ἀριθμοῖς, πολλαπλασιαζο-
 μένων ἕνα τῶν ἀβ' γ' δ': ἀριθμῶν ἐπὶ τὰς δ' λ' κ' η': διαφορὰς ἑκάστου ἐφ' ἑκάστῳ, καὶ τῶν γινομέ-
 νων εἰς ἕνα συναπτόμενων, τὸ δὲ ζ': ἐπὶ τῶ ε': ὡσαύτως πολλαπλασιαζομένων, ἢ τετραπλῶν, ὁ αὐ-
 τὸς γινώσκειται ἀριθμῶ. Ἐπὶ τῶ παρόντων τοίνυν προβλήματος εὐροθῆναι διὰ τῆς Μιθοδῆ ταύτης ὁ-
 πῶς πύκτις δὴον λαβεῖν παρ' ἑκάστου εἰδὸς ὑφάγματος, ὅπερ ἢν τὸ ζ' κτύμμιον. Ἐκ διαφορῶν ἀ-
 ρα τιμημάτων ἐπὶ τὸ δοθῆναι τίμημα τὰ τιμώμενα ἢται κατὰ τὴν δοθεῖσαν ποσότητα. ὅπερ ἔ-
 δεῖ ποιῆσαι.

Ἐπίδειγμα ἐπὶ τῆς συνθέτου ἥτοι μικτῆς Μεθόδου τῆς Ἐπι-
συνδύσεως κατ' ἄρτιον ἀριθμῶν.

Κρίσθη αὐδὴς εἰς ἑπτὰς ἑποχὰς εἶδη ὑφάσματος ὅ: τὸν ἀριθμὸν, ὃν τὸ α. τιμᾶσθαι ὀβο-
λῶν 4: τὸ β. 7: τὸ γ. 9: τὸ δ. 12: τὸ ε. 16: καὶ τὸ ς. 20: Λιτίσθωσαν δὲ ἐξ ἀπάντων πύ-
χης δυοκαίδεκα πρὸς τοὺς ἑκατὸν, καὶ τῶν ἑκατὸν, διδύσθαι, δέκα ὀβολῶν τιμᾶσαι. Δεῖ δὲ
ἐκ τῶν προκειμένων τιμημάτων ἐπὶ τὸ δοθὲν τίμημα τὰ τιμώμενα ἀγαγαίν, κατὰ τὴν δοθείσαν
ποσότητα. Ἐσώσαν τοίνυν διάφορα μὲν τιμήματα τῶν ὑφασμά-
των οἱ ἀβ γ δ ε ζ: ἀριθμοὶ, τὸ δὲ δοθὲν τίμημα ὁ ή: καὶ ἡ δοθεί-
σα ποσότης ὁ θ': τῆς αὐτῆς δὲ πράξεως γινομένης, κατὰ τὴν ἀνω-
τέρω ἑρμηνείαν, ἴσως διαφορά τῶν αὐτῶν τιμημάτων πρὸς τὸν
ή: ἀριθμὸν οἱ λ, ς, δ, ε, ζ, μ, κ, τούτων δὲ συμποσομένην ἴ-
σῃ ἐξ αὐτῶν γινόμενος ἀριθμὸς ὁ π': καὶ παραβληθῆτω τῷ θ': ἀ-
ριθμῷ. ἐπεὶ δ' ὁ π': παραβληθῆναι τῷ θ': ἰσάτων αὐτοῦ ὑ-
ρίζονται, οὐ πάντως γὰρ τὸ ζητούμενον ὑφῆται, οὐ γὰρ ὁ αὐτοῦ γι-
νίσσεται ἀριθμὸς διὰ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ τῷ θ': ἐπὶ τὸν ή: καὶ τῶν διαφορῶν ἐπὶ τοὺς ἀριθ-
μοὺς, ὡς πρότερον. Διὸ οὐδὲ ἡρμηνείαν ἔμειν με-
χρι τούτου, κατασκευαστὸν δ' ἴσ' ἔτιαν τιὰ πρά-
ξιν. ἀπὸ οὗ καὶ ἡ Μείθεος αὕτη μικτὴ οὐκ ἀ-
πλοκῶς προσεγγόρηται. Διακριθῆτω τοίνυν ὁ
θ': ἀριθμὸς, εἰς μέρη ἀνάλογα ταῖς λ, ς, δ, ε, ζ,
μ, κ, διαφοραῖς. Ταῦτα δὲ διὰ τῆς Μείθεου τῶν
Τριῶν γίνονται. Εἰρήδω ἂν εἴγο ὁ π': ἀριθμὸς
εἰς τοὺς λ, ς, δ, ε, ζ, μ, κ, ὡς εἰς μέρη διηρο-
νται. ὁ θ': ἀρα εἰς τινὰς διακριθῆσεται ἀριθμοὺς,
ἕξασπλῆς δὲ Μεθόδου τῶν Τριῶν γινομένης, ὑπε-
ρίσσοται ἀριθμοὶ, ἀπὸ μέρους τοῦ θ': ἀναλόγως
ἔχοντες τοὺς τῆ π': μέρειν, οἱ ρ, σ, τ, υ, φ, χ,
καὶ ἡ γινε γινόμενος ὡς ὁ π': ἀριθμὸς πρὸς τὸν θ': ὅπως οἱ λ, ς, δ, ε, ζ, μ, κ, πρὸς ἄλλως τινὰς, καὶ
ὑπερίσσοται οἱ αὐτοὶ ρ, σ, τ, υ, φ, χ, ἀριθμοὶ, καὶ διὰ τῆς αὐτῆς Μείθεου, ὡς μέρη τῷ θ': τοῖς
τοῦ π': μέρειν ἀνάλογα. ὅπῃ ἐπὶ τῶν ἐπ' ὄψῃ παραδειγμάτων καθόραται γινόμενος. Ἄγω δὲ
τῶν μέρ ρ, σ, τ, υ, φ, χ, ἀριθμῶν, ἐπὶ τὰς α, β, γ, δ, ε, ζ, πολλαπλασιασθέντων ἕκαστου ἐφ' ἑ-
κάστου, καὶ τῶν γινομένων συμποσομένην, τῶν δὲ θ': ἐπὶ τὸν ή: ὡσαύτως πολλαπλασιασθέντων,
τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν ἀνατηρήτως γίνονται.

	α:	β:	γ:	δ:	ε:	ζ:
	4:	7:	9:	12:	16:	20:
	λ:	ς:	δ:	ε:	ζ:	μ:
	10:	6:	2:	1:	3:	6:
				π:	10:	
				θ:	112:	
				ε:	18:	
π: 18:	λ: 10:	ς: 6:	δ: 2:	ε: 1:	ζ: 3:	μ: 6:
	π: 112:	ρ: 40:	σ: 24:	τ: 8:	υ: 4:	φ: 12:
		χ: 24:	ε: 8:	ς: 4:	φ: 12:	χ: 24:
π: 18: — θ: 112:	λ: 10:	ς: 6:	δ: 2:	ε: 1:	ζ: 3:	μ: 6:
	π: 112:	ρ: 40:	σ: 24:	τ: 8:	υ: 4:	φ: 12:
		χ: 24:	ε: 8:	ς: 4:	φ: 12:	χ: 24:

Ἐστὼ δὲ καὶ ταῦτα ἐπὶ διαγράμματος πρὸς ἐμπέδωσιν τῶν εἰρημίων. καὶ ἀπὸ μὲν τοῦ ή: ἀριθμοῦ
εἰληφθῶν ἡ ἀβ γ: γραμμῆ, ἀπὸ τῶ θ': ἡ β γ: καὶ ἀναπληρώσθαι τὸ β δ: παραλληλόγραμμον.
Ἔστα ἀπὸ μὲν τῶ α: εἰληφθῶν ἡ ε β, ἀπὸ δὲ τοῦ ζ: ἡ ζ η, ἀπὸ δὲ τοῦ β: ἡ θ κ, ἀπὸ δὲ τοῦ
δ: ἡ ρ μ, ἀπὸ δὲ τῶ γ: ἡ ς ε, καὶ ἀπὸ τοῦ δ: ἡ ο π. Αὐδὴς εἰληφθῶ ἡ μὲν β ζ, ἀπὸ τῶ ρ:
ἀριθμῶν, ἡ δὲ ζ θ, ἀπὸ τῶ χ: ἡ δὲ θ λ, ἀπὸ τοῦ σ: ἡ δὲ λ ς, ἀπὸ τῶ φ: ἡ δὲ ς δ, ἀπὸ τῶ
τ: καὶ ὁ γ, ἀπὸ τῶ υ: καὶ συμπεπλη-
ρώσθωσαν τὰ β ρ, ζ σ, θ τ, λ υ,
ς φ, καὶ π γ, παραλληλόγραμμο.
Δεικνύσαι. Ἐπεὶ αἱ μὲν β ζ, θ ζ, θ λ,
λ ς, ς δ, ὁ γ, ὑφῆται εἰληφθῶσαν ἀπὸ
τῶν ρ, σ, τ, υ, φ, χ, ἀριθμῶν, ἀναλό-
γως ἔχοντων ταῖς λ, ς, δ, ε, ζ, μ, κ,
διαφοραῖς. αἱ δὲ ε β, η ζ, κ θ, μ λ,
ς ε, π δ, ἀπὸ τῶν α ζ, β δ, γ δ, ἀριθμῶν, πάντως γὰρ τὰ β ρ, ζ σ,
θ τ, λ υ, ς φ, π γ, παραλληλόγραμμο ἀναλογουσι τοῖς ὑπὸ τῶν
ἀβ γ δ ε ζ, καὶ τῶν ρ σ τ υ φ χ, γινομένοις ἀριθμοῖς. Ἐπεὶ δ' αὐδὴς ἡ
μὲν α β, ἰσάτων ἀπὸ τῶ κ: ἡ δὲ β γ, ἀπὸ τοῦ θ': τὸ β δ, ὁμοιω-
θῆναι παραλληλόγραμμο ἀναλόγῃ τῷ ὑπὸ τῶ η: καὶ θ': ἀριθμῶν. Ὡστε
ἐάν τὰ β ρ, ζ σ, θ τ, λ υ, ς φ, π γ, παραλληλόγραμμο ἀποδειχθῆ
ἴσα εφ' ἑκάστου, ἴσῃται τῷ ὄντι καὶ τὰς ὑπὸ τῶν ἀ β γ δ ε ζ, καὶ ρ σ
τ υ φ χ, γινομένων ἀριθμῶν ἴσους εἶναι ὁμοῦ λαμβανόμενους τῷ ὑπὸ τῶ η: καὶ θ': γινομένην
ἀριθμῶν.



	α:	β:	γ:	δ:	ε:	ζ:
	4:	7:	9:	12:	16:	20:
	λ:	ς:	δ:	ε:	ζ:	μ:
	10:	6:	2:	1:	3:	6:
				π:	10:	
				θ:	112:	
				ε:	18:	

ΒΙΒΑΙΟΝ Α. ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Γ.

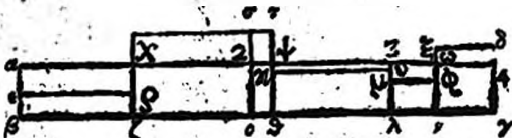
ἀριθμῶ. Ὅτι δὲ τὸ ἡγούμενον ἀληθές, ὄλον. τὰ μὲν γὰρ β' ρ', ζ' σ', θ' τ', λ' υ', φ', π' γ', παραλληλόγραμμα ἰσάεσι τοῖς β' χ', χ' θ', θ' ψ', ψ' δ', δ' ω', α' γ', καὶ τὸ προεκτεθέν Δήμιμα. τὰ δὲ β' χ', χ' θ', θ' ψ', ψ' δ', δ' ω', ἰσάεσι τῶ βδ, καὶ τῶ α. τῶ β. τῶ στοιχειῶν, ἀρα τῶ αὐτῶ βδ, παραλληλόγραμμον ἰσάεσι, καὶ τὰ β' ρ', ζ' σ', θ' τ', λ' υ', φ', π' γ', ἀληθινοῦ δὲ τοῦ ἡγούμενου, ἀληθείαν παύσει καὶ τὸ ἴσομενον. Ἐὰν ἀρα οἱ α', β', γ', δ', ε', ζ', ἀριθμοὶ ἐπὶ τὰς ρ', σ', τ', υ', φ', χ', πολλαπλασιασθῶσι, καὶ οἱ γινόμενοι εἰς ἑα συναρθῶσιν, οὗτος γινέσθαι ἀριθμὸς, ὅς τις γινέται καὶ τῆς θ' ἐπὶ τὸν ἡ' πολλαπλασιαζόμενος, καὶ τότε ἐν τῷ προβληθέν. ὅπου ἴδεν ποίησαι.

Ἦ' ποδειγμα ἐπὶ τῆς Μεθόδου τῆς Ἐπισυνδέσεως, κατὰ περιστὸν ἀριθμὸν.

Τούτων δὲ τὸν τρόπον γίνονται ἢτε ἀπλῆ ἢ μιμητὴ Μεθόδου τῷ προβλήματος ἐπὶ τῷ ἀρτῷ ἀριθμῷ. Ἐπειδὴν δὲ τὰ τιμηματα διὰ περιστῶ ἀριθμοῦ τύχασιν παρισυνδέματα, ἐπεὶ τῶν λοιπῶν συζευχθέντων ἀριθμῶν, ἐς τῶν πάντων ἀζυγὸς ἐγκαταλείπεται, δεῖ πρῶτον τῷ δοθέντι τιμηματι τῶν παραβαλῶν, καὶ μὴν ἐλάττων ἐσθῆν, ἐπίτιμι τῶν μετῶν καὶ τῶν συζυγῶν. εἰδὲ μίλλαν, ἐν τῶν ἐλαττόνων. εἴτα τις αὐτῆς πράξεως γινόμενος ἐπιρῶσθαι τὸ ζήτημα, ὡς καὶ πρῶτον. οἷον ἔσονται διὰ τῶν τιμημάτων τῶν αὐτῶν ὑφαρμάτων, οἱ α' β' γ' δ' ε' ἀριθμοὶ, τὸ δὲ δοθέν τιμημα ὁ ἡ' ἢ δὲ δοθέντα ποσότης, ὁ θ' συζευκόμενος ἐν τῶν α' β' δ', ἐπεὶ ὁ γ' ἀζυγὸς ὁράται, παραβαλλόμενος, δὲ τῶν ἡ' ἐλάττων ἀναφαίνεται, συζευχθέντων ἐν τῶν δ' ε'. ὁ αὐτὸς γ' συζευχθέντος δὲ, φέρει σφίσι, τῶν ε' ἔσονται τούτου διάφορα ἢ δ' ε'. τῶ δὲ ε' ἢ μ' συμποσομένων δὲ τῶν κ' λ' μ' ν' ζ' ἢ διαφορῶν, ἐπεὶ ὁ γινόμενος ἐξ αὐτῶν χ' ἐλάττων ἐστὶ τοῦ θ' διαιρηθῆναι ὁ αὐτὸς θ' εἰς μέρη ἰσοπληθῆ, καὶ ἀνάλογα ταῖς κ' λ' μ' ν' ζ' διαφοραῖς, διὰ τῆς Μεθόδου τῶν τριῶν, ἀπὸ μὲν τοῦ α' ὅρου, λαμβανομένου τοῦ θ' ἀπὸ δὲ τοῦ β'. τῶν κ' λ' μ' ν' ζ' διαφορῶν, καὶ ἀπὸ τοῦ γ' τοῦ θ'. καὶ ἔσονται ταῦτα τὰ π', ρ', σ', τ', υ', φ'. Ἄγω δὲ τῶν μὴν α' β' γ' δ' ε', ἀριθμῶν ἐπὶ τοῦ π' ρ' σ' τ' υ' φ', ἀριθμοῦς πολλαπλασιαζόμενων, καὶ τῶν γινόμενων ἀλλήλοις συναρθῶσιν, τοῦ δὲ θ' ἐπὶ τὸν ἡ' τῶν αὐτῶν ἀριθμῶν γινέσθαι, ὡς καὶ ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ.

Εἰλήθω τοίνυν τὸ β' α' παραλληλόγραμμα ἀπὸ τοῦ ὑπὲρ τῶν ἡ' θ' γινόμενου ἀριθμοῦ, καὶ τις β' γ' πλευρᾶς τοῦ αὐτοῦ παραλληλογραμμοῦ εἰλήθω ἢ μὴν β' ζ'. ἀπὸ τοῦ π' ἀριθμοῦ, ἢ δὲ ζ' α' ἀπὸ τοῦ υ'. ἢ δὲ θ' δ', ἀπὸ τοῦ φ'. ἢ δὲ θ' λ', ἀπὸ τοῦ σ'. ἢ δὲ λ' ρ', ἀπὸ τοῦ τ' καὶ ἢ ρ' γ', ἀπὸ τοῦ τ'. Ἄλλως ἢ μὴν ε' β' εἰλήθω ἀπὸ τοῦ α' ἢ δὲ ζ' ἢ ἀπὸ τοῦ ε'. ἢ δὲ θ' κ'. ἀπὸ τοῦ γ'. ἢ δὲ λ' μ'. ἀπὸ τοῦ β'. καὶ ἢ ν' ζ'. ἀπὸ τοῦ δ'. καὶ τὰ λοιπὰ γινέσθαι, ὡς πρότερον.

Δείκνυται, τὸ μὲν β' ρ' παραλληλόγραμμα καὶ τῶν κατὰ κλίμακα ἀναλογῶν τῶν ὑπὸ τῶν α' γ' γινόμενων ἀριθμῶν. τὸ δὲ ζ' σ', τῶ ὑπὸ τῶν ε' υ'. καὶ δὲ ὅτι: τῶ ὑπὸ τῶν ε' φ'. τὸ δὲ θ' υ'. τῶ ὑπὸ τῶν γ' σ'. τὰ δὲ λ' φ'. τῶ ὑπὸ τῶν β' ρ'. τὸ δὲ ρ' δ'. τῶ ὑπὸ τῶν δ' τ'. τρεῖς ἂν συζυγῆαι ἐν τοῖς ἀριθμοῖς διαρῶνται, τρεῖς δὲ καὶ τῶ διαγράμματι. καὶ τῶ μὴν συζυγία τῶ α' καὶ ε' ἀναλογεῖ ἢ τῶν β' ρ', καὶ ζ' σ', συζυγία. τῶ δὲ τοῦ γ' καὶ ε' ἢ τῶν σ' τ' καὶ θ' υ'. τῶ δὲ τῶ β' καὶ ρ'. ἢ τῶν λ' φ'. καὶ ν' ζ'. ἀλλὰ τὰ β' ρ', ζ' σ', ὅτι, θ' υ', λ' φ', καὶ ν' ζ', ὀρθογώνια ἰσάεσι τοῖς β' χ'. ζ' α'. ὁ δὲ θ' γ' λ' α'. καὶ ρ' σ' ὀρθογώνιοι καὶ τὸ Πόρυσμα τῶ ἀνωτέρου Δήμιματος. Τὰ δὲ β' χ'. ζ' α'. καὶ λοιπὰ ὀρθογώνια ἰσάεσι τοῖς β' α'. ὀρθογώνια. καὶ τῶν α'. τῶ β'. τῶ στοιχειῶν. Ἐὰν ἀρα ὁ μὲν α' ἐπὶ τὸν π' ἀριθμὸν πολλαπλασιασθῆ, ὁ δὲ α' ἐπίτιμι τὸν υ'. καὶ φ'. ὁ δὲ γ' ἐπὶ τὸν σ'. ὁ δὲ β' ἐπὶ τὸν ρ'. καὶ ὁ θ' ἐπὶ τὸν τ'. καὶ οἱ γινόμενοι ἀρῶσιν εἰς συναρθῶσαι, πολλαπλασιασθέντες δὲ καὶ ὁ ἡ' ἐπὶ τὸν θ'. ὁ αὐτὸς ἀριθμὸς γινέσθαι. Οὕτω δὲ τὰ καὶ τῶ β'. τῆς Μεθόδου περιγραφῆς λύονται προβλήματα.



α:	β:	γ:	δ:	ε:
4:	7:	9:	12:	16:
κ:	λ:	μ:	ν:	ξ:
6:	2:	6:	3:	6:
ε:	10:			1:
θ:	96:			

π:	ρ:	σ:	τ:	υ:
24:	8:	24:	12:	24:
κ:	6:			9:
λ:	2:			6:
μ:	6:			3:
ν:	3:			6:
ξ:	6:			1:
χ:	24:			

α:	β:	γ:	δ:	ε:
4:	7:	9:	12:	16:
κ:	λ:	μ:	ν:	ξ:
6:	2:	6:	3:	6:
ε:	10:			1:
θ:	96:			

Πρόβλημα Β.

Παραμαθητικός εκ διαφορών ειδών συγκαταίνα, ως η το τίμημα διάφορον, της ποσότητος άγνωστης, της εν αυτω βαρύτητος τα τίμημα αυτη εύρειν.

Ταυτα το πρόβληματος η εν ομοίωσιν αυτων των κατά α. περιγραφη της Μεθόδου προβαλλομένη η λύσις εύχρηστέρα η εν η εύληπτοτέρα, εστι δη η απλυστέρα.

Ετω τοιων δος επιση, φιάλη τις εκ διαφορών μετάλλων συγκαταίνα, άργυρίη, ορηχάλκη, η άλλων, τεσσάρων όρων εν πλήθει, η το μιν α. εν η τιμή μεταλλ: α. β. γ. δ. λεπτων 24: το δ' β: 18: το γ: 11: το δ: 10: ενω δε η τιμή: 24: 18: 11: 10: η βαρύτης της αυτης φιάλης δραχμιν: 70: εν τας μιν 10: πα: η βαρύς 10: 15: 20: 25: ρα το α. υποκρίθω διδανθίθαι, τας δε 15: παρα το β, τας δε 20: παρα το γ, η η τας 25: παρα το δ. η ζήτηθίθω η ποσότης η τιμήματος εκάτης δραχμης της αυτης φιάλης, η μιμνημένης.

Εις εύρισιν τοιωσαν το ζήτημιν, πάλλαπλασιασθήτωσαν α. αι βαρύτητες εκάσου μετάλλη επί τα τιμήματα των αυτων, η ενίσθωσαν οι εν α. αριθμοί. Είτα συναφθήτωσαν άλλήλοις

24:	18:	11:	10:
10:	15:	20:	25:
δ: 240:	ε: 270:	ζ: 220:	ι: 250:
			κ: 210:
			λ: 270:
			μ: 240:
			ν: 980:
			ξ: 280:
			οοο:
			π: 70:
			ρ: 70:

αι αυτοι αριθμοί, η ποιήτωσαν τον κ. Ταυτα δε μερισόμεν εν τοις λ: αριθμοί, η η βαρύτης ολη της φιάλης, η πληπτον δ μ: αριθμός, η ποσότης εστι το ζήτηματος εκάτης δραχμης της αυτης φιάλης, η μιμνημένης. Επί γαρ ο λ: αριθμός η της φιάλης διδι: ποσότης συγκαταίνα εκ των ποσότητων των εν αυτη μετάλλων, πδάτωσ η η το τίμημα της αυτης φιάλης συγκαταίνα εκ των αριθμών των γινόμενων δια του πολλαπλασιασμού των ποσότητων των μετάλλων επί τα τιμήματα των αυτων, α. δ. κ: αριθμός συγκαταίνα εκ των λ. η δ: αυτοί διείσιν οι διὰ το πολλαπλασιασμού των ποσότητων των μετάλλων επί τα τιμήματα των αυτων γινόμενοι. το τίμημα άρα της όλης ποσότητος της φιάλης εστι ο κ: όθεν οικότως μερίζεται ο αυτός κ: επί των λ: εύρηθήσεται η εν αριθμός εν δε ο λ: πολλαπλασιασόμενος τον αυτόν κ: ποιήσει, η η δτος εστι το τίμημα εκάσω μίρας της όλης ποσότητος της αυτης φιάλης. Καρηνται δ επί το μισομαι το κ: επί τον λ: ο μ: αριθμός, το τίμημα άρα των γινόμενων του λ: ο μ: εστι αριθμός. Ούτω μιν ού η ζήτημιν εύρίσκειται, ήτινα τότε τίμημα η η ποσότης εκάσω μετάλλη εύχρησμένα εσθι, η η μιν μετάλλων τα τιμήματα δοθί. της δε φιάλης, η η το όλη ποσότης, η το εκάτω μίρας αυτης τίμημα μη εύχρησμένα όσι, καταφικτικώς επί της τα α. προβλημάτος Μεθόδου. Ζητείται η ποσότης εκάσω μετάλλη, η η η φιάλη συντεθίθω.

Γ.

Αφρωπός τις όδωκε χρυσοχόω τινι δραχμάς καθάρη χρυσίη εύδοκωτα η ε το τίμημα η χωρακτησών εικοσιπεντάρων εις το κατασκευάσαι αυτην εσφατον χρυσιν, ο δι ενόθωσαστο τον χρυσόν αναμίξας αυτω χαλκώ δραχμάς πεντηκιδεκα, η το τίμημα η χωρακτησών. Ζητεί εν μισθίεν πόσης τιμης εστι ο εσφατος, η ενόθωμιος.

Διώς πάντως η η ενόθωσασιν γινόμενοι εύρίσκειται, η η δτος εύδοκωτα του καθάρη χρυσίη δραχμάς πρόσθετο ο χρυσοχός η δραχμάς πεντηκιδεκα χαλκου, ως ενόθωσασιν το όλον ε εικατέρι ταυτο χρυσίη χαλκου δραχμιν πέντε η ενόθωσασιν, η ύφελαν το καθάρη χρυσίη δραχμάς πεντηκιδεκα, αυτ αυτη χαλκώ ανμίσχαστο τρι υπαπολειφθήτι χρυσω, ως εν α. αναπληρωσασιν ποσότητα.

Κατά μιν εν τον α. τρόπος εύρίσκειται μιν το ζήτημιν πολλάπλασιάζασιν μιν παρά μίρας τας τι τα καθάρη χρυσίη δραχμάς, η η τας το χαλκω επί τα ίδια τιμήματα. τας δε γινόμενους αριθμούς συντάσσει, η τον εν αυτων αριθμους επί τον συγκαταίνα εκ της τα καθάρη χρυσου, η η η του χαλκου ποσότητος, οίον ενίσθω τον χρυσου και χαλκου αριθμους τα καθάρη χρυσίη η χαλκω δραχμάς πεντηκιδεκα, ως εναι την όλην ποσότητα τα σφατον δραχμιν πέντε η ενόθωσασιν, η η ενόθωσασιν η της ποσότητος ταυτης τιμης. Πολλαπλασιασθήτω η ε μιν εύδοκωτα αριθμός επί τον εκάσω αριθμους, η ενίσθω τον α. ο δι πωρθέματα εσθι. τον α. η η ποσότης τον β: ήτινα αναφθήτω ο κ: τον α. η ενίσθω ο γ: ο δι γ: μερισθήτω επί τον ενόθωσασιν η η πέντε αριθμους, τον της όλης διδι:

χρυσ: 80:	χαλ: 15:
η τιμή 24:	2:
320:	β: 30:
160:	
α: 1920:	χρυσ: 80:
30:	χαλ: 15:
γ: 1950:	95:
οσο:	
95:	
α: 20:	30: ε
95: ζ:	

ποσότη

πρόσποτος, ἢ ἕως πηλίκου ὁ δ'· μετὰ τοῦ λεπτοῦ ἰζ'· ἢ τοσοῦτον ἔσται τὸ τίμημα ἑκάστης δραχμῆς τοῦ νομισμοῦ τριπλάσιον, ὁ λόγος σαφὴς ἐκ τῶν ἀνωτέρων. Διὸ καὶ ἀποδεικτικῶς δείτται.

Ἐὰν δὲ κατὰ τὸν β'. ὑποτιθῆ ἄλλος τρόπος τοῦ προβλήματος, ἀφαιρήσει α. τῆς τῆ ὀδομίτου χρυσοῦ ποσότητος ὅσας τοῦ καθαροῦ ὁ χρυσοχόος ἐσοφίσαστο δραχμῶν. Ἐστὶ πολλαπλασιαστικὸν τῆ τιμῆ τοῦ ἐναποληφθέντος χρυσοῦ ποσότητα, ἢ τὴν τοῦ ἀναμειχθέντος χαλκοῦ ἐπὶ τὴν ἑκατέρω τιμὴν χωρὶς. τὰς δὲ γινομένης ἀριθμῶς συναπτίον ἀλλήλαις, ἢ τὸν ἐξ αὐτῶν διαμεριστὸν ἐπὶ τὴν τὸ νομισμῶν χρυσοῦ ποσότητα. εἰς διδόντων τὸν χρυσοχόον λαβεῖν καθάπερ χρυσῶν 80: 6 5: 15: 15: 2 4: 3 ἢ 65: 2 0 0 κ. 30: 3: - - 1 3 0: 80 1 5 6 0: 19 3 0: 780 1 5 9 0: 80 7 9 0: 1520 0 7 0: 70 19: 70 6: 1590: 80: 80: 2

Οὗτοι μὲν ἐν δὲ θρησκείᾳ ἢ τοῦ νομισμοῦ χρυσοῦ, ἢ ἀργύρου τιμῆ τῆς ποσότητος αὐτῆς τῆς τῶν ἄλλων μετὰλλων ὁδομίσης, εἰς ἀναμεικτικαί, ἐπειδὴν ὁ ὅτι τῆ καθαροῦ χρυσοῦ, ἢ ἀργύρου ποσότης δοθῆ, ζητηθῆ δὲ ἢ τοῦ μετὰλλου, ἢ τινὸς οὐραίου ἀναμεικτικῶν, ὡς τὴν ἀρισμῶν διέξασαι τιμὴν τοιαύτην τινὶ χρυσῶν Μεθόδῳ. Πολλαπλασιαστικὸν δὲ α. ἢ τοῦ καθαροῦ χρυσοῦ, ἢ ἀργύρου ποσότης ἐπὶ τὴν ἰδίαν τιμὴν. εἴτα μρισθῶν ὁ γινομένης ἐπὶ τὴν ζητούμενην τιμὴν, καὶ τοῦ εὐρεθέντος ἀριθμοῦ, ὅς ἢ πηλίκον προσαγορεύεται, ἀφαιρέθῃ ὁ τῆ ποσότητος τοῦ καθαροῦ χρυσοῦ ἢ ἀργύρου ἀριθμῶς, ἢ ὁ ἐναποληφθείς παρήξει αὐτὸν ἰσομῶν τὴν τοῦ ἀναμειχθέντος μετὰλλου ποσότητα. Οἷον ἐχοτὸς τινος δραχμῶν ἀργύρου καθαροῦ ἕξῆκοτα, ἢ τὸ τίμημα ἑκάστης δραχμῆς χαρμητῶν ἐστὶν ἐκαστωσάτων, βυλομένη δὲ τούτου ἐλάττωτος ποῖσται τιμῆς, ὅς ἐστὶν κερμάτων οὐραϊκῶν, ζητηθῶν ἢ τοῦ ἀναμειχθέντος χαλκοῦ ποσότης.

Εἰς εὐρίσιν ἂν τούτου πολλαπλασιαστικὸν ὁ τῆς τοῦ καθαροῦ ἀργύρου ποσότητος ἀριθμῶς ἐπὶ τὴν ἰδίαν τιμὴν, ὁ 60: δὲ: ἐπὶ τὸν 24: καὶ ὁ γινομένης γ': μρισθῶν ἐπὶ τὸν τῆς ζητούμενης τῆ ἀργύρου τιμῆς ἀριθμῶν, δὲ: τὸν 18: ἢ τοῦ εὐρεθέντος Ζ: ἀφαιρήσει ὁ 60: ἢ ὁ ἐναποληφθείς δ': τὴν τοῦ χαλκοῦ παρασῆσει ποσότητα. Ἡ πράξις τήντου καὶ τῶν ὁμοίων προβλημάτων γίνεται καὶ τὸν β'. τρέπον τῆς πλαγίας τῶν Τριῶν Μεθόδῳ, διὸ καὶ ὁ λόγος ἐκ τῶν ἐν ἑκατέρω θρησκείᾳ. ἐπὶ δὲ ἀνεξομῶν τῆς βαρύτητος τῆ ἀργύρου διὰ τῆς τῆ χαλκῆς προδικτικῆς συναρτήσεως καὶ ἢ τῆ τιμῆ διὰ τῆς προδικτικῆς τῆς τῆ χαλκῆς τιμῆς, ἢ καὶ τῆ ζητούμενην εὐρίσιν ἀκριβέστερα γίνεται, καταφευκτικῶς ἢ καὶ ἐν ἑτέρας τινὰ πράξι. οἷον ἐπὶ τῆ δε τῆ προβλήματος ἐπὶ ὁ μὲν α. ἀριθμῶς τῆς τῆς βαρύτητος τῆ καθαροῦ ἀργύρου παρασῆσει ποσότητα, ὁ δὲ β': τὴν τιμὴν ἑκάστης τούτου δραχμῆς, ἢ ὁ γ': τὴν τῆ τιμῆματος τῆ α. ποσότητα, πράξεως δὲ γινομένης εὐρίσται ὁ δ': παρασῆσει τῆς ποσότητος τῆς τῆ προσεδουμένην χαλκῆς βαρύτητος, ὅς τὴ ἐπὶ τὸν 2: πολλαπλασιαζόμενος παρέχει τὸν ε': ἀριθμῶν παρασῆσει τῆς αὐτῆ τιμῆς, οὗτος προσεδουμένη τῆ γ': γίνεται ὁ ζ':, μρισθῶν δὲ διὰ τὸ ἀκριβέστερον ὁ ζ': ἐπὶ τὸν η': ἢ παρήξει αὐτὸν δ': ὡς πηλίκον μετὰ τοῦ κ': κλάσματος, οὗτος ἀφαιρήσει ὁ ε': καὶ ὁ ἐναποληφθείς μ': παρασῆσει ἀκριβέστερον τὴν τῆς βαρύτητος ποσότητα τοῦ προσεδουμένην χαλκοῦ.

Ἄλλος δὲ τις ἔχων καθαρὸν ἀργύρον ἀρισμῶν βαρύτητος, καὶ βουλόμενος ἑκάτω τούτου δραχμῶν ἐπέτινα ζητούμενη ἀγαθὴν τιμὴν τῆς βαρύτητος τῆ ἀργύρου μὴ ἐλάττωσται, οὗτε μὴ ἀνεξομῶν ζητῆ μαθῶν πόσας δραχμῶν τοῦ καθαροῦ ἀργύρου ἀφαιρήσει δέον, ἀνδ' ἂν χαλκῶς προσεδουσται;

Εἰς λύσιν ἂν τούτου πολλαπλασιαστικὸν ἡμῖν τὸν τῆς βαρύτητος τῆ καθαροῦ ἀργύρου ἀριθμῶν, ἐπὶ τὸν ἀριθμῶν τῆς ζητούμενης τιμῆς, ἢ τὸν γινομένην μρισθῶν ἐπὶ τὸν ἀριθμῶν τῆς τῆ καθαροῦ ἀργύρου τιμῆς, τὸ δὲ πηλίκον πάσας παρήξει τὴν ποσότητα τοῦ ἀφαιρέσμενου ἀργύρου καὶ τούτου καθαροῦ. Διὸ δὲ τὸ ἀκριβέστερον ἀφαιρέσει ἢ τὸ εὐρεθῶν πηλίκον ἀπὸ τοῦ 60: καὶ τὸ ἐναποληφθείς πολλαπλασιαστικὸν ἐπὶ τὴν τιμὴν τῆ χαλκοῦ, ἢ τὸν ἕξαχθῆτα μρισθῶν ἐπὶ τὴν τιμὴν τῆ καθαροῦ ἀργύρου. τὸ δ' ἐκ τούτου πηλίκον προσεδουτῶν τῆ ε. ἢ τοσούτος ἔσται ὁ ἀφαιρέσμενος ἀργύρος.

80:	6 5:	15:
15:	2 4:	3
κ. 65:	2 0 0	κ. 30:
3: - -	1 3 0:	80
1 5 6 0:	3 0:	19
κ. 7 9 0:	780	
80:	7 9 0:	80
0 7 0:	1520	
19:	70 6:	70
80: 2	80: 2	1590:

7:	1440
κ. 18:	1000
Ζ:	80:
Ζ:	80:
60	
δ: 20	
2	
κ. 40:	
γ: 1 4 4 0:	
κ. 4 0:	
ε: 1 4 8 0	
κ. 18:	0 0 4 0
0 4:	
δ 82:	4: κ
κ. 60:	18: κ
μ: 23:	

γυρος, ἀνδ' οὗ χαλκῶν προστίθεται, ὅταν κείσθω ἔχειν πέντε ἀργύρου καθάρου δραχμὰς ἑξήκοντα, ὁ δ' ἢ τιμὴν χαρακτῆρων εἰκοσιτίσασα, καὶ ζήτειδω ἀγαγείν τὸν αὐτὸν ἀργυρον ἐπ' ἑλάττωνα τιμῆν, ὃς εἰπὼν, ἐπὶ τὸν ὀκτωκαίδεκα. κείσθω δὲ καὶ τοῦ χαλκοῦ τιμᾶσαι ἑκάστην δραχμὴν δύο χαρακτῆρων. Εἰς εὐροῖν δὲ πρῶτε πολλαπλασιασθήτω ὁ βο: ἀριθμὸς ἐπὶ τὸν 18: καὶ ὁ γινόμενος γ': μρισθῆτω ἐπὶ τὸν 24: καὶ ἔστω πηλίκον ὁ δ': οὗτος ἀφαιρούμεν ἀπὸ τοῦ βο: ὁ ἑναπολειφθεὶς ε': πολλαπλασιασθῆτω ἐπὶ τὸν α: καὶ ὁ ἕξαχθεὶς ζ': πρῶτον μὲν προσεθήτω τῷ γ': καὶ γείσθω ὁ ε': μῦ δὲ τετο μρισθῆτω ἐπὶ τὸν 24: τὸ δὲ ἐκ τούτου πηλίκον διπλ: ὁ η': μῦ τὰ θ' κ': λιπῆτω προσεθήτω τῷ δ': καὶ ὁ γινόμενος λ': ἀφρησθω ἀπὸ τοῦ βο: καὶ ὁ ἑναπολειφθεὶς μ': παραστικὸς ἔστω τούτοι ἀφαιρέθω τῷ ἄρῳ ἀργύρου, καὶ τὸ προσεθισμένον ἀπ' αὐτῷ χαλκῷ, τῷ γυν ἔχωσι τὰς ἑξήκοντα δραχμὰς τὴ καθάρη ἀργύρου, καὶ ζήτειδω ἀγαγείν τῶτον ἐπὶ τὴν τὴ ὀκτωκαίδεκα τιμὴν, ἀφαιρέθων τὴ καθάρη ἀργύρου δραχμὰς τρεῖς πρὸς τὰς δέκα, καὶ τρία τέταρτα τῆς δραχμῆς. ὁ γὰρ ὀκτωκαίδεκα ἀριθμὸς τρία τέταρτα ἐμφαίνει τοῦ εἰκοσιτίσασα. Τούτου δὲ γινόμενῃ ἑναπολειφθῆσονται ἀργύρου καθάρη δραχμὰι εἴς πρὸς τὰς τεσσαράκοτα, καὶ ἑν τεταρτίον τῆς δραχμῆς. Τῷ δὲ βουλομένῳ εἶδειν εἰς ἄνευ ἀπάτης ἢ πράξης, πολλαπλασιασθῶ τὴν τὴ καθάρη ἀργύρου ποσότητα ἐπὶ τὴν ἰδίαν τιμὴν, καὶ ὁ ἕξαχθεὶς Ἴσος ἢ τῷ ε': κληθῆς ἔσαι ἢ πράξις.

ἀρ: δρ:	βο: τίμ:	α: 24: τίμ: β: 18:
	18:	60:
	480:	45:
	60:	
γ:	1080:	4: 15:
	120:	2
24 {	060	ζ: 30:
δ:	45:	η: 1080
η: 1:	120:	30:
λ: 46:	120:	ε: 1110
	59: 24:	ζ: 3 0:
	46: 6:	0 6:
η: 17:	18:	24 {
λ: 46: - 62		6: 3: 1
	24:	24: κ: 4
	184:	
	92	
	1104:	
	6:	
	1110	

Ἄλλος δὲ πάλιν ἔχειν ὑγγίαν νεοθυσμένην ἀργύρου τίσασα πρὸς τὰς εἰκοσι, οὗ ἢ ἑκάστῃ ὑγγίᾳ ἦσαν καθάρου μὲν ἀργύρου δραχμὰι ἐννέα, χαλκῷ δὲ τρεῖς. Βυλόμενος δὲ ποιῆσαι ἑκάστην τέσσαρα ὑγγίαν ἑλάττωτος τιμῆς, ὥστε ἔχειν ἐν αὐτῇ δραχμὰς καθάρη μὲν ἀργύρου ὀκτώ, χαλκῷ δὲ τέσσαρας. Ζητεῖ μαθεῖν πόσας δραχμὰς χαλκῷ ὀφείλει προσεθῆναι.

Διχῶς δὲ καὶ ταῦτ' ἀναταί προβληθήσεται. ἢ γὰρ αὐξήθησεται ἢ τὴ ὅλου ποσότης προσεθισμένη τῷ χαλκῷ, ἢ ἢ αὐτῇ μαιεῖ. Κατὰ μὲν ἢν τὸν α. τρόπον, πολλαπλασιασθήτω ὁ ἀριθμὸς τῆς ποσότητος τῆ νεοθυσμένην ἀργύρου ἐπὶ τὸν ἀριθμὸν τῆς ποσότητος τῆ καθάρη τῆ ἐν ἑκάστῃ τῷ ὅλου δραχμῇ ὁ α: διπλ: ἐπὶ τὸν β': ὁ δὲ ἕξαχθεὶς γ': μρισθῆτω ἐπὶ τὸν 8: καὶ τὸ δοθέντος δ: ἀφαιρέθῆτω ὁ α': καὶ ὁ ἑναπολειφθεὶς ζ': ζωρήσει σοι ἄνευ πάτης τὴ ποσότητα τῆ προσεθισμένην χαλκῷ. ὃν γὰρ ἔχει λόγον ὁ α': πρὸς τὸν δ': τὸν αὐτὸν ἔχει καὶ ὁ ε': κατὰ τὴν ἰδ' τὸ ζ'. τῷ Στοιχειωστῷ, τὴν δὲ τῷ ὅλου ποσότητα ὁ δ': ἀριθμὸς παρασῆσει.

Κατὰ δὲ τὸν β. τρόπον πολλαπλασιασθήτω ὁ α: ἐπὶ τὸν ε': καὶ ὁ γινόμενος η': μρισθῆτω ἐπὶ τὸν β': ὁ δὲ δοθείς θ': ἀφρησθω ἀπὸ τῷ α': καὶ ἑναπολειφθήσεται ὁ κ': ἀριθμὸς μετὰ τοῦ λ' κ': κλάσματος, ὃς καὶ παρίσται τῷ τῷ ἀφαιρέθωσιν ἀργύρου ποσότητα, καὶ τὴν τῷ προσεθισμένην χαλκῷ. ὥστε τὸ ὅλον μνησῆτι ἑλάττωσθαι. κατὰ γὰρ τὴν ὑπόθεσιν ἑκάστῃ ὑγγίᾳ τῷ δοθέντος ἀργύρου ἔχει δραχμὰς καθάρου μὲν ἀργύρου ἐννέα, χαλκοῦ δὲ τρεῖς. ὥστε πολλαπλασιαζόμεναι τὰ α: ἐπὶ τὸν 9: καὶ 3: γινέσεται ὁ ε': καὶ ὁ ἀριθμὸς, οἷτινες ἀλλήλοισ συναιπτόμιοι ποιήσονται τὸν κ': κατὰ δὲ τὴν ζήτεισιν ὁ δ' ἑναπολειφθήσονται ἑκάστῃ τῷ ὅλου ὑγγίᾳ δραχμὰς ἀργύρου μὲν καθάρου ὀκτώ, χαλκοῦ δὲ τέσσαρας, ὥστε εἰς βεβαίωσιν τοῦ λεγομένου πολλαπλασιασθήτω ἀριθμὸς ὁ α: ἐπὶ τὸν ὀκτὼ καὶ τέσσαρα, καὶ οἱ γινόμενοι β: καὶ σ': συναφθήσασαν ἀλλήλοισ, καὶ ὁ εἴς αὐτῶν τ': ἀριθμὸς ἴσος ἢ τῷ κ': ὑγίαις ἔσαι ἢ πράξις. ὁ λόγος σαφῆς.

α: 24:	α: 24:	α: 24:
β: 9:	β: 3:	β: 8:
ε: 216:	ε: 72:	ε: 1 9 2
η: 72:		1 2
π: 288:		0 3
α: 24:	α: 24:	δ: 21: 1/2: 1/2:
β: 8:	β: 4:	α: 24:
ρ: 192:	ρ: 96:	δ: 21: 1/2:
σ: 96:		κ: 02: 1/2: λ
τ: 288:		

Άλο.

Χρηστέος τις λαβὼν ἀπό τινο: χρυσῷ ὑγγίαις ὀκτωκαίδεκα, οὗ ἢ τιμὴ κόκκων σίτου ἑκαδέσκα τῷ χροιστηρίῳ ταῦτον ἐπέβαλε, μὴ ὅπως δὲ καθάρου ἑναπολειφθῆσαν ἐξ αὐτοῦ μόσαι ὑγγίαις πεντεκαίδεκα. Ζητεῖ ἢν οὗτος μαθεῖν πόσων κόκκων ἔσαι ἢ τιμὴ τῷ ἑναπολειφθέντος.

ΒΙΒΛΙΟΝ Α. ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Ι.

Εἰς εὐρεσιν δὲ τούτου πολλαπλασιασθέντα ἢ α. τῷ χρυσῷ ποσότης ἐπὶ τῶν α. αὐτῆ τιμῆν, ὁ δεκακαίδεκα δηλ: ἀριθμὸς ἐπὶ τὸν ἑκαίδεκα, καὶ ὁ ἑξαχθεὶς φ: ἀριθμὸς μρισθέντα ἐπὶ τῆν ποσότητα τῆ ἑκατολιφθέντος, δηλ: τὸν πεντηκαίδεκα, καὶ ὁ δδθὴς χ: ὡς πηλίον μετὰ τῷ ἴ α: κλάσματος τὸ ζητούμενον παραστήσει. Ἐσται γὰρ ἡ τιμὴ τῆ ἑκατολιφθέντος χρυσοῦ κόκκων σίτου ἑκαταίδεκα, καὶ ἐνὸς πένμπτου μέρους τῶ κόκκου.

	18
	16
108:	
18:	
φ:	288:
	138
15:	003

Ἄλλο:

Ο' αὐτὸς ἔχων χρυσὸν καθαρὸν, οὗ ἡ τιμὴ κόκκων εικοσιτεσσάρων, καὶ βουλόμηνος κατασκευάσαι δακτύλιον δραχμῶν τριῶν ἐκ χρυσοῦ τιμωμένῃ κόκκων ἑκαίδεκα, ζῆτει μάθει πόσον μὲν τοῦ καθάρου χρυσοῦ λαβεῖν δεῖ, πόσον δὲ τῷ χαλκῷ, ὥστε περῆσαι τὸν δακτύλιον σίον βούλεται.

χ 19 $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{10}$ $\frac{1}{20}$

Εἰς εὐρεσιν δὲ τούτου πολλαπλασιασθέντα ὁ ἑκαίδεκα ἀριθμὸς ἐπὶ τὸν τρία, καὶ ὁ γινόμενος β: μρισθέντα ἐπὶ τὴν τιμὴν τῆ καθάρου χρυσοῦ, δηλ: τὸν 24: καὶ ὁ ἑξαχθεὶς γ: παραστήσει σοι τὴν τῷ καθάρῳ χρυσῷ ποσότητα, ὅστιος αφαιρημένῃ ἀπὸ τῷ 3: ὁ ἑκατολιφθέντος δ: παραστατικὸς ἔσται τῆς τῷ χαλκῷ ποσότητος. Δεῖ δὲ ἐν τῶν χρυσοχόων πρὸς τῷ κατασκευάσαι τὸν τοιοῦτον δακτύλιον λαβεῖν μὲν ἀπὸ τῷ καθάρῳ χρυσοῦ δραχμῆς δύο, μίαν δὲ ἀπὸ τῷ χαλκῷ.

	16	3
	2	2
β:	48	δ: 1
24:	00	
γ:	2:	

Ἄλλο.

Ἄλλος δὲ τις πάλιν ἔχων χρυσὸν καθαρὸν, ὃ ἡ τιμὴ κόκκων εικοσιτεσσάρων, καὶ ἀργυρον ὡσαύτως καθαρὸν, ὃ ἡ τιμὴ κόκκων δευκαίδεκα, καὶ βουλόμηνος ἐκ τῶν δύο τῶν τούτων λαβεῖν τε μέρος ἀφ' ἑκατέρης, ὥστε γασθῆαι φιάλην τινὰ, ἧς ἡ μὲν βαρύτερη ἔσται δραχμῶν τριάκοντα, ἡ δὲ τιμὴ ἑκάστης δραχμῆς, ἑκαίδεκα κόκκων, ζῆτει μάθειν πόσον μὲν ἀπὸ τῷ χρυσοῦ, πόσον δὲ ἀπὸ τῷ χαλκῷ σφίλλει λαβεῖν.

Εὐρίσκειται δὲ τὸ ζητούμενον κατὰ τὴν ἰσοδομὴν τῷ α. παραδείγματος τῆς παρουσίης Μεθόδου, λαμβανομένην ἤδη τῶν τιμῶν τῆ χρυσοῦ καὶ ἀργύρου ἀπὸ τῶν διαφόρων τιμημάτων. Τῆς δὲ ζήτησιν μίτης τιμῆς ἀπὸ τῷ δοθέντος τιμηματος, καὶ τῶν λοιπῶν γινόμενον, ὡσπερ ἐκεῖ διηρμάνεται.

Παρὰ ταῦτα δὲ τὰ προβλεψθέντα εἰσι μὲν καὶ ἄλλα. ἐπεὶ δὲ τὰ πλείω περὶ μεταλλῶν ἤδη προβέβληται. τοῖς δὲ μεταλλοῖς ἑαυτοῦ τινος μίτησι, καὶ ὅτι μὲν μίττωσα, ὅτι δ' ἐλαττωσα δέχονται τὴν τιμὴν, ἢ ἀπο σκοποῦ τῷ ὄντι καὶ περὶ τῶν ζυγῶν τούτων καὶ σαθρῶν εἰς ἄλλα διαλαβῆναι.

Περὶ διαφορῶν εἰδῶν τῶν Σταθμῶν.

Παρὰ μὲν ἐν τοῖς χρυσοχόοις καὶ ἀργυροκόποις τὸ ἐλάχιστον πάντων, οἷς τισιν ὄ, το χρυσὸς καὶ ἀργυρον καὶ τὰ λοιπὰ τῶν μεταλλῶν σαθμίζεται, ὁ κόκκος ἐστὶ τοῦ σίτου. μίττων δὲ τούτου ἡ δραχμὴ, τῆς δὲ δραχμῆς ἡ οὐγγία. τῆς δὲ οὐγγίας ἡ λίτρα, διαφορῶς δὲ τῆς λίτρας λαμβανομένης παρ' αὐτοῖς διαφορῶς ὑποτίθεται καὶ ἡ οὐγγία. Ἐσίοι μὲν γὰρ τῶν λίτρων ὑποτίθεται δραχμῶν ἑκατὸν τριάκοντα τριῶν καὶ ἐνὸς δραχμῶν, καὶ τούτων αὐθὶς οἱ μὲν διαίρουσι ταύτην εἰς οὐγγίας ἑξ ἑξιδόττος ἑκάστη οὐγγία δραχμῆς δύο πρὸς τὰς εἰκοσι, καὶ δύο ἐνάτα τῆς δραχμῆς. οἱ δὲ εἰς οὐγγίας δευκαίδεκα, ἀπομένοντες ἑκάστη οὐγγία δραχμῆς ἑνδεκα μὲθ' ἐνὸς ἐνάτου. Ἄλλοι δ' αὖ διανέμωσι τὴν λίτραν εἰς οὐγγίας πεντηκαίδεκα μετὰ κλάσματος τοῦδ' $\frac{1}{5}$: ἀποδιδόντες ἑκάστη οὐγγία δραχμῆς ὅκτω καὶ ἡμισίαν μὲθ' ἐνὸς τετάρτου τριῶν δραχμῆς ὅκτω καὶ ἑξ ὄγδοα. τὸ γὰρ ἡμισίον τῆς δραχμῆς μὲν πρὸς τὸ ἐνὸς τετάρτου τῆς αὐτῆς ἑξ ὄγδοα ποιεῖ. Παρὰ τισὶ δὲ ἡ λίτρα ὑποτίθεται δραχμῶν ἑξ πρὸς τὰς ἐπιπέμματα. καὶ τούτων αὐθὶς οἱ μὲν διαίρουσι ταύτην εἰς οὐγγίας ὅκτω. οἱ δὲ εἰς δευκαίδεκα. κακῶσι μὲν ἀποδιδῶσιν ἑκάστη οὐγγία δραχμῆς δευκαίδεκα, οὗτοι δὲ ὅκτω. Ὅσοι δ' ἄλλως πως τὴν λίτραν ὑποτίθασιν, ἄλλως πως ταύτην καὶ διαίρουσιν.

Ἡ δὲ οὐγγία παρὰ μὲν τοῖς πλείοσιν εἰς δραχμῆς διαιρέται, οὐ μὲν δὲ ἰσοπληθεῖς, ὡς ἐκ τῶν ἐρημῶν ὄλων, παρὰ τισιν δὲ εἰς μίρη τέσσαρα τὸ α. διαίρεται. ἕκαστον δὲ ταύτης τέταρτον μέρος εἰς χαρακτῆρας διαιρέται ἑξ καὶ τριάκοντα. ἕκαστος δὲ χαρακτῆρ, ὅς καὶ λεπτόν λέγεται, εἰς κόκκους σίτου διαίρεται τέσσαρα. Διδ' ἡλίκα λέγεται ἔχειν τινὲ χρυσὸν ἢ ἀργυρον εικοσιτεσσάρων μόνον, ὁ χρυσὸς ἐκείνος ἢ ἀργυρον καθαρὸς ἔσται, ὅταν δέσσοι τις εἴποι χρυσὸν ἔχει ἢ ἀργυρον ἐκκοσι καὶ τεσσαρῶν, ἑκατόν εἴηαι. ἐν τῷ χρυσῷ ἢ ἀργύρῳ χαρακτῆρας μὲν καθάρου χρυσοῦ ἢ ἀργύρου ἕκαστοι. κόκκοι δὲ σίτου τίνωρας, τὸ δὲ λοιπὸν μεταλλῶν διαφορῶς εἰδῶς. ὡσαύτως ἐπεὶ ἡ λίτρα διαίρεται,

ροῦται ἢ εἰς προσηρται, εἰς οὐγγίαις δυοκαίδεκα, ἢ δι' οὐγγία εἰς χαρακῆρας τίσαρας πρὸς τοῖς ὀκτώσι, ἢ ἡ χαρακῆρ ὑποίως διαίρεται εἰς κόκκους σίτου τούτους, ἐπειδὴ λέγεται ἔχειν τινὰ ἀργυροῦ ἢ χρυσοῦ δυοκαίδεκα, περὶ τῷ καθάρῳ ἰσοῦται χρυσῷ ἢ ἀργύρῳ, ὅτε δι' λέγεται ἔχειν ἀργυροῦ ἢ χρυσοῦ ὅσα ἢ δυοκαίδεκα, ἢ εἰ σημαίνονται ἐκ τούτου εἶναι ἐκαστὸν λίτρα οὐγγίαις μὲν καθάρῳ χρυσῷ ἢ ἀργύρῳ ὅσα, χαρακῆρας δι' δυοκαίδεκα, ἢ κόκκους σίτου εἴς, τὸ δὲ λοιπὸν μὲν ταῦτα ἐπίρου τινὸς εἴδους.

Ἡ δὲ δραχμὴ διαίρεται ὑπότινι μὲν εἰς μίρη τίσαρα, ἕκαστο δὲ τέταρτο τῆς αὐτῆς αὐθῆς εἰς λιπτά τίσαρα, ἕκαστο δὲ λιπτὸν εἰς κόκκους σίτου τίσαρας πρὸς τοῖσθεῖκοσι, ὡς δὲ ἄλλοι, ὅτι καὶ ἡ δραχμὴ παρὰ πᾶσιν εὐρίσκεται ἡ αὐτὴ, ἀλλὰ τισὶ μὲν μικρῶν, τισὶ δὲ ἐλάτων ὑποτίθεται. Ἴδὲ γὰρ ἐπὶ τῷ παρόντος κατὰ μὲν τῆς α. αὐτῆς Διαίρεσιν τε ἢ υποδιαίρεσιν συγκρίνεται ἐκ κόκκων σίτου τίσαρας πρὸς τοῖς ἐξήκοντα. Εἰ γὰρ τὰ τίσαρα α. μίρη τῆς αὐτῆς ἐπὶ τὸν 4: πολλαπλασιασθῆ ἀριθμὸν γινώσκονται μίρη δευτέρα τῆς αὐτῆς ἑκακίδεκα. Ἐκτὸν δὲ ἢ ταῦτα αὐθῆς ἐπὶ τὸν 4: πολλαπλασιασθῆς εὐρίσκει τὴν δραχμὴν ἐκ τίσαραν ἢ ἐξήκοντα συγκρίνεται κόκκων σίτου. κατὰ δὲ τὴν δευτέραν Διαίρεσιν ἐκ δύο ἢ ἑβδομήκοντα κόκκων σίτου ἢ δραχμὴ συγκρίνεται. τῶν τριῶν γὰρ ταύτης λιπτῶν ἐπὶ τὸν 24: πολλαπλασιασθῶσιν ἀριθμὸν ὃ ἑβδομήκοντα ἢ δύο παραλείπει ἀριθμὸς. Διὸ δὲ τῷ βουλομένῳ ἐν τοῖς τοιούτοις προβλήμασιν ἐκτός ἀπάτη: εἶναι ζητεῖν α. τὴν τῶν Σταθμῶν τάξιν τε ἢ Διαίρεσιν μέχρι τῷ ἑκάτω.

Ἐδῶ μὲν ἰταῦθα πύρας θηταὶ τῷ α. τῆς παρούσης πραγματείας Βιβλίῳ, ὡς τὸ ὑπογράψαν ἰκανῶς πληρώσαντας, ἵνα δὲ μὴ ἀτίλως τισὶ δόξῃ διὰ τὸ παρὰ τὰς Μεθόδους, ἢ ἀλλ' ἄλλα διαφέρως προβαλλισθῶν ὑπὸ τῶν ἐν τοῖς τοιούτοις ἀκολουθῶν, ῥητίον ἐστὶ καὶ περὶ τῶν τοιούτων ἐν συστομίῃ. Εἰς βροῦτα δὲ τῶν βραδυσμίων καταλήψιν προκείσθω τὸ παρὸν Ἀῖμμα.

Κ Ε Φ Α Λ Α Ι Ο Ν Ι Α.

Περὶ Μεθόδου, καὶ ἢν ἀνιγήματα λίσιν ἔχομεν. Ἀῖμμα.

Ἀριθμὸν ἑορίν ἔχοντα τὰ ἐσθῆτα μέρη.

Διδοθῶσαν μίρη τίσαρα, ὡς τὸ α. ἔσω ἡμῶν ὅλα τινός, τὸ δεύτερον τίσαρτον, τὸ γ'. δυοκαίδεκατον, ἢ τὸ δ. ἑκακίδεκατον, ἢ ζητηθέντων ἀριθμὸς ὃ ἔξω πάντα τὰ μέρη ταῦτα. Λιφθῆτων δὲ ἀπὸ τῶν μερῶν τούτων οἱ α' β' γ' δ': ἀριθμοὶ ἀφ' ὧν τὰ μέρη ταῦτα παρονυμάσσονται. διχῶς δ' ἔξω τῶν εὐρίσιν τῷ ζητημένῳ γινώσθαι, κίσθω καθ' ἑαυτὸν τὸν τρόπον ἢ τοῦτον ἰρμηνεῖα, ὅπως ἀν' ἑκατος, καθ' ὅποτερον αὐτῆς ἀρεσῆν, τὴν πράξιν ποιῆ. Εὐρίθῃτω τοῖσιν τῶν α': α' β: γ: δ: β': ἀριθμῶν τὸ μίγισον κοινὸν μέτρον κατὰ τὴν β. τὰ ζ. τῷ Στοιχ': ἢ ἔσω τούτο 2: 4: 12: 16: ὃ δ: ἀριθμὸς, ὅσαίς δ' ὃ δ: τὸν α: μίτροι, τούτοις ἐληθῶ καὶ ὃ β: ἐπει δ' 1 ἢ κ: δ' ἐ τῶν α: ἀπαξ μίτροι, τεθῆτω ἢ ὃ β: ἀπαξ ἔσθω τὸ ζ: εἴτα εὐρεθῆτω τὸ 2: 4: 4: μίγισον κοινὸν μέτρον τῶν ζ: ἢ γ': ἢ ἔσω τούτο ὃ δ: ἐπει δὲ ἢ ὃ δ: ἀπαξ τὸν ζ: 4: 12: 48: μίτροι, εἰλημμένους ἢ ὃ γ: ἀπαξ τεθῆτω ἔσθω τὸ θ: τότε δὲ γινώσθαι ἢ ἐπὶ τῶν θ: ἢ δ: ἀριθμῶν, ἐπει τὸ μίγισον αὐτῶν κοινὸν μέτρον ὃ κ: τρεῖς τὸν θ: μίτροι, τριπλασιαζόμενος, ἢ ὃ δ: τεθῆτω ἔσθω τὸ λ: τὸ αὐτὸ γινώσθω ἢ ἐπὶ τῶν λοιπῶν, καὶ πλείονες ὡς τῶν τίσαραν ἀριθμοὶ ἢ ὃ ἔχοντα τῶν λαμβανομένων, οἷος ἐστὶν ἰταῦθα ὃ λ: ὃ ζητημένους ἔσαι ἀριθμὸς, ὃ μὲν γὰρ ζ: περιέχει τὸ α. ἢ β. τῶν δοθέντων μερῶν, μετρίται δὲ παρ' ἑκατέρου τῶν α: ἢ β: ὃ δ: πρὸς τούτοις περιέχει ἢ τὸ γ. μετρίται γὰρ παρ' ἑκάστου τῶν α' β' γ': ὃ δὲ λ: ἔχοντος περιέχει πάντα τὰ δοθέντα μέρη αἰς ὑπὸ πάντων μετρημένος.

Ὅτως μὲν ἢν ὃ ζητημένους εὐρίσκειται ἀριθμὸς καὶ τὸν α. τρόπον. δύναται ἢ ἄλλως ὃ αὐτὸν εὐρίσκειται πολλαπλασιασθῶσιν διὰ: τῶν α' β' γ' δ': ἀριθμῶν πρὸς ἀλλήλους. δ' ἢ γινόμενος ἔξ αὐτῶν οἷος δ' εἰ: πάντα τὰ δοθέντα ἔξῃ μίρη, μετρίται δὲ ἔξ α. πάντων τῶν α' β' γ' δ': αἰς ἔξ ἀπῆτων γινόμενος. Διηκίωχε δ' ἔτος τὸ α. τρόπον, ὅτι κατ' ἑκάστου μὲν εὐρίσκειται ὃ ἐλάττωσιν τῶν τὰ αὐτὰ ἔχόντων μέρη αὐτῶν, κατὰ τούτω δ' ὃ τυχῶν ἢ ὡσὲν μὲν αὐτὸς εὐχερίστερος. τούτων ἐκείτος ἐπιπονώτερος.

δ:	16:
γ:	12:
	32:
	16:
	192:
β:	4:
	768:
α:	2:

Προβλημα Α.

Ἀνδραπόδες ἐρωτηθεῖς ὑπὸ τινος τῶν γινώσκων αὐτοῦ φίλων ὅπως αἰ εἶναι τῶν χρημάτων αὐτοῦ πέντε, καὶ βουλομένους μὲν τὸν ἴδιον λιπῆσαι φίλον, μίτη γούν τὸν πλουτοῦν αὐτοῦ τοῖς

1535
τοῖς

τοῖς ἄλλοις γραῖσαι, ἀπειρίματο πρὸς αὐτὸν οὕτως λέγων. Τὸ μὲν ἡμῖν τῶν ὑπαρχόντων μοι δίδωκα τῷ πρώτῳ μου ὑφ', τὸ δὲ ἕκτον τῷ β'. τὸ δὲ ἑκάτον τῷ γ'. καὶ τὸ ὀκτωκλιδικατὸν τῷ δούλῳ. κατέχει δὲ ἑαυτῷ χρυσᾶ δύο καὶ ἑννηκόντα πρὸς τοῖς ἑατόν. Ζητεῖται ἢ ἕτε τοῦ ὄλου ποσότης καὶ ἑκάστου τῶν μερῶν.

Εἰς λύσιν τοῦντά τε προβλήματος εὐλόγησαν οἱ ἀβ' γ' δ': ἀριθμοὶ ἀντι τῶν δοθέντων μερῶν, ὡς παρονομασαι τῶν αὐτῶν. γραφῆται δὲ καὶ ὁ τῷ περιττεύοντος μέρους ἀριθμὸς δηλ: ὁ 192: ἔρτα τὸ ζ': εἴτα εὐρεθῆτω κατὰ τὸ προκτεθὲν Λῆμμα ὁ πάντα τὰ δοθέντα μέρη ἔχειν ἀριθμὸς, καθ' ὁποτέρου βύλει τρόπον, καὶ ἔσω ἕτος, κατὰ τὸν α. τρόπον γινομένης τῆς πράξεως, ὁ δὲ διαιρηθῆντος δὲ τῷ ε': ἐπὶ τῶν ἀβ' γ' δ': χωρὶς ἔσονται τῶν μέρη ἀναλογία τοῖς ἀβ' γ' δ': τὰ ἡθ' κ' λ': ἀντιπαπτόμενα ἀλλήλοις ποιήσασαι τὸν μί: ἀριθμὸν. Τῆτι δὲ ἀραιρμῆν παρὰ τῷ ε': τὸ ἑαπολειθῆν ἔσω ὁ ν': ὁ τις παραβληθῆτω τῷ ζ': καὶ ἴσος τούτῳ εὐρεθῆ, ὁ ε': πάντως ἔσαι ὁ ζητούμενος ἀριθμὸς, οἱ δὲ ἡθ' κ' λ': οἱ τῶν μερῶν παρασατι καί. Ἐπει δ' ὁ ν': ἐλάττω ἐύρίσκειται παραβαλέμενος τῷ ζ': ζητηθῆτω διὰ τῆς Μιθόδου τῶν Τριῶν ὁ δ'. ἀναλογος ἀριθμὸς, τῷ μὲν ν': τὴν α': ἔχοντος χωρῶν ἐπὶ τῆς αὐτῆς Μιθόδου, τῷ δὲ ζ': τὴν β'. καὶ τῷ ε': τὴν γ'. καὶ ἔσω δ'. εὐρεθῆεις ὁ ε': καὶ ἕτος ἔσαι ἀντιρρήτως ὁ ζήτημενος, ἕτιος διηρημῆν ἐπὶ τοὺς ἀβ' γ' δ': χωρὶς εὐρεθῆσεται καὶ ἡ τῶν μερῶν ποσότης, ὡσπερ γὰρ ὁ ε': σύγκεται ἐκ τῶν ἡθ' κ' λ': τισάρων μερῶν, καὶ τοῦ ν': περιττεύοντος, ἔτω καὶ ὁ ε': συγκημιεμος ἔσαι ἐκ τισάρων μερῶν ἀναλόγων τοῖς ἡθ' κ' λ': καὶ τῷ ν': περιττεύοντος, ἀλλὰ μὴ ὁ ζ': παρίσσει τὴν ποσότητα τῶν ὅσα αὐτῷ κατέχειν ὁ ἐρωτηθείς χρημάτων, ἀρα καὶ τὰ ε' ὡν σύγκεται καὶ εἰς α' διαιρεῖται μέρη ὁ ε': παρασησῶσαι τὴν ποσότητα τῶν ζητημῶν μερῶν.

	α:	β:	γ:	δ:	ζ: 192:
	2	6:	10:	18:	
		2	6:		
		6	30:	6: 90:	
ε: 2	{ 90: 10		α: 6 { 90: 30	γ: 10 { 90: 00	δ: 18 { 90: 00
ε: 45:		δ: 15:	κ: 9:	λ: 5:	
δ: 15:					
κ: 9:		90:			
λ: 5:		74:			
μ: 74:		ν: 10:	— ζ: 192:	— ε: 90:	— ε: 1080:

	90
	17280:
	0128
ν: 16	{ 0000
ε:	1080

Εἶδ' σοι βυλιτὸν καὶ κατὰ τὸ β'. εὐρεῖσαι τρόπον, εἰς λύσιν τῷ αὐτῷ προβλήματος, πολλαπλασιαθῆσασαι εἰ ἀβ' γ' δ': ἀριθμοὶ ἐν ἑαυτοῖς, καὶ ὁ ε' αὐτῶν οἷος ὁ Η: ἔξει τὰ δοθέντα μέρη κατὰ τὸ προκτεθὲν Λῆμμα. Οἷτος δὲ μισθῆνται ἐπὶ τοὺς αὐτοὺς ἀριθμοὺς, ἔξ ὧν γίγνηται διὰ τὸ Πολλαπλασιασμοῦ. καὶ οἱ ἕξαχθῆνται πρὸς τ': συναφθῆσασαι ἀλλήλοις. ἀναλογῆσαι γὰρ τοῖς ἀβ' γ' δ', ὁ δὲ γινόμενος: καὶ ὑπερθεῖν ἀπὸ τῷ αὐτῷ Η: καὶ ἑαπολασθεῖ: καὶ παραβληθῆτω τῷ ζ': καὶ ἴσος εὐρεθῆ ἐκείνω, ὁ Η: ἔσαι ὁ ζητούμενος. Ἐπει δ' ἐύρίσκειται μίξων ὁ Η: τῷ ζ': γινέθω Μιθόδος τῶν Τριῶν, ἀντι μὲν τῷ α. ἔρου λαμβαιόμενον τοῦ χ': ἀντι δὲ τῷ β. τῷ ζ': καὶ ἀντι τῷ γ. τῷ Η: πολλαπλασιαζομένου δὲ τῷ Η: ἐπὶ τὸν ζ': μισθῆνται ὁ γινόμενος ψ', κατὰ τὸν τῆς Μιθόδου κατόνα, ἐπὶ τὸν χ': καὶ παρίσσει σοι ὡς πύλιον τὸ ζητούμενον. Ὅτι δὲ ὁ αὐτός: ἔσαι τῷ α. εὐρεθῆντι τρόπον, δηλον. Ὡς περ γὰρ ἐκεῖ, ὡς ἔχει ὁ ν': πρὸς τὸν ζ': ἔχει καὶ ὁ ε': πρὸς τὸν ε': ἔτω κρηταῦθα ὡς ἔχει ὁ χ': πρὸς τὸν ζ': ἔχει καὶ ὁ Η: πρὸς τὸν α. ὡς ὅσον μέρος ἢ ἐπὶ τῷ α. τρόπον ὁ ν': τῷ ζ': τοῖνον εὐρηται καὶ ὁ ε': τῷ ε': ἰσαπλάσιος δ' ἐπὶ τοῦ β. ἐστὶν ὁ χ': τῷ ζ': τοσαυταπλάσιός ἐσ'. καὶ ὁ Η: τοῦ α': Ἐπει δὲ καθ' ἑκάτερον τὸν τρόπον ὁ αὐτός: ἀριθμὸς λαμβάνεται, ἀντι τῷ β. ἔρου, πάντως γὰρ ὁ αὐτός: εὐρεθῆσεται ἀριθμὸς καὶ ἀντι τῷ δ'.

α:	{ 2160 016	β:	{ 2160: 36	γ:	{ 2160: 016	δ:	— Η: 2160:
ε:	{ 000	ζ:	{ 000:	10:	{ 016 060	18:	{ 36 000
ν:	{ 1080:	κ:	{ 360:	σ:	{ 216:	τ:	{ 120: 216:
Η:	2160					ρ:	360:
θ:	17-6					σ:	1080:
χ:	0384	— ζ:	192:	Η:	2160:	φ:	1776:
					192:	θ:	1080:
					4320		
					19440		
					2160		

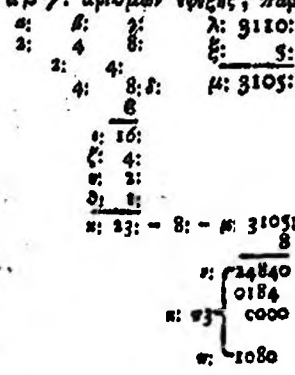
Πρόβλημα. Β.

Ο' αὐτὸς δὲ αὐθὶς περὶ τῷ αὐτῷ καὶ ὑφ' ἑτέρου τιθὸς ἐρωτηθείς ἀπεκρίματο καὶ πρὸς αὐτὸν αἰτηματικῶς λέγων, ἐὰν εἶ-

χ: 384	{ 14720 03072
	{ 0000
	1080

χον ἀριθμούς, τὸ δὲ πλάσιον τῶν δεκάτων, καὶ τὸ ἡμισυ, καὶ τὸ τρίτον, καὶ τὸ ὄγδοον, καὶ ἑβδόμη διέμαι ἀπὸ τῶν χρυσῶν πέντε, ἐγγίνετο εἰς ὅλον τῶν ὑπαρχόντων μοι χρυσῶν δίκαι πρὸς τοῖς ἑκατὸν καὶ τριήκοντα. Ζητεῖται αὖν καὶ οὕτω τῆς ἀπορίσεως γινομένης ἐπὶ τῶν χρημάτων αὐτοῦ ποσότης.

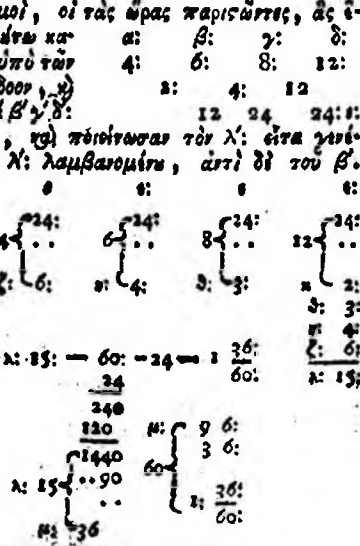
Καθ' ἑκάτερον μὲν τὸν τρόπον ἔχει ἀπὸ τοῦ παρόντος τὸ ζητούμενον εὐρεθῆναι, ὁμοιωθῆναι δὲ εἰς τὸ συντομωτέρον, κατὰ τὸν α'. μόνον τρόπον. Κοιμήτων δὲ τῶν α' β' γ' ἀριθμῶν ἑξήκως, παρ' αὐτῶν τὰ δοθέντα παρονομαζόμενα μέρη, καὶ τοῦ παραστατικῆς τοῦ ὅλου ποσότητος χωρὶς, ἴσα δηλ. τὸ λ': τοῦ δὲ τῶν 5: χρυσῶν ἴσα τὸ ε': εὐρεθῆναι ὁ δ': ἀριθμὸς κατὰ τὴν προκειμένησαν ἰσημίαν ὅστις ἔχει πάντα τὰ δοθέντα μέρη ἡμισυ δηλ. τρίτον, καὶ ὄγδοον. εἰτα διπλασιασθέντα ὁ αὐτὸς δ': ἀριθμὸς, καὶ τῶν γινομένων ἐπιπροσθήτωσαν οἱ ζ' ἢ μετα τις θ': μοιβάς, ὡς τὸν μὲν ζ': ὑποδιπλασίον ἴσαι τῷ δ': τὸν ἢ: δι' ὑποτετραπλασίον. ὁ μὲν γὰρ τὸ ἡμισυ τούτου παραστατικῆς, ὁ δὲ τὸ δ', τοῦ αὐτοῦ, ὡσπερ καὶ ἡ μοιβάς τὸ ὄγδοον, καὶ γίνεσθαι εἰς ἀπέναντι ὁ κ': ἀριθμὸς. Τούτων δ' οὕτω γινομένων ἀφαιρέσθαι ὁ ε': ἀπὸ τοῦ λ' ἀριθμοῦ, ὅς τῆν τῷ ὅλου ἰσημίαν ποσότητα, καὶ ἰσοπολιωνισθέντων ὁ μὲν εἰτα εἰληθῆναι ὁ μὲν κ': ἀπὸ τοῦ α'. ὅρου τῆς Μεθόδου τῶν Τριῶν, ὁ δὲ δ': ἀπὸ τοῦ β'. καὶ ὁ μ': ἀπὸ τοῦ γ'. οὕτως ἐπι τὸν δ': πολλαπλασιασθέντα ὁ γινόμενος μ': μερισθέντα ἐπὶ τὸν κ': καὶ ὁ δοθείς π': ὡς πάλιν ὁ ζητούμενος πάντως ἴσαι. Ὡσπερ γὰρ ὁ κ': γίνεται ἐπὶ τοῦ δ': δις λαμβανομένου, καὶ τῶν τούτου μισῶν ζ' ἢ θ': ἕνα καὶ ὁ π': διπλασιασθέντος, καὶ τῶν γ' τοιαύτως παρὶχον τὸ ἡμισυ αὐτοῦ μέρους, καὶ τὸ δ'. ἴτι δὲ καὶ τὸ ἢ. ποιήσει τὸν μ': φ' τῶν προκειμένων τοῦ ε': γίνεσθαι ὁ λ'.



Πρόβλημα Γ.

Ταχυγράφοι τίσταρας ἀριθμοὶ πρὸς ἀλλήλους περὶ ἀντιγραφῆς Βιβλίου τινός, ὁ μὲν τούτου ἀντίγραφον ἐν ἑρῶν διαστήματι τίσταρων, ὁ δὲ ἐν εἰς, ὁ δὲ ἐν οὐκταί, καὶ ὁ δ'. ἐν δυοκαίδεκα. Ζητεῖται δὲ εἰ πάντες ἄμα τὸ αὐτὸ καὶ μόνον ἀντίγραφον Βιβλίον, καὶ μὴ διακός τὸ ἴδιον χωρὶς αἰς πρότερον, ἐν πόσῳ ἀπὸ ἑρῶν διαστήματι τῶν ἀντιγράφων;

Εἰς λυσίν δὲ τούτου πειράξωμαι ἐπιχειρῶν οἱ α' β' γ' δ' ἀριθμοί, οἱ τὰς ἄρας παριστάντες, ὡς ἑκάστης χωρὶς ἀντιγράφου τὸ Βιβλίον διδάσκοντα. καὶ εὐρεθῆναι κατὰ τὸν α'. τρόπον ὁ ἔχον ἀριθμὸς τὰ παρονομαζόμενα μέρη ὑπὸ τῶν αὐτῶν α' β' γ' δ' ἀριθμῶν, δηλ. τὸ τρίτον, τὸ ἕκτον, τὸ ὄγδοον, καὶ τὸ δωδέκατον, καὶ ἴσα αὐτός ὁ ε': ὅς τις μερισθέντα ἐπὶ τὰς α' β' γ' δ' ἀριθμῶν, καὶ οἱ δοθέντες ζ' ἢ θ' κ' συναρθίτωσαν ἀλλήλοις, καὶ πόσότητας τὸν λ': εἰτα γινέσθαι Μεθόδου τῶν Τριῶν, ἀπὸ μὲν τοῦ α'. ὅρου τοῦ αὐτοῦ λ': λαμβανομένη, ἀπὸ δὲ τοῦ β'. τοῦ εἰληκτα, καὶ ἀπὸ τοῦ γ'. τοῦ ε': καὶ εὐρεθίσθαι ἀπὸ τοῦ δ'. ὁ μ': ὅς τις μερισθόμενος ἐπὶ τὸν βο: παρὶχον μοιβάδα μίαν καὶ λιπτά β: καὶ τριακοντα ἴαν. ἀρα οἱ τίσταρας ἑτοὶ ταχυγράφοι ἄμα τὸ αὐτὸ καὶ μόνον ἀντίγραφον Βιβλίον, καὶ ἐν τῷ αὐτῷ χρόνῳ, κἀνάστα πάντως ἀντιγράφαι αὐτὸ ἐν μίᾳ καὶ ἡμισίᾳ ἄρα, καὶ λιπτοῖς εἰς. Κρίσθαι γὰρ τὸ Βιβλίον ἔχει σελίδας εἰκοσι καὶ τίσταρας, ὅσας καὶ ὁ ε': μοιβάδας ἐν αὐτῷ περιέχει. τότε ἀρα κοιμήτω, διότι ὅτι τῶν ταχυγράφων ὁ μὲν α'. ἐν μίᾳ ἄρα ὕσταται ἀντιγράφαι σελίδας εἰς ὅλον: τὸ τρίτον τοῦ βιβλίου, ὁ δὲ β'. τίσταρας, δηλ. τὸ ε': τοῦ αὐτοῦ, ὁ δὲ γ'. τριῖς δηλ. τὸ ὄγδοον. καὶ ὁ δ'. δύο δηλ. τὸ δωδέκατον. Ταῦτα δὲ πάντα συναρθίωμενα ποιούσι σελίδας πεντηκαίδεκα. ὡς οἱ ρηθέντες ταχυγράφοι ἐν ἄρα μίᾳ ἀντιγράφου σελίδας ὡς εἴρηται πεντηκαίδεκα. διὰ ἀπὸ τοῦ α'. ὅρου ἐπὶ τῆς Μεθόδου τῶν Τριῶν εἰληκτα ὁ πεντηκαίδεκα ἀριθμὸς, ἀπὸ δὲ τοῦ β'. δ' εἰληκτα, ἢ γὰρ ἄρα εἰς λιπτά πρῶτα διαιρεῖται εἰληκτα, ἀπὸ δὲ τῷ γ'. ὁ ε': εἰρήσεται γὰρ εἰκότως. Εἰ οἱ ρηθέντες ταχυγράφοι



χυγράφοι σελίδας πεντηκίδεκα δύναται ἀντιγράψαι ἐν ὥρῃ μιᾷ, τὰς εἴκοσι καὶ τέσσαρας τοῦ ὅ-
 λου Βιβλίου σελίδας ἐν πόσῳ ὥρῃ διαστήματι ἀντιγράψουσι; Πραξίως δὲ γινόμενης εὐρίσκονται
 λεπτά 15 ἢ ἐπιπλέοντα, ἀπὸ τοῦ τετάρτου ὄρου. ταῦτα δὲ μερίζονται ἐπὶ τὸν 60: τὸν ἀπὸ μιᾶς
 λαμβανόμενον ὥραν, παράχουσι ὥραν μίαν ἢ λεπτά 15 ἢ τριακοντα. ἐπεὶ δὲ τὰ τριακοντα λι-
 πτά ποιοῦσιν ὥραν ἡμισίαν, δῆλον ὅτι οἱ ταχυγράφοι δύναται ἀντιγράψαι τὸ Βιβλίον, ἐν μιᾷ
 καὶ ἡμισίᾳ ὥρᾳ, καὶ λεπτοῖς α΄ 15. Ὅτι δ' ὁ αὐτὸς ἀριθμὸς εὐρίσκεται καὶ ἐν τῷ β΄ τρόπῳ
 φανερόν ἐκ τῶν ἀνωτέρω. Διὸ δὴ τὰς κατ' αὐτὸν πράξιν, ὡς ἠγνωσμένον καταλιμπάνομεν.

Τοιαῦτα μὲν ἐν ἢ ἀλλὰ τοῖσι παραπλήσια Προβλήματα διὰ τῶν Ἀριθμητικῶν λύονται Με-
 θόδων. Καὶ ὁ ἐν εἴξει ταύτας ἔχων καὶ τοῦ Ἀγγλικῆς ἔστι ἐπὶ τῶν ἐξυδικέτερος. Τῶν δὲ παρα-
 ταῦτα τισὶ προβαλλομένων ἀγχινοίας μάλλον ἔργον ἢ Μεθόδου τινὸς ἀποτέλεσμα ἢ λύσις καθε-
 σταιν. Ὅτου χάριν καὶ ἡμεῖς συστομίας ἴσκα πέρασ τῷ Α΄ Βιβλίῳ ἐταῦθα δίδόμεθα.

Πρῶτον μὲν εἶδε Βιβλίῳ καίτοι Πέρασ.





BIBLION ΔΕΥΤΕΡΟΝ

Κ Ε Φ Α Λ Α Ι Ο Ν Α.

Περὶ Κλασμάτων τί τε ἐξὶ Κλάσμα, καὶ ὅπως γράφεται.



Πληρωθέντος ἤδη τῷ Πρώτῳ Βιβλίῳ τῆς παρούσης πραγματείας, καὶ τῶν ταύτῃ χρεω-
 δεύσαντων τὸν ἔσθλα ἐπιμιτυθέντων τρόπων, ἐπιθυμῶντες καὶ τῆς τοῦ Β'. ἀφ'εστῆαι ἐπιμυ-
 νείας. Ἐπεὶ δ' ἔταυθα ἡ διὰ σκιφίης ἐπὶ τῶν κλασμάτων μάλλον ἴσαι ἀριθμῶν, εἰ-
 δῖναι δύο α. τίς ὁ κλασμάτιος ἀριθμὸς καὶ τί τὸ κλάσμα, καὶ ὅπως διὰ γράφονται. Κλασμάτιος
 μὲν ἔν ἀριθμῷ ἴσιν, ὁ μὴ ἐκ μονάδων ἀποκλίρων συγκαίματος, ἀλλ' ἐκ μερῶν τινῶν μοκάδος. Διὸ
 οὐ καὶ κλάσμα καὶ λεπτόν λήγεται ὁ μίρος, τί ἢ μέρη τιὰ περιτῶν μοκάδος. οἷον δίδωθαι τὴν μο-
 ναδα διηρημένη εἶναι εἰς μέρη, δύο ἢ πέντε, τίναρα, καὶ ἐξ αὐτῶν λαβεῖν τὰ δύο, ὁ ἔν δύο χαρακτήρ,
 ὁ τὰ δύο τῶν τισάδων τῆς μονάδος μερῶν περιτῶν κλάσμα ἢ λεπτόν προσαγορεύεται. Ἐκασὸν
 δὲ τῶν κλασμάτων δυσὶ γράφεται χαρακτῆρσι, γραμμῆς τινὸς μισολαβοῦσης ὡς τὸ αβ': α: 2:
 οὐ ὁ μὲν β': χαρακτῆρ τῆς μονάδα ἐμφαίνει διηρημένη οὔσαν εἰς μέρη ἀρισμῖμα κατὰ
 τὸ πλήθος τῶν ἐν αὐτῇ μονάδων. ὁ δὲ α: τὰ ὅσα ἐκ τῶν αὐτῶν μερῶν τῆς μονάδος ἐλάβομεν. β: 4:

Καλῆται δ' ὁ μὲν β': παρονομασῆς, ὡς ἐξ αὐτοῦ τὰ λαμβανόμενα μέρη τὴν παρονομασίαν ἔχο-
 ντα, ὁ δὲ α: ἀριθμητῆς ὀνομάζεται. παρῆσσι γὰρ τὸν ἀριθμὸν τῶν ἐπιμιμῶν μερῶν. διὸ ἐστὶν μὲν
 ἡ μονὰς εἰς δύο διαριθῆ μέρη ἑκάτερον τῶν μερῶν αὐτῆς δεύτερον προσαγορεύεται. τὰν δὲ εἰς τρία,
 ἕκασον αὐτῆς μίρος τρίτον καλεῖται. ἴσιν δὲ εἰς τίναρα τίναρον, ὡσπερ καὶ εἰς πέντε διηρηθείσης
 τῆς μονάδος, ἕκασον τῶν αὐτῆς μερῶν πέμπτον ὀνομάζεται. εἰς ἔξ δὲ ἕκτον, καὶ εἰς ἑπτὰ ἑβδο-
 μον, καὶ ἐπὶ τῶν ἑστιῶν ἀναλόγως δεκάτην, ἑκατοῦν, χιλιῶν, καὶ τῶν ἄλλων. Ὅταν
 δὲ διαριθῆσθῆς τῆς μονάδος εἰς ὀκταδικοῦν μέρη λάβομεν ἑξοχὸν παρονομασίαις τοῦτο κοσμοῦ-
 μεν, ἐν δεύτερον αὐτὸ προσαγορεύοιτο, ἢ ἐν τρίτον, ἢ ἐν τέταρτον, ἢ ἐν πέμπτον, καὶ ἐπὶ τῶν λοι-
 πῶν ἀναλόγως. Ἐὰν δὲ λάβωμιν ἑξ, δύο δεύτερα αὐτὰ ὀνομάζονται, ἢ δύο τρίτα, ἢ δύο τίναρα
 καὶ τὸν προκείμενον παρονομασίαν. ὡσάτως δὲ πάντε τρία λάβωμιν, πάντε πλείω, προτίθεμεν αὐ-
 τούς τῆν ἐν τῷ παρονομασῷ παρονομασίαν. ὁ δ' ἀριθμητῆς τὴν ποσότητα
 μέρων τῶν λαμβανόμενων παρῆσσι μερῶν. Ἐκασὸν δὲ κλάσμα ἢ ἰ-
 σον ἴσαι μονάδι, ἢ μίτζον, ἢ ἑλάττον. καὶ ἴσον μὲν πνεῖμα ὁ ἀριθμη-
 τῆς ἴσος: ἴσι τῷ παρονομασῷ. ὡς τὰ γ' δ', ε' ζ', ἢ θ', τοσαῦτα γὰρ μέ-
 ρη μονάδος: ἐν τοῖς τοιούτοις λαμβάνεται, εἰς ὅσα καὶ ἡ μονὰς διηρημέ-
 νη ὑποτίθεται. μίτζον δ' ἰσοῦσαν ὁ ἀριθμητῆς μίτζων εἰν τῷ παρο-
 νομασῷ ὡς τὰ κ' λ', μ' ν', ἔξ ὁ, πλείω γὰρ τῷ πλήθει λαμβάνεται ἴσταν-
 θα μέρη τῶν εἰς ὅσα ἡ μονὰς διαιρεῖται. ἑλάττον δ', ὅτι ὁ ἀριθμητῆς ἑ-
 λάττων εἰν τῷ παρονομασῷ, ὡς τὰ π' ρ', σ' τ', φ' χ', ἑλάττονα γὰρ μέρη λαμβάνεται, ἢ εἰς ὅσα
 ἡ μονὰς διαιρεῖται. κυρίως δὲ καὶ κατὰ α. λόγον κλάσμα καὶ λεπτόν ὀνομάζεται, τὸ ἑλάττον τῆς
 μονάδος, τὸ δὲ ἴσον, ἢ μίτζον καταχρηστικῶς. Ὅσπερ δ' ἐπὶ τῶν ἀκριβῶν ἀριθμῶν ἡ μονὰς προ-
 σιθμῖμα, ἢ αφαιρῖμα γινεστικὸν ἴσι πάντων. Ὅταν καὶ ἐπὶ τῶν κλασμάτων ἀριθμῶν διαιρουμέ-
 νη ἡ μονὰς πᾶν ἴς ποιῆ κλασμάτων.

Πόρισμα.

Ἐκ τούτων δυνάμεθα συναγαγεῖν τὸν λόγον, ὅτι τὸ λεπτόν ἔχει πρὸς τὴν μονάδα. Ἐπὶ γὰρ
 ὁ μὲν ἀριθμητῆς τῆν τοῦ λεπτοῦ παρῆσσι ποσότητα, ὁ δὲ παρονομασῆς τὴν μονάδα. Φηερὸν ὅτι
 ὡς ἔχει ὁ ἀριθμητῆς πρὸς τὸν παρονομασῆν, οὕτως ἔχει καὶ τὸ λεπτόν πρὸς τὴν μονάδα.
 Ἐστὶ ὅπλον ὡς ἕκασον ἀριθμὸν δυνατόν ἀπὲ κλάσματος ἐννοεῖν δυνάμει. Ἐκασος δὲ
 τοσαύτας μονάδας περιέχει, ὅσων ἐστὶ σηματικῶς. Ἐὰν δ' ἡ μονὰς ἐπ' αὐτὸν τεθῆ ἑ-
 ηρησῆ πως γινεστικὸν κλάσμα, ὡς τὸ ψ' ω':

ψ: 10:
ω: 1:

Πρότασις Α':

Εκασον κλάσμα πρὸς τὸ οἰκείον ὄλον, ἢ τὴν μονάδα ἔχει ὡς ὁ ἴδιος ἀριθμητὴς πρὸς τὸν παρονομαστὴν, καὶ ἀνάπαλι τὸ ὄλον ἢ ἡ μονάδα πρὸς τὸ κλάσμα ἔχει ὡς ὁ παρονομαστὴς πρὸς τὸν ἀριθμητὴν.

Ἐἴω κλάσμα τὸ α'β': οὐ ἀριθμητὴς μὲν ὁ α': παρονομαστὴς δ' ὁ β': λέγω δὲ τὸ α'β': α: 2: κλάσμα ἔχειν πρὸς τὸ οἰκείον ὄλον ἢ τὴν μονάδα ὡς ὁ α': πρὸς τὸν β': ἐπεὶ γὰρ ἐπὶ παρα- β: 4: — κλάσματος ὁ μὲν παρονομαστὴς ὑποτίθεται ἀπὸ τῆς ἴσου ἢ τῆς μονάδος, ὁ δ' ἀριθ- β: 4: — μμητὴς παρίσπιν τὸν κεκλασμένον ἀριθμὸν, κατὰ τὰ ἴδια εἰρημίνα, πάντως γὰρ καὶ ἐπὶ τοῦ α'β': κλά- σματος ὁ μὲν β': τὸ ὄλον ἢ τὴν μονάδα παραμφαίνει, ὁ δὲ α': τὸν κεκλασμένον ἀριθμὸν, ἀλλ' ὁ κεκλασμένος ἀριθμὸς κατ' ἢν διχεται παρονομασίαν κλάσματι ἐμφαίνει, ὁ α': ἀρα ἀριθμητὴς κα- τὰ τὴν παρά τῆ β': παρονομασίαν τῆ α'β': κλάσματος παραστατικὸς ἐστίν, ὡς αὐτὸς τῆ αὐτῆ α'β': κλάσματι. Τὰ δὲ ἴσα πρὸς τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, κατὰ τὴν ζ. τῆ ε. Εὐκλι: ἀρα καὶ τὸ α'β': κλάσμα ἴσον ὄν τῷ ἀριθμητῇ, ὡς διδύκται, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον πρὸς τὸ ὄλον, ἢ τὴν μονά- δα, ὄν καὶ ὁ α': ἀριθμητὴς πρὸς τὸν β': παρονομαστὴν. ὅτι δὲ καὶ ἀνάπαλι ὄλον. ὁ γὰρ β': τὴν μονάδα παρίσπιν ὡς πῆρ καὶ ὁ α': τὸ κλάσμα, ὡς εἴρηται.

Πρότασις Β'.

Ἐπὶ παντὸς κλάσματος ὁ ἀριθμητὴς ὡς ὁλόκληρος λαμβανόμενος ἀριθμὸς τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον πρὸς ἑαυτὸν, ὡς λεπτὴν παραστατικὴν, ὄν καὶ ὁ παρονομαστὴς πρὸς τὴν μονάδα.

Ἐπειδὴ κλάσμα τὸ α'β': ἢ ἀριθμητὴς μὲν ἔσω ὁ α': παρονομαστὴς δ' ὁ β': λέγω δὲ τὸν α': ἀριθ- μητὴν, ὡς ὁλόκληρον ἀριθμὸν, τὸν αὐτὸν ἔχειν λόγον πρὸς ἑαυτὸν, ὡς λεπτὴν παραστατικὴν, ὄν καὶ β': παρονομαστὴς πρὸς τὴν μονάδα. Πολλαπλασιασθέντες ἢ ὁ α': ἐπὶ τὸν β': καὶ γινί- α: 3: γ: 15: — θω ὁ γ': καὶ ἐπὶ ὁ α': ἀριθμητὴς ἐπιταῦθα μὲν τῆς τῆ κλάσματος παρίσπιν ποσότητα, δύναιται ὁ ἀπλῶς καὶ ἀπὸ ὁλοκληρῶ λαμβάνει ἀριθμὸν, φανερὸν ὅτι ἀπὸ μὲν κλά- β: 5: β: 5: — σματος παραστατικὸς ἐλάττων ἐστὶ τῆ β': ἀπὸ δ' ὁλοκληρῶ λαμβανόμενος ἀριθμὸς μείζων. περιέχειν γὰρ οὕτως τὸν β': ὅσκις καὶ τὴν μονάδα. ὁ γὰρ β': ἀπὸ μονάδος ἐπιταῦθα ὑποτίθεται. Ἐπεὶ δ' αὐτῆς ὁ α': ἐπὶ τὸν β': πολλαπλασιασθέντες τὸν γ': ποσότητες, ὁ γ': πάντως παρίσπιν, ὅσα μέρη ὁ α': περιέχει, ὡς ὁλόκληρος λαμβανόμενος ἀριθμὸς, οἷα τὰ τῆ β': τὸ γὰρ ἀριθμὸν τινα ἐφ' ἕτερον πολλαπλασιασθέντες τῶν αὐτῶν ἐστὶ τῆ τῆς μονάδος τοῦ πολλαπλασιασθέντος, εἰς τοσούτα μέρη διαι- ρίσσεται, εἰς ἴσας καὶ ὁ πολλαπλασιασθέντες διαιρεταί μονάδας. ἀλλὰ καὶ μὴ τὸν καὶ τῆς Πολλαπλα- σθέντες, ὡς ἔχει ἢ μονάδα πρὸς τὸν β': ἀπὸ ὁλοκληρῶ λαμβανόμενος ἀριθμὸν, ἔχει καὶ ὁ α': πρὸς τὸν γ': ὡς δὲ ὁ γ': πρὸς τὸν α': ἀνάπαλι ἐστὶ καὶ ὁ β': πρὸς τὴν μονάδα. Ὁ α': ἀρα, ὡς ὁλόκληρος ἀριθμὸς λαμβανόμενος, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον πρὸς ἑαυτὸν ὡς παραστατικὸν κλάσματος, ὄν καὶ ὁ β': πρὸς τὴν μονάδα. Ὁ πῆρ ἢν τὸ ὑποσχεθῆς.

Πρότασις Γ'.

Τὰ κλάσματα ὡς οἱ ἀριθμηταὶ τὸν αὐτὸν ἔχουσιν λόγον πρὸς τοὺς παρονομαστὰς τῶν αὐτῶν ἴσα ἀλλήλοις εἰσὶ, καὶ τῶν ἴσων κλάσμάτων οἱ ἀριθμηταὶ τὸν αὐτὸν ἔχουσιν λόγον πρὸς τὰς αὐτῶν πα- ρονομαστὰς. Οὐ δὲ κλάσματος ὁ ἀριθμητὴς μείζων λόγον ἔχει, μείζων κλαίνο ἐστίν, οὐ δ' ἐλάτ- τωτα, ἐλάττω.

Ἐἴωσαν δὲ τὰ α'β', γ'δ', κλάσματα, ὡς τὸν ἀριθμητὴν ἐκάτερον τὸν αὐτὸν α: 2: γ: 3: — ἔχουσιν λόγον πρὸς τὸν ἴδιον παρονομαστὴν, ὡς ὁ α': δηλ: πρὸς τὸν β': οὕτως ἔχουσιν καὶ τὸν γ': πρὸς τὸν δ': λέγω τὸ α'β': κλάσμα ἴσον εἶναι τῷ γ'δ': Ἐπεὶ γὰρ ἐστίν β: 4: δ: 6: — ὡς ὁ α': ἀριθμητὴς πρὸς τὸν β': παρονομαστὴν, οὕτως καὶ ὁ γ': ἀριθμητὴς πρὸς τὸν δ': παρονομαστὴν, ὡς δ' ὁ α': πρὸς τὸν β': ἔχει καὶ τὸ α'β': κλάσμα πρὸς τὴν μονάδα, καὶ τὸ α' δ' τῶν παρόντων, πάντως γὰρ ὡς ἔχει τὸ α'β': κλάσμα πρὸς τὴν μονάδα ἔχει καὶ ὁ γ': πρὸς τὸν δ': ὡς δ' ὁ γ': πρὸς τὸν δ': ἔ- χει καὶ τὸ γ'δ': κλάσμα πρὸς τὴν μονάδα, καὶ τὴν ῥηθείαν α. ἀρα ἐκάτερον τῶν α'β', γ'δ', κλάσμα- των τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον πρὸς τὴν μονάδα, καὶ ἐπομένως ἴση ἀλλήλοις ἐστὶ, κατὰ τὴν θ. τοῦ ε. τοῦ Στοιχειωτοῦ.

Καίεσθω δὲ τὰ α'β', γ'δ', κλάσματα ἴσα ἀλλήλοις. λέγω δὲ τοὺς ἀριθμητὰς τούτων τὸν αὐ- τὸν ἔχουσιν λόγον πρὸς τοὺς ἴδιους παρονομαστὰς, ἐπεὶ γὰρ ἴσα ὑποτίθενται, τὸν αὐτὸν πάντως ἔχει λόγον ἐκάτερον πρὸς τὴν μονάδα, ἀλλ' ὡς τὸ α'β', κλάσμα πρὸς τὴν μονάδα, ἔχει καὶ ὁ α' ἀριθμητὴς πρὸς τὸν β': παρονομαστὴν, καὶ τὴν ῥηθείαν α. ὡς δ' ἔχει πάλιν τὸ γ'δ', ὁμοίως πρὸς τὴν

τὴν μονάδα, ἔχει ἢ ὁ γ': ἀριθμητὴς πρὸς τὸν δ': παρονομασὴν, ἀρα ἢ τὴν δ'. τὴ ἰ. τὴ Στοίχην
 τὴ, ὡς ἔχει ὁ α': ἀριθμητὴς πρὸς τὸν β': παρονομασὴν, ἔχει ἢ ὁ γ': πρὸς τὴν δ': Ὅπερ ἴδει δεῖξαι.
 Κεῖσθω ἔτι τὰ ἐζ', ἢ θ', κλάσματα, καὶ τοῦ μὲν ἐζ', ὁ ἀριθμητὴς ἔχεται πρὸς τὸν ἴδιον παρονομαστὴν μίζονα λόγον, τὴ δὲ ἢ θ', ὡσαύτως ὁ ἀριθμητὴς
 ἔχεται πρὸς τὸν ἴδιον παρονομαστὴν ἐλάττωτα λόγον. Λέγω δὲ τὸ ἐζ': κλάσμα ζ: 6: θ': 10:
 μίζον εἶναι τοῦ ἢ θ': ἐπεὶ γὰρ ἐπὶ παντός κλάσματος ὁ παρονομαστὴς αὐτὴν μονάδος ὑποτίθεται,
 ὡς εἴρηται. Ἐπασσι δὲ κλάσμα πρὸς τὴν μονάδα ἔχει, ὡς ὁ ἀριθμητὴς αὐτὴ πρὸς τὸν παρονομα-
 στὴν, πάντως γὰρ καὶ τὸ ἐζ': κλάσμα πρὸς τὴν μονάδα μίζονα λόγον ἔχει, ἕπερ τὸ ἢ θ': τῶν δὲ
 πρὸς τὸ αὐτὸ λόγον ἔχοντων τὸ τὸν μίζονα λόγον ἔχον ἐκτενο μίζον εἶσι, καὶ τὴν ἰ. τὴ ἰ. τὴ Στοί-
 χιωτὰ τὸ ἐζ': ἀρα μίζον εἶσι τὴ ἢ θ': Ὅπερ ἴδει δεῖξαι.

Πρότασις Δ.

Τὰ κλάσματα ὧν οἱ ἀριθμηταὶ τὸν αὐτὸν πρὸς ἀλλήλους ἔχουσι λόγον, ὅν καὶ οἱ παρονομασταὶ ἴσα
 ἀλλήλους εἶσι, ἢ τῶν ἴσων κλασμάτων οἱ ἀριθμηταὶ τὸν αὐτὸν ἔχουσι λόγον πρὸς ἀλλήλους, ὅν καὶ
 οἱ παρονομασταὶ, οὗ δ' ὁ ἀριθμητὴς πρὸς τὸν τοῦ ἰτέρου ἀριθμητὴν μίζονα λόγον ἔχει, ἕπερ ὁ
 παρονομαστὴς πρὸς τὸν παρονομαστὴν, ἕτερο μίζον εἶσι, ἢ δ' ἐλάττωτα ἐλάττων.

Κεῖσθων ἢδη δύο κλασμάτων τῶν κ' λ', μ' ν', ἔχεται ὁ κ': ἀριθμητὴς πρὸς τὸν μ': ἀριθμητὴν ὡς ὁ λ':
 παρονομαστὴς πρὸς τὸν ν': παρονομαστὴν, καὶ ἴσοιται πάντως ἴσα ἀλλήλους. Ἐπεὶ γὰρ εἶναι ὡς ὁ κ':
 ἀριθμητὴς πρὸς τὸν μ': ἀριθμητὴν, οὕτως ὁ λ': παρονομαστὴς πρὸς τὸν ν': παρονομαστὴν, ἴσα πάν-
 τως καὶ ἐναλλάξ, ὡς ὁ κ': ἀριθμητὴς πρὸς τὸν λ': παρονομαστὴν, οὕτω καὶ ὁ μ': ἀριθμητὴς πρὸς τὸν
 ν': παρονομαστὴν, καὶ ἐπομένως τὰ κ' λ', μ' ν', κλάσματα ἴσα ἀλλήλους εἶσι κατὰ τὴν ἀνωτέρω.

Κεῖσθασιν δὲ τὰ κ' λ', μ' ν', κλάσματα ἴσα ἀλλήλους, καὶ οἱ τῶν ἀνωτέρω πρὸς τὸν μ': μί:
 ἀριθμητῶν τῶν αὐτῶν ἔξωσι λόγον πρὸς ἀλλήλους, ὅν καὶ οἱ παρονομασταὶ. Κα-
 τὰ γὰρ τὴν ἀνωτέρω ὡς ἔχει ὁ κ': ἀριθμητὴς πρὸς τὸν λ': παρονομαστὴν, ἔχει λ: 6: ν: 12:
 καὶ ὁ μ': ἀριθμητὴς πρὸς τὸν ν': παρονομαστὴν, ὡς καὶ ἐναλλάξ, ὡς ὁ κ': ἀριθμητὴς πρὸς τὸν μ': ἀ-
 ριθμητὴν, ἔχει καὶ ὁ λ': παρονομαστὴς πρὸς τὸν ν': παρονομαστὴν.

Ἐχέτω δ' ἔτι ὁ τὸ ξ' π': κλάσματος ἀριθμητὴς πρὸς τὸν τὴν ρ': κλάσματος α':
 ἀριθμητῶν μίζονα λόγον, ἕπερ ὁ π': παρονομαστὴς πρὸς τὸν σ': παρονομαστὴν.

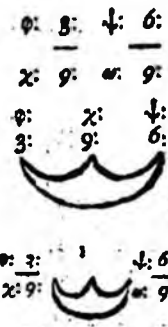
Λέγω δὲ τὸ ξ' π': κλάσμα μίζον εἶναι τὸ ρ': ἐπεὶ γὰρ ὁ ξ': ἀριθμητὴς πρὸς
 τὸν π': ἀριθμητὴν μίζονα λόγον ἔχει κατὰ τὴν ἀνωτέρω, ἕπερ ὁ π': παρονομαστὴς πρὸς τὸν σ':
 παρονομαστὴν, πάντως γὰρ καὶ ἐναλλάξ, μίζονα λόγον ἔχει ὁ ξ': ἀριθμητὴς πρὸς τὸν π': παρονομα-
 στατὴν, ἕπερ ὁ π': ἀριθμητὴς πρὸς τὸν σ': παρονομαστὴν, οὗ δὲ κλάσματος ὁ ἀριθμητὴς πρὸς τὸν ἴ-
 διον παρονομαστὴν μίζονα λόγον ἔχει, ἐκτενο μίζον εἶσι, κατὰ τὴν ἀνωτέρω, ἀρα καὶ τὸ ξ' π':
 κλάσμα μίζον εἶσι τὸ ρ': Ὅπερ ἴδει δεῖξαι.

Πρότασις Ε.

Τὰ κλάσματα τὰ τὸν αὐτὸν ἔχοντα παρονομαστὴν τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον πρὸς ἀλλήλα, ὅν καὶ οἱ
 ἀριθμηταὶ. Τὰ δὲ τὸν αὐτὸν ἔχοντα πρὸς ἀλλήλα λόγον κλάσματα, ὅν καὶ οἱ ἀριθμηταὶ, τὸν αὐ-
 τὸν ἔχουσι παρονομαστὴν.

Ἐχέτωσιν αὖ τὰ φ' χ', ψ' α', κλάσματα τὸν αὐτὸν παρονομαστὴν. Λέγω
 δὲ ταῦτα τὸν αὐτὸν ἔχον πρὸς ἀλλήλα λόγον, ὅν καὶ οἱ φ' ψ', πρὸς ἀλλή-
 λους ἔχουσι ἀριθμητῶν. Ἐπεὶ γὰρ κατὰ τὴν α'. τοῦ πρώτου ὡς ἔχει ὁ
 φ': ἀριθμητὴς πρὸς τὸν χ': παρονομαστὴν, ἔχει καὶ τὸ φ' χ', κλάσμα πρὸς
 τὴν μονάδα ὡς ὁ δ' οἱ παρονομαστὴς ἴσοι ὁ χ': πρὸς τὸν ψ': ἔχει ἀριθ-
 μητῶν, κατὰ τὴν αὐτὴν, οὕτως ἔχει καὶ ἡ μονάδα πρὸς τὸ ψ' α', κλάσμα, ἀρα
 καὶ τὸ φ' χ', ὡς ἔχει ὁ φ': ἀριθμητὴς πρὸς τὸν ψ', ἀριθμητὴν, οὕτως ἔχει καὶ
 τὸ φ' χ': κλάσμα πρὸς τὸ ψ' α', κλάσμα. Ὅπερ ἦν τὸ α'.

Ἐχέτωσιν ἔτι τὰ φ' χ', ψ' α', κλάσματα τὸν αὐτὸν λόγον πρὸς ἀλλήλα,
 αἱ ἔχουσι πρὸς ἀλλήλους καὶ οἱ φ' ψ', ἀριθμηταὶ. Λέγω δὲ ταῦτα τὸν αὐ-
 τὸν ἔχον παρονομαστὴν. Ἐπεὶ γὰρ εἶναι ὡς ὁ φ': ἀριθμητὴς πρὸς τὸν ψ':
 ἀριθμητῶν ὡς τὸ φ' χ', κλάσμα πρὸς τὸ ψ' α', κλάσμα, ὡς δ' ἔχει ὁ
 ψ': ἀριθμητὴς πρὸς τὸν α': παρονομαστὴν, ἔχει καὶ τὸ ψ' α', κλάσμα πρὸς τὴν
 μονάδα, ὡς ἡ μονάδα πρὸς τὸν α': ἀριθμητῶν ὡς ὁ φ': ἀριθμητὴς πρὸς τὸν α': παρονομαστὴν τὸ φ' χ', κλάσμα
 πρὸς τὴν μονάδα, ὡς δ' ἔχει τὸ φ' χ', κλάσμα πρὸς τὴν μονάδα, ἔχει καὶ ὁ φ': ἀριθμητὴς πρὸς
 τὸν χ':



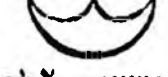
τὸν χ': παρονομασῆν ὡς δίδειται. Ἄρα ὁ φ': ἀριθμητὴς τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον πρὸς ἑκάτερον τῶν χ' ὡς παρονομασῶν, ἢ ἰσομέτρως οἱ χ' ὡς παρονομασάδι ἴσῃ ἀλλήλοις εἰσὶ, καὶ τὸν δ'. τὸ ε' τὸ στοιχειωτῷ.

φ: 3: ψ: 6:
χ: 9: ω: 9:

φ: ψ: ω:
3: 6: 9:



φ: 3: ψ: 6:
χ: 9: ω: 9:



Πρότασις 5.

Εἰν δύο τιῶν κλάσμάτων οἱ ἀριθμηταὶ κατὰ τὸν χιασμόν ἐπὶ τοὺς παρονομασὰς τῶν αὐτῶν πολλαπλασιασθῶσιν, οἱ ἔξαχθίττες τὸν αὐτὸν ἔξουσι λόγον πρὸς ἀλλήλους, ὅν καὶ τὰ κλάσματα.

Τῶν α' β': τοῖνυ καὶ γ' δ': κλάσμάτων πολλαπλασιασθῶσιν οἱ α' γ': ἀριθμηταὶ ἐπὶ τὰς β' δ': παρονομασὰς κατὰ χιασμόν, ἢ γενίσθω ἐκ μὲν τοῦ α': ἀριθμητοῦ ἐπὶ τὸν δ': παρονομασῆν ὁ ζ': ἀριθμὸς. Ἐκ δὲ τοῦ γ': ἀριθμητοῦ ἐπὶ τὸν β': παρονομασῆν ὁ κ': ἀριθμὸς. Ἄρα ὁ δὲ τὸν ζ': ἀριθμὸν πρὸς τὸν κ' ἔχειν, ὡς τὸ α' β': κλάσμα πρὸς τὸ γ' δ': πολλαπλασιασθῶσιν γὰρ ὁ β': παρονομασῆς ἐπὶ τὸν δ': παρονομασῆν, ἢ γενίσθω ὁ δ': ἀριθμὸς. ἢ ἐπὶ ὁ δ': τὰς α' β': πολλαπλασιασῶσιν τοὺς ζ' δ': παρονομασῆν, οἱ ζ' δ': πάντως ἀριθμοὶ τὸν αὐτὸν ἔξουσι λόγον τοῖς α' β': καὶ τὸν κ' τὸ ζ'. Ἐν κλ: ἴσιν ἀρα ὡς ὁ α': πρὸς τὸν β': ὁ ζ': πρὸς τὸν δ': ἀλλ' ὡς ὁ α': πρὸς τὸν β': ἔχει καὶ τὸ α' β': κλάσμα πρὸς τὴν μονάδα, καὶ τὴν α' τὴν παρότος, ἀρα ὡς ἔχει τὸ α' β': κλάσμα πρὸς τὴν μονάδα, ἔχει καὶ ὁ ζ': πρὸς τὸν δ': αὐτὸς ἰσομέτρως, ἀρα ὡς τὸ γ' δ': πολλαπλασιασῶσιν τὰς δ' ἢ πεποιθῶσιν, ἴσιν ἀπαύσας καὶ τὴν ῥηθεῖσαν ἴσ'. ὡς ὁ δ': πρὸς τὸν γ': ὁ δ': πρὸς τὸν κ': ὡς δὲ ὁ δ': πρὸς τὸν γ', ἔχει καὶ ἡ μοιὰς πρὸς τὸ γ' δ', κλάσμα, κατὰ τὴν α' του παρότος, ἀρα ὡς ἡ μοιὰς πρὸς τὸ γ' δ', κλάσμα, ἔχει καὶ ὁ δ': πρὸς τὸν κ': καὶ δι' ἴσιν ἀρα ὡς ἔχει τὸ α' β', κλάσμα πρὸς τὸ γ' δ', οὕτως ἔχει καὶ ὁ ζ': ἀριθμὸς πρὸς τὸν κ': Ὅπιρ ἢν τὸ β'. εἰν ἀρα δύο τιῶν κλάσμάτων οἱ ἀριθμηταὶ ἴσῃ.

φ: 10: ψ: 12:
κ: 3: γ: 4:
δ: 15:

Πορίσμα.

Ἐκ τούτου δῆλον, ὅτι ἴσιν οἱ ἔξαχθίττες ἀριθμοὶ ἴσιν ὡσιν ἀλλήλοις, ἴσα ἴσονται ἀλλήλοις καὶ τὰ κλάσματα ἂν οἱ ἀριθμηταὶ ἐπὶ τὰς παρονομασὰς κατὰ χιασμόν πολλαπλασιασθῶσιν τὰς αὐτοῦς πεποιθῶσιν ἀριθμῶν.

Πρότασις Ζ.

Τὸ ὅλον ἦτοι, ἢ μοιὰς πρὸς τὸ συμποσόμενον δύο κλάσμάτων τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὅς καὶ ὁ γινόμενος ἐκ τῶν παρονομασῶν τῶν αὐτῶν κλάσμάτων ἔχει πρὸς τὸ συμποσόμενον τῶν γινόμενων ἐκ τῶν παρονομασῶν, ἢ ἀριθμητῶν κατὰ χιασμόν πολλαπλασιασθῶσιν.

Ἐγώσων ἦν τὰ ὁ π': ῥσ': κλάσματα, καὶ ἐκ μὲν τῷ ὁ: ἀριθμητῷ ἐπὶ τὸν σ': παρονομασῆν γενίσθω ἂ τ': ἀριθμὸς, ἐκ δὲ τῷ β': ἐπὶ τὸν π': γενίσθω ὁ φ': καὶ ἐκ τῷ π': παρονομασῆν ἐπὶ τὸν σ': γενίσθω ὁ χ': Ἄρα τὸν φ' ἔχειν τὴν μονάδα πρὸς τὸ συμποσόμενον τῶν ὁ π', ῥσ', κλάσμάτων, ὡς ἔχει ὁ χ': πρὸς τὸ συμποσόμενον τῶν τ φ': ἀριθμῶν. Ἐπὶ γὰρ ἔχει ὁ τ': πρὸς τὸν φ': ὡς τὸ ὁ π': κλάσμα πρὸς τὰ ῥσ', κατὰ τὴν ἀνατίρω, πάντως γο καὶ ἐν συνδέσει, ὡς ἔχει τὸ συμποσόμενον τῶν ὁ π', ῥσ', κλάσμάτων πρὸς τὸ β': κλάσμα, οὕτως ἔχει καὶ τὸ συμποσόμενον τῶν τ φ': ἀριθμῶν πρὸς τὸν φ': ἀλλ' ὡς τὸ β' σ', κλάσμα πρὸς τὴν μονάδα ἔχει καὶ ὁ φ': πρὸς τὸν χ': ὡς διχθίττων. δι' ἴσιν ἀρα ὡς ἔχει τὸ συμποσόμενον τῶν ὁ π', ῥσ', κλάσμάτων πρὸς τὴν μονάδα, ἔχει καὶ τὸ συμποσόμενον τῶν τ φ', ἀριθμῶν, πρὸς τὸν χ': ὡς καὶ ἀνάπαλιν, ὡς ἔχει ἡ μοιὰς πρὸς τὸ συμποσόμενον τῶν αὐτῶν κλάσμάτων, ἔχει καὶ ὁ χ': ἀριθμὸς πρὸς τὸ συμποσόμενον τῶν τ φ', ἀριθμῶν, ὅπερ ἢν τὸ ὑποχέειν.

τ: 36: φ: 18
σ: 4: ρ: 3:
π: 6: σ: 9:
χ: 54:

Ὅτι δὲ ὡς ἔχει τὸ β' σ', κλάσμα πρὸς τὴν μονάδα ἔχει καὶ ὁ φ': ἀριθμὸς πρὸς τὸν χ': δῆλον. Ὡς γὰρ ἔχει ὁ β': ἀριθμητὴς πρὸς τὸν σ': παρονομασῆν ἔχει καὶ ὁ φ': πρὸς τὸν χ': κατὰ τὴν κ'. τὸ ζ'. τοῦ στοιχειωτοῦ, ἀλλ' ὡς ὁ β': πρὸς τὸν σ': ἔχει καὶ τὸ β' σ': κλάσμα πρὸς τὴν μονάδα, καὶ τὴν α' του παρότος, ἀρα καὶ τὴν ια. του ε'. τὸ στοιχειωτῷ ὡς τὸ β' σ': κλάσμα πρὸς τὴν μονάδα, ἔχει καὶ ὁ φ': ἀριθμὸς πρὸς τὸν χ': Ὅπιρ ἢν τὸ ἐπὶ τῆς δεξιῆς ἐταπολειφθῆν.

Πρότασις Η.

Τὸ διδῶν κλάσμα ἐφ' ἴτερον ἴσιν αὐτῷ, οἱ δυνατὸν, ἀγαθῆν ἔχει τὴν διδῶσαν παρονομασῆν.

Εξω δοθῆν κλάσμα τὸ α' β': ἢ δι' ἰσοδότησιν παρονομασίᾳ ὁ γ': παρονομασίης. α: 3: ε: 9:
 ἢ ζητηθῆτω ἀγαγῆν τὸ α' β': κλάσμα ἐφ' ἕτερον ἴσον ἔχον τὸν γ': παρονο- β: 4: γ: 12:
 μασίην. Γενισθῶσι δὲ ἐκ τοῦ α': ἐπὶ τὸν γ': ὁ δ': ἀριθμὸς, ὅς ὁ β': πάν- δ: 36:
 τως μιτρήσει ἢ μὴ. μιτρεῖται δὲ ἂ: τῶ ἰ: λέγω τοῖνον τὸ ἐγ': κλάσμα
 ἴσον εἶναι τῷ α' β': ἐπεὶ γὰρ ὁ β': μιτρεῖ τὸν δ': διὰ τῶ ἰ: ὁ δ': πάντως γί-
 γνεται ἐκ τοῦ β': ἐπὶ τὸν ἰ: ἀλλ' ὁ αὐτὸς δ': γίγνεται ἢ ἐκ τοῦ α': ἐπὶ τὸν γ': ἀρα κατὰ τὴν ε' δ': τὸ
 ζ': τὸ Στοιχεῖατὸ ὡς ἔχει ὁ α': πρῶτος πρὸς τὸν β': δεύτερος, ἔχει ἢ ὁ ε': τρίτος πρὸς τὸν γ': τέ-
 τάρτος, κατὰ δ' τὴν γ': τὸ πρῶτος τὰ α' β' ἐγ': κλάσματα ἴσα ἀλλήλοις εἰσὶ.
 Μὴ μιτρεῖται δὲ ὁ β': τὸν δ': λέγω ὅτι ὑχ οἰόντα τὸ α' β': κλάσμα ἐφ' ἕτε- α: 3: ε: 1:
 ρον ἴσον αὐτῷ ἀγαγῆν, ἔχον τὸν γ': παρονομασίην. εἰ γὰρ δυνατὸν, ἀναχθῆ β: 4: γ: 10:
 ται ἐπὶ τὸ ἐγ': κλάσμα. ἢ ἐπεὶ τὸ ἐγ': ἴσον εἶσι τῷ α' β': ἢ τὴν γ'. πάν- δ: 30:
 τως γε τὸ πρῶτος ὡς ἔχει ὁ α': πρὸς τὸν β': ἔχει ἢ ὁ ε': πρὸς τὸν γ': ὡς οἱ
 τίσοις ἀριθμοῖς 6, ἐγ', ἀνάλογον εἰσι, ἢ ἢ τὴν ε' δ': τὸ Στοιχεῖατὸν:
 ὁ ὑπὸ τῶν α': ἢ γ': γινόμενος ἰσός ἐστι τῷ ὑπὸ τῶν ε' ἢ β': ἀλλ' ὁ ὑπὸ τῶν α' γ', εἶναι ὁ δ':
 ὁ δ': ἀρα γίνονται ἢ ἐκ τῶν β' ἰ, ἐπ' ἀλλήλους πολλαπλασιαζομένων, καὶ ἐπομένως ὁ β': μιτρεῖ τὸν
 αὐτὸν δ': κατὰ τὸν ἰ. ἀλλὰ ἢ ὑμμετρίῳ, ἀδύνατον ἀρα.

Πρότασις Θ.

Τὸ δοθῆν ἔλαι εἰς κλάσμα ἀγαγῆν ἔχον τὴν δοθεῖσαν παρονομασίαν. γ: 6:
 Τῆσι πάντως γε εἰσὶν ἰσότητες προβληθῆναι, εἰ γὰρ τὸ διδόμενον ὅλον μο- α: 1: β: 6:
 ράς ἔσται, ἢ γὰρ ἀριθμὸς. Διὸ δὲ ὑποκρίσθω α': τὴν μονάδα εἰς κλάσμα ἀγαγῆν
 ἔχον τὸν β': παρονομασίην, εἰς δὲ τὴν τῆτον ἐκπληρωσιν ληφθῆτω ὁ γ': ἀριθμητικῆς
 ἴσος τῷ β': ἢ τὸ γ' β': κλάσμα ἴσον ἔσται τῇ μονάδι. Ἐπεὶ γὰρ ὡς ὁ γ': πρὸς τὸν β': ἔχει καὶ τὸ
 γ' β': κλάσμα πρὸς τὴν μονάδα, ἢ τὴν α. τοῦ πρῶτος, ὁ δὲ γ': ἀριθμητικῆς ἴσος, εἰληπται τῷ β':
 παρονομασίᾳ, ἀρα ἢ τὸ γ' β': κλάσμα ἴσον εἶσι τῇ μονάδι.
 Ἐποκρίσθω διυτίρην τὸν δ': ἀριθμὸν εἰς κλάσμα ἀγαγῆν ἔχον τὸν αὐτὸν β': δ: 7: ε: 42:
 παρονομασίην. Πολλαπλασιασθῆτω τῶνον ὁ β': ἐπὶ τὸν δ': καὶ ὁ γινόμενος ἰ: ζ: 11: β: 6:
 ληφθῆτω αὐτὶ ἀριθμητῷ ἐπὶ παρονομασίᾳ τῷ δοθέντι β': ἢ τὸ ἰ β': κλάσμα ἰ-
 σον ἔσται τῷ δ': ἀριθμῷ. Τεθῆτω γὰρ ὑπὸ τῶν δ': ἀριθμὸν μονάς. Καὶ ἐπεὶ ὁ δ': τὸν β': πολλα-
 πλασιασθῆσας τὸν ἰ: πιποῖκεν ἀριθμῶν, ἔσται πάντως, ἢ τὸν τῆς πολλαπλασιασθῆσας μονάδα, ὡς ὁ ἰ:
 πρὸς τὸν β': ὁ δ': πρὸς τὴν ζ': μονάδα, ὡς κατὰ τὴν γ'. τὸ πρῶτος τὰ ἰ β', δ' ζ', κλάσματα ἴ-
 σα ἀλλήλοις εἰσίν. ἀλλὰ τὸ δ' ζ': κλάσμα ἴσον εἶσι τῷ δ': ἀριθμῷ. Διὰ γὰρ τῆς μονάδος ὑπ' αὐ-
 τὸν κινούμενος ὑπὸ ἄλλο παρίστανται, ἢ ὅτι ποσαύτας περιέχει μονάδας ὁ αὐτὸς δ': ὅσον εἶσι σηματι-
 κός, ἀρα ἢ τὸ ἰ β': κλάσμα ἴσον εἶσι τῷ δ': ἀριθμῷ, ὅστις ἢ τὸ προταχθέν.

Πρότασις Ι.

Ἀριθμὸν ἢ τὸ δοθέντος κλάσματος εἰς κλάσμα ἀγαγῆν ἔχον τὸν αὐτὸν παρονομασίην τὸ δο-
 θέτος κλάσματος. ζ: 8: ε: 3:
 Εξω ἀριθμὸς ὁ ζ': τὸ δὲ δοθῆν κλάσμα τὸ ἰ δ': ἢ ζητηθῆτω τὸν ζ': ἀριθ- δ: 4: δ: 4:
 μὸν μετὰ τοῦ ἰ δ': κλάσματος εἰς ἕτερον κλάσμα ἀγαγῆν ἔχον τὸν δ': παρο- κ: 32: κ: 32:
 νομασίην. Πολλαπλασιασθῆτω δὲ ὁ ζ': ἐπὶ τὸν δ': ἢ τῷ γινόμενῳ α': πρῶτος ε: 3: λ: 35:
 θῆτω ὁ α': ἀριθμητικῆς τοῦ ἰ δ': κλάσματος, ἢ γινισθῶ ὁ λ': ἀριθμὸς. Τούτου κ: 35: δ: 4:
 δ' αὐτὸ ἀριθμητῷ λαμβανόμενον ἔχοντος παρονομασίην ὁ δ': τὸ λ' δ': κλάσμα ἰ- α: 35: δ: 4:
 σον ἔσται τῷ ζ': ἀριθμῷ ἢ ἰ δ': κλάσματι. Ἐπεὶ γὰρ ὁ δ': τὸν ζ': πολλαπλασιασθῆσας τὸν α': πο-
 ποῖκεν, ὁ α': πάντως ἀριθμὸς παρίσκειν, ὅπου μέρη, ὅσα τὰ τῷ δ': περιέχει ὁ ζ': ἐπὶ δ' αὐ-
 τῆς προσετίθει τῷ κ' ἀριθμῷ ὁ α': ἢ γίγνεται ὁ λ': ὁ λ' ἀπευθεὶς περιέχει ἐν αὐτῷ πᾶντα τὰ τοιαῦ-
 τὰ τὰ ζ': μέρη, ἢ ἴση τὰ τοῦ ἰ δ': κλάσματος, ὡς τὸ λ' δ': κλάσμα ἴσον εἶσι τῷ ζ': ἀριθμῷ
 ἢ ἰ δ': κλάσματι, ὅστις ἢ τὸ προταχθέν.

Πρότασις ΙΑ.

Δύο κλάσματα διαφόρου παρονομασίας ἐφ' ἕτερα δύο ἴσα τῆς αὐτῆς παρονομασίας ἀγαγῆν.
 Ἐστῶσι διαφόρου παρονομασίας τὰ α' β', γ' δ', κλάσματα, α' δὲ ἐφ' ἕτερα δύο ἴσα αὐτοῖς ἀγα-
 γῆν τῆς αὐτῆς ὅσα παρονομασίας, πολλαπλασιασθῆσας δὲ οἱ α' γ': ἀριθμητῶν ἐπὶ τοῦ β' δ':
 παρονομασίας κατὰ χασμῶν, ἢ γινισθῶ ἐκ μὲν τῶ α': ἐπὶ τὸν δ': ὁ ε': ἐκ δὲ τοῦ γ': ἐπὶ τὸν β':
 ὁ ζ': πολλαπλασιασθῆτω δὲ ἢ ὁ β': παρονομασίας ἐπὶ τὸν δ': ἢ γινισθῶ ὁ κ': λέγω τοῖνον τὰ ἰ γ',
 ζ' ἢ

ζ' ἢ κλάσματα ἴσα εἶναι τὸ μὲν ἐπὶ τῷ ἀβ'· τὸ δὲ ζ' ἢ τῷ γδ'· ἐπεὶ γὰρ ὁ δ' τοῖς ἀβ'· πολλαπλασιάσας τοὺς εἰς πεποίκην, ἴσαι πάντας, κατὰ τὴν ε'. τῷ ζ'· τοῦ στοιχειωτοῦ, ὡς ὁ ἀ' πρὸς τὸν β'· ἔτι πρὸς τὸν η'· ἂν δὲ κλάσματων οἱ ἀριθμηταὶ πρὸς τοὺς ἰδίους παρονομασῶν ἴσαι ἴσως ἔχουσι λόγον, ἰαῖσα ἴσα· τὰ ἀβ', εἰ ἢ, κλάσματα ἴσα κλασιάσας τοὺς ζ' ἢ· πεποίκην ἀριθμῶν, πάντας γὰρ τὴν βηθίσαν εἰς· κέκομινος τὰ γδ', ζ' ἢ, κλάσματα, ἀλλὰ τὰ εἰ ἢ, ζ' ἢ, κλάσματα τῆς αὐτῆς εἰσι παρονομασίας, ὡς τὴν αὐτὴν ἑκάστην ἔχοντα παρονομασίαν, τὰ δύο ἀρα δοθέντα κλάσματα ἀβ', γδ', διαφόρου ὄντα παρονομασίας ἀνήχθωσαν ἐπὶ τὰ εἰ ἢ, ζ' ἢ, τῆς αὐτῆς ὑπάρχοντα παρονομασίας, ὅπῃ εἴη ποίησαι.

Πρότασις ΙΒ.

Πλείονα τῶν δύο κλάσματων, ἢ ὅλα συν κλάσμασι εἰς τὸν αὐτὸν ἀγαγῆν παρονομασίαν.
 Ἐξω δὲ πρὸς τὸν αὐτὸν ἀγαγῆν παρονομασίαν τὰ β' ἀ, γδ', εζ', κλάσματα, καὶ πρῶτον μὲν μετέχθῃτωσαν διὰ τῆς αἰωτέρω τὰ ἀβ', γδ', ἐφ' ἕτερα δύο τῆς αὐτῆς ὄντα παρονομασίας, ἢ ἰσοσώσαν ταῦτα τῷ εθ', κδ', κλάσματα. ὅτα πολλαπλασιασθέντων ἀπὸ τῶν εθ' παρονομασίαν ἐπὶ τὸν ζ'· ἢ γινέσθωσαν εἰ λ' λ'· παρονομασίαι. Πολλαπλασιασθέντων δὲ ἢ ἑκάτερος τῶν κπ'· ἀριθμητῶν ἐπὶ τὸν αὐτὸν ζ'· παρονομασίαν, ἢ γινέσθωσαν οἱ μ' π'· ἀριθμηταί. Τούτων δ' οὕτω γινόμενων πολλαπλασιασθέντων καὶ ἑκάτερος τῶν εζ'· ἐπὶ τὸν εθ'· παρονομασίαν, ἢ γινέσθωσιν ε' π'· κλάσμα. Λέγω τοίνυν τὰ μ' λ', ν' λ', ε' π'· κλάσματα ἴσα εἶναι τοῖς ἀβ', γδ', εζ', κλάσμασι, ἔχοντα ἢ τὸν αὐτὸν παρονομασίαν. Ἐπεὶ γὰρ τὰ κδ', κδ', κλάσματα τὸν αὐτὸν ἔχουσι παρονομασίαν, κατὰ τὴν αἰωτέρω, οἱ δὲ λ' λ' π', παρονομασίαι γινόμεναι διὰ τὸ πολλαπλασιασμοῦ τοῦ εθ'· παρονομασίαν ἐπὶ τὸν ζ'· διὸ ἢ ἴσοι ἀλλήλοις εἶσι, πάντας γὰρ τὰ μ' λ', ν' λ', ε' π', κλάσματα τὸν αὐτὸν ἔχουσι παρονομασίαν. Ὅτι δὲ ἢ ἴσα τοῖς ἀβ', γδ', εζ', κλάσμασι δῆλον. Ὁ γὰρ ζ'· παρονομασίας τοῦ εζ'· κλάματος τοὺς μὲν κδ'· πολλαπλασιάσας ἀριθμῶν τοὺς μ' λ'· πεποίκην. τῆς δὲ κδ'· ὡσαύτως πολλαπλασιάσας πεποίκην τοὺς ε' λ'· ὡς οἱ μὲν μ' λ'· τὸν αὐτὸν ἔχουσι λόγον τοῖς κδ'· κατὰ τὴν ε'. τοῦ ζ'· τοῦ στοιχειωτοῦ. οἱ δὲ ε' λ'· τοῖς κδ'· κατὰ δὲ τὴν γ'· τοῦ παρόντος τὸ μὲν μ' λ'· κλάσμα ἴσον εἶναι τῷ κδ'· τὸ δὲ ν' λ'· τῷ κδ'· ἀλλὰ τὰ κδ', κδ', κλάσματα ἴσα εἶναι τοῖς ἀβ', γδ', κατὰ τὴν αἰωτέρω, ἀρα τὰ μ' λ', ν' λ', ἴσα εἶναι τοῖς ἀβ', γδ', ἐπεὶ δὲ ἢ ὁ εθ'· τοὺς εζ'· πολλαπλασιάσας τοὺς ε' π'· πεποίκην, πάντας γὰρ τῶν εζ', ε' π', κλάσματων εἰ ἀριθμητῶν τὸν αὐτὸν ἔχουσι λόγον παρονομασίας, ἢ κατὰ τὴν γ'· τοῦ παρόντος τὸ ε' π'· κλάσμα ἴσον εἶναι τῷ εζ'· δέδοικται δὲ ἢ τὰ μ' λ', ν' λ', κλάσματα ἴσα τοῖς ἀβ', γδ', ἀρα, τὰ μ' λ', ν' λ', ε' π', κλάσματα ἴσα εἶναι τοῖς ἀβ', γδ', εζ', ἔχουσι δὲ ἢ τὸν αὐτὸν παρονομασίαν, ἀρα τὰ ἀβ', γδ', εζ', κλάσματα εἰς τὸν αὐτὸν ἤχθωσαν παρονομασίαν, ὅπῃ ἢ τὸ εθ' ἀρχῆς προβληθέν.
 Ἐὰν δὲ τισὶν ἀρα τὰ ἀναχθῶσιν κλάσματα ἐπὶ τὸν αὐτὸν παρονομασίαν, πολλαπλασιασθέντων τὰ μ' λ', ν' λ', ε' π', κλάσματα ἐπὶ τὸν παρονομασίαν τῷ δ'· ἢ συσθεθίσοντα ἄλλα τινὰ κλάσματα ἴσα τοῖς ἀβ', γδ', εζ', τὸν αὐτὸν ἔχοντα παρονομασίαν. Ἐἴτα πολλαπλασιασθέντων ἢ τὴν τετάρτην κλάσματα, ὅπε ἀριθμητῆς ἢ παρονομασίας ἐπὶ τὸν παρονομασίαν τοῦ μ' λ', κλάματος, ἢ τοῦ ν' λ', ἢ τῷ ε' π', οὐ αὐτὸν γὰρ ἑκάστῃ τῶν τριῶν, καὶ τὸ γινόμενον κλάσμα ἴσον εἶναι τῷ δ'· ὡς πολλαπλασιασθέντων τὸν αὐτὸν γὰρ αὐτῶν ἔχει λόγον. Ταῦτα αὐτὸ γινέσθω ἢ ἐπὶ τῶν λοιπῶν κῆν πλείω ὡς τῶν τισάρων. ἢ ἴσαι σοι πάντας τὸ προσατέμνοιο.
 Ἐξω β'. ἐπὶ τὸν αὐτὸν ἀγαγῆν παρονομασίαν ἢ ὅλα συν κλάσμασι, διχῶς δὲ καὶ τοῦτ' ἐνδέχεται προβληθῆναι. Εἰ γὰρ ζῆ· τεθίσεται τὰ ὅλα, ὡσπερ ἢ τὰ τούτων κλάσματα ἐπὶ τὸν αὐτὸν ἀχθῆναι παρονομασίαν, ὡς ἢ τοῦ· ὁλοκληρῆς ἀριθμῶν ἀπὸ κλάσματων χωρὶς λαμβάνεσθαι, ἢ γὰρ ζῆ· τεθίσεται ἐπὶ τὸν αὐτὸν τὰ κλάσματα ἀγαγῆν παρονομασίαν τῶν ὁλοκληρῶν ἀριθμῶν ἐπὶ τὸ ἴδιον ἑκάστου κλάσμα ἡμίτων. Προηγήσθω δὲ ἢ κατὰ τὸν β'. πρόπον ζῆ· τισις, ἢ ἴσωςαν οἱ ἀβ', ὁλόκληροι ἀριθμοί, ὡς ὅλα, μετὰ κλάσματων τῶν γδ', εζ', ἴσα δὲ τὸ προαχθῆν γίνηται, ἀχθῆτω ὁ μὲν ἀ'· ἐπὶ τὸ γδ', ἴδιον κλάσμα, ὁ δὲ β'· ἐπὶ τὸ εζ', κατὰ τὴν ε'. τοῦ παρόντος. ἢ γινέσθωσαν τὰ κδ', κλ', κλάσματα. ταῦτα δὲ ἀχθῆτωσαν ἐφ' ἕτερα κλάσματα, τὸν αὐτὸν ἔχοντα παρονομασίαν, κατὰ

α:	10:	ζ:	9:
α:	2:	γ:	3:
β:	3:	δ:	5:
α:	15:		
α:	2:	γ:	4:
β:	3:	δ:	6:
α:	12:	κ:	12:
δ:	18:	θ:	18:
μ:	96:	ν:	96:
λ:	144:	σ:	144:
α:	6:	γ:	3:
β:	8:	ε:	3:
α:	27:	κ:	42:
δ:	4:	λ:	5:
μ:	135:	ε:	168:
ν:	20:	σ:	20:

ὁ τῷ δοθέντος κλάσματος ἀριθμητικῆς διπλασιάζεται τὸ αὐτὸ μίνοτος παρονομαστῆ. ἢ ὁ παρονομαστῆς ἡμισιούται, ὅτ' ἂν ἄρτιος ἢ τὸ αὐτὸ μίνοτος ἀριθμητικῆς, καὶ τὸ γινόμενον κλάσμα, διπλασίον ἴσται τῷ δοθέντος. Οἷον διπλασιάζηται ὁ α': ἀριθμητικῆς, καὶ ποιεῖται τὸν γ': ὅφ' ὃν τεθέντω παρονομαστῆς ὁ β': καὶ γινέσθω τὸ γ' β', κλάσμα. ἢ γὰρ διαιρηθέντω ὁ β': παρονομαστῆς εἰς δύο ἴσα, καὶ τούτου ἡμισυ ἴσω ὁ ζ': οὕτως ἀντιπαρονομαστῆς λαμβανόμενον, ἀριθμητικῆς δὲ τοῦ α': γινέσθω τὸ α' ζ', κλάσμα. Λέγω δὲ ἐκότερον τῶν γ' β', α' ζ', κλάσμάτων ἔχειν πρὸς τὸ δοθὲν ἀβ': κλάσμα ὡς διπλασίον πρὸς ἡμισυ. κατὰ μὲν γὰρ τὴν ε'. τοῦ παρόντος τὰ αβ', γ' β', κλάσματα τὸν αὐτὸν πρὸς ἀλλήλα ἔχουσι λόγον ὅτι οἱ αβ', ἀριθμητικαὶ ἔχουσι πρὸς ἀλλήλους, ἀλλ' ὁ γ': πρὸς τὸν α': λόγον ἔχει διπλασίον πρὸς ἡμισυ, ἀρα καὶ τὸ γ' β', κλάσμα διπλασίον ἴσται τοῦ αβ', κατὰ δὲ τὴν εγ'. τοῦ αὐτοῦ τὰ αβ', α' ζ', κλάσματα ἀντιπιπτόνθασιν τοῖς ἰδίαις παρονομασταῖς. ἔστω ὃν λόγον ἔχει ὁ β': παρονομαστῆς πρὸς τὸν ζ': τὸν αὐτὸν ἔχουσα καὶ τὸ α' ζ', κλάσμα πρὸς τὸ αβ', ἀλλ' ὁ β': παρονομαστῆς διπλασίον ἔχει λόγον πρὸς τὸν ζ': ἀρα καὶ τὸ α' ζ', κλάσμα διπλασίον ἴσται τοῦ αβ'.

Κείσθω διούτερον τὸ ἡδ', κλάσμα ἡμισιούσαι. Διχαῖς δὲ καὶ τούτου γινόμενον. ἢ γὰρ ὁ παρονομαστῆς τοῦ δοθέντος διπλασιάζεται κλάσματος τὸ αὐτὸ μίνοτος ἀριθμητικῆς, ἢ ὁ ἀριθμητικῆς ἡμισιούται, ὅτ' ἂν ἄρτιος ἢ, τὸ αὐτὸ μίνοτος παρονομαστῆς, καὶ τὸ γινόμενον κλάσμα ἡμισιούσαι ἔχει λόγον πρὸς τὸ δοθὲν, καθ' ἑκάτερον τὸν τρόπον τὸ προβληθέν ποιήσωμεν. Διπλασιασθήτω ἂν ὁ δ': καὶ ποιεῖται τὸν κ': παρονομαστῆν, μίνοτος τοῦ ἡ: ἀριθμητικῆς, καὶ γινέσθω τὸ ἡ κ', κλάσμα. ἢ γὰρ μρισθέντω ὁ κ': ἀριθμητικῆς, καὶ ε.τ. ἡμισυ ἴσω ὁ λ': ἀριθμητικῆς. μίνοτος δὲ τῷ δ': παρονομαστῆς, συνησάσθω τὸ λ' δ', κλάσμα. Λέγω δὲ ἐκότερον τῶν ἡ κ', λ' δ', κλάσμάτων ὑποδιπλασίον εἶναι τῷ ἡδ', ὁ λόγος σαφὴς ἐκ τῶν ἀνωτέρω. τὰ μὲν γὰρ ἡδ', ἡ κ', κλάσματα τὸν αὐτὸν ἔχουσι ἀριθμητικῆς, καὶ κατὰ τὴν εγ'. τοῦ παρόντος ἀντιπιπτόνθασιν τοῖς ἰδίαις παρονομασταῖς. τὰ δὲ ἡδ', λ' δ', τὸν αὐτὸν ἔχουσι παρονομαστῆν, καὶ κατὰ τὴν ε'. τὸ αὐτὸ ἔχουσι πρὸς ἀλλήλα ὡς οἱ αὐτῶν ἀριθμητικαὶ.

Πόρισμα.

Ἐκ τῶν εἰρημίω δέλογ, ὅτι τὰ δοθέν κλάσμα δύναμιθα ἐστὶ τριπλασιασάσαι, τετραπλασιασάσαι, πενταπλασιασάσαι, ἢ ὅπως ἄλλως αὐξήσαι, τὸ μὲν ἀριθμητικῆς τριπλασιασόμενον, τετραπλασιασόμενον, πενταπλασιασόμενον, ἢ ὅπως ἄλλως αὐξασόμενον, τοῦ δὲ παρονομαστῆς μίνοτος τοῦ αὐτοῦ. Καὶ τοιούτων μίνοτος τὸ αὐτὸ ἀριθμητικῆς. εἰ δυνατόν, τὸ τρίτον, ἢ τέταρτον, ἢ πέμπτον, ἢ ἄλλοι ὀπτικῶν μέρωσ ἀφαιρέμενον, ἢ αὐτῶσ δὲ ἔξῃσι τῷ αὐτοῦ κλάσματος, τὸ τρίτον, ἢ τέταρτον, ἢ πέμπτον, ἢ ἄλλ' ὅστιον μέρος λαβεῖν τὸ παρονομαστῆς τριπλασιασόμενον, τετραπλασιασόμενον, ἢ ὅπως ἄλλως πολλαπλασιασόμενον. ἢ γὰρ τῷ ἀριθμητικῆς τὸ τρίτον, ἢ τέταρτον, ἢ πέμπτον, ἢ ἄλλ' ὅστιον ἀφαιρέμενον κατὰ τὸ ἰσχυρῶν, τοῦ αὐτοῦ μίνοτος παρονομαστῆς.

Πρότασις. Ιγ'.

Τὸ δοθὲν κλάσμα πρὸς ὅλην ἀγαγὴν μείζον ὃν τῆς μονάδος.

Ἐστω δὲ τὸ αβ', κλάσμα μείζον μονάδος, ὃ δὲ πρὸς ὅλην ἀγαγὴν. Μρισθέντω τοίωμ ὁ α': ἀριθμητικῆς ἐπὶ τὸν β': παρονομαστῆν, καὶ ἴσω πηλίκον ὁ γ': ἀριθμὸς α: 17: α: 17: μετὰ τῷ δέ, κλάσματος. Λέγω δὲ τὸ αβ', κλάσμα ἴσον εἶναι τῷ γ': β: 3: β: 3: ἑλοαλήρη ἀριθμῶ καὶ δέ, κλάσματι. καὶ γὰρ τὸν τῆς διαιρέσεως ὅρον ὁ γ': ἀριθμὸς μετὰ τοῦ δέ, κλάσματος ἐμφερίτω ὅσῃς ὁ β': τὸν δ': καταμετρεῖ. Διὸ καὶ πολλαπλασιασόμενον τοῦ γ': ἐπὶ τὸν β': καὶ τῷ ἑξαχθέντι προσιδόμενον τῷ δ': ὁ γινόμενος ἴσός ἐστι τῷ α': ὅλλο γὰρ ἄλλο ὁ γ': ἀριθμὸς μετὰ τοῦ δέ, παρίσσει κλάσματος, ἢ ὅτι ἐκ τῷ α': πέντε εἰσὶ μονάδες, καὶ δύο τρίτα τῆς μονάδος μέρος.

Πρότασις. ΙΖ'.

Ἀριθμὸν ἐλάττωμα ἐπὶ μείζονα μίρσαι.

Ἐστω ἐλάττωμα ἀριθμὸς ὁ α': μρισθώσόμενος ἐπὶ τὸν β': μείζονα. Ληφθέντω ὁ μιν. α': ἀντι ἀριθμητικῆς, ὁ δὲ β': ἀντι παρονομαστῆς, καὶ συνησάσθω τὸ αβ', κλάσμα. Λέγω δὲ τὸ αβ', κλάσμα τὸ πηλίκον παρίσσει τοῦ α': ἀριθμοῦ ἐπὶ τὸν β': μρισόμενον. Κατὰ γὰρ τὴν τῆς διαιρέσεως ὅρον, ὃν ἔχει λόγον ὁ α': μρισόμενος πρὸς τὸν β': μρισόμενον τὸν αὐτὸν πάντα ἔχει καὶ τὸ πηλίκον, τοῦ α': μρισόμενον ἐπὶ τῷ β':

τὸν β', πρὸς τὴν μονάδα. Ἀλλ' ὡς ὁ α' πρὸς τὸν β' ἔχει καὶ τὸ αβ, κλάσμα πρὸς τὴν μονάδα, ἄρα τὸ αβ, κλάσμα, ἢ τὸ πηλίκον τοῦ α' μεριζομένου ἐπὶ τὸν β' τὸν αὐτὸν ἔχουσι πρὸς τὴν μονάδα λόγον, ἢ ἐπομίνως ἴσα ἀλλήλοις εἰσίν. Ὅπερ ἦν τὸ προσαχθῆναι.

Πρότασις ΙΗ.

Τὸ δοθὲν κλάσμα εἰς ἐλαχίστους ὄρους ἀγαγίη.

Ἐστω ἀγαγίη τὸ ζ' ἢ, κλάσμα εἰς ὄρους ἐλαχίστους, τοῦτο δ' εἰσὶν ἕτερον εὐρέτην ζ: 7: 3: 4: κλάσμα ἴσον τῷ ζ' ἢ, ἐν ὄροις ἐλαχίστοις. Ἐπισημαίνωσαν ἢν οἱ ζ' ἢ, ἀριθμοὶ ὅποιοι ε: 12: κ: 4: εἰσὶ καὶ τὰ πρὸς ἀλλήλους ἔσονται διὰ τῆς α. τὸ ζ' τὸ στοιχειωτὸ: καὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εὐρέτην, ἢ ἔχουσι ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἐλάττωσας ταυτῶν, διὰ οὗτὸ εἰς ἐλαχίστους ἀναχθῆσονται ὄρους, εἰ δὲ ἄρα ἐν ἴσῳσιν αὐτῶν οἱ ζ' ἢ, ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους, ἢ ἀχθῆσονται εἰς ἐλαχίστους ὄρους τοὺς θ' κ' ἢ ἐπεὶ τὸ θ' κ' κλάσμα ἴσον ἔστι τῷ ζ' ἢ, ἴσαι πάντως εἰς ὅζ'. πρὸς τὸν κ': ὁ θ': πρὸς τὸν κ' ἢ κατὰ τὴν γ. τὸ παρόντος. ὡς οἱ θ' κ', ἐν τῷ αὐτῷ εἶσι λόγῳ τοῖς ζ' ἢ, εἰσὶ δὲ ἢ ἐλάττωσις αὐτῶν, ἢ ἄρα οἱ ζ' ἢ, ἐλαχίστοί εἰσι τῶν τῶν αὐτῶν λόγον ἔχοντων αὐτῶν. ζ: 7: 3: 4: τοῖς ἢ ἐπομίνως οὐδὲ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους, οἱ γὰρ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἢ ἐλαχίστοί εἰσι τῶν τῶν αὐτῶν λόγον ἔχοντων αὐτοῖς, κατὰ τὴν κγ: τὸ ζ' του Στοιχειωτοῦ, ἢ ἐπομίνως δι' πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους οἱ ζ' ἢ, ἀδύνατον ἄρα τοῦτους εἰς ἐλαχίστους ὄρους ἀγαγίη.

Ἐάν δὲ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσιν οἱ ὄροι τῷ δοθέντος κλάσματος, οὕτως εἰς ἐλαχίστους ἀχθῆσονται ὄρους. Ἐστω ἢ τὸ λ' μ', κλάσμα ἐξ ὄρων μὴ πρῶτων πρὸς ἀλλήλους συρισάμενον, ἵνα δὲ τοῦτο εἰς ἐλαχίστους ὄρους ἀχθῆ, κατὰ τὸ προσαχθῆναι, ἀριθμῆται τὸ μέγιστον κοινὸν μέτρον τῶν λ': κ' μ': ἀριθμῶν, κατὰ τὴν β'. τὸ εἰρημίνου Βιβλίου τῷ Στοιχειωτοῦ ἢ ἔστω τὸ ῥ: ἀριθμός. εἴτα μερισθῆται ἑκάτερος τῶν λ' μ': ἀριθμῶν ἐπὶ τὸν αὐτὸν ῥ: ἢ πηλίκον ἴσῳ του μὴν λ': ὁ ε': τοῦ δὲ μ': ὁ π': λέγω τὸ ε' π': κλάσμα ἴσον εἶναι τῷ λ' μ': κατὰ μὴν γὰρ τῆς Διαίρεσως κανόνα, εἰάν ὅτι τὸν μὴν ε': πολλαπλασιασθῆν ἀριθμῶν ὁ λ': γινῆσθαι. εἰάν δὲ τὸν π': ὁ μ': ἄλλως γὰρ ἂν οὐδ' ὁ ε': πηλίκον ἴσῳ του λ': μεριζομένου ἐπὶ τὸν ῥ: οὐδ' ὁ π': τοῦ μ': κατὰ δὲ τὴν κζ: τοῦ ζ' του Στοιχειωτοῦ ἢ ἔστω ἢ ἔξ: πρὸς τὸν π': ἔχει καὶ ὁ λ': πρὸς τὸν μ': ὡς κατὰ τὴν γ: ῥ: παρόντος τὰ λ' μ', ε' π', κλάσματα ἴσα ἀλλήλοις εἰσίν. κατὰ δὲ τὴν λβ. τοῦ εἰρημίνου Βιβλίου του Στοιχειωτοῦ οἱ ε' π', ἀριθμοὶ ἐλαχίστοί εἰσι τῶν τῶν αὐτῶν λόγον ἔχοντων τοῖς λ' μ', ἀριθμοῖς. τὸ ἄρα λ' μ', κλάσμα ἢ χθῆ ἐπ' ἐλαχίστους ὄρους τοὺς ε' π', ὅπερ ἴδει ποιεῖται.

Ἐυρέθῆσονται δὲ τὸ μέγιστον κοινὸν μέτρον τῶν μὴ πρῶτων πρὸς ἀλλήλους ἀριθμῶν, οἱοι οἱ λ' μ', ἢ τὸν τρόπον τούτον, μεριζομένου διλοῦ: του μίζουσις ἐπὶ τὸν ἐλάττωτα, τὸ δ' ἐλάττωσις ἐπὶ τὸ ἐναπολιφθῆναι, διὰ τῆς α. Διαίρεσως, τὸ δὲ διὰ τῆς α. Διαίρεσως ἐναπολιφθῆναι, ἐπὶ τὸ ἐναπολιφθῆναι διὰ τῆς β. τούτου δὲ εἴης γινόμενου ὅως ἂν μὴδὲτι ἐναπομείνη, ὁ τινικαῦτα μερισθῆ, τὸ μέγιστον ἴσαι κοινὸν μέτρον τῶν δοθέντων ἀριθμῶν. Οἷον μερισθῆτω ὁ μ': ἐπὶ τὸν λ': ἢ ἐναπολιφθῆτω ῥ: ἢ ἢ ὄν μερισθῆτω ὁ λ': ἢ ἔστω ἐναπολιφθῆσις ὁ σ': ἐπὶ τούτων δὲ μερισθῆτω ὁ ῥ: ἢ ἐπεὶ οὐδὲν ἐναπολιφθῆται, ὁ σ': εἰς τὸ μέγιστον κοινὸν μέτρον τῶν λ' μ', ἀριθμῶν. Ὡς τὸ ἄλλο ἐάν ἐπὶ τῇ Διαίρεσει τὸ μίζουσις ἐπὶ τὸ ἐλάττωτα, οὐδὲ ἐναπολιφθῆ, τὸ μέγιστον αὐτῶν κοινὸν μέτρον ὁ ἐλάττωτα ἴσαι ἀριθμός. μεριθεῖ γὰρ αὐτόντι ἢ τὸν μίζουσις, τὸν μὴν μίζουσις πολλαπλασιασθῆσονται αὐτῶν δὲ ἄρα.

Πρότασις ΙΘ.

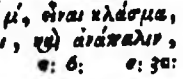
Κλάσμα κλάσματος ἢ κλάσματος, πρὸς ἀπλῆκε κλάσμα ἀγαγίη.

Κλάσμα κλάσματος λέγεται, ἐν ᾧ παρονομασίς λαμβάνεται ὁ τοῦ, ἢ εἰς κλάσμα, ἀριθμητικῆς. Οἷον τὸ αβ, λέγεται κλάσμα τοῦ γ δ, κλάσματος, ὅτι ἐν αὐτῷ χάραι παρονομασίου εἴη ὁ β' ἀριθμῶν κλάσματος ἀν τῷ γ δ: ἀριθμῶν τὸ γ δ, κλάσματος. ἢ εὔτως κλάσμα κλάσματος λέγεται, ἢ ὁ παρονομασίς ἴσον εἶναι τῶν ἀριθμῶν τῶν ἢ εἰς κλάσμα, οἷον τὸ θ' κ', λέγεται κλάσμα τοῦ λ' μ', ὅτι ὁ κ' διπλασιῖται ἴσαι τῷ λ': εἰάν γὰρ ὡς ὅλον ὑποτιθῆ ὁ λ' μ', ἀριθμῶν, ὁ κ' περιθεῖται τοιαῦτα μοῖρα κ δ, ὅσα κ δ λ: ὅπως δὲ τὸ αὐτὸ ἢ β', κλάσμα τῶ γ δ, κλάσματος πρὸς ἀπλῆκε ἀγαγίη κλάσμα, πολλαπλασιασθῆσονται πρὸς ἀλλήλους οἷτι α γ, ἀριθμητικῶν ἢ β δ, παρονομασιῶν, ἢ εἰ μὴν

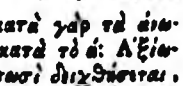
ἐκ μὲν τῶν ἀγ', γινώσκω ὅτι: ἐκ δὲ τῶν βδ', ὁ ζ': λέγω δὲ τὸ ἀβ', κλάσμα
 τὸ γδ', κλάσματος ἴσου εἶναι τῷ ιζ', ἀπλῶ κλάσματι. πολλαπλασιασθέντων
 δὲ ο β': ἐπὶ τὸν γ': ἴσοι πρὸς ἑαυτοῦ, καὶ γινώσκω ὅτι: ἐπὶ μὲν ἴσιν ὡς ὁ α':
 ἀριθμητικῆς πρὸς τὸν β': παρονομαστῶν, οὕτως ἰ ἀβ', κλάσμα πρὸς τὸ οί-
 κισθ' ὅλον, δηλον: τὸ γδ': κλάσμα, κατὰ τὴν α': τοῦ παρόντος, ὡς δὲ ὁ α':
 πρὸς τὸν β': ἔχει καὶ ὁ α': πρὸς τὸν β': πατὰ τὴν ια'. τοῦ ζ'. τοῦ στοιχειωτοῦ,
 ἀρα ὡς ἔχει τὸ ἀβ', κλάσμα πρὸς τὸ γδ', οὕτως ἔχει καὶ ὁ α': ἀριθμὸς
 πρὸς τὸν β': αὐτῆς ἐπὶ ἴσιν ὡς ὁ γ': ἀριθμητικῆς πρὸς τὸν δ': παρονομαστῶν,
 οὕτως τὸ γδ', κλάσμα πρὸς τὴν μονάδα, ὡς δὲ ὁ γ': πρὸς τὸν δ': ἔχει καὶ
 ὁ α': πρὸς τὸν ζ': κατὰ τὴν ιζ'. τοῦ αὐτοῦ. ἀρα ὡς τὸ γδ', κλάσμα πρὸς
 τὴν μονάδα, οὕτως ἔχει καὶ ὁ α': πρὸς τὸν ζ': εἰ δὲ τοῦτο, ἴσαι πάντας καὶ
 δι' ἴσου, ὡς τὸ ἀβ', κλάσμα πρὸς τὴν μονάδα, οὕτως ὁ α': πρὸς τὸν ζ': ὡς
 δὲ ὁ α': πρὸς τὸν ζ': ἀριθμητικῆς δηλ: πρὸς παρονομαστῶν, ἔχει καὶ τὸ ιζ',
 κλάσμα πρὸς τὴν μονάδα, κατὰ τὴν α'. τοῦ παρόντος, τῶν ἀβ', ἀρα, ἴζ',
 κλασμάτων ἑαυτέριον τὸν αὐτὸν ἔχει λόγοι πρὸς τὴν μονάδα, καὶ ἰσομετρῶς
 ἴσα ἀπλότοι εἰσιν, ὅπερ ἦν τὸ α'.

Ἐσὼ δὲ καὶ τὸ θ' κ', κλάσμα τῶν λ' μ', ἴξ', κλασμάτων, ὡς τὸ μὲν θ' κ', τὸ λ' μ', εἶναι κλάσμα,
 καὶ δὲ λ' μ', τοῦ θ' ξ', ἀπλοῦ κλάσματος, οὐ ὁ παρονομαστῆς ξ': μονάδα παρίσκει, καὶ ἀπάλιν,
 τὸ μὲν ἴξ', κλάσμα ὅλου χώρων ἀνακλῶν ἐπὶ τὸ λ' μ', κλάσματος,
 τὸ δὲ λ' μ', ἐπὶ τοῦ θ' κ', εἰ δὲ τὸ θ' κ', κλάσμα τῶν λ' μ', ἴξ', κλα-
 σμάτων πρὸς ἀπλῶν κλάσμα ἀγαγεῖν. γινώσκω ἂν εἰ μὲν τὸ θ': ἀ-
 ριθμητικῆς ἐπὶ τῶν λ': ἀριθμητικῆς κ' π': ἐκ δὲ τοῦ κ': παρονομαστῶν ἐπὶ
 τῶν μ': παρονομαστῶν ὁ ρ': ἐπὶ ἐκ μὲν τοῦ π': ἐπὶ τῶν ι': γινώσκω ὅτι: ἐκ
 δὲ τοῦ ρ': ἐπὶ τῶν ξ': ὅτι: λέγω τὸ σ' τ', ἀπλῶν κλάσμα ἴσοι εἶναι τῷ θ' κ', κατὰ γὰρ τὰ αἰο-
 σίρα εἰρημῖνα τὸ μὲν π' ρ', κλάσμα ἴσων ἐστὶ τῷ θ' κ', τούτων δὲ τὸ σ' τ', ὡς κατὰ τὸ α': λέξω
 μα τὸ σ' τ', κλάσμα ἴσων ἐστὶ τῷ θ' κ', ὅτι δὲ τὸ σ' τ', κλάσμα ἀπλῶν ἐστὶ οὕτως διχθῶνται.
 Ἐπεὶ γὰρ ὁ κ': παρονομαστῆς ἴσος ἐστὶ τῷ λ': ἀριθμητικῆς, φαιερὸν ὅτι οἱ θ' κ', εἴ ἴνα ἀριθμῶν πολ-
 λαπλασιασθέντες τὸν κ': φέρει πῆν, ἢ λ': τοὺς π' ρ', πεπονησάν, ὡς κατὰ τὴν ιζ'. τοῦ ζ'. τοῦ
 στοιχειωτοῦ οἱ θ' μ', π' ρ', ἀνάλογον εἰσιν, ὡς ἔχει ἀρα ὁ θ': πρὸς τὸν μ': ἔχει καὶ ὁ π': πρὸς τὸν
 ρ': καὶ ἐναλλάξ ὡς ὁ θ': πρὸς τὸν π': ὁ μὲ πρὸς τὸν ρ': πολλαπλασιασθέντων δ' ἑκάτερος τῶν π' θ',
 ἐπὶ τὸν ν': καὶ γινώσκωσαν οἱ φ' χ', ἑκάτερος δὲ τῶν ρ' μ', ἐπὶ τὸν ξ', καὶ γινώσκωσαν οἱ ψ' ω, κατὰ
 τὴν αὐτὴν τοῖσιν Πρώτασιν, οἱ μὲν φ' χ', ἀριθμοὶ ἀνάλογον εἰσι τοῖς π' θ', οἱ δὲ ψ' ω, τοῖς ρ' μ',
 ἀλλ' οἱ π' θ', ἀνάλογον εἰσι τρις ρ' μ', ὡς δίδεται, ἀρα καὶ οἱ φ' χ', τοῖς ψ' ω, ἀνάλογον εἰσιν, ὡς
 ὡς ἔχει ὁ θ': πρὸς τὸν χ': οὕτως ἔχει καὶ ὁ ψ': πρὸς τὸν ω': καὶ ἐναλλάξ, ὡς ὁ θ': πρὸς τὸν ψ': ὁ χ':
 πρὸς τὸν ω': ἐπὶ δὲ ὁ χ': πρὸς τὸν ω': ἔχει ὡς πρὸς τὸν θ': πρὸς τὸν ξ':
 ὡς διχθῶνται, ἀρα καὶ ὁ φ': πρὸς τὸν ψ': ἔχει ὡς ὁ θ': πρὸς τὸν ξ': ἰ-
 σού τοῖσιν ὁ μὲν ψ': ἀναλογεῖ τῷ ξ': δηλον: τῇ μονάδι. ὁ γὰρ ξ': κατ'
 ἀρχὰς ἀπὸ μονάδος ὑπετίθει. ὁ δὲ φ': ἀναλογεῖ τῷ θ': ὡς ὁ μέρος
 ἐστὶν ὁ θ': ἀριθμητικῆς τοῦ ξ': παρονομαστῶν, τὸ αὐτὸ ἐστὶ καὶ ὁ φ': τοῦ ψ':
 ἀπλῶν δὲ κλάσμα ἐστὶν, οὐ παρονομαστῆς μονάς, τὸ φ' ψ', ἀρα κλάσμα ἀπλῶν ἐστὶν. ὅτι δὲ ὁ
 χ': πρὸς τὸν ω': τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὅν καὶ ὁ θ': πρὸς τὸν ξ': δηλον: ὁ γὰρ μ': ἴσος ἐστὶ τῷ ν':
 ὡς ὁ α': γίγνεται ἐκ τοῦ ξ': ἐπὶ τὸν ν': ἀλλὰ καὶ ὁ χ': ἐγγίνεται ἐκ τοῦ θ': ἐπὶ τὸν ι': ἀρα κα-
 τὰ τὴν εἰρημῖαν Πρώτασιν τοῦ στοιχειωτοῦ, ὡς ὁ θ': πρὸς τὸν ξ': ἔχει καὶ ὁ χ': πρὸς τὸν ω':
 ὅπερ ἴδη δόξαι.

ε: 8:	ο: 16:
ο: 2:	γ: 4:
β: 4:	δ: 6:
ζ: 24:	
δ: 2:	λ: 4:
κ: 3:	μ: 6:
ο: 2:	γ: 4:
β: 4:	δ: 6:



ε: 8:	ο: 16:	ζ: 24:
ο: 2:	λ: 3:	γ: 7:
κ: 3:	μ: 5:	ξ: 9:
ρ: 15:	σ: 120:	



ο: 2:	λ: 3:	γ: 7:
κ: 3:	μ: 5:	ξ: 9:
ρ: 15:	σ: 120:	
ο: 30:	χ: 10:	
ψ: 120:	ω: 40:	

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Β.

Περὶ Συνάψεως Κλασμάτων.
Ἔποςινμα Α'.

Καθ' ἕνα μὲν ἐν τῷ Α'. ἴθα περὶ Συνάψεως τῶν ολοκλήρων ἀριθμῶν ὁ λόγος ἦν, ὁρίσθημενοι
 τῆς Σύνθεσιν ἐλέγχον εἶναι συλλογῆς τελέχιστοι δύο ἀριθμοὶ ἐν μιᾷ ποσότητι, οὕτως δὲ ἔστι τὸ
 θα φημὲν τῆς τῶν κλασμάτων Σύνθεσιν συλλογῆς τελέχιστον δύο κλασμάτων ἐν μιᾷ ποσό-
 τητι ὡς ὡς πρὸς δ' ἐν ἐκείνῳ, ἄνω κἀκαυθα τὰ προβαλλόμενα ἢ δίδομενα κλάσματα ὑπ' ἀλλήλα τάτ-
 τειν δι. ἀλλὰ καὶ πλάτος σχετῶν εἰρημῶν. Ἐπεὶ δὲ τῶν κλασμάτων τὰ μὲν τῆς αὐτῆς εἰσὶ
 παρο-

παρονομασίας, τὰ δὲ διαφόρῃ, ῥητόν δὲ περὶ Συναφῆως τῶν τῆς αὐτῆς παρονομασίας κλάσμα-
των, ὡς ἐν χειρῆρας οὐσης τῆς τῶν ἀλλοῦ.

Κεῖμεν τοῖσιν τῶν αβ, γδ, κλάσματων τῆς αὐτῆς παρονομασίας. α: 4: γ: 3: ε: 9:
ἄλλα διὰ εἰς ἕν ὄλον ἀγαγόν συναρθῶντας ἀλλήλοις οἱ τοῦτων ἀριθμη-
ταὶ α: 4: γ: κ' ὑπὸ τὸν γινόμενον ἐξ αὐτῶν δηλ. τὸν εἰ: τὸ δῆλον ὁ αὐτὸς πα-
ρονομασῆς. Διὼν δὲ τὸ εἶ: κλάσμα ἴσον εἶναι τοῖς αβ, γδ, κλάσμασιν. Ἐπι γὰρ τὰ αβ,
γδ, κλάσματα τῶν αὐτῶν ἔχουσι παρονομασῆς, ἔχει πάτως γι τὸ αβ, κλάσμα πρὸς τὸ γδ, ὡς
ὁ α: ἀριθμητῆς πρὸς τοῖς γ: καὶ τῆ εἰ. τοῦ α: τὰ παρόντος, ὡς, καὶ ἐν συνδίσει τὰ αβ, γδ, ὁ-
μοῦ κλάσματῶν αὐτῶν ἔχουσι λόγον πρὸς τὸ γδ, ὡς κ: οἱ αγ, ἀριθμηταὶ ὁμοῦ πρὸς τὸν γ:
μέρον, ὁ δὲ γ: ἀριθμητῆς πρὸς τὸν εἰ: ἔχει: αἰς τὸ γδ, κλάσμα πρὸς τὸ εἶ: δι' ἴσου ἀρα ὡς ἔχου-
σιν οἱ αγ, ἀριθμηταὶ ὁμοῦ πρὸς τὸν εἰ: οὕτως ἔχουσι καὶ τὰ αβ, γδ, κλάσματα ὅμοι πρὸς τὸ
εἶ, ὡς οἱ αγ, ἀριθμηταὶ ὁμοῦ ἴσοι εἰσι: τῶν εἰ: ἀριθμητῆ, ἀρα καὶ τὰ αβ, γδ, κλάσματα ὁμοῦ
ἴσοι εἰσι πρὸς τὸ εἶ, κλάσματι. Ἐὰ αβ, ἀρα, γδ, δοθέντα κλάσματα εἰς ἕν ὄλον τὸ εἶ, ἤχθησαν.
Ὅπερ ἴδιον ποιῶσι.

Υποδειγμα Β.

Ταῦτον τὸν τρόπον συναίπεται ἀλλήλοις τὰ τῆς αὐτῆς παρονομασίας κλάσματα, κἂν τρία ὦσιν, ἢ καὶ
πλείω, ἐπειδὴ δὲ διαφόρῃ ἔχουσι παρονομασίας, διάφορος καὶ ὁ τῆς Συναφῆως τῶν κλάσματων
τρόπος. Δεῖ γὰρ πρῶτον τοὺς τῶν προβαλλομένων κλάσματων ἀριθμητῆς κατὰ χρισμὸν πολλα-
πλασιάξῃν ἐπὶ τοὺς παρονομασῆς τῶν αὐτῶν, τοὺς δὲ γινόμενους ἀριθμούς ἀλλήλοις συναίπτειν, καὶ
ὁ εἶ αὐτῶν ἴσαι ὁ τοῦ κλάσματος ἀριθμητῆς. εἴτα πολλαπλασιάξῃν καὶ τοὺς παρονομασῆς τῶν
αὐτῶν πρὸς ἀλλήλους, καὶ ὁ γινόμενος ἴσας ὁ ζῆτῆμος παρονομασῆς.

Ὅσον ἴσων συναίπαι τὰ ηδ, κλ, κλάσματα διαφόρῃ ὄντα παρονο-
μασῆς: Πολλαπλασιασθήτω δὲ ὁ μὲν κ: ἀριθμητῆς ἐπὶ τὸν λ: ὁ δὲ κ:
ἐπὶ τὸν δ: καὶ γινώσκωνται ἐξ αὐτῶν οἱ μν, ἀριθμοὶ τῶν τῶν δὲ συνα-
πτομένων ἀλλήλους γινώσκων ὁ ξ: καὶ λαφθῆτω ἀντὶ ἀριθμοῦ πολλα-
πλασιασθήτω δὲ καὶ ὁ λ: ἐπὶ τὸν θ: καὶ γινώσκων ὁ π: ἀριθμός. οὕ-
τως οὖν ἐπὶ τὸν ξ: τιθήτω ἀντὶ παρονομασῶν, καὶ συσταθήσεται τὸ
ξπ, κλάσμα, ὃ λέγῃ ἴσον εἶναι τοῖς ηδ, κλ, κλάσμασιν ὁμοῦ λαμβανόμενοι. κατὰ γὰρ τὴν ζ'. τὰ παρόντος, ὡς ἔχει ἡ μονὰς πρὸς τὸ συμπροσέμεινον τῶν ηδ, κλ,
κλάσματων, ἔχει. ἐκποῦδεν καὶ ὁ π: πρὸς τὸν ξ: ὡς εἰς αὐ καὶ ἀνάπαλιν, ὡς τὸ συμπροσέμεινον
τῶν ηδ, κλ, κλάσματων πρὸς τὴν μονάδα, ὁ ξ: ἀριθμητῆς πρὸς τὸν π: παρονομασῆν, ὡς ἔχει
δι ὁ ξ: πρὸς τὸν π: ἔχει καὶ τὸ ξπ, κλάσμα πρὸς ἕν μονάδα καὶ τὴν α. τὰ αὐτῶν, ἀρα τὸ συμ-
προσέμεινον τῶν ηδ, κλ, κλάσματων καὶ τὸ ξπ, κλάσμα τῶν αὐτῶν ἔχουσι λόγον πρὸς τὴν μονά-
δα, τὰ δὲ πρὸς τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχοντα λόγον, ἐκείνα ἴσα ἀλλήλοις εἰσὶν, ἴσον ἀρα εἶσι τὸ
ξπ, κλάσμα τοῖς ηδ, κλ, κλάσμασιν ὁμοῦ λαμβανόμενοις. Ὅπερ ἦν τὸ προσαχθῆναι.

Table with ratios: α: 4: γ: 3: ε: 9: β: 6: δ: 6: ζ: 6: μ: 4: ν: 5: ξ: 6: θ: 6: λ: 8: π: 48: ρ: 32: σ: 8: τ: 30: υ: 6: φ: 62: ψ: 48

Υποδειγμα Γ.

Εἰς δὲ πλείω ὡς τὰ συναρθῶντα κλάσματα, συναίπτιον α. τὰ δύο πρῶτα ἀλλήλοις, καὶ
τὰ γινόμενα ἐξ αὐτῶν συναίπτιον τὸ γ. τῶ δὲ ἐκ τῶν τριῶν γινόμενων συναίπτιον τὸ δ. τοῦτ' αὐ-
τὸ ποικίλον κατὰ τῶν ἀλλοῦ, καὶ συμπροσέμεινον εἰς ἕν τὰ πάντα ὅσα κερ εἰ ὡς τῆ πλείω.

Ὅσον ἴσων τὰ ηδ, κλ, μν, κλάσματα ἀλλήλοις συναρθῶντα. α: 4: κ: 5: μ: 7: β: 6: λ: 8: ν: 9: δ: 6: ρ: 7: σ: 804 π: 48: τ: 9: υ: 432
ἔστω δὲ τὰ ηδ, κλ, μν, κλάσματα ἀλλήλοις συναρθῶντα τῶ μν, καὶ γινώσκων
τὸ χψ, καὶ τοῦτ' ὁ κλάσμα ἴσον εἶναι τοῖς δοθέντι τρισὶ κλάσμα-
σιν, ηδ, κλ, μν, ἴσαι γὰρ ἴσον τὸ αὐτὸ χψ, κατὰ τὰ ἴδιον σφρ-
μίνα τοῖς ξπ, μν, κλάσμασιν, ἀλλὰ τὸ ξπ: κλάσμα ἴσον εἶσι τοῖς ηδ, κλ, ἀρα τὸ χψ,
κλάσμα ἴσον εἶσι τοῖς τρισὶ ηδ, κλ, μν, τὸ αὐτὸ γινώσκων καὶ ἐπὶ τῶν λοιπῶν, ἴαν ὡς πλείω
τῶν τριῶν.

Ὅτος μὲν ἦν ὁ ἐπιχειρήτος τῆς Συναφῆως τρόπος τῶν κλάσμα-
των. Εἰσὶ δὲ παρα τούτων καὶ ἄλλοι τινὲς διαφόροι πως ἔχοντες
πρὸς ἀλλήλους, δυσχερέστεροι ὁ ἴμπης. ἴνα δὲ μὴ καὶ τούτων ἀπειροὶ
ᾖσιν ὡμν, ῥητόν καὶ περὶ τούτων ἀλλοῦ ἐν συντομίῃ.

Table with ratios: ε: 62: ρ: 48: σ: 48: τ: 9: υ: 7: φ: 9: ψ: 558: χ: 336: φ: 432: ω: 326: ω: 894

Υπόδειγμα Δ΄.

Αυτάρτα τοίνυ συνάψαι τὰ προβαλλόμενα κλάσματα καὶ οὗτα, μεταρθεύσασαι γὰρ τὰ ἀριθμητὰ εἰς κλάσματα πρὸς τὸ αὐτὸν παρονομαστὴν, εἴτα συναρθεύσασαι οἱ ἀριθμητὰ τῶν αὐτῶν ἀλλήλοις, καὶ ὁ γινόμενος ληθθήτω ὡς ἀριθμητὴς, ὑπὲρ αὐτῶν δὲ τεθέντα ὁ αὐτὸς παρονομαστὴς, καὶ τὸ γινόμενον κλάσμα ἴσον ἔσται τοῖς δοθείσι. Γίνονται δὲ ἢ τῶν κλασμάτων πρὸς τὸν αὐτὸν παρονομαστὴν μεταβάσις, ἢ καὶ ὃν προημικύβηται τρόπον ἔντι τῆ α΄. ἢ β΄. τοῦ παρόντος, γίνονται δὲ καὶ οὕτω. Κεκαίτων ἔν τῶν ἀνωτέρω προβαλλόντων κλασμάτων ἢ Δ΄, ἢ λ΄, μ΄, πολλαπλασιασθήσασαι οἱ Δ΄: λ΄: μ΄: παρονομαστὰ πρὸς ἀλλήλους, ἢ ποιήσασαι τὸν Ε΄: ἀριθμὸν. Οὗτος δὲ μεριδύτω ἐφ' ἑαυτοῖς τῶν Δ΄: λ΄: μ΄: παρονομαστῶν καὶ δείξει σοὶ τὸ ε΄. τὸ ἦ. καὶ Δ΄. αὐτὴ μίρος, ὡς τοῦ μὴ τετραπλασιαζομένου γινέσται ὁ π΄: ἀριθμὸς ἀναλογῶν τῆ ἦ: ἀριθμῶν. τὰ δὲ πενταπλασιαζομένου γινέσται ὁ ρ΄: ἀναλογῶν τῆ κ΄: τοῦ εἰς λοιποῦ ἑξαπλασιαζομένου γινέσται ὁ σ΄: ἀναλογῶν τῶ μ΄: λαμβανομένων δὲ τῶν π΄: ρ΄: σ΄: ἀντὶ ἀριθμῶν, ἢ τῶ Ε΄: ἀντὶ παρονομαστῶν συσταθήσονται τὰ π΄: ρ΄: σ΄: ε΄, κλάσματα ἴσα τοῖς ἢ Δ΄, ἢ λ΄, μ΄, κλάσμασι, τὰ αὐτῶν ἰσότηα παρονομαστῶν. τῶν ὁ π΄: ρ΄: σ΄: συναρθεύτων ἀλλήλοις γινέθω ὁ τ΄: ἀριθμὸς, ἕτερος ἀντὶ ἀριθμοῦ λαμβανομένου, τοῦ δὲ Ε΄: ἀντὶ παρονομαστῶν, συσταθῶν τὸ τ ΄, κλάσμα, ἢ τοῦτο ἴσαι πάντως ἴσον τοῖς ἢ Δ΄, ἢ λ΄, μ΄, κλάσμασιν. ὁ Λόγος ἐκ τῶν ἀνωτέρω εἰρημίαν ἴσας.

Δ: 4:	λ: 5:	μ: 7:	ε: 894:
Δ: 6:	λ: 8:	μ: 9:	ε: 432:
	Δ: 6:		ε: 288:
		48:	ρ: 270:
		ρ: 9:	σι 336:
	Ε: 432:		τ: 894:
ε: 288:	κ 270:	σι 336:	
Ε: 432:	Ε: 432:	Ε: 432:	
		Ε: 432:	
		ε: 894:	
		Ε: 432:	

Ὅτ' ἂν μὴ ἔν ταῖς διδόμενα κλάσματα μὴ ὄσιν, ἔξεισσει καὶ ὀπισθορῶν βύλει τρόπον εἰς ἔν τὰ πάντα ἀγαγίην. Καὶ τὸ γινόμενος μίξον εἰν μονάδος διαμεριδύτω ὁ τοῦτου ἀριθμητὴς ἐπὶ τὸν ἴδιον παρονομαστῆν, ἢ τὸ πηλίκον ἴσαι παραστατικῶν τῆς τῶν κλασμάτων παρονομαστῶν, καὶ τὴν ἦ. τοῦ παρόντος, εἴος ἐπὶ τὸ τ ΄, κλάσμα, τὸ συμποσοῦμενον δηλ: ἐκ τῶν ἢ Δ΄, ἢ λ΄, μ΄, κλασμάτων μίξον εἰς τῆς μονάδος, κατὰ τὰ ἰσ ἀρχῆ ἐπὶ τοῦ παρόντος εἰρημίαν, μεριδύτω ὁ τ΄: ἐπὶ τῶν Ε΄: καὶ ἐπὶ τὸ πηλίκον εἴος ὁ φ΄: ἀριθμὸς: μὴ τῶν χ΄ ψ, κλάσματος, ὅταν ὅτι τὸ τ ΄, κλάσμα περιέχει μονάδας δύο καὶ τριάκοντα τετρακοσιστὰ τοιαυτὰ δεύτερα μίρη, μονάδας. ἢ γὰρ πεντηκονταεκατοσιστὰ δεκάτα ἴσα. τοῦ γὰρ χ΄ ψ, κλάσματος εἰς ἑλάττωτας ἕως ἀγαγίην, κατὰ τὸν ἦ. τὸ παρόντος συσταθήσονται τὸ α΄ β΄.

ε: 894:	0 3 0:
Ε: 432:	
ρ: 270:	α: 132:
σι 336:	χ: β: 216:

Υπόδειγμα Ε΄.

Ἐάν δὲ μετὰ τῶν κλασμάτων τύχῃσιν ἕτερος καὶ ὀλοκλήροι ἀριθμοὶ συναρθεύσασαι μεταρθεύσασαι γὰρ τὰ ἀριθμητὰ εἰς κλάσματα πρὸς τὸ αὐτὸν παρονομαστὴν, εἴτα συναρθεύσασαι οἱ ἀριθμητὰ τῶν αὐτῶν ἀλλήλοις, καὶ ὁ γινόμενος ληθθήτω ὡς ἀριθμητὴς, ὑπὲρ αὐτῶν δὲ τεθέντα ὁ αὐτὸς παρονομαστὴς, καὶ τὸ γινόμενον κλάσμα ἴσον ἔσται τοῖς δοθείσι. Γίνονται δὲ ἢ τῶν κλασμάτων πρὸς τὸν αὐτὸν παρονομαστὴν μεταβάσις, ἢ καὶ ὃν προημικύβηται τρόπον ἔντι τῆ α΄. ἢ β΄. τοῦ παρόντος, γίνονται δὲ καὶ οὕτω. Κεκαίτων ἔν τῶν ἀνωτέρω προβαλλόντων κλασμάτων ἢ Δ΄, ἢ λ΄, μ΄, πολλαπλασιασθήσασαι οἱ Δ΄: λ΄: μ΄: παρονομαστὰ πρὸς ἀλλήλους, ἢ ποιήσασαι τὸν Ε΄: ἀριθμὸν. Οὗτος δὲ μεριδύτω ἐφ' ἑαυτοῖς τῶν Δ΄: λ΄: μ΄: παρονομαστῶν καὶ δείξει σοὶ τὸ ε΄. τὸ ἦ. καὶ Δ΄. αὐτὴ μίρος, ὡς τοῦ μὴ τετραπλασιαζομένου γινέσται ὁ π΄: ἀριθμὸς ἀναλογῶν τῆ ἦ: ἀριθμῶν. τὰ δὲ πενταπλασιαζομένου γινέσται ὁ ρ΄: ἀναλογῶν τῆ κ΄: τοῦ εἰς λοιποῦ ἑξαπλασιαζομένου γινέσται ὁ σ΄: ἀναλογῶν τῶ μ΄: λαμβανομένων δὲ τῶν π΄: ρ΄: σ΄: ἀντὶ ἀριθμῶν, ἢ τῶ Ε΄: ἀντὶ παρονομαστῶν συσταθήσονται τὰ π΄: ρ΄: σ΄: ε΄, κλάσματα ἴσα τοῖς ἢ Δ΄, ἢ λ΄, μ΄, κλάσμασιν, τὰ αὐτῶν ἰσότηα παρονομαστῶν. τῶν ὁ π΄: ρ΄: σ΄: συναρθεύτων ἀλλήλοις γινέθω ὁ τ΄: ἀριθμὸς, ἕτερος ἀντὶ ἀριθμοῦ λαμβανομένου, τοῦ δὲ Ε΄: ἀντὶ παρονομαστῶν, συσταθῶν τὸ τ ΄, κλάσμα, ἢ τοῦτο ἴσαι πάντως ἴσον τοῖς ἢ Δ΄, ἢ λ΄, μ΄, κλάσμασιν. ὁ Λόγος ἐκ τῶν ἀνωτέρω εἰρημίαν ἴσας.

Δ: 4:	λ: 5:	μ: 7:	ε: 894:
Δ: 6:	λ: 8:	μ: 9:	ε: 432:
	Δ: 6:		ε: 288:
		48:	ρ: 270:
		ρ: 9:	σι 336:
	Ε: 432:		τ: 894:
ε: 288:	κ 270:	σι 336:	
Ε: 432:	Ε: 432:	Ε: 432:	
		Ε: 432:	
		ε: 894:	
		Ε: 432:	

Υπόδειγμα Σ.

Αναχθέντων εν ει δοθέντες δλοκληροι αριθμοι τστος επι το ιδου κλάσμα, κατά την ε. τυ παρότος, η τα συντάματα κλάσματα συναρθάνωσιν αλληλοις, το δε εν τω κλάσματω συμπο...

Οιου πολλαπλασιασθέντω ο μιν α. επι τον β. η τω γιομίνω προσθέντω ο δ. η γινήσεται το λμ, κλάσμα ο δ β. ημοιος επι τον ε. πολλαπλασιασθέντω, η τω γιομίνω προσθέντω ο ζ. η συναρθάνεται το ε ζ, κλάσμα. Πολλαπλασιαζομένου δε η τω η. επι τον κ. προσθέντω τω γιομίνω ο θ. η...

Table with mathematical operations and numbers: α: 7: δ: 2: β: 9: ζ: 4: γ: 12: η: 8: λ: 27: ς: 58: τ: 98: μ: 3: ξ: 6: ρ: 8: 312: 98: σ: 4260: 12: 8: τ: 144: σ: 4 2 6 0: μ: 144: ς: 39: 84: 144: 4:

Υπόδειγμα Ζ.

Ειδε τώων κλάσματα κλάσμάτων συναρθώματα, ως τα αβ, γδ, εν το μιν το εζ, το δε του ηθ, ιδετε κλάσμα ηιομηζεται, αχθέντων πρώτου εις άπλα κλάσματα, εδ η λ, μ ν, κατά την ιδ. του παρότος. Ειτα...

Table with mathematical operations and numbers: α: 2: ι: 3: γ: 4: ο: 6: β: 3: ζ: 6: δ: 6: ρ: 8: κ: 6: μ: 24: λ: 18: τ: 48: 188: ξ: 720: 432: σ: 864: 720:

Επειδαν δι οφείλει αριθμός δλοκληρος κλάσματι συναρθάνωσιν πολλαπλασιασθέντω τωικαυτα ο προκειμενος αριθμός επι τον τω κλάσματος παρονομαση, η τω γιομίνω συναρθάνωσιν ο αριθμητής. Του αυτου δε παρονομαση λαμβανόμενα το συντάμινω κλάσμα ισον εσται τω δοθέντι...

Πρόβλημα Α.

Δικατηλόχος ποτε διετέλε σίτου συδίζων, αφ υός μιν ελαβη εν τρίτου του μιδίμου, αφ υόςκα δε εμο τρίτα, η απ άλλου τίωαρα τρίτα, ελαβε δε ηη απότιος πίντω τρίτα. Ζητήτω...

Εις λώσην τώτου γραθήτωσιν τα αβ, γδ, εζ, ηθ, κλάσματα ισον ως προκειμίνωσιν. Ειτα συναρθάνωσιν οι τώτων αριθμηται εις ένα αριθμό τον κ. ο δε κ. μινιδέντω επι τον παρονομαση των αυτων κλάσμάτων δλο: τον β. η το πλιόνον εστω ο λ. η ούτω εσται ο ζητούμενος. Ει...

Table with mathematical operations and numbers: α: 1: γ: 2: ε: 4: η: 3: β: 3: δ: 3: ζ: 3: θ: 3: κ: 12: ο: 36: β: 3: λ: 4:

Πρόβλημα Β'.

Ο αὐτὸς δεκατλόγος αὐθις δεκάτας κριθῆς συλλέγων, ἀφ' ἑνὸς μὲν ἔλαβε μιδίμου τέσσαρα ἑκτα, ἀφ' ἑτέρου δὲ πέντε ὄβρα, καὶ ἀπέτινος ἀλλοῦ ἑπτά ἑκτατα. Ζητεῖται δὲ κατὰ τὰ πόσους μιδίμους κριθῆς συνέλιξεν.

Εἰς λύσιν καὶ τοῦτο γραφήτωσαν ἐπιξῆς τὰ ἀβ, γδ, ἐζ', κλάσματα ὡς καὶ ἀνωτέρω. Εἶτα πολλαπλασιασθήτωσαν οἱ τῶν ἀβ, γδ, κλασμάτων ἀριθμοὶ ἐπὶ τοὺς αὐτῶν παρονομασάς κατὰ χιασμὸν, καὶ οἱ γινόμενοι συναφθήτωσαν εἰς ἓν καὶ ἔστω οὗτος ὁ μ: πολλαπλασιασθήτωσαν δὲ τῶν παρονομασῶν πρὸς ἀλλήλους γινέσθω ὁ θ': καὶ συναθήτω τὸ ἦθ', κλάσμα, καὶ τὸντο ἴσον ἔσται τοῖς ἀβ, γδ, κλάσμασι, καὶ τὰ πρότερον εἰρημίνα. Τοῦτ' αὐτὸ γινέσθω καὶ ἐπὶ τῶν ἦθ', ἐζ', κλασμάτων, καὶ συναθήτω ἔξ αὐτῶν τὸ μ', καὶ τὸντο ἴσον ἔσται τοῖς τοῖσι δοθείσι κλάσμασι ἀβ, γδ, ἐζ', ὡς δῆλον ἐκ τῶν προειρημίμων. Τελυταῖον μρισθήτω ὁ μ: ἐπὶ τὸν ν: ὡς μιλίζων τοῦ αὐτοῦ ν: καὶ τὸ πηλίκον ἔστω ὁ ξ: μετὰ τοῦ ὁπ', κλάσματος. Ο' δεκάτας τοίνυν συλλέγων εἴληθε μιδίμους κριθῆς δύο καὶ τριῖν: ἢ γὰρ τριῖν τῶν τῷ κλάσματος ὄρων εἰς ἑλαχίστους ἡμίμων.

Δυνατὸν δὲ καὶ ἕτως γινέσθαι τὴν πράξιν. Μιτισχθήτωσαν γὰρ τὰ ἀβ, γδ, ἐζ', κλάσματα εἰς ἕτερα τρία ἴσα αὐτοῖς τῆς αὐτῆς ὄρτα παρονομασίας, εἶτα συναφθήτωσαν εἰς ἓν, καὶ τὰ εἰρημίνα ἐν τῷ β'. ὑπόδειγματι.

Πρόβλημα Γ'.

Τελώνης ποσὴ ἐν τῷ τελωνίῳ καθήμενος παρερχομένων τριῶν ἐμπόρων, ὧν ὁ μὲν σπειρὸν μεθ' ἑαυτοῦ ἐκόμισε ἑτάμα, ὁ δὲ λίβανον, καὶ ὁ γ'. τίτρον, ἀπὸ μὲν τῷ α. ἔλαβε τελωνίας χάριν ἀργύρια δυοκαίδεκα καὶ δύο τρίτων, ἀπὸ δὲ τῷ δευτέρῳ ἀργύρια ὅ: καὶ τέσσαρα ἑκτα, καὶ ἀπὸ τῷ γ'. ἀργύρια δύο μεθ' ἑξ ὄβρων. Ζητεῖται οὖν πόσα ἀπὸ τῶν τριῶν ἐμπόρων ἀργύρια ὁ τελώνης ἕτος εἴληφεν.

Εἰς τὴν ταύτη λύσιν γραφήτωσαν αἱ τῶν ἀργυρίων ποσότητες καὶ τῶν προσκειμένων αὐταῖς κλασμάτων ἐπιξῆς, ὡς προσημειύεται, καὶ ἔσασαν αὐταὶ οἱ ἀβγ, ἀριθμοὶ καὶ τῶν δ' ἐ, ζ' η, θ' κ', κλασμάτων. Εἶτα συναφθήτωσαν οἱ ἀβγ, ἀριθμοὶ χωρὶς, καὶ γινέσθω ἔξ αὐτῶν ὁ λ': ἀριθμὸς. Συναφθήτωσαν δὲ καὶ τὰ δ' ἐ, ζ' η, θ' κ', κλάσματα εἰς ἓν, κατὰ τὰ προσημειύετα, καὶ συνιένθω τὸ μ', κλάσμα. Μιρισθόμενος δὲ τοῦ μ: ἀριθμοῦ ἐπὶ τὸν ν: παρονομαστήν, ἐπὶ παρήχεται πηλίκον ὁ ξ: ἀριθμὸς μετὰ τῷ ὁπ', κλάσματος συναφθήτω ὁ ξ: τῷ λ': ἀριθμῷ καὶ ὁ γινόμενος ὁ: καὶ τῷ ὁπ', κλάσματος ἔσται ὁ ζητούμενος. ὁ τελώνης ἄρα οὕτως ἀπὸ τῶν τριῶν ἐμπόρων εἴληπεν ἑτάμα τελωνίας χάριν ἀργύρια δύο πρὸς τοῖς ἑκατοσὶ, καὶ τριῖν: ἢ τοῖς τριῖν τῷ ἀργυρίῳ. ὁ λόγος ἐκ τῶν εἰρημίμων ἐν τῷ α. ὑπόδειγματι σαφῆς.

Ἄλλος.

Ἡ καὶ ἕτως ἀχθήτωσαν οἱ δοθέντες ἀριθμοὶ ἑκασὸς ἐπὶ τὸ ἴδιον κλάσμα, καὶ τὴν κ': τὸ παρόντος. Εἶτα συναφθήτωσαν εἰς ἓν καὶ τὸ ε'. ὑπόδειγμα, καὶ ἔσται τὸ ζ' πέμπεον.

Πρόβλημα Δ'.

Ο' αὐτὸς τελώνης καὶ δύο ἄρων διάστημα παρερχομένων δύο χωρητῶν, ὧν ὁ μὲν ἐκόμизεν εἰς ἀγορὰν φορτίον οἶνου, ὁ δὲ μέλιτος, ἔλαβεν ἀπὸ μὲν τῷ α. δύο ἑκτα τῶν ἑξ ὄβρων τῷ ἀργυρίῳ, ἀπὸ δὲ τῷ δευτέρῳ δύο τρίτα τῶν τριῶν τετάρτην. Ζητεῖται ἄν πόσα ἔξ ἀμφοῖν εἴληφεν.

Εἰς

α: 4:	γ: 5:	η: 7:
β: 6:	δ: 8:	ζ: 9:
η: 62:	ι: 7:	μ: 894:
θ: 48:	κ: 9:	ν: 432:
μ: 894:		
ν: 432:		
ε: 2:	σ: 30:	η: 7:
	σ: 432:	

δ: 2:	β: 6:	ζ: 4:	γ: 2:	θ: 8:
α: 12:	ε: 3:	η: 6:		κ: 8:
α: 12:	δ: 2:	ζ: 4:		δ: 6:
β: 6:	ε: 3:	η: 6:		κ: 8:
γ: 2:	ι: 3:	κ: 6:		μ: 300:
λ: 20:	ι: 13:	π: 8:		ν: 144:
	14:			μ: 300:
	18:	192:		οι: 12:
	8:	108:		σ: 144:
ν: 144:	μ: 300:			σ: 144:

λ: 20:	
ε: 2:	η: 7:
ν: 22:	σ: 144:

Εἰς λύσιν δὲ καὶ τούτω γραφομένην τὰς α β, γ δ, ε ζ, η θ, κλασμά-
 ταν ἰσχύει ὡς ὅρας, ἰπεί τὰ α β, ε ζ κλασμάτωι ἀναγμάτων εἰσι μί-
 νηχθίτωσαν εἰς ἀπλά κλάσματα, τὰ κ λ, μ ν, ὡν συναπομένωι ἴσι
 ἐν τῷ ε δ, κλάσμα, τὸ πάντως ἴσαι τὸ ζηόμενον. ὁ λόγος ἐκ τῶν
 ἀριθμῶν ἐν τῷ ζ. ὑποδείγματι ἄλλος. διὰ δὲ τὸ σαφέστερον, ἀχθίτωσαν
 οἱ ἴσαι, αἰ ἀπλά, τὸ ε δ, κλάσμαδες ὡς ἀναχίτες, ἢ συνασθίσειαι πάν-
 τως τὸ π ρ, κλάσμα ἴσων τῷ ε δ, ὡς ἄλλοι ὅτι γε ὁ ῥαθός τελοῦσι
 ἕλκω ἀπὸ τῶν δύο ἐπίσων χωρίων, τρία τέταρτα τοῦ ἀριθμοῦ, ἴσαι
 λοιπὰ ἡο: ἰσοτιθόμενοι γὰρ τῷ ἀριθμῷ λοιπῶν εροι ἐν μὲν ὅδοι τῶ-
 νων λοιπῶν ἐσι πεντακάδεια. Τὰ δὲ δύο ἴσα τὰν δξ ὅδοιαν λοιπὰ περιέχουσι τρέκοντα. Ὡσαύ-
 τως ἐν τρίτῳ λοιπῶν ἐσι τρέκοντα. δύο δὲ τρίτα τῶν ἑμῶν τετάρτων λοιπὰ ἐξήκοντα πε-
 ρέχουσι. Συναπομένωι ἄρα τῶν τρέκοντα τοῖς ἐξήκοντα συμποσύνται τὰ ἰσώμεντα.
 Τούτων δὲ ἴδὲν τρέπον ὀπίστανταί: ἐπὶ ἀπλά πλοῦν λύσιν προβλήματα ἔχων ἐν τῇ ῥήμῃ τὰ τε
 πρὶ Συναφῶς κλασμάτων ἀριθμῶν, ἢ ὅσα πρὸ αὐτῶν ἐν λόγῳ τίταται ἀναγωγῆς.

α: 2:	γ: 6:	ε: 2:	θ: 3:
β: 6:	δ: 8:	ζ: 3:	θ: 4:
κ: 12:	λ: 48:	μ: 16:	ν: 12:
ε: 43:	σ: 3:		
ο: 576:	ρ: 4:		

Κ Ε Φ Α Λ Α Ι Ο Ν Γ.

Περὶ Ἀφαιρέσεως Κλασμάτων.

Μετὰ τὴν Συναφῶν ὄνεται ἀρίθμωσι ἡ Ἀφαιρέσις ἢ μένω ἐν τοῖς ἀκελεύει ἀριθμοῖς. ἀλλὰ πρὸ
 τοῖς κελευμένοις. ἀντιρρίψου γὰρ καὶ διὰ μὲν τῆς Συναφῶς ἢ τῆς Ἀφαιρέσεως πράξις τὸ πρῶτον
 δίδεται, διὰ τῆς Ἀφαιρέσεως δὲ τὸ τῆς Συναφῶς ὕγιος θροῦνται. Ὡσαυτὸ δὲ ἐν τῷ α. πρὶ τῆς τῶν
 ἀκελεύει ἀριθμῶν Ἀφαιρέσεως οἰεται, αἰρεσῶν ὅσα ἀποροχῆς, καὶ ἢ ὑπερίχει ὁ μῶζων ἀριθμὸς
 τὸ ἑλάττωμα, ἢ τὸ κἀταῦθα οὐδὲν ἄλλο οἶμαι τὴν τῶν κλασμάτων Ἀφαιρέσιθ φαιδῶν, ἢ εὔρισίν
 τῶν ἀποροχῆς, καὶ ἢ ὑπερίχει τὸ μῶζων κλάσμα τὸ ἐλάττωμα. διὰ δὲ πρὸ ἐπὶ τῶν κλασμάτων
 τὸ ἑλάττωμα φαι ἀφαιρεῖν ἀπὸ τῶ μῶζωνος. ἢ μὴν δὲ καὶ τὸ ἀναπάλω. Γραφήθῃ δὲ ἐπὶ τῆς Ἀφαιρέσεως
 τὰ κλάσματα συνηθῶν καὶ πλάτος. ὡς καὶ ἐπὶ τῆς Συναφῶς, καὶ μὲν τῆς αὐτῆς ὄντι παρονομασίας,
 ἀφαιρέθῃν ὁ τὸ ἐλάττωμα ἀφαιρέθῃ ἀπὸ τῶ ἀριθμοῦ τοῦ μῶζωνος, τῷ δὲ καταλοιθεθῇτι ὑπο-
 τεθῆτω δ αὐτὸς παρονομασίας, καὶ τὸ συνισάμενον κλάσμα ἴσαι τὸ ζηόμενον.

Ἐποδειγμα Α.

Οἷος κείθω ἀρῆσει τὸ γ δ, ἑλάττω κλάσμα ἀπὸ τῷ ε ζ, μῶζωνος. Γραφομή: α: 4: γ: 5: ε: 5:
 νων δν, καὶ δν προμῶνυται τρόπον, τῶν δωδύτων κλασμάτων ἀφαιρέθω ὁ θ: 6: δ: 6: ζ: 6:
 γ: ἀριθμητῆς ἀπὸ τῷ ε: καὶ ἐπὶ ἐκπολεθῇται ὁ α: γραφήτω ὡς αὐτὸς ὁ β: ἴσος ἄν τῷ δ: α: ζ:
 καὶ τὸ α β, κλάσμα ἴσαι ἢ ὑπεροχῆ, καὶ ἢ ἐν τῷ ε ζ, ὑπερίχει τῷ γ δ, ἰπεί γὰρ τὰ γ δ, ε ζ, κλά-
 σματα τῶν αὐτῶν ἔχουσι παρονομασίην, ὡσαυτὸ καὶ τὸ α β, πάντως γε κατὰ τὸ ε. τὴ παρότος, ὡς
 ἔχει ὁ ε: ἀριθμητῆς πρὸς τῆς γ: καὶ α: ὡτως ἔχει καὶ τὸ ε ζ, κλάσμα πρὸς τὰ γ δ, α β, κλάσμα-
 τα. Ἀλλ' ὁ ε: ὑπερίχει τῷ γ: τῷ α: καὶ τῶν τῆς Ἀφαιρέσεως λόγων, ἄρα καὶ τὸ ε ζ, κλάσμα ὑπε-
 ρίχει τῷ γ δ, τῷ α β, κλάσματι, ὡς τὸ α β, κλάσμα ὑπεροχῆσει τῷ ε ζ, καὶ ἢ ὑπερίχει τῷ
 γ δ, ἰπὲρ ἴδου δῶξαι.

Ἐποδειγμα Β.

Διαφορῶν δὲ ὄντα παρονομασίας τὰ κλάσματα ἐπὶ τῆς αὐτῆς δῶ α. ταῦτα ἀναγῆν, κατὰ ἀφαιρέσιν
 τῶν τῶ ἐλάττωμα ἀριθμητῆ ἀπὸ τῶ ἀριθμοῦ τῶ μῶζωνος, καὶ τὰ λοιπὰ ποιεῖν ὡς ἀνωτέρω ἠρῆσαι-
 ται. Οἷον κείθω ἀρῆσει τὸ κ λ, κλάσμα ἀπὸ τῷ ε π, ἀχθίτω-
 σαν δὲ πρῶτον ταῦτα ἐφ ἴτερα δύο ἴσα τῆς αὐτῆς ὄντα παρονομα-
 σίας, οἷα τὰ β σ, π σ, διὰ τῆς ια. τὴ παρότος, ἄτα ἀφαιρέθω ὁ
 β: ἀριθμητῆς ἀπὸ τῷ π: καὶ τῷ ἐκπολεθῇτι κα: ὑποτεθῆτω ὁ αὐ-
 τὸς σ: παρονομασίας, καὶ τὸ κα σ, συναθῆν κλάσμα ὑπεροχῆ ἴσαι
 τῷ ε π, κλάσματος, καὶ ἢ ὑπερίχει τῷ κ λ, καὶ γὰρ τὰ ἴδου ἀφαι-
 ρεῖται τὸ γ σ, κλάσμα ὑπεροχῆ ἐσι τοῦ π σ, καὶ ἢ ὑπερίχει τοῦ
 β σ, ἀλλὰ τὸ μῶζων σ, ἰπὲρ ἐσι τῷ ε π, καὶ τῶν ια. τῶ παρότος, τὸ
 δὲ β σ, τῷ κ λ, ἄρα τὸ αὐτὸ κα σ, ὑπεροχῆ ἐσι καὶ τῷ ε π, καὶ ἢ
 ὑπερίχει τῷ κ λ, ἴσα δὲ τούτω σαφέστερον γίνεται, μεταωχθῆτω τὸ

κ: 21:	σ: 4:	π: 5:	ε: 62:
ο: 8:	θ: 6:	λ: 8:	ε: 48:
κ: 256:	ρ: 240:	σ: 496:	
ο: 384:	ο: 384:	ο: 384:	
128:			
κ: 256:	λ: 256:	ο: 384:	
128:	128:	128:	000
			000
			3:
			χ σ,

ζ' σ', εἰς ἐλαχίστους ὄρους, καὶ τῶν αὐτῶν παρότιος, ἢ συναριθμῶν ἐξ αὐτῶν τὸ ψ' α', κλάσμα, ὅπερ ἰσότης ἐστὶ τῷ δ' θ', ἐπεὶ ἢ τὸ ξ' π', γίγνεται ἐκ τῶν η' θ', κ' λ', κλάσματα, ὡς δέδεικται μικρῶν προδιδόν, ἴσθα δὲ λόγος περὶ Συναριθμῶν κλάσματων ἀριθμῶν ἕν, πάντως γὰρ καὶ τὸ η' θ', ὑπεροχὴ ἐστὶ τῷ ξ' π', καὶ ἢ ὑπερίχει τὸ κ' λ'.

Γ' πῶδειγμα Γ.

Εἰπὼν δὲ πλείων τοῦ ἰσῶς ὡς τὰ αφαιρητέμιστα κλάσματα συναριθμῶνται πρῶτον τὰ πάντα εἰς ἓν, εἶτα τὸ γινόμενον ἐξ ἀπάντων αφηρήθω ἀπὸ τοῦ μίζουτος. Οἷον κείθω αφηλεῖν ἀπὸ τοῦ μίζουτος α β, τὰ γ δ, ε ζ, κλάσματα τῆς αὐτῆς ὄθια παρονομασίας. Συναριθμῶνται δὲ τὰ αὐτὰ γ δ, ε ζ, κλάσματα, ἢ ποιήσαντες τὸ η θ, ὅπερ αφηρήθω ἀπὸ τῶν α β, καὶ τὸ ἱσαποληφθῆν κ λ, ὑπεροχὴ ἴσθα τῷ α β, καὶ ἢ ὑπερίχει τῶν γ δ, ε ζ, δηλ. τῷ η θ, δὲ λόγος σαφῆς.

Γ' πῶδειγμα Δ.

Εἰ δὲ τὰ δίδόμενα, κλάσματα ὡς κλάσματα, ἢ ζητῆται τὸ ἴσθον ἀπὸ τοῦ μίζουτος αφαιρηθῆναι, ἀναχθῆναι α. ἀμφοτέρω εἰς ἀλά κλάσματα, κατὰ αφαιρηθῆναι τὸ ἔλαττον ἀπὸ τοῦ μίζουτος, καὶ τὸ ἱσαποληφθῆν ἴσθα ὑπεροχὴ, καὶ ἢ ὑπερίχει τὸ μίζον κλάσμα τῶν δοθέντων, τὸ ἔλαττοτος.

Οἷον κείθω αφηλεῖν τὸ α β, κλάσμα τοῦ γ δ, κλάσματος ἀπὸ τοῦ ε ζ, ὅπερ ἐστὶ κλάσμα τῷ η θ, κλάσματος. Ἀναχθῆναι δὲ ἑκάτερον τῶν α β, ε ζ, μὴ ἀπλῶν κλάσματων εἰς ἀπλῶν κλάσματα, τὸ μὴ εἰς τὸ κ λ, τὸ δὲ εἰς τὸ μ ν, καὶ τῆν η θ. τῶν παρότιος. ταῦτα δὲ διαφόρῳ ὄθια παρονομασίας, ἢ ἴσθον ἀλά ἀχθῆναι τῆς αὐτῆς ὄθια παρονομασίας καὶ τῆν ἰσθ. τῶν αὐτῶν. εἶτα τὰ ξ π, ρ σ, εἶτα αφηρήθω τὸ ξ π, ἔλαττον ἀπὸ τοῦ ρ σ, μίζουτος, καὶ ἢ προσημειώσεται τρόπον, ἢ τὸ ἱσαποληφθῆν ἴσθα τὸ τ θ, ἀπλῶν κλάσμα, καὶ τὸ τοῦ λίγου εἶναι τῶν διαφορῶν τοῦ ε ζ, κλάσματος, καὶ ἢ ὑπερίχει τὸ α β, ὅτι μὴ ἢ τὸ αὐτὸ τ θ, κλάσμα ὑπεροχὴ ἐστὶ τῷ ρ σ, κλάσματος καὶ ἢ ὑπερίχει τὸ ξ π, κλάσματος, δηλοῖ: ἐκ τῶν εἰρημῶν περὶ τῆς τῶν ἀπλῶν κλάσματων Ἀφαιρέσεως. Τὰ δὲ ξ π, ρ σ, ἴσθα εἰς τοῖς κ λ μ ν, καὶ τῆν ἰσθ. τῶν παρότιος, τὸ τ θ, ἀπὸ διαφορῶν ἐστὶ ἢ τὸ μ ν, κλάσματος, καὶ ἢ ὑπερίχει τὸ κ λ, κλάσμα. Ἐπεὶ δὲ τὰ κ λ, μ ν, κλάσματα ἴσθα εἰς τοῖς α β, ε ζ, καὶ τῆν η θ, τῶν αὐτῶν, τὸ τ θ, πάντως κλάσμα διαφορῶν ἐστὶ ἢ τὸ ε ζ, καὶ ἢ ὑπερίχει τῷ α β.

Γ' πῶδειγμα Ε.

Εἰ δὲ μὴ τῶν κλάσματων ἢ ἑλόκληροι τῶν ὁμοίων ὄθια ἀριθμοὶ, διχῶς ἐνδέχεται γινῆναι τῆν τέτατον Ἀφαιρέσιν. ἢ ἢ δὲ ἢ τῆς ὁμοίων ἀριθμῶν, ἐπὶ τὰ ἴδια ἀναλύειν κλάσματα, ἢ τῶν γινόμενων κλάσματων αφαιρηθῆναι τὸ ἔλαττον ἀπὸ τοῦ μίζουτος, ἢ γῶν αφαιρηθῆναι χωρὶς, τῆς μὴ ἀριθμῶν ἀπὸ τῶν ἀριθμῶν, τὸ δὲ κλάσματα ἀπὸ τῶν κλάσματων. Διὰ δὲ τὸ τοῦ λόγου πληρῆστερον γινῆναι καὶ ἑκάτερον τῶν τρόπων ἢ πράξις. Οἷον ἴσθα αφηλεῖν τὸν α: ἀριθμὸν μὴ τοῦ β γ, κλάσματος, ἀπὸ τῶν δ: ἀριθμῶν μὴ τῶν ε ζ, κλάσματος. καὶ μὴ δὲ τὸν β. τρόπον, ὡδέποτε ἢ πράξις γίνονται. Ἀφαιρήθω ὁ α: ἀριθμῶν ἀπὸ τῶν δ: ἢ ἱσαποληφθῆναι ὁ η: αφηρήθω δὲ ἢ τὰ β γ, κλάσμα ἀπὸ τῶν ε ζ, κλάσματος, καὶ τὰ εἰρημῶν ἐκ τῶν β. ὑποδείγματι. καὶ τὸ ἱσαποληφθῆν ἴσθα τὸ ε ζ, κλάσμα. Ἐκ τῶν αὐτῶν ἢ ὄθια, ὅτι ὁ η: ἀριθμῶν μὴ τῶν ε ζ, κλάσματος ὑπεροχὴ ἐστὶ τῶν δ: ἀριθμῶν ἢ ε ζ, κλάσματος, καὶ ἢ ὑπερίχει τῷ α: ἀριθμῶν, ἢ β γ, κλάσματος.

Εἰ δὲ τὸ τῶν ἐλάττωσιν ἀριθμῶν κλάσμα, μίζον ἢ τῶ κλάσματος τῶ ἐκ τῶ μίζουτος ἀριθμῶν, προσημειώσεται τῶ ἔλαττωσιν κλάσματι μονάδ, αφαιρηθῆναι ἀπὸ τοῦ μίζουτος ἀριθμῶν, τὰ δὲ λοιπὰ γινῆναι ὡς προσημειώσεται. Οἷον κείθω αφηλεῖν τὸν α: ἀριθμὸν μὴ τῶ β γ, κλάσματος ἀπὸ τῶ δ: ἀριθμῶν ἢ ε ζ, κλάσματος. Ἐπεὶ δὲ τὸ β γ, κλάσμα μίζον ἐστὶ τῶ ε ζ, καὶ τῆν γ. τῶ παρότιος, αφηρήθω ἀπὸ τῶ δ: ἀριθμῶν μονάδ, ἢ ἱσαποληφθῆναι ὁ η: ἐπὶ δὲ αὐτῆς ὁ ζ: παρονομασίας παρίσσει τῶν μονάδων εἰς δὲ διηρημῶν μέρη προσημειώσεται τῶν ε: ὁ ε ζ: αὐτῆς μονάδων, ἢ γινῆναι τὸ ε π, κλάσμα. Τῶν δὲ ἢ τῶν γινόμενων αφηρηθῆναι ὁ α: ἀπὸ τῶ η: ἢ ἱσαπο-

Table with mathematical ratios and numbers. Columns include Greek letters and numbers. Row 1: α: 3, γ: 2, ε: 1, η: 3, κ: 21. Row 2: β: 6, δ: 6, ζ: 6, θ: 6, λ: 6. Row 3: α: 2, γ: 4, η: 2, κ: 48. Row 4: β: 4, δ: 6, ζ: 3, θ: 3. Row 5: κ: 8, μ: 8. Row 6: λ: 24, π: 15. Row 7: ε: 120, ρ: 192. Row 8: σ: 360, τ: 360. Row 9: μ: 192, υ: 72. Row 10: ε: 120, φ: 360. Row 11: σ: 360. Row 12: α: 6, β: 3, γ: 8, δ: 8, ε: 4, ζ: 6. Row 13: δ: 8, ε: 3, ζ: 6, θ: 18, κ: 8. Row 14: α: 6, γ: 24, η: 14, ι: 48. Row 15: α: 6, β: 6, γ: 8, δ: 6, ε: 3, ζ: 6, κ: 6. Row 16: α: 7, β: 6, γ: 9, δ: 72. Row 17: α: 6, γ: 36, δ: 8, κ: 6, π: 36. Row 18: λ: 11, μ: 48, π: 36.

λεπτόν δ' α: αριθμός. ἀριθμὸν δὲ πρὸς β' γ', κλάσμα ἀπὸ τοῦ δ' ε', κλάσματος ἢ ἴσῳ ἰσπο-
λεπτόν τοῦ π' ρ': ὁ αὐτὸς α: ἀριθμὸς μὲν τὸ π' ρ', κλάσματος ὑπεροχῆς τὸ δ': ἀριθμὸς, καὶ ἔξ,
κλάσματος καὶ ἢ ὑπερῆχει τοῦ α: ἀριθμοῦ ἢ β' γ', κλάσματος. ὁ ἄλλος ἐκ τῆς πρῆξως σαφῆς.

Ἐπίδειγμα γ.

Ὅταν μὲν ἔσῃ πρὸς τὸν β' τρέψαι, λύεται τὸ προβλεπόμενόν κατὰ δὲ τὸν α: αἰδί. Πολλαπλασιασθέντων
ποῖνται ὁ α: ἀριθμὸς, ἐπὶ τὸν γ': ἢ τῆς ἡσπίτης ἢ προσοθέντων ὁ β': καὶ ἰ-
σαὶ ἀριθμητικῆς ὁ δ': ἐπὶ παρονομαστῆν πρὸ γ': πολλαπλασιασθέντων δὲ ἢ ὁ δ':
ἐπὶ τὸν ζ': ἢ τῶν γινόμενων κ': προσοθέντων ὁ β': ἢ γινόμενων δ' α': ἀριθμητικῆς
ἐπὶ παρονομαστῆν πρὸ ζ'. Ἔπειτα πολλαπλασιασθέντων ὁ δ': ἐπὶ τὸν ζ': καὶ ὁ λ':
ἐπὶ τὸν γ': ἢ τῶν γινόμενων μ' ν', ἀφαιρῶντων ὁ ἀλλήλων ἀπὸ τοῦ μείζονος,
καὶ ἴσῳ ἐξαπολειφθεὶς ὁ ε': πολλαπλασιαζομένου δὲ καὶ τὸ γ': ἐπὶ τὸν ζ':
γινόμενων ὁ π': ἐφ' ὃν μεριθῆναι ὁ ε': ἢ τῆς πηλίκης ἴσαι ὑπεροχῆ τὸ δ': ἀρι-
θμὸς ἢ ἔξ, κλάσματος, καὶ ἢ ὑπερῆχει τὸ α: ἀριθμὸς ἢ β' γ', κλάσμα-
τος. Τὸ μὲν γὰρ β' γ', κλάσμα ἴσῶν ἐστὶ πρὸ α: ἀριθμοῦ ἢ β' γ', κλάσματος:
τὸ δὲ λ' ζ', αἰσῶν ἴσῶν ἐστὶ πρὸ δ: ἀριθμοῦ ἢ ἔξ, κλάσματος, καὶ τῆς γ' τὸ
παρόνοτος. Ἐπει δὲ εἶναι τὸ δ': ἐπὶ τὸν ζ': γινόμενον ὁ μ': ἀριθμὸς, καὶ ἐκ τῶ
λ': ἐπὶ τὸν γ': ὁ ν': ἐκ δὲ τῶ γ': ἐπὶ τὸν ζ': ὁ π': φανερόν ἐστι τὰ δ' γ', λ' ζ',
κλάσματα διαφέρει ὅσῳ παρονομαστίας ἴσῶν ἐστὶ τοῖς μ' π', ν' π', τὸν αὐτὸν ἴ-
σῶν παρονομαστῆν, καὶ τῶν ἰδ. τὸ αὐτὸ. Ὡς τὸ ἢ ὁ μὲν α: ἀριθμὸς μὲν τοῦ
β' γ', κλάσματος ἴσῶν ἐστὶ τῶ μ' π', κλάσματος ὁ δὲ δ': μὲν τὸ ἔξ, κλάσμα-
τος ἴσῶν ἐστὶ τῶ ν' π', ἀλλ' ἢ πρὸ π', κλάσματος διαφορά, καὶ ἢ ὑπερῆχει
τοῦ μ' π', ἐστὶ τὸ ε' π', κλάσμα, ἢ γὰρ ἁφαίρεσις ἐπὶ τῶν ἑσῶν παρονο-
μαστίας κλάσματος γίνεσθαι, ἐπειδὴν ἂν τὰ ἀλλήλους ἀριθμητικῆς ἀπὸ τοῦ ἀριθμοῦ τοῦ μείζονος ἀ-
φαιρῶνται, ἢ ὁ αὐτὸς ὑποτιθῆ παρονομαστῆς, ἀρα τὸ ε' π', κλάσμα διαφέρει ἢ τὸ δ': ἀριθμὸς μὲν
τὸ ἔξ, κλάσματος, καὶ ἢ ὑπερῆχει τοῦ α: ἀριθμοῦ καὶ β' γ', κλάσματος: ἐπει δὲ μείζων ἐστὶ τὸ
ε' π', κλάσμα πρὸς μείζονος, δεικνύον τὸ το μείζονος ὁ ε': ἀριθμητικῆς ἐπὶ τὸν π': παρονομαστῆν, ἴσαι
τὸ κλάσμα πρὸς ἄλλο ἀχθῆναι, καὶ τὸν ἰσ': τὸ παρόνοτος.

Table with mathematical operations and numbers. Includes a large 'X' symbol. Operations include multiplication and division of numbers like 583, 324, 48, 188, 512, 44, 188, 48.

Ἐπίδειγμα Ζ.

Ἐπειδὴ δὲ συμβῆναι ἀρεῖται κλάσματι ἐξ ολοκλήρου τινοῦ ἀριθμοῦ, πολλαπλασιασθέντων ὁ ἀριθμὸς
ἐπὶ τὸν παρονομαστῆν τοῦ κλάσματος ἢ ἀπὸ τῶν γινόμενων ἀφαιρῶντων ὁ τοῦ κλάσματος ἀριθμητικῆς,
ὁ δὲ ἰσπολεπτόν ἀριθμὸς μεριθῆναι ἐπὶ τὸν παρονομαστῆν, ἢ τὸ πηλίκον ἴσαι τὸ ἰσπολεπτόν
τοῦ αὐτοῦ ὁλοκλήρου ἀριθμοῦ, ἀφαιρῶντων ἀπὸ τῶν ἢ τὸν ἀριθμὸν, τὸ ἔσῳ κλάσματος. Ὅταν ἰ-
σῶν ἀφαιρῶν τὸ α' β', κλάσμα ἀπὸ τοῦ γ': ολοκλήρου ἀριθμοῦ. Πολλαπλασιασθέντων ἢ ὁ γ': ἀριθμὸς ἐπὶ
τὸν β': παρονομαστῆν ἢ τὸ γινόμενον δ': ἀφαιρῶντων ὁ α': ὁ δ': ἰσπολο-
πτόν α': μεριθῆναι ἐπὶ τὸν β': ἢ ἐπὶ τὸ ζ': ἀριθμὸς μὲν τὸ δ' ε', κλά-
σματῆς, ἔσῳ τὸ πηλίκον, πάντως γὰρ ἀφαιρῶντων τὸ α' β', κλάσματος
ἀπὸ τοῦ γ': ολοκλήρου ἀριθμοῦ δ' ε': ἐξαπολειφθέντων ἀριθμὸς μὲν τὸ δ' ε',
κλάσματος. Ἐάν δὲ ὑπὸ τὸν γ': ἀριθμὸν ἢ α': μονὰς ὑποτιθῆ, συ-
σταθῆσθαι τὸ γ' κ', κλάσμα, ἀφ' ὅσῳ ἔσῳ τρέψαι ἀφαιρῶντων τὸ α' β', ἢ
ἐπὶ τὸ α' β', γ' κ', κλάσματα διαφέρει τοῦ παρονομαστίας, ἔσῳ τῶν
καὶ ἐπὶ τῶν αὐτῶν ἀγαθῶν. Ἔπει δὲ γίνεσθαι, τὰ ὁ ἀριθμητικῆς ἐπὶ τῶν παρονομαστῆς, κατὰ χῆ-
μας, πολλαπλασιασθέντων, ὅς σφαιραὶ, ἢ ὁ γινόμενον ἐπὶ ἀριθμὸν ἀφαιρῶντων, πολλαπλασια-
ζομένων δὲ ἢ τῶν παρονομαστῆς πρὸς ἀλλήλους, ὁ γινόμενος ἢ ἰσπολοπτόν χῆμα λαβῆ παρονομαστῆς.
Ἐπει δὲ ἢ μονὰς ἔσῳ τὸν α: ἀριθμὸν τὸν β': πολλαπλασιασθέντων αὐτῶν, δεικνύον τὰ ἴσῳ τὸν γ':
μείζον ἐπὶ τὸν β': πολλαπλασιασθέντων, καὶ ἀπὸ τῶν γινόμενων δ': ἀφαιρῶν τὸν α': τὰ δὲ λοιπὰ γίνεσθαι
ἀρεῖται, καὶ ὁ προσημαίνεται τρέψαι ἐπὶ τῶν τῶν κλάσματος ἁφαιρῶντων.

Table with mathematical operations and numbers. Includes a large 'X' symbol. Operations include multiplication and division of numbers like 12, 3, 4, 12, 3, 4, 12, 3, 4.

Πρόβλημα Α.

Ἐπιγράφει βεβόητος σφαιραὶ τὸν ἴσῳ ἀριθμὸν, καὶ μὲ ἴσῳ ἰσῶν αὐτῶ τὸν σφαιρα, δεικνύ-
οντο παρὰ τὸ κλάσμα μείζονος ἴσῳ ἔξ, ὑπεροχῶντος δεικνύον αὐτῶ ἐν τῆ τῶ ε' ἴσῳ αὐτῶ ἴσῳ
ἴσῳ, συλλέξας δὲ τὸν κερπὸν δίδωται ἢ δεικνύον αὐτῶ τὸ ἀφαιρῶντων κατ' ἀρχὰς μὲν τρία
ἴσῳ,

ὄγδοα, καὶ δι' ἡμέρας τινὰς δύο ὄγδοα, καὶ καὶ ταῦτα ἐν ὄγδοι. Ζητεῖται οὖν τὸ ἱσαπολειπόμενον εἰς ἐκπλήρωσιν τῶν οφειλομένων.

Βίς λύσειν ταύτην γραφήν τὰ δεδύτητα μέρη τῶ μηδὲ α: 3: γ: 3: ε: 1: ς: κ: 7: μ: 1: μίη, δηλοῖ: τὰ δ β, γ δ, ε ζ, κλάσματα, εφ' ἧς, καὶ σν β: 8: δ: 8: ζ: 8: δ: 3: λ: 8: ν: 8: γραφήν τῶν οἰς ἐν, καὶ τὸ πρῶτον πρόβλημα τῶν περὶ Συναφίως κλασμάτων προβαλλομένων, καὶ ἴσῳ τῶν τῶν ἡ θ, οὐ εφ' ἧς γραφῆν τὸ κ λ, κλάσμα παραστατικὸν δι' τὸ οφειλομένον. Ἔτι ἀφ' ἡρῶν δ: κ: ἀφ' ἡρῶν ἀπὸ τῶ κ: καὶ ἐπὶ ἱσαπολείπεται μίση, τὴν δὲ ὡς αὐτὴν ὁ αὐτὸς παρονομασίας, ὡς τῆς αὐτῆς ὅταν παρονομασίας τῶν κλασμάτων, καὶ συνιστάτω τὸ μ ν, κλάσμα, καὶ τῶ τε ἴσαι τὸ ζατέμνον. Οφείλει ἀρα ὁ γιωργός ὅτος δῆσαι ἐν τῇ δαρίσταντι, καὶ τῆν αὐτοῦ ὑπόχρισιν ἐν ὄγδοι. ὁ λόγος ἐκ τῶν προηρημένων σαφής.

Πρόβλημα Β.

Ἄλλος δέ τις γιωργός δανισθεὶς παρά τιος μηδίου ὄγδοα πέντε ὑπέχθη δαῦναι αὐτῷ ἐπιδωρίῃ καιρῷ εἴς ὄγδοα τῶ μηδίου, ἐλθόντος δὲ τῆς προθεσμίας δίδωκεν αὐτῷ πρῶτον μίον μείδιμω ὄγδοα δύο, ἔτι ἐν πέμπτῳ. Ζητεῖται ἐν κήνταυθα τὸ ἱσαπολειπόμενον.

Συναφῶν δὲ κήνταυθα τὰ δ β, γ δ, κλάσματα, παραστατικὰ ὄντα τῶ δδ: α: 2: γ: 1: θήτος, εἰς ἐν, καὶ τὸ β. πρόβλημα τῶ προήρη κεφαλαίῳ, καὶ τὸ συνιστάμενον ἐξ αὐ: β: 8: δ: 5: τῶν ε ζ, κλάσμα, ἀφαιρέθη ἀπὸ τῶ ἡ θ, καὶ τὸ γ. ὑπόδηγμα τοῦ παρόντος, ὃ τὸ οφειλόμενον παρίσσει, καὶ ἐπὶ ἱσαπολείπεται τὸ κ λ, δηλοῖ ὅτι ὁ γιωργός ὅτος ὁ τὰ πέντε ὄγδοα τῶ μηδίου δανισθεὶς, οφείλει ἴση δαῦναι τῇ δαρίσταντι εἴς καὶ ἐπιπλοκίτα τῶν εἰσοσι πρὸς τοῖς τριακοσίοις, ἢ γῶν τρία δικάτα, τὸ κ λ, κλάσματος εἰς ἐλαχίστους ὄρους ἀγομένη. Ἐπεὶ δὲ, κατὰ τινος ὁ μείδιμος ὑποτίθεται εἶναι λίτρῶν ἑκατὸν ἐξήκοντα ἑκατὸν πάντως γὰρ ὁ γιωργός ὅτος οφείλει λίτρας οκτὰ καὶ τεσσαράκοντα τὸ β δικάτων μίρος τῶ ἑκατὸν ἐξήκοντα ἑκατάδικα λίτρῶν εἰς παραστατικόν τούτῳ δὲ ἑκατάδικα ἀριθμῶν τριπλασιαζομένη, ὁ οκτὰ καὶ τεσσαράκοντα συνίσταται.

Πρόβλημα Γ.

Πίσις οφείλων τινὲ τῶν τοιγῶν τρία τέταρτα τῶν τεσσάρων πέμπτων τῶ χρυσῷ δίδωκεν αὐτῷ εἴς ὄγδοα τῶν οκτῶ δικάτων πέμπτων, ζητεῖται ἐν τὸ ἱσαπολειπόμενον.

Εἰς λύσειν τούτου ἐπὶ τῶν οφειλομένων, καὶ αὐτὰ εἶναι τὰ δεδύτητα κλάσματα εἰς κλασμάτων, ἀφ' ἧς τῶν πρῶτον εἰς ἀπλῶν κλασμάτων, καὶ ἴσῳ τῶν γαίσιθω Αφαιρίσις ἐπὶ τῶν ἀπλῶν κλασμάτων καὶ ἴσῳ τὸ ζατέμνον. ἀφ' ἧς τῶν ἐπὶ τῶν ἀπλῶν κλασμάτων, κατὰ τῶν ε θ. τῶ παρόντος εἰς ἀπλῶν κλάσμα τὸ ε ζ, καὶ τῶ ἴσαι παραστατικὸν τῶ οφειλομένον, ἔτι ἀφ' ἧς τῶν καὶ τὰ ἡ θ, κ λ, ὁ μίως εἰς ἀπλῶν κλάσμα τὸ μ ν, καὶ τῶ ἴσαι τὸ δαδῶ. Τῶν δὲ συνιστάμενων ἀφαιρέθη τὸ μ ν, ἀπὸ τῶ ε ζ, καὶ τὸ δ. ὑπόδηγμα τῶ παρόντος, καὶ ἔσῳ ἱσαπολείπεται τὸ ε π, οφείλει ἀρα ὁ δανισθεὶς τὰ τρία τέταρτα τῶν τεσσάρων πέμπτων δαῦναι ἐν τῇ τοιγῇ $\frac{1}{4}$ ἄτοι $\frac{1}{4}$: ἐπὶ τῶ ὁ χρυσὸς ἡ δὲ ὑποτίθεται λεπτῶν τετρακοσίων πενήκοντα, δηλοῖ ὅτι ἑκατὸν μίον αὐτῶ πέμπτου μέρους περιεκτικόν εἰς λεπτῶν ἐπιπλοκίτα ἑκατὸν δὲ ἑκατὸν πέμπτου τριακόντα, ὡς τὰ μίον τέσσαρα πέμπτα περιεκτικὰ εἰς λεπτῶν τετρακοσίων καὶ ἑξήκοντα, τὰ δὲ τρία τέταρτα διακοσίων ἑβδομήκοντα, καὶ τεσσαυτὰ εἰς τὰ οφειλόμενα αὐθις τὰ μίον οκτῶ τῶν δικάτων πέμπτων περιεκτικὰ εἰς διακοσίων τεσσαράκοντα, τὰ δὲ εἴς ὄγδοα ἑκατὸν καὶ ὀγδοήκοντα, καὶ τεσσαυτὰ εἶναι τὰ δεδύτητα. Αφαιρέθησαν ἐν τῶν 180: ἀπὸ τῶν 270: ἱσαπολείπεται ὁ 90: τὸ πέμπτου δὲ τῶν 450:

Πρόβλημα Δ.

Ὁ αὐτὸς ἐν οφείλων ἑτέρῳ τινὲ οκτῶ δικάτα τῶν τριῶν πέμπτων τῶ χρυσῷ ἐλθούσης τῆς προθεσμίας δίδωκεν αὐτῷ ἑπτὰ ἴσητα τῶν πέντε δικάτων. Ζητεῖται ἐν τὸ ἱσαπολειπόμενον.

Ἄφ' ἧς τῶν δὲ κήνταυθα τῶ τῆν ἀ β, κλάσμα τῶ γ δ, κλάσματος, καὶ τὸ ε ζ, τῶ ἡ θ, εἰς ἀπλῶν κλά.

κλάσμα ἐκότερον ἢ ἴσους ταῦτα τὰ α' λ', μ', ν'. Ἐἴτα ἀφαιρέθῃ τὸ α' λ', κλάσμα ἀπὸ τοῦ μ', ἢ ἰσολοιφθῆτω τὸ ε' π', ἢ τὸτο ἴσται τὸ λεπτόμορον, ἕτινος εἰς ἐλαχίστους ὄρους ἀγορεύει, κατὰ τὰ προειρημένα συνεσάσθω τὸ β', ὀφίλει τοίνυν ὁ τὰ ὀκτώ δέκατα τῶν τριῶν πύμπτων ἑβδομηθίς ἔτι τριαραχίοντα ἢ π'. Ἐποτιθεμένη δὲ τὸ χρυσὸν λιπαται 450: ἕκασον αὐτὰ πύμπτων περιήχει λεπτὰ ἑννιήκοντα· τὰ δὲ τρία πύμπτα περιεκτικὰ ἔστι λιπαται διακοσίαν ἑβδομηκοντα, ὥστε ἕκασον δέκατον τὰ ε', κλάσματος περιήχει λεπτὰ ἑπτὰ πρὸς τοὺς εἰκοσι, τὰ δὲ ὀκτώ δέκατα ἐκκαίδεκα πρὸς τοὺς διακοσίους, αὐθις, κατὰ τὴν αὐτὴν τὴν χρυσοῦ ποσότητα, ἕκασον δέκατον τοῦ γ' δ, περιεκτικόν ἔστι λεπτῶν πέντε καὶ τριαραχίοντα, τὰ δὲ πέντε δέκατα πέντε καὶ εἰκοσι πρὸς τοὺς διακοσίους. Ἐπιθὲ δὲ ὁ β': παρονομαστὴς ἰσοδυναμώσῃ τῷ γ' ἀριθμῷ, κατὰ τὴν ὑπόθεσιν, πάτως γὰρ ἕκασον ἕνατον τοῦ β': παρονομαστοῦ περιήχει λεπτὰ πέντε πρὸς τοὺς εἰκοσι. Ὁ δὲ α': ἀριθμητὴς ἰσώσειται λεπτὰ πέντε καὶ ἑβδομηκοντα πρὸς τοὺς ἕκατόν· ὀφίλων ἀρα ὁ αὐτὸς πέντε αἰῶ: δίδωκεν 175: ἀφαιρούμενον δὲ τῶν 175: ἀπὸ τῶν αἰῶ: ἰσολοιφίονται 41: Ὁ πρὸς ἢν τὸ ζυτῦμορον.

α: 7:	γ: 5:	ε: 8:	π: 3:
β: 9:	δ: 10:	ζ: 10:	θ: 9:
κ: 3 5:	μ: 2 4:	X	
λ: 9 0:	ν: 5 0:		
1 7 5 0:	2 1 6 0:		
4 5 0 0:	4 5 0 0:		
ε: 410:	ρ: 4 1:		
π: 4500:	σ: 4 5 0:		

Πρόβλημα Ε'

Ἀνδραπόδες εἰς ηαδοχέων καταλύτας δίδωκε τῷ παιδοχῆ ἀργύρια ἑπτὰ καὶ δύο τέταρτα. Ἐπει δὲ μετ' ἡμέρας δουκαίδια ἑμὲλιν ἀποδύμσαι ἔζητι παρ' αὐτοῦ ὁ παιδοχῆς ἀργύρια ἑνὴ καὶ πέντε ὄβολα. Ζητῆται ἢν πῶσα ὀφίλει δύναι ἔτι τῷ παιδοχῆ.

Ἐἰς λύσειν καὶ τούτου ἀφαιρέθῃτο ὁ α': ἀριθμὸς τῶν ἀργυρίων ἀπὸ τοῦ β': ἢ τὸ γ' δ, κλάσμα ἀπὸ τοῦ ε', κατὰ τὰ εἰρημένα ἢν τῷ ε. ὑποδύματι, ἢ ἐπει ἰσολοιφίται ὁ α': ἀριθμὸς μετὰ τῷ ε' κ, κλάσματος, ὅλλοι ὅτι ὀφίλει ἔτι ἀργύρια δύο καὶ τέσσαρα τῶν δύο καὶ τριακότα, ταυτὲν δ' ἔστιν εἰπεῖν ἢν ὄβολοι, ὅλλοι: λεπτὰ πεντεκαίδεκα. τοῦ γὰρ ἀργυρίου ὑποτιθεμένη λεπτῶν εἰκοσι πρὸς τοὺς ἕκατόν, ἕκασον ὄβολοι πεντεκαίδεκα περιήχει.

α: 7:	γ: 21	ε: 5:
β: 9:	δ: 4:	ζ: 8:
κ: 9:	μ: 2:	ν: 5:
λ: 7:	ρ: 4:	σ: 8:
κ: 2:		
16:	20:	3: 4: 11
32:	32:	π: 32: 8
α: 2:	δ: 4:	ι: 1:
κ: 32:	θ: 8:	

Ἄλλος.

Ἀχθῆνα ὁ μὲν α: ἀριθμὸς ἐπὶ τὸ γ' δ, κλάσμα, κατὰ τὴν ι. τοῦ α. τοῦ παρόντος, καὶ συνεσάσθω τὸ κ' θ, κλάσμα. ὁ δὲ β, ἔπ' τὸ ε' ζ, καὶ συνεσάσθω τὸ α' λ, ἀγορεύει δὲ καὶ τῶν ἑ' θ, κ' λ, εἰς τὰ μ', ν', ε' δ, κλάσματα τῆς αὐτῆς παρονομαστίας, ἀφαιρέθῃτο ὁ μ': ἀριθμητὴς ἀπὸ τῷ ε': ἀριθμητοῦ, καὶ ὁ ἰσολοιφθῆσθαι π': διαιρέθῃτω ἐπὶ τῶν ν': ἢ ὁ: καὶ τὸ πηλίκον ὁ β': ἔσαι τὸ ζυτῦμορον μετὰ τῷ σ' σ', κλάσματος, ἢ γὰρ τὸ χ' θ, ὁ ἄλλος κατὰ τὸ ε'. ὑπόδύγμα σαφῆς.

α: 7:	γ: 21	ε: 5:	μ: 240:
β: 9:	δ: 4:	ζ: 8:	ν: 32:
28:	72:	ε: 308:	
3:	5:	ο: 33:	
30:	77:	ε: 308:	
3: 4:	λ: 8:	κ: 240:	
		π: 6 8:	
		ο: 4:	
		ρ: 33:	
		σ: 4: 0: 1:	
		τ: 32: π: 8:	

Πρόβλημα ς.

Ἐφελίτις ἀργύρια ε', δίδωκε δὲ τῷ διδασκόντι κατὰ διαφορὰς καιρῶν, ἑξ ἑστὰ τὰ ἀργύρια, τρία τέταρτα, ἢ πέντε ὄβολα. Ζητῆται ἢν τὸ ε' ἰσολοιφθῆται.

Ἐἴσω δὲ ὁ α': ἀριθμὸς παραστατικὸς τοῦ ὀφελιμένου, τὰ δὲ β' γ' δ' ε' ζ' η': κλάσματα τῶν δεδύτων, ἅπαντα ὀφίλει ἀφαιρέθῃται ἀπὸ τοῦ α': ἀριθμοῦ εἰς ὑἴρησιν τοῦ ἰσολοιφθῆσαι, συνεσάσθῃτω δὲ τὰ β' γ' δ' ε' ζ' η', κλάσματα, κατὰ τὸ β. ὑπόδύγμα τοῦ β. τὸ παρόντος, καὶ συνεσάσθῃτω τὸ θ' κ, εἴτα πολλαπλασιασθῆτω ὁ α: ἐπὶ τὸν κ: ἢ καὶ ἀνάπαλι, ἢ ἀπὸ τοῦ γυομῆν ὁ α: ἀφαιρέθῃτο ὁ θ': ὁ δὲ ἰσολοιφθῆσθαι σ': μνησθῆται ἐπὶ τὸν κ: καὶ ἔσω πηλίκον ὁ ε': μετὰ τῷ φ' χ', κλάσματος, ἢ γὰρ τοῦ ψ' ω, ὀφίλει ἀρα ὁ τὰ ε' δὲ δυνισαθῆσθαι ἀργύρια, ἀποδῆσαι ἔτι τῷ διδασκόντι ἀργύρια τρία καὶ λεπτὰ πεντεκαίδεκα πρὸς τοὺς ἕκατόν. τὰ δὲ ε' ἀργύρια περιεκτικὰ

β: 2:	δ: 3:	ζ: 5:	α: 6:
γ: 3:	ε: 4:	η: 8:	
λ: 8:	π: 9:	σ: 12:	ζ: 5:
κ: 12:	θ: 12:	ο: 12:	δ: 196:
		π: 8:	κ: 96:

κά ἐστι λεπτῶν εἰκοσι πρὸς τοῖς ἑπτακοσίοις. τὰ δὲ δύο τρίτα ἐμφαι-
νῶσι, λεπτά οὐλοῦμενα. τὰ δὲ τρία τέταρτα ἐπιπλέοντα, καὶ τὰ πέντε
βυθὰ πέντα καὶ ἑβδόμηκοντα, ἀντα συναπτόμενα ἀλλήλοις ποιοῦσι τὸ ὅλον
περικελευθὸν λεπτῶν πέντε καὶ πεταράκοντα πρὸς τοῖς διακοσίοις. Ἀφαι-
ροῦμεν δι τούτων ἀπὸ τῶν εἰκοσι πρὸς τοῖς ἑπτακοσίοις ἐναπολεί-
πονται πέντε καὶ ἑβδόμηκοντα πρὸς τοῖς τετρακοσίοις. Ταῦτα δὲ μιρι-
ζόμενα ἐπὶ τῆς τῆ ἀργυρίου ποσότητι, δαλ: τὸν 120: παρίζεται πάλι-
κον τὸν 9: καὶ ἐναπολείπονται λεπτά 215: τῶν 120: τούτων δὲ εἰς
ἐλαχίστας ἀγομίων ὄρας συρίζεται τὸ ψ α, κλάσμα.

κ: 96:
α: 6:
β: 576:
γ: 196:
δ: 380:
ε: 92:
κ: 96: {
γ: 92: { 4: 23:
 { 3: 96: α: 24:
7 2 0: 80:
2 4 5: 90:
4 7 5: 73:
1 1 5: 245:
120 {
 { 11 5: 4: 23:
 { 120: α: 24:

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Δ'.

Περὶ Πολλαπλασιασῆος Κλασμάτων.

Πολλαπλασιάζεται δὲ καὶ τὰ κλάσματα πρὸς ἀλλήλα, ὡσπερ καὶ οἱ ὅλο-
κληροὶ ἀριθμοί. καὶ ὡσπερ ἐπὶ τῆς τῶν ὁλοκληρῶν ἀριθμῶν Πολλαπλασιασῆος, δύο διδοῦμεν ἀριθ-
μῶν, ζητεῖται, ὡς εἶρηται, ὁ γ. ὅστις ἔξει πρὸς τὸν πολλαπλασιαζόμενον, ὡς ὁ πολλαπλασιάζων
πρὸς τὴν μονάδα, ὡτω καὶ ἐπὶ τῶν κλασμάτων δύο τιῶν διδοῦμεν, γ. ζητεῖται τὸν αὐτὸν ἔξον λό-
γον πρὸς τὸ πολλαπλασιαζόμενον, ὃν καὶ τὸ πολλαπλασιάζον πρὸς τὴν μονάδα. Ἀλλ' ἐπὶ μὲν τῶν ὁ-
λοκληρῶν ἀριθμῶν, ἐπεὶ ὁ πολλαπλασιάζων ἀριθμὸς ὑπερίκει αἰετὶς τῆς μονάδος. Διὰ τοῦ τούτου
καὶ ὁ εὐρεθὸς διὰ τῆς πράξεως τρίτος ἀριθμὸς ὑπερίκει πάντως τοῦ πολλαπλασιαζόμενου. Ἐπὶ
δὲ τῶν κλασμάτων ἕκαστὸν ἐκ αἰετὶ τὸ αὐτὸ συμβαίνει. Οἷσι γὰρ τὸ πολλαπλασιάζον κλάσμα ἴσον ἂν
ᾖ τῇ μονάδι, τότε καὶ τὸ εὐρεθὸν ἴσον ἔσται τῷ πολλαπλασιαζόμενῳ. Ἐπειδὴ δὲ τὸ πολλα-
πλασιάζον κλάσμα ἕλαττον εἴη τῆς μονάδος, πάντως γὰρ καὶ τὸ εὐρεθὸν ἕλαττον ἔσται τοῦ πολλα-
πλασιαζόμενου.

Ἐπόδειγμα Α'.

Ἐὰν δὲ κἄνταῦθα τὰ κλάσματα γράθῃ, ὡς ἐπὶ τῆς Συνάφαις τε καὶ Ἀφαιρέσεως. Ἐἴτα πολ-
λαπλασιάζειν πρὸς ἀλλήλους τοὺς τε ἀριθμητὰς τῶν αὐτῶν καὶ παρονομασὰς, καὶ τὸ ἐκ τῶν γινόμε-
νων συνισάμενον κλάσμα τὸ ζητούμενον ἔσται. Οἷον διδόσθωσαν τὰ αβ, γδ, κλάσματα, καὶ ζη-
τούμενον πολλαπλασιασθῆναι πρὸς ἀλλήλα. πολλαπλασιασθῆτω δὴ ὁ α: ἐπὶ τὸν γ: καὶ γινέσθω
ὁ ε: πολλαπλασιασθῆτω δὲ καὶ ὁ β: ἐπὶ τὸν δ: καὶ γινέσθω ὁ ζ: καὶ συνισάσθω τὸ εζ, κλά-
σμα. Δεῦρο τοῖσιν τούτου εἶσαι τὸ ἐκ τῶν αβ, κλάσματος ἐπὶ τὸ γδ,
γινόμενον. πολλαπλασιασθῆτω γὰρ ὁ α: ἐπὶ τὸν δ: καὶ ποιείτω τὸν η:
τούτου δὲ ἀντὶ ἀριθμοῦ λαμβανομένου, καὶ τὸ ζ: ἀντὶ παρονομασῶς
συνισάσθω τὸ ηζ, κλάσμα. καὶ ἐπεὶ ὁ δ: τοὺς αβ, πολλαπλασιασάσας
τὸς εζ, ποιόικη, πάντως γὰρ κατὰ τὴν ιζ. τὸ ζ'. τῷ Στοιχειωτῷ, ὃν
λόγον ἔχει ὁ α: πρὸς τὸν β: τὸν αὐτὸν ἔχει καὶ ὁ η: πρὸς τὸν ζ': κα-
τὰ δὲ τὴν γ. τῷ α. τῷ παρόντι τὰ αβ, καὶ ζ', κλάσματα ἴσα ἀλλήλοις εἰσίν. Ἄυδις ἐπεὶ ὁ α: τὸς
γδ, πολλαπλασιάζσας τοὺς ε: καὶ η: ποιόικη ἀριθμῶν, κατὰ τὴν ρηθεύσαν ἄρα τοῦ Στοιχειωτῶ
Πρότασιν, ὃν λόγον ἔχει καὶ ὁ γ: πρὸς τὸν δ: τὸν αὐτὸν ἔχει καὶ ὁ ε: πρὸς τὸν η: καὶ ἀνάπαλιν, ὃν λό-
γον ἔχει ὁ δ: πρὸς τὸν γ: ἔχει καὶ ὁ η: πρὸς τὸν ε: ἀλλ' ὡς ὁ δ: πρὸς τὸν γ: ἔχει καὶ ἡ μονὰς
πρὸς τὸ γδ, κλάσμα, κατὰ τὴν α. τῷ α. τοῦ παρόντος, ἄρα ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸ γδ, κλάσμα
ἔχει καὶ ὁ η: πρὸς τὸν ε: ἀλλ' ὡς ὁ ε: πρὸς τὸν δ: ἔχει καὶ τὸ ηζ, κλάσμα πρὸς τὸ εζ, καὶ τὴν ε:
τοῦ αὐτοῦ, ἄρα ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸ γδ, κλάσμα ἔτω καὶ τὸ ηζ, κλάσμα πρὸς τὸ εζ, κατὰ τὴν
ζ. τῷ ε. τῷ Στοιχειωτῷ, τὰ γὰρ ἴσα πρὸς τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ἄρα ὡς ἡ μονὰς
πρὸς τὸ γδ, οὕτω καὶ τὸ αβ, πρὸς τὸ εζ, ὡς κατὰ τὸν τῆς Πολλαπλασιασῆος κανόνα τὸ γδ,
πολλαπλασιάζσαν τὸ αβ, ποιόικη τὸ εζ, δίδεται γὰρ ἔχειν ἡ μονὰς πρὸς τὸ πολλαπλασιάζσαν
κλάσμα, ὡς τὸ πολλαπλασιάζσθαι πρὸς τὸ γινόμενον.

α: 2: γ: 4: ε: 8:
β: 3: δ: 6: ζ: 18:
η: 12:
ζ: 18:

Ἄλλος.

Ἐπιζητεῖται δὲ καὶ οὕτως ἐπὶ τῆς Πολλαπλασιασῆος τῶν κλασμάτων τὸ πολλαπλασιάζόμενον,
ἕκαστῶν, ἀλλὰ τοῦ πολλαπλασιάζοντός ἐστι κλάσμα, ὡς ἑταυδα γίνεται ὅλον. Βουλόμε-
νος γὰρ τὸ αβ, κλάσμα ἐπὶ τὸ γδ, πολλαπλασιάζσαι, ζητοῦμεν πάντως μεθεῖν τι ἂν εἴη τὰ
X Δύο

δύο τρίτα των τεσσάρων ἴσων, ὡς δὲ κλάσμα κλάσματος εἰς ἀπλῶν κλάσμα α: 8: γ: 4: ἀγαθῶν. Τοῦτο δὲ γίνεται διὰ τῆς τῶν ἀριθμῶν καὶ παρονομασῶν Πολλαπλασιαστικῆς, κατὰ τὴν 18. τὴ ἀ. τὴ παρόντος. Διότι τοῦτο κρηταῦθα προ- β: 4: δ: 4: γαττόμενοι τὸ εἶ, ἐπὶ τὸ γ' ὅ, πολλαπλασιαστικῶς τὸ ἀριθμητικῶς καὶ παρονομαστικῶς αὐτῶ πρὸς ἀλλήλους πολλαπλασιαζόμενοι.

Ἐξοδειγμα Β'.

Εἰ δὲ τὰ πολλαπλασιαστικῶν κλάσματα, κλασμάτων ὡς κλάσματα, ἀνακτίον δὲ πρῶτον ταῦτα εἰς ἀπλᾶ κλάσματα, καὶ τὴν ῥηθῆσαν 18. Πρῶτον. Εἶτα πολλαπλασιαστικῶς πρὸς ἀλλήλα τὰ γινόμενα ἀπλᾶ κλάσματα, ὡς ἴδη ῥηθίμνται. καὶ τὸ συσταθῆν κλάσμα ἴσαι τὸ ζητούμενον.

Πορισμα.

Εκ τῶν ῥηθίμντων ὄντων, ὅτι πλείον ἴσῃ κλάσμα ἐφ' ἑαυτῷ πολλαπλασιαστικῶν. δι' τούτου ἀριθμητικῶν τούτου καὶ παρονομαστικῶν ἐφ' ἑαυτῶ πολλαπλασιαστικῶν ἰσάμενον χωρὶς.

Ἐξοδειγμα Γ'.

Ὅτε δὲ ἀριθμῶν ἀλλήλους ἐπί τῃ κλάσμα ὀφίλει πολλαπλασιαστικῶν, ἢ καὶ ἀπάλιν πολλαπλασιαστικῶν ἀριθμῶν ἐπὶ τῶν τῶ κλάσματος ἀριθμητικῶν, καὶ τῶ γινόμενον ὑποσθέντων εἰς παρονομαστικῶν ὅ τῶ κλάσματος παρονομαστικῶν. Οἷον κίθω ὁ ἀ: ἀριθμῶν πολλαπλασιαστικῶν ἐπὶ τὸ β' γ', κλάσμα, ἢ γὰρ τὸ β' γ', κλάσμα ἐπὶ τὸν ἀ: ἀριθμῶν. α: 8: β: 3: δ: 24: Τούτου δὲ κειμήν πολλαπλασιαστικῶν ὁ ἀ: ἀριθμῶν ἐπὶ τὸν β': ἀριθμῶν, ἢ τῷ γ' ἡσοκίμν δ: ὑποσθέντων ὁ γ': παρονομαστικῶν, ἢ τὸ δ' γ', α: 1: γ: 4: γ: 4: κλάσμα ἴσαι τὸ γινόμενον ἐκ τῶ ἀ: ἀριθμῶν ἐπὶ τὸ β' γ', κλάσμα, ἢ ἐκ τῶ β' γ', κλάσματος ἐπὶ τὸν ἀ: ἀριθμῶν. κίθω γὰρ ὑπὸ τὸν ἀ: ἢ ἰ: μονὰς, καὶ συσταθῆσιν τὸ ἀί, κλάσμα. τούτου δὲ γινόμενον, ὄντων ὅτι ζητοῦται τὸ ἀί, κλάσμα πολλαπλασιαστικῶν ἐπὶ τὸ β' γ'. Κατὰ δὲ τὰ ἴδη ῥηθίμνται, δεῖ τὰς τῶ ἀριθμητικῶν καὶ παρονομαστικῶν πρὸς ἀλλήλους πολλαπλασιαζέσθαι. Ἐπεὶ δὲ ἡ μονὰς πολλαπλασιαστικῶν τὸν γ': οὐκ αὐθεῖ αὐτῶν, διὰ τοῦ τούτου τὸν ἀριθμῶν μίον ἐπὶ τὸν τῶ κλάσματος ἀριθμητικῶν πολλαπλασιαζέσθαι ὄντων, ὡς ἴδη ῥηθεται.

Ἐξοδειγμα Δ'.

Εἰ δὲ τῶ ἀριθμῶν προσκενταῖται καὶ κλάσμα ἀνακτίον πρῶτον τὸν ἀριθμῶν ἐπὶ τὸ ἴδιον κλάσμα, κατὰ τὴν 1. τῆ ἀ. τῶ παρόντος. Εἶτα πολλαπλασιαστικῶν τὰ κλάσματα πρὸς ἀλλήλα. Οἷον προσκενταῖται τῶ ἀ: ἀριθμῶν τὸ β' γ', κλάσμα, καὶ ζητοῦται β: 2: δ: 4: ζ: 20: θ: 80: τὸ πολλαπλασιαστικῶν τὸν αὐτῶ ἀριθμῶν καὶ τὸ β' γ', α: 6: — — — — — κλάσματος ἐπὶ τὸ δ' ε', κλάσμα. Τούτου δὲ κειμήν γ: 3: ε: 5: κ: 3: κ: 15: ἀχθέντων ὁ ἀ: ἀριθμῶν ἐπὶ τὸ β' γ', κλάσμα, καὶ γινόμενον τὸ ζ' ἢ, ὅπερ ἴσον ἴσαι τῶ ἀ: ἀριθμῶν, καὶ β' γ', κλάσματι, κατὰ τὴν ῥηθῆσαν Πρῶτον. Εἶτα πολλαπλασιαστικῶν τὸ ζ' ἢ, κλάσμα ἐπὶ τὸ δ' ε', ἢ τὸ δ' ε', ἐπὶ τὸ ζ' ἢ, καὶ ὅν ἴδη προηρηθῆσιν τρέπον καὶ γινόμενον τὸ θ' α', κλάσμα, ὅπερ ἴσαι ὄντων τὸ ζητούμενον.

Ἐξοδειγμα Ε'.

Εἰ δὲ ἀπάλιν ἀριθμῶν ἀλλήλους ἐπ' ἀριθμῶν μετὰ κλάσματος πολλαπλασιαστικῶν, ἢ καὶ ἀπάλιν, ἀχθέντων πρῶτον ὁ ἀριθμῶν, ἢ τὸ κλάσμα πρῶτον, ὡς τὸ αὐτὸ κλάσμα, κατὰ τὴν ῥηθῆσαν 1. Πρῶτον. εἶτα πολλαπλασιαστικῶν ἐπὶ τῶ ἀριθμητικῶν τῶ συσταθῆσιν κλάσματος, ἢ ὄντων κλάσματος ἀριθμῶν, ὅ δὲ γινόμενος μισθῆσιν ἐπὶ τῶν παρονομαστικῶν τῶ αὐτῶ κλάσματος, καὶ τὸ πλείον ἴσαι ὁ ζητούμενος. Οἷον κίθω ὁ ἀ: ἀριθμῶν πολλαπλασιαστικῶν ἐπὶ τὸν β': ἀριθμῶν, ἢ προσκενταῖται τὸ γ' δ', κλάσμα. Ἀχθέντων δὲ ὁ β': ἀριθμῶν ἐπὶ τὸ γ' δ', κλάσμα, τινεῖς πολλαπλασιαστικῶν ἐπὶ τὸν δ': καὶ τῶ γινόμενον ἢ προσθέντων ὁ γ': καὶ γινόμενον ὁ ζ': ἐφ' ἃ πολλαπλασιαστικῶν ὁ ἀ: ἢ ἀπάλιν, ὅ δὲ γινόμενος ἢ μισθῆσιν ἐπὶ τῶ δ': καὶ ἴσαι πλείον ὁ θ': παραστατικῶν ὡν τὸ ζητούμενον. Κατὰ μίον γὰρ τῶν 1. τῶ

α: 6:	β: 4:	γ: 3:	δ: 12:
ε: 2:	ζ: 14:	η: 21:	θ: 28:
ι: 35:	κ: 42:	λ: 49:	μ: 56:
ν: 63:	ξ: 84:	ο: 98:	π: 147:
ρ: 196:	σ: 294:	τ: 490:	υ: 686:
φ: 980:	χ: 1470:	ψ: 2401:	ω: 3430:
α: 6:	β: 4:	γ: 3:	δ: 12:
ε: 2:	ζ: 14:	η: 21:	θ: 28:
ι: 35:	κ: 42:	λ: 49:	μ: 56:
ν: 63:	ξ: 84:	ο: 98:	π: 147:
ρ: 196:	σ: 294:	τ: 490:	υ: 686:
φ: 980:	χ: 1470:	ψ: 2401:	ω: 3430:

πρῶτον

πρώτος ἀγορεύει τὸ β': ἀριθμῶ ἐπὶ τὸ γ' δ', κλάσμα, συσθεσίεται τὸ ζ' δ', ἴσον ἐντῷ αὐτῷ β': ἀριθμῶ ἢ γ' δ', κλάσματι. Ἐπεὶ δὲ ὀφείλει ὁ α': ἀριθμὸς πολλαπλασιασθῆναι ἐπὶ τὸν β': κατὰ τὴν ὑπόθεσιν, τὸ αὐτὸ πάντως γινίσσεται. Ἐὰν ὁ αὐτὸς ἀριθμὸς, καὶ ἐπὶ τὸ ζ' δ', κλάσμα πολλαπλασιασθῆ. ἐπεὶ δὲ ὅτε ὑπόκειται ἀριθμὸς πολλαπλασιασθῆναι ἐπὶ τὸ κλάσμα, ἢ ἢ ἀνάπαλι, τότε ὁ αὐτὸς ἀριθμὸς πολλαπλασιασθῆναι ὀφείλει ἐπὶ τὸν τὸ κλάσματος ἀριθμῶν, ὃ δὲ γινόμενος ἐπὶ τὸν παρονομαστὴν μερίζεται, ὡς ἤδη εἶρηται. διὰ τοῦτο κρηταῦδα ὁ ζ': ὁ πολλαπλασιασθῆ ἐπὶ τὸν α': ἢ ὁ γινόμενος μερίζεται ἐπὶ τὸν δ':

Ἄλλος.

Γίνεται δὲ τοῦτ' καὶ τούτων τὸν τρόπον, πολλαπλασιαζόμενος δηλ. τοῦ ἀριθμῶ ἐπὶ τὸν ἀριθμῶν, ἢ τῷ γινόμενῳ προσθετέμενος μέρος τινὸς τῷ αὐτῷ κλάσματος ἀριθμῶν, ἀνάλογον τῷ β' ἢ ἀριθμῶ κλάσματι. Οἷον ἐπὶ ἐπὶ τὸν ἀνωτέρω ὑποδείγματος ὑπόκειται ὁ α': ἀριθμὸς ἀπὸ κλάσματος, ὃ δὲ β': μὲν τοῦ γ' δ', κλάσματος, ἢ ὀφείλει ὁ α': ἐπὶ τὸν β': πολλαπλασιασθῆναι, ἢ προσκεῖται τὸ γ' δ', κλάσμα, ἢ καὶ ἀνάπαλι, πολλαπλασιασθῆναι ὁ α': ἀριθμὸς ἐπὶ τὸν β', ἢ γινίσσεται διπλοῦν ὁ ἰ: ἐπεὶ δὲ πάλιν τὸ γ' δ', κλάσμα δύο τρίτα περιέχει μονάδος, ληθῆναι εἰ δυνατόν, ἢ ἀπὸ τοῦ α': τὰ δύο τρίτα, καὶ ἔσω τούτων παραστῆς ὁ ζ': εἴτα προσθετῆται ὁ ζ': τῷ ἰ: καὶ γινίσσεται ὁ κ': ἢ οὗτος ἴσται ὁ ζητούμενος. Εἰδὲ τὸ κλάσμα αὐτὸν ὅτιον περιέχει τῆς μονάδος μέρος, τοῦτον δεῖ καὶ ἐκ τοῦ α' λαβεῖν. ὁ γὰρ α' ἀριθμὸς ὀφείλει πολλαπλασιασθῆναι οὐ μόνον ἐπὶ τὸν β': ἀριθμῶν, ἀλλὰ καὶ ἐπὶ τὸ γ' δ', κλάσμα. πολλαπλασιασθῆναι ἐν ἐπὶ τὸν β': ἀριθμῶν, ἀλλὰ καὶ ἐπὶ τὸ γ' δ', κλάσμα, πολλαπλασιασθῆναι ἐν ἐπὶ τὸν β': χωρίς παρέχει τὸν ἰ: πολλαπλασιασθῆναι καὶ ἐπὶ τὸ γ' δ', παρέχει τὸν ζ': οὗ γὰρ αὐτὸν κατὰ τὰ πρότερον εἰρημίτα πολλαπλασιασθῆναι ἐπὶ τὸν γ': τὸν δὲ γινόμενον μερίζεται ἐπὶ τὸν δ': τοῦτ' δ' ἐστὶ λαβεῖν μέρος ἐξ αὐτοῦ ἀνάλογον τῷ γ' δ', κλάσματι.

α: 6:	β: 4:	γ: 2:
β: 4:	α: 6:	δ: 3:
γ: 24:	α: 6:	ε: 0:
δ: 4:	β: 3:	ζ: 2:
ε: 18:	γ: 2:	η: 3:
	δ: 4:	θ: 4:

Ἐπίδειγμα ζ'.

Ὅτι δὲ τὰ πολλαπλασιασθῆναι ὁλόκληροι εἰσὶν ἀριθμοὶ μετὰ κλάσματος, ἀχθῆτω ἐνάτερος τῶν ὁλοκληρῶν ἀριθμῶν ἐπὶ τὸ ἴδιον κλάσμα. τὰ δὲ συστάματα κλάσματα πολλαπλασιασθῆναι ἀλλήλους, ἢ τὸ ἐξ αὐτῶν κλάσμα ἀχθῆτω εἰς ὅλον, ἢ ἴσται τὸ ζητούμενον. Οἷον ἴσται ὁ α' ἀριθμὸς, ἢ προσκεῖται τὸ β' γ', κλάσμα πολλαπλασιασθῆναι ἐπὶ τὸν δ': ἀριθμῶν ἢ προσκεῖται τὸ ε' ζ', κλάσμα. Τούτου δὲ κείμενον ἀχθῆτω ὅτι α' ἢ δ': ἀριθμὸς ἐπὶ τὸ ἴδιον κλάσμα κατὰ τὴν ἰ. τοῦ α. τοῦ πρώτου, καὶ συστάσθωσαν τὰ ἡ θ', κ λ', κλάσματα, αὐτὰ πολλαπλασιασθῆναι πρὸς ἀλλήλα κατὰ τὰ ἐν ἀρχῇ εἰρημίτα ἐπὶ τοῦ πρώτου κεφαλαίου. ὡς γινίσθαι ἐξ αὐτῶν τὸ μ' ν', κλάσμα, καὶ τοῦτο ἴσται πάντως τὸ ζητούμενον, τὸ γὰρ μ' ν', κλάσμα ἐστὶ τὸ γινόμενον διὰ τῷ πολλαπλασιασθῆναι τῶν ἡ θ', κ λ', κλάσματος. ἐπεὶ δὲ τὸ μὲν ἡ θ', ἴσον ἐστὶ τῷ α' ἀριθμῶ καὶ β' γ', κλάσματι, κατὰ τὸν ῥηθῆσαν Πρότασιν. Τὸ δὲ κ λ', κλάσμα τῷ δ': ἀριθμῶ ἢ ε' ζ', κλάσματι, πάντως γὰ τὸ αὐτὸ μ' ν', κλάσμα γινίσσεται κατὰ ὁ α' ἀριθμὸς μετὰ τοῦ β' γ', κλάσματος ἐπὶ τὸν δ': πολλαπλασιασθῆ ἀριθμῶν ἢ προσκεῖται τὸ ε' ζ', κλάσμα. Ἀχθῆς ἐπεὶ τὸ αὐτὸ μ' ν', κλάσμα μετὰ ἴσον ἐστὶ τῆς μονάδος, μερίζεται ὁ μ': α' ἀριθμῶν ἐπὶ τὸν ν': παρονομαστὴν, ἢ οὕτω συστάσθωσαν εἰς ὅλον τινὰ, τὸν ζ': δηλ. ἀριθμῶν, ἢ τῆς προσκεῖται τὸ π' ρ, κλάσμα. Πολλαπλασιασθῆναι ἀρα τῶν α' καὶ δ': ἀριθμῶν σὺν τῆς κλάσματος πρὸς ἀλλήλους ὁ ε': γίγνεται ἀριθμὸς μετὰ τοῦ π' ρ, κλάσματος. Ὅπερ ἴδη ποίησαι.

α: 4:	β: 2:	δ: 6:	ε: 3:
γ: 3:	δ: 6:	ε: 3:	ζ: 5:
η: 14:	κ: 33:	κ: 3:	3:
θ: 3:	λ: 5:	η: 1:	4:
		1:	3:
		3:	3:
		μ: 4:	6:
		0:	1:
		1:	15:
		σ: 12:	
		ξ: 30:	15:

Πρόβλημα Α'.

Ἀνάσθ' τις ἐξ ὑψώματος οἴδης τινὸς πίπτει ὄρθρα τῷ πῆχυσι τιμωμένῳ πιατῶν ἕκτων τοῦ ἀρχαίου. Ζητῆ. τοίνυν ὅτος πόσα ὀφείλει εἶναι τῷ ἑμπορῷ.

Εἰς εὐρεσιν τούτου γραφῆσθαι τὰ α β, γ δ, κλάσματα, ὡς προσημεινται, ἐν τῷ μὲν α β, ἴσως παρακαταλῶν τοῦ ὑψώματος, τὸ δὲ γ δ, τῆς τιμῆς τῷ πῆχυσι. Εἴτα πολλαπλασιασθῆσθαι ἀλλήλους οἷον ἀριθμῶν, καὶ β δ, κλάσματα,

α: 5:	γ: 4:	κ: 10:
β: 8:	δ: 6:	ζ: 48:



μιαί, ή συντάξω τὸ βζ', ή τὺτο ἴσαι τὸ ζητούμενον. οφείλει ἄρα ὁ τὰ πέντε ὄχθοι ἀνωμά-
 τος τοῦ πύχως ἐκ τοῦ ὑψώματος, οὗ ὁ πύχως τσαράρι ἔκων τὸ ἀργυρίν τιματαί, ἀποδοῦναι
 τῷ ἐμπόρῳ εἰκοσι τῶν ὀκτῶ ή τσαράρακοτα τὸ ἀργυρίν. ταῦτὸ δ' ἐστὶν εἰκοτὶν λεπτὰ πηττήκοτα.
 τὴ γὰρ ἀργυρίν ὑποθωμένῃ λεπτῶν δὶαι περιεκτικῶν ἕκοσι πρὸς τοὶς ἑκατὸν πάντως γινέκατος
 τσαράρασον. αὐτοῦ ὄχθον μίρος περιεκτικῶν ἐστὶ λεπτῶν δύο μετὰ ἡμίσειας, ὡς τὰ ἕκοσι τῶν τσα-
 ραράρασῶν ὄχθων ἠμφαίνουσι λεπτὰ πηττήκοτα. ὁ Λόγος ἐκ τῶν εἰρημίων ἐν τῷ α. ὑποδείγματ.
 τὸ παρόντος σαφές.

Προβλημα Β.

Ο' αὐτὸς ὠπώσατο ἐξ ἑτέρῃ ὑψώματος τρία τέταρτα τῶν ἐξ ὄχθων τῷ πύχως τιμωμένῃ τσαρά-
 ρων ἔκων τῶν τριῶν τετάρτων τὸ ἀργυρίου. Ζητῆ ἔν μαθῆν πόσα οφείλει δοῦναι τῷ ἐμπόρῳ.

Εἰς ὑῤρῆσιν τούτου ἀχθίτωσιν τὰ αβ', βζ', κλάσματα κλάσματα
 εἰς ἄλλα κλάσματα. ή συντάξωσιν τὰ α' λ', μ' ν'. Εἶνα πολ-
 λαπλασιαθῶσιν τὰ αὐτὰ κλάσματα κ' λ', μ' ν', ὡς ή ἀνωτέρω, ή
 συντάξωσιν τὸ ε' β, ή τὺτο ἴσαι τὸ ζητούμενον. οφείλει ἄρα ὁ τὰ τρία
 τέταρτα τῶν ἐξ ὄχθων ὠπώσαμιος δοῦναι τῷ ἐμπόρῳ ἑκακίδεκα
 πρὸς τοὶς διακοσίους, τῶν ὀκτῶ ή ἑξήκοτα πρὸς τοὶς ἑπτακοσίους
 τὸ ἀργυρίν, τούτο δ' ἐστὶ διελθῶν τὸ ἀργυρίν εἰς ὀκτῶ ή ἑξήκοτα
 πρὸς τοὶς ἑπτακοσίους, ή δούνη τοιαῦτα μέρη ἑκακίδεκα πρὸς
 τοὶς διακοσίους.

α: 3:	γ: 6:	ε: 4:	σ: 3:
β: 4:	δ: 8:	ζ: 6:	σ: 4:
α: 18:		μ: 12:	
λ: 32:		ν: 24:	
Ε: 216:	σ: 9:		
σ: 768:	ρ: 32:		

Διὰ δὲ τσαράρασον ἀχθίτω τὸ ε' β, κλάσμα, εἰ διωατὸν, εἰς ελαχίστους ὄχθους, ή συντάξωσιν τὸ π' β,
 ὡς οφείλει ὁ αὐτὸς δοῦναι ἐπὶ τῶν τριακότα ή δύο τὸ ἀργυρίν, ἥτοι λεπτὰ τριακότα τρία, ή
 τρία τέταρτα. τιμωμένῃ γὰρ τὸ ἀργυρίν λεπτῶν ἑκατῶν ἕκοσι τῶν τετάρτων τὸ ε' β, κλάσμα-
 τος περιεκτικῶν ἐστὶ λεπτῶν τριακότα, τὰ δὲ τρία τέταρτα ἠμφαίνουσι λεπτὰ ἑκακίδεκα. Ε-
 πεί δὲ ὁ τὸ βζ', παρονομαστὴς ἰσοδύναμός ἐστὶ τῷ ν: ἀριθμῷ τῷ ε' β, κλάσματος, ὅλον ὄντι
 ἕκατος τῶν τῷ ζ': μέρῳ περιεκτικῶν ἐστὶ λεπτῶν πηττακίδεκα, τὰ δὲ τσαράρα ἑκατὰ ἠμφαίνουσι λε-
 πτὰ ἑξήκοτα, ὁ πύχως ἀρα τιματαί λεπτῶν ἑξήκοτα. τῶν δὲ μίρηζομένῃ ἐπὶ τὸν ὀκτῶ ἕκα-
 τῶν ὄχθοσιν τιματαί λεπτῶν ἑπτὰ ή ἡμίσειας. αὐδὶς ἐπει ὁ πύχως διωρημίται εἰς ὀκτῶ ὁ δὲ τοῦ
 αβ', παρονομαστὴς ἰσοδύναμός ἐστὶ τῷ γ' δ', ἀριθμῷ, πάντως γο ὁ β': παρονομαστὴς παρασα-
 τικῆς ἐστὶν ἐξ ὄχθων τῷ πύχως. ἕκατος δὲ τὸ ἀκριβέστερον κείθω ὁ πύχως διωρημίται εἰς δύο ή τρια-
 κότα, ὡς ἕκατος τῶν ὄχθων εἰς τέσσαρα διαίθεται. τούτου γὰρ κείμῃν ὁ γ': ἀριθμῷ πη-
 ρίχου τοιαῦτα μέρη τσαράρα πρὸς τοὶς ἕκοσι. ἕκατος δὲ τῶν τῷ β': παρονομαστῶ μέρῳ περιεκτι-
 κῶν ἐστὶ τοῖστων μέρῳν ἐξ ὁ δὲ α: ἀριθμῷ ἠμφαίνουσι τοιαῦτα μέρη ὀκτωκακίδεκα ἥτοι τέσσαρα
 ἑξήκοτα τῷ πύχως μ' ἡμίσειας. ἕκατος δὲ τῶν ὄχθων τῷ πύχως τιματαί λεπτῶν ἑπτὰ ή ἡμίσειας,
 ὡς ὀκτῶ η, ἀρα πολλαπλασιαζομένῃ τῶν τσαράρων ὄχθων ή ἡμίσειας ἐπὶ τὰ ἑπτὰ λεπτὰ μετὰ
 ἡμίσειας συμπόσεται ὁ τρία ή τριακότα ἀριθμὸς μ' τῶν τριῶν τετάρτων.

Ὅτι δὲ ή τὰ ἑνῆα τῶν δύο ή τριακότα τσαράρα ποιῆσι, ὅλον. ἕκατος γὰρ τῶν δύο ή τρία
 κῶτα περιεκτικῶν ἐστὶ τριῶν λεπτῶν, ή τριῶν τετάρτων τῷ λεπτοῦ, εἰς ἑκατὸν ή ἕκοσι τοῦ ἀρ-
 γορίν διωρημίτω. ὡς ἕκατος ή τῶν ἑνῆα τῶν δύο ή τριακότα τσαράρα περιίχουσι λεπτὰ. Πολλα-
 πλασιαζομένῃ δὲ τῶν ἑνῆα ἐπὶ τῶν τρία ἀριθμῶν, ή τρία τέταρτα τῷ λεπτοῦ συνίσταται ὁ δύο
 ή τριακότα μετὰ τῶν τριῶν τετάρτων.

Προβλημα Γ.

Ἐπίσταθίτις κηράμης ἑξήκοτα πρὸς τοὶς τριακοσίους τιμωμένῃ ἕκασῃ κηράμῃ δύο τρίτων
 τῷ λεπτοῦ. Ζητῆ ἔν μαθῆν πόσα οφείλει τῷ κηραμῇ.

Εἰς ὑῤρῆσιν τούτου πολλαπλασιαθῶν ὁ τῶν κηράμων ἀριθμὸς ὅλον:
 δ α: ἐπὶ τὸν β': ἀριθμῷ τῷ ε' γ, κλάσματος, ὅς ή παρίστωσι τὴν τι-
 μὴν τοῦ κηράμῳ, ή ὁ γνοόμενος δ: μεριθῆται ἐπὶ τὸν γ': παρονομαστῆν
 τῷ αὐτῷ κλάσματος, ή ἡμῶν περιίχεται πάλιν ὁ δ: ὅλον ὄντι οφεί-
 λου ὁ τοῦ κηράμῳ ὠπώσαμιος τῷ κηραμῇ λεπτὰ τσαράρακοτα πρὸς
 τοὶς διακοσίους. ὁ Λόγος ή τὰ ἐν τῷ γ. ὑποδείγματὶ σαφές. τὴ γὰρ
 α: εἰς τρία διωρημίτω τὸ τρίτον αὐτῷ μίρος ἐστὶ περιεκτικῶν ἕκοσι πρὸς
 τοὶς ἑκατὸν, τὰ δὲ δύο τρίτα τῶν τσαράρακοτα πρὸς τοὶς διακοσίους
 ἑκατῶν.

α: 360:	β: 2:
β: 2	γ: 3:
δ: 720	
12	
γ: 3: } ..	
ε: 340	



Πρόβλημα Δ'.

Χωρικός τις αἰσάματος πῆχως ὑφάσματος ἑκτὼ ἢ πέντε ὄγδοα τῷ πῆχως, τιμημένου ἑκάστου πῆχως τριῶν τετάρτων τῷ λεπτῷ. Ζητεῖ εἶδαι πόσα ὀφείλει τῷ ἐμπόρῳ.

Ἀχθῆται δὲ ὁ α': ἀριθμὸς παραστατικὸς ὡν τῆς τοῦ ὑφάσματος ποσότητος ἐπὶ τὸ γ' δ', αὐτὸ κλάσμα, καὶ συντετάθω τὸ δ' π'. Εἶτα πολλαπλασιασθῆτω ὁ θ': ἀριθμὸς ἐπὶ τὸν ἀριθμὸν τοῦ ε' ζ', κλάσματος, καὶ ὁ γινόμενος λ': μερισθῆτω ἐπὶ τὸν μ': τὸν διὰ τῶ Πολλαπλασιασμῷ τῷ κ': παρονομαστοῦ ἐπὶ τὸν ζ': παρονομαστῶν γινόμενον. ἢ τὸ πηλίκον, ὁ δ': μετὰ τῷ ζ' π', κλάσματος ἔσται ὁ ζητούμενος. ὁ λόγος ἐκ τῶν αἰρημάτων ἐν τῷ τετάρτῳ Ἰσοδύναμι σαφῆς.

a: 8:	γ: 5:	ε: 3:	
δ: 8:	δ: 8:	ζ: 4:	
κ: 64:	θ: 69:	π: 3:	λ: 207:
μ: 3:	κ: 8:	ζ: 4:	15:
ν: 69:			μ: 32:
			ρ: 6:
			σ: 15:
			τ: 32:

Πρόβλημα Ε'.

Ο' αὐτὸς αἰσάτο πλίνθους ὅπως πέντε καὶ πενήκοντα πρὸς τοῖς διακοσίσις, δαδμῆτι ἑκάστου πλίνθου πιασάρων λεπτῶν ἢ τριῶν τετάρτων τῷ λεπτῷ. Ζητεῖ τοῖσιν γίνεσθαι πόσα ὀφείλει τῷ πλινθεργῳ.

Ἀχθῆται κρηταῖθα ὁ β': ἀριθμὸς ἐπὶ τὸ γ' δ', κλάσμα, καὶ τὰ προηρμῆται, ἢ συντετάθω τὸ ε' ζ', κλάσμα παραστατικὸν ὡν τῆς τιμῆς ἑκάστου πλίνθου. Εἶτα πολλαπλασιασθῆτω ὁ α': ἀριθμὸς ὁ τῆς τῶν πλίνθων ποσότητος παραστατικὸς ἐπὶ τὸν ἀριθμὸν τῷ ε' ζ', κλάσματος, καὶ ὁ γινόμενος κ': μερισθῆτω ἐπὶ τὸν δ': παρονομαστῶν, καὶ ἴσθαι παρήγεται ὡς πηλίκον ὁ θ': μῦ τῷ κ' λ', κλάσματος, δῆλον ὅτι ὁ τῶς ὀπτοῦς αἰσάματος πλίνθους ὀφείλει εἶσθαι τῷ πλινθεργῳ λεπτὰ ἑνδεκά καὶ διακοσίω πρὸς τοῖς χιλίοις, ἢ ἑν τετάρτον τῷ λεπτῷ, ὁ λόγος ὁ αὐτὸς.

α: 355:	β: 4:	γ: 3:	
10:		δ: 4:	
3595:		ε: 19:	
355:		ζ: 4:	
κ: 4845:			
0001:			
δ: 4:			
ν: 1241:	μ: 1:		
	λ: 4:		

Πρόβλημα ς'.

Ο' αὐτὸς ἔτι αἰσάτο ἕξ ἑτάρω εἰδὸς ὑφάσματος πῆχως ἑπτὰ ἢ ἕξ ὄγδοα, τιμημένου ἑκάστου πῆχους λεπτῶν ὀκτωκαθδὲκα ἢ ἑνὸς τρίτου τῷ λεπτῷ. Ζητεῖται τὸ παρ' αὐτῷ ὀφειλόμενον.

Εἰς εὐρίσιν ἢ τῷ αχθῆται ὁ μὲν α': ἀριθμὸς ὁ τῶν τῶν πῆχων ἡμερίων ποσότητος ἐπὶ τὸ ἴδιον κλάσμα, ὁ δὲ δ': ὁ τῶν τιμῶν ἑκάστου παρισῶν πῆχως ἐπὶ τὸ ε' ζ', καὶ συντετάθωσαν τὰ η' θ', κ' λ', κλάσμα, ὡν οἷτε ἀριθμηταὶ ἢ παρονομασταὶ πολλαπλασιασθήσονται ἀλλήλοισ ποικίτως τὸ μ' ν', κλάσμα, μερίζομεν δὲ τοῦ μ': ἐπὶ τὸν ν': ὡς πηλίκον ὁ ζ': μῦ τῷ π' β', κλάσματος. ἀγομῆτι δὲ τοῦ π' β': εἰς ἑλαχίστους ὄρους συντεταθῶν τὸ σ' τ'. Ὄφειλον ἄρα ὁ τὸ ὑφάσμα ὠπτάμιος εἶσθαι τῷ ἐμπόρῳ λεπτὰ δύο ἢ πιασάρων πρὸς τοῖς ἑκατόν καὶ ἑν δωδεκάτον τῷ λεπτοῦ. ὁ λόγος ἐκ τῶν ἐν τῷ ς'. Ἰσοδύναμι σαφῆς.

α: 7:	β: 6:	δ: 18:	ε: 1:
	γ: 8:		ζ: 3:
8:		η: 1:	
56:		θ: 54:	
6:		ι: 11:	
62:		κ: 55:	
σ: 62:	π: 55:	μ: 2410:	
δ: 8:	λ: 3:	ν: 24:	
		ρ: 24:	
		σ: 3410:	
		101:	
		50:	
		1:	
		ε: 142:	σ: 3:
		ρ: 24:	τ: 12:

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Ε'.

Περὶ Διαιρέσεως Κλασμάτων.

Καθάρη ἢ τῶν Σύνθεσιν ἢ περὶ Ἀφαιρέσεως γίγνησι Διδαχαια δια τὸ ἀντισηφῆν πρὸς ἀλλήλας, ὅτε ἢ μῦ τῶν Πολλαπλασιασῶν δι' αὐτὸ τῷ ἴσθαι ἢ περὶ Διαιρέσεως Ἐρμηθία. Διαιρῶνται δὲ τὰ κλάσματα ἑφ' ἑτέρα κλάσματα, ὡσπερ ἢ οἱ ὁλόκληροι ἀριθμοὶ ἑφ' ἑτέρους ὁλοκληρούς ἀριθμούς. ἀλλ' ἐπ' ἐκείνων μὲν ἢ ἄσθιν τίποτε διελεῖν τὸν ἐλάττω ἀριθμὸν ἐπὶ τὸν μείζονα, ἐπὶ τῶν ἀλλοτρίων δὲ τὸ τυχόν ἐπὶ τὸ τυχόν μερίζεται, ἀπὸ μὲν τὸ πηλίκον ἐλάττων αἰεὶς τοῦ μερίζοντος, ἰταυτὰ δὲ ταναντὶν πολλακὶς συμβαίνει. Ὡσπερ δὲ ἐπὶ τῆς τῶν ὁλοκληρῶν ἀριθμῶν Διαιρέσεως δύο ἀριθμῶν ὁδοῦνται τῷ μὲν ὡς μερισσοτος, τῷ δὲ ὡς μερισσομένου, ζητεῖται ἀριθμὸς ἰσομηκῶν εἰς τῶν ἐν αὐτῷ μοιῶδων, ποσάκις ὁ μερίζων ἀριθμὸς τὸν μερίζομενον καταμήσθαι, ἢ τῶν

τη η̄ ἐπὶ τῆς τῶν ἀλασμάτων Διαρίσεως ἑπιπέτου ἀλάσματος ὅσπερ παραστήσει ὁμοίους μίρους ἐπὶ ὁμοίῳ τῷ μριζομίῳ, ὡς κατὰ μέρη δεικνύσεται. Τούτο δ' ἐστὶν ἔχειν τὸ μριζοῖον ἀλάσμα πρὸς τὸ μριζομίον, ὡς ἂν ποτὶς πρὸς αὐτό.

Ἐπιπέτουμα Α.

Ἐπιπέτουμα δὲ τῶν διδομένων ἀλασμάτων τὸ τῷ μριζομίῳ ὅμοιον. ἢ μριζοδομοίον ὡς ἀπὸ πολλοπλασιασθέντων οἱ ἀριθμοὶ τῶν αὐτῶν ἐπὶ τῆς παρονομασίας κατὰ γινόμενον, καὶ ὁ μὲν γινόμενος ἐκ τοῦ ἀριθμοῦ τοῦ μριζομίῳ καὶ ὁμοίου τῷ μριζομίῳ, λαμβάνεται ὡς ἀριθμοῦ, ὁ δὲ γινόμενος ἐκ τοῦ παρονομασίου τοῦ μριζομίῳ καὶ ἀριθμοῦ τοῦ μριζομίῳ, ὡς ἀριθμοῦ ὑπὸ ἑαυτοῦ ὡς παρονομασίας. Οἷον ἐπιπέτου τὸ ἀβ, ἀλάσμα μριζοδομοίον ἐπὶ τῷ γ' δ', ἢ ἐκ μὲν τῷ ἀ: ἐπὶ τῷ δ': γινόμενον ὁ β: α: 8: γ: 2: ο: 24: κ: 16: θ: 4: ἀριθμοῦ, ἐκ δὲ τοῦ β: ἐπὶ τῶν γ': ὁ ζ': παρονομασίας, ἢ β: 18: δ: 3: ζ: 36: ξ: 36: α: 6: συσπείσθω τὸ ἐζ, ἀλάσμα, ἢ τούτο ἔσται τὸ πάλιον τὸ ἀβ, ἀλάσματος ἐπὶ τῷ γ' δ', μριζοδομοίον. Πολλαπλασιασθέντα γάρ οἱ: ἐπὶ τῶν γ': ἢ γινόμενον ὁ κ: ἢ ὅν τιθέναι ὁ κ: ἢ συσπείσθω τὸ ἐζ, ἀλάσμα. ἢ ἐπὶ τοῦ γ': τοῦ ἀβ, πολλαπλασιασθέντα τοῦ κ', ποιοῦμαι, πάντως, κατὰ τὸν ἐζ. τὰ ζ'. τὸ στοιχειώδη ἔσται ὡς ὁ ἀ: πρὸς τὸν β: ὁ ἀ: πρὸς τὸν ζ': ἢ κατὰ τὸν γ'. τὸ παρόνομα τὸ ἀβ, ἢ ζ', ἀλάσματα ἴσα ἀλλοιουμένοι, ὥστε τὸν αὐτὸν ἔχειν λόγον πρὸς τὸ ἐζ, ἢ τὸν ζ'. τὸ ἰ. τὸ στοιχειώδη. ὡς ἔχει ἀρα τὸ κ' πρὸς τὸ ἐζ, ὥσπερ ἔχει καὶ τὸ ἀβ, πρὸς τὸ αὐτὸ ἐζ, ὡς δὲ τὸ κ' πρὸς τὸ ἐζ, ἔχει ἢ ὁ ο: ἀριθμοῦ πρὸς τὸν ι: ἀριθμοῦ κατὰ τὸν ι. τὸ παρόνομα, ἀρα ὡς ὁ κ: πρὸς τὸν ι: ἔχει ἢ τὸ ἀβ, ἀλάσμα πρὸς τὸ ἐζ, ὥσπερ καὶ αἰάπαλι, ὡς ἔχει ὁ ι: πρὸς τὸν ι: ἔχει ἢ τὸ ἐζ, ἀλάσμα πρὸς τὸ ἀβ: Ἐπι δὲ πάλιν ὁ ἀ: τῶν γ' δ', πολλαπλασιασθέντα τοῦ κ', ποιοῦμαι, ἔσται πάντως καὶ ὁ δ: πρὸς τὸν γ': ὡς ὁ ε: πρὸς τὸν δ: κατὰ τὸν βεβῆσαν ἐζ. ὡς ὁ δ: πρὸς τὸν ε: δίδονται ἔχειν ἢ τὸ ἐζ, ἀλάσμα πρὸς τὸ ἀβ, ἀρα ὡς ὁ δ: πρὸς τὸν γ': ἔχει καὶ τὸ ἐζ, πρὸς τὸ ἀβ, ἀλάσμα πρὸς τὸν γ': ἔχει ἢ ἂν ποτὶς πρὸς τὸ γ' δ', ἀλάσμα, κατὰ τὸν ἀ. τὸ παρόνομα, ὡς ἔχει ἀρα ἡ ποτὶς πρὸς τὸ γ' δ', ἀλάσμα, ὥσπερ ἔχει καὶ τὸ ἐζ, ἀλάσμα πρὸς τὸ ἀβ. ὥσπερ ἢ ὑαυαῖ, ὡς ἔχει ἡ ποτὶς πρὸς τὸ ἐζ, ἀλάσμα ὥσπερ ἔχει καὶ τὸ γ' δ', μριζομίον πρὸς τὸ ἀβ, μριζομίον, ἀρα τὸ ἐζ, ἀλάσμα πάλιον ἐπὶ τοῦ ἀβ, ἐπὶ τῷ γ' δ', μριζομίῳ, ὥσπερ οἱ ἐλαχίστοι ἀριθμοὶ ὅσπερ συσπείσεται τὸ θ' α', ὅσπερ πολλαπλασιασθέντα τὸ γ' δ', ποίσην τὸ ἀβ, ὡς μὲν πρὸθεν δίδεται.

Ἄλλος.

Οἷτος μὲν ὁ ποτὶς τῆς Διαρίσεως τῶν ἀλασμάτων τρόπος, ἢ κατ' αὐτὸν ἔχειν τὸ τυχεῖον ἐπὶ τὸ τυχεῖον μριζοῖον ἀλάσμα. ἑπιπέτου δὲ ἢ ἄλλως τινῶν ἀλασμάτων ποίηται διωμοίον. διὲ δὲ πρώτης εὐαπεί, εἴγε οἱ τῷ μριζοδομοίῳ ἀλάσματος ἦσαν ὅσοι τῶν τῷ μριζομίῳ μριζομίῳ ὄντι. καὶ μὲν ἐπιπέτου μριζομίῳ, μριζοδομοίον ὁ μὲν τῷ μριζοδομοίῳ ἀριθμοῦ ἐπὶ τῷ τῷ μριζομίῳ ἀριθμοῦ, ὁ δὲ παρονομασίας ἐπὶ τῷ παρονομασίῳ, ἢ τὸ συσπείσθω ἀλάσμα ἔσται τὸ πάλιον οἷον ἐπὶ, ἐπὶ τὸ ἀριθμὸν Ἐπιπέτου ὁ μὲν ἀ: μριζομίῳ ὅσοι τῷ γ': ὡς ἂν ποτὶς πρὸς τὸ γ' δ', ἀλάσμα πάλιον ὁ θ: μριζοδομοίῳ δὲ ἢ ὁ β: ἐπὶ τῶν δ': ἢ ἔστω πάλιον ὁ κ: καὶ συσπείσθω τὸ θ' α', ἀλάσμα. Ἀλλ' ὡς ἐπὶ τῷ θ' α', ἀλάσμα πάλιον οἷον τοῦ ἀβ, ἀλάσματος μριζοδομοίῳ: ἐπὶ τῷ γ' δ', κατὰ τὸν τῆς Διαρίσεως τρόπον, ὁ μὲν γ': τῷ θ: πολλαπλασιασθέντα, ποίησθω τὸν κ: ὁ δὲ δ': τὸν κ: ὁμοίως πολλαπλασιασθέντα ποίησθω τὸν β: ὥσπερ τὸ ἀβ, ἀλάσμα γινώσκεται ἐκ τῷ γ' δ', ἀλάσματος ἐπὶ τῷ θ' α', πολλαπλασιασθέντα, ὥσπερ ἢ ὁ μριζομίῳ ἀριθμὸς γίνονται ἐκ τῷ μριζομίῳ πολλαπλασιασθέντα ἐπὶ τὸ πάλιον.

Εἰδὲ γὰρ οἱ τῷ μριζοδομοίῳ ὄντι ὡς ἀνὰ μίρους ὑπὸ τῶν τῷ μριζομίῳ ὄντων, πολλαπλασιασθέντων ἀλλήλους οἱ ὄντι τῷ μριζομίῳ, καὶ ἐπὶ τῶν γινόμενων ἔξ ὧν πολλαπλασιασθέντων ἐπιπέτου ὡς τῷ μριζοδομοίῳ ὄντι, ὥσπερ συσπείσθω ἐκ τῶν γινόμενων ἀριθμῶν ἑτέρωτι ἀλάσμα, ἢ τὸ τῷ τῷ ἔσται τῷ μριζοδομοίῳ, καὶ τῷ ἐζ. τὸ ζ'. τὸ στοιχειώδη. Τούτου δὲ μριζομίῳ, κατὰ τὸν β'. τῆς Διαρίσεως τρόπον ἐπὶ τῷ γ' δ', τὸ πάλιον ἔσται τὸ ζητούμενον. Οἷον κείσθω τὸ ἀβ, ἀλάσμα μριζοδομοίον ἐπὶ τῷ γ' δ', καὶ μριζοδομοίον δὲ οἱ τῷ γ' δ', ἀλάσματος ὄντι τῶν ὄντων τῷ ἀβ. Τούτου δὲ κείσθω πολλαπλασιασθέντα ἢ γ': ἐπὶ τῶν δ': καὶ γινόμενον ὁ ε: ὡς ὁ β: πολλαπλασιασθέντα ὁ ε: καὶ ὁ γ: ὡς ὁ β: πολλαπλασιασθέντα ὁ ε: ἀριθμοῦ ἐπὶ τῷ ε: ἀριθμοῦ, καὶ ἔσται ὁ μὲν ζ': γίνονται ἐκ τῷ ἀ: ἀριθμοῦ ἐπὶ τῷ ε: λαμβάνεται ὡς ἀριθμοῦ, ἐπὶ δὲ καὶ ὁ δ: γίνονται ἐκ τῷ β: παρονομασίῳ ἐπὶ τῶν αὐτῶν ι: πολλαπλασιασθέντων, εἰδὲ γὰρ ἀπὸ τῶν ἀριθμῶν. καὶ συσπείσθω τὸ ζ' η', ἀλάσμα, ὅσπερ ἔστω ἔσται τῷ ἀβ, ὡς εἰρηται. Τούτου

Table with mathematical ratios and numbers: α: 6: γ: 3: ο: 15: ε: 15: β: 8: δ: 5: α: 6: β: 8: ζ: 90: η: 180: 00: 20: γ: 3: δ: 15: ζ: 90: π: 120: θ: 30: κ: 24:

δι οἱ

φθάνω ἀπὲς ἀριθμῶν, ἢ ὑπ' αὐτῶν ταχθέντων ὁ δὲ παρονομαστὶς, καὶ τὸ εἶναι, κλάσμα ἴσον ἵσται τῷ β', ἀριθμῶν ἢ γ' δ', κλάσμασι, ἢ τῆν ἰ. τὸ παρόνομα, ἢ ὁ μισοσθέντων ὁ δὲ ὁλοκλήρου ἀριθμῶν, τῆν ἰ. πολλαπλασιασθέντων ὁ αὐτῶν δ' ἐπὶ τῶν δ'. καὶ ὁ γινόμενος ζ': μισοσθέντων ἴσται τὸ ε'. ἢ τὸ πηλίκον ὁ ε': ἵσται ὁ ζητούμενος. Ὁ δὲ η': πολλαπλασιασθέντων ἐπὶ τῶν β', ἢ πρόσκειται τὸ γ' δ', κλάσμα ποιῆ τὸν α'. ὡς ἴσται τὸ Πολλαπλασιασμὸν δίδονται.

α:	28:	β:	4:	γ:	2:
		δ:	3:	ε:	3:
		ζ:	4:	η:	4:
		θ:	12:	ι:	12:
		κ:	7:	λ:	2:
		μ:	14:	ν:	14:
		ξ:	84:	ο:	14:
		π:	14:	ρ:	6:

Τ' πρόδειγμα Ε.

Εἴποι δὲ πολλαίς συμβαίνει μισοσθένται ὁλοκλήρου ἀριθμῶν μετὰ κλάσματος, ἢ ὁλοκλήρου ἀριθμῶν, ἢ τῶν κλάσματος, ἀχθέντων πρώτοι, ὅτε ταῦτο συμβαίνει, ἑκάτερος τῶν ὁλοκλήρων ἀριθμῶν ἐπὶ τὸ ἴδιον κλάσμα. εἴτα διαιρεθῆναι τὸ α' κλάσμα τῶν γινόμενων ἐπὶ τὸ β'. Ὡς ἴσται ὁ α': ἀριθμῶν ἢ πρόσκειται τὸ β' γ', κλάσμα, διαιριθμοσμένος ἐπὶ τὸν δ': ἀριθμῶν ἢ πρόσκειται τὸ ε' ζ', κλάσμα. Πολλαπλασιασθέντων δὲ ὁ α': ἀριθμῶν ἐπὶ τὸν γ': παρονομαστὴν, καὶ τῷ εἴς αὐτοῦ προσεδόθη ἢ β': μοσός. εἰ δὲ τὸ γινόμενον ἢ γ' γ': παρονομαστὴν συνιδόθη τὸ δ' ε', κλάσμα, ὅπῃ ἴσον ἵσται τῷ α' ἀριθμῶν ἢ β' γ', κλάσματι, ἢ τῆν ἰ. τὸ παρόνομα. πολλαπλασιασθέντων δὲ τῶν δ' ἀριθμῶν ἐπὶ τὸν ζ': παρονομαστὴν καὶ τῷ εἴς αὐτὸ προσεδόθη ὁ ε' ἀριθμῶν, εἰ δὲ τὸ γινόμενον ἢ ζ' ζ': παρονομαστὴν συνιδόθη τὸ κ' λ', κλάσμα, ὅπῃ ἴσον ἵσται τῷ δ' ἀριθμῶν ἢ ε' ζ', κλάσματι. Τῶν δ' ἔστω γινόμενων διαιρεθῆναι τὸ η' θ', κλάσμα ἐπὶ τὸ κ' λ', ἢ τὸ πηλίκον ἴσται τὸ μ' ν', ἐπεὶ δὲ ταῦτο ὑπερίχει τῆς μοσάδος, μισοσθέντων ὁ ἀριθμῶν αὐτῶ μ': ἐπὶ τῶν παρονομαστῶν ὁ η' τὸ πηλίκον ἴσται ὁ ε': ἢ τὸ πηλίκον ἴσται ὁ ε': ἢ τὸ πηλίκον ἴσται ὁ ε': ἀριθμῶν μετὰ τῶν π' β', κλάσματος. ὁ αὐτῶν γὰρ ζ': ἀριθμῶν ἢ τῶν π' β', κλάσματος πηλίκον ἴσται τὸ η' θ', κλάσματος μισοσθέντων ἐπὶ τὸ κ' λ', ἢ τὸ μὲν η' θ', κλάσμα ἴσον ἵσται τῷ α' ἀριθμῶν ἢ β' γ', κλάσμασι. τῶν δ' α' λ': τῶν δ' ἀριθμῶν ἢ ε' ζ', κλάσματι, ὡς εἴρηται.

Πρόβλημα Α.

Ἐπιθέτονος ἰστίου εἴδους ὑφάσματος πέντε ὄγδοα τῶ πηλίκου ἢ δίδωκε ἀπὸ αὐτῶν εἰκοσι ταί ὅντων ἢ κατασκευαστῶν τῶ ἀργυρίου. Ζητῆ δὲ εἶδεται πόσον ὁ πηλίκος τιμαται.

Εἰς ἰστίου ταῦ πολλαπλασιασθέντων ὁ α': ἀριθμῶν τῶ α' β', κλάσματος, παραστατικῶ ὅντος τῶν δειδόμενων, ἐπὶ τὸν δ': παρονομαστῶ τῶ γ' δ', κλάσματος τοῦ τῆν ποσότητι ἐμφαινοτος τοῦ ὑφάσματος, καὶ ὁ γινόμενος ἢ εἰληθῶ ἀπὲς ἀριθμῶν. εἴτα πολλαπλασιασθέντων καὶ ὁ γ': ἀριθμῶν τῶ γ' δ', κλάσματος ἐπὶ τὸν β': παρονομαστῶν τῶ α' β', κλάσματος, ἢ ὁ γινόμενος ζ': ληφθέντων αὐτῶ παρονομαστῶ, ἢ συνιδόθη τὸ ε' ζ', κλάσμα, ἢ ταῦτα ἵσται παραστατικῶ τῆς τιμῆς τῶ πηλίκου. ἀχθέντων γὰρ τὸ αὐτὸ ε' ζ', κλάσμα εἰς εἰλαχίστους ἔδρας, ἢ συνιδόθη τὸ η' θ', κλάσμα, ὅπῃ ἴσον ἵσται τῷ κ' λ', ἀλλὰ τὸ κ' λ', κλάσματος πολλαπλασιασθέντων ἐπὶ τὸ γ' δ', ἢ ἢ ἀνάσταν, παράγεται τὸ α' β', καὶ τὸ α'. πρόβλημα ταῦ πρώτου, ἀπὸ τῶ κ' λ', πηλίκον ἐστὶ τοῦ α' β', κλάσματος μισοσθέντων ἐπὶ τὸ γ' δ', τῶν δ' ἴσον ἵσται τὸ ε' ζ', ἀπὸ τῶ ε' ζ', ἐπὶ τὸ ζητούμενον. τιμαται ἀπὸ τῶ πηλίκου κατασκευαστῶν ἰστίου τῶ ἀργυρίου. ὁ λόγος τῆς κατασκευῆς σαφῆς καὶ τὸ α'. ἢ πρόδειγμα τῶ παρατόνος.

Πρόβλημα Β.

Ὁ αὐτῶς ἀπίστατο εἴς ἴσίου ὑφάσματος τρία τέταρτα τῶν εἴς ὄγδων τῶ πηλίκου, δίδωκε ἀπὸ αὐτῶ εἴτα τῶν εἴς ἢ ἐπιπέοντα τῶ ἀργυρίου. Ζητῆ δὲ μαθεῖν πόσον ὁ πηλίκος τιμαται.

Αχθέντων δὲ τὸ α' β', κλάσμα τῶ γ' δ', κλάσματος, ἢ τὰ ποσότητι ἐμφαινο τῶ ἀπίστατος ὑφάσματος, εἰς ἀπλοῦ κλάσμα τὸ ε' ζ', ἢ ἢ μισοσθέντων, καὶ τὰ ἑρμῆνα, τὸ η' θ', παραστατικῶ τῶν τιμῶν, ἀπὸ τῶ ληφθέντος ὑφάσματος, ἢ ἐπὶ παράγεται

α:	90:	γ:	5:	ε:	160:	η:	2:	κ:	4:
β:	48:	δ:	8:	ζ:	240:	θ:	3:	λ:	6:
ε:	3:	γ:	6:	η:	2:	κ:	4:		
δ:	4:	δ:	8:	θ:	3:	λ:	6:		
ε:	9:	α:	18:	η:	288:	μ:	12:		
δ:	32:	ζ:	32:	λ:	376:	ν:	24:		

ται ως πηλικον τὸ κ' λ', τοῦτο δὲ ἰσότησι τῶ μ' ν', εἰς ἐλάττωτος ἀγόμενον ὄρου, ὅπου ὅτι ὁ πῆχυς τιμάται λεπτῶν ἑξήκοντα. τὴ δὲ ἀρρηρίν ὑπερθεμίην λεπτῶν εἶται εἰκοσι πρὸς τοῖς ἑκατὸν ἑκατον τῶν εἰκοσιτρίτων περιμετρικῶν εἰς λεπτῶν πέντε, ὡς ὁ μ' ἰμφαίνει λεπτὰ ἑξήκοντα. ὁ Λόγος σαφὲς ἔσ' τὸ β'. πρόβλημα τὸ προτέρου. τὸ δὲ μ' ν', ὡς ἐν ἐκείνῳ δίδεται πολλὰ πλαισιόμοιον ἐπὶ τὸ ε' ζ', τὸ ἦ θ', ποίει.

Πρόβλημα Γ'.

Ἄλλος δέ τις ἀνακατίσας τὸν ἴδιον οἶκον, ἐπεὶ σφαλῆεν ἑμμελλον οἱ οἰκοδόμοι, ἀνίστατο κεράμους ἑξήκοντα πρὸς τοῖς τριακασίοις, καὶ καταβαλὼν ἀντ' αὐτῶν λεπτὰ τεσσαράκοντα πρὸς τοῖς διακοσίοις ζητεῖ μεθὴν πόσω ἑκατος τῶν κεράμων τιμάται.

Εἰς εὐρίσιν τοῦτο μρισθῆτω ὁ τῆς τῶν λεπτῶν ποσότητος ἀριθμὸς, δηλ: α: 240: γ: 2: ὁ α': ἐπὶ τὸν ἀριθμὸν τῶν κεράμων, ἦτοι τὸν β': καὶ ἐπειὶ ὁ α': ἐλάττων ἐστὶ τῷ β': συρισάτω ἐξ ἀμφοῖν τὸ α' β', κλάσμα καὶ τὴν ι' ζ'. τὰ α'. τὸ παρόντος. εἶτα β: 360: δ: 3: ἀχθῆτω εἰς ἐλαχίστους ὄρους τὸς γ' δ', καὶ συρισάτω τὸ γ' δ', κλάσμα, καὶ ταῦτο εἶται τὸ ζητούμενον. Ἐκατος ἀρα τῶν κεράμων τιμάται δύο τρίτων τῶ λεπτοῦ. καὶ γὰρ τὰ γ'. πρόβλημα τὸ προτέρου, εἰάν τὸ γ' δ', κλάσμα τὸν β': πολλαπλασιάσῃ ἀριθμὸν, παραχθῆσεται ὡς πηλικον ὁ α':.

Πρόβλημα Δ'.

Χωρικός τις ἀνιστάμενος πῆχυς ὑφάσματος ὀκτώ, καὶ πέντε ὄβωα τοῦ πῆχυος δίδωκεν ἀντ' αὐτοῦ λεπτὰ ἑξ, καὶ πεντηκαίδεκα τῶν δύο καὶ τριάκοντα τοῦ λεπτοῦ. Ζητεῖ ἔν ἰδίῳ πόσω ὁ πῆχυς ἐτιμάτο.

Εἶσω δὲ παρακατικὲς τῶν μὲν πῆχυων ὁ α': ἀριθμὸς μετὰ τοῦ γ' δ', κλάσματος, τῶν δὲ δοθέντων λεπτῶν ὁ β': μετὰ τοῦ ε' ζ', κλάσματος. εἰς εὐρίσιν δὲ τοῦ ζητούμενου ἀχθῆτω ὅτι α' ἀριθμὸς, καὶ ὁ β': ἐπὶ τὸ ἴδιον ἑκατος κλάσμα, καὶ συρισάτωσαν τὰ ἦ θ', κ' λ', κλάσματα. εἶτα μρισθῆτω τὸ κ' λ', κλάσμα ἐπὶ τὸ ἦ θ', ὡς προσημνύεται ἐπὶ τοῦ α'. προβλήματος, καὶ ἔσω πηλικον τὸ μ' ν', καὶ τοῦτο εἶται τὸ ζητούμενον. Διὰ δὲ τὸ σαφέστερον, ἀχθῆτω τὸ μ' ν', κλάσμα εἰς ἐλαχίστους ὄρους τοῦς ε' ς', τιμάτω ἀρα ὁ πῆχυς τοῦ αὐτοῦ ὑφάσματος τριῶν τετάρτων τοῦ λεπτοῦ, ὡς καὶ ἐν τῷ τετάρτῳ ὑπετίθη Ἰ' ποδίγματι τῶ προτέρου Κιζαλίς.

α: 8: γ: 5: β: 6: ε: 15: δ: 8: ζ: 32: α: 69: X α: 207: δ: 8: λ: 32: μ: 1656: ε: 3: ν: 2208: θ: 4:

Πρόβλημα Ε'.

Ὁ αὐτὸς ὅτι ἠγόρασε πλίθους ὀκτὸς πέντε καὶ πεντήκοντα πρὸς τοῖς διακοσίοις δίδωκε τῷ πλιθουργῷ λεπτὰ ἑνδεκα καὶ διακείσια πρὸς τοῖς χιλίοις καὶ ἐν τέταρτον τὸ λεπτοῦ. Ζητεῖ οὖν μεθὴν πόσω λεπτῶν ἑκατος ἐτιμάτο πλίθους.

Εἶσω δὲ παρακατικὲς τῆς μὲν τῶν πλίθων ποσότητος ὁ α': ἀριθμὸς, τῆς δὲ τῶν διδομένων λεπτῶν τῷ πλιθουργῷ ἀντὶ τῶν πλίθων ὁ β': μετὰ τοῦ γ' δ', κλάσματος. εἰς εὐρίσιν δὲ τοῦ ζητούμενου ἀχθῆτω ὁ β': ἀριθμὸς ἐπὶ τὸ γ' δ', κλάσμα, καὶ συρισάτω τὸ ε' ζ', εἶτα μρισθῆτω τὸ αὐτὸ ε' ζ', κλάσμα ἐπὶ τὸν α' ἀριθμὸν κατὰ τὰ προσημνεία, καὶ ἔσω πηλικον τὸ ἦ θ', ἐπειὶ δὲ ὁ ἦ: ἀριθμητικὸς μείζων ἐστὶ τοῦ θ': παρονομασοῦ, μρισθῆτω ὁ αὐτὸς ἦ: ἐπὶ τὸν θ': καὶ ἔσω πηλικον ὁ κ': μετὰ τοῦ λ' μ', κλάσματος, εἰς ἀριβοσίραν δὲ τοῦ ζητούμενου εὐρίσιν ἀχθῆτω τὸ λ' μ', εἰς ἐλαχίστους ὄρους τὸς ν' ξ'. Ἐκατος ἀρα πλίθους τιμάται λεπτὰ τεσσαρῶν καὶ τριῶν τετάρτων τοῦ λεπτοῦ, ὡς περ καὶ ἐν τῷ α'. ὑπετίθη προβλήματι τοῦ προτέρου.

α: 255: β: 1211: γ: 3: δ: 4: α: 4845: X α: 255: ζ: 4: ι: 1 μ: 4845: ν: 1020: δ: 4: λ: 765: ς: 4: μ: 1020: ξ: 4:

Πρόβλημα ζ.

Άλλος δὲ τις ἀποσάμνος ἔκτινος εἶδους ὑφάσματος πῆχυς ἑπτὰ, καὶ ἐξ ὄψεως τοῦ πῆχυος διδάκει τῶ ἑμπούρι λιπτά δύο καὶ τριαράκοντα πρὸς τοῖς ἑκκτόν, καὶ ἐν δωδῆκον τῷ λιπτοῦ. Ζητῶ ἂν εἶδῃται πῶσῳ ὁ πῆχυς τιμάται.

Κρίσθω ὁ μὲν α: μετὰ τοῦ β' γ', κλάσματος παραστατικὸς τῆς τῶν πῆχυων ποσότητος, ὁ δὲ δ: μετὰ τοῦ ε' ζ', κλάσματος τῆς τῶν ὀδομένων λιπτῶν ποσότητος. Εἶτα ἀχθῆτω ἑκάτερος τῶν αὐτῶν ἀριθμῶν α: καὶ β: ἐπὶ τὸ ἴδιον κλάσμα, καὶ συνισαθῶσιν τὰ κ' δ', καὶ λ', καὶ μ' ἐπιθῆτω τὸ α' λ', ἐπὶ τὸ κ' δ', καὶ ἐπὶ τὸ α' π' λίκον παρεχόμενοι μ' ν', κλάσμα μιλῶν ἐπὶ τῆς μοῖρας, μεριθῆτω ὁ μ': ἀριθμητὴς ἐπὶ τὸν ν': καὶ τὸ πῆλυον ὁ ζ': ἀριθμὸς μετὰ τῷ π' β', κλάσματος ἴσαι τὸ ζητούμενον. Διὰ δὲ τὸ σαφέστερον ἀχθῆτω τὸ π' β' κλάσμα εἰς εἰσαχθῆσθε ὄρου τῆς σ' τ', ἐπιμάτω ἀρα ὁ πῆχυς λιπτῶν ὀκτωκαίδεκα, καὶ ἑνὸς τρίτου τῷ λιπτῷ, ὡς καὶ ἐν τῷ ε'. ἐπιθῆτω τῷ προτέρῳ προβληματι.

α: 7:	β: 6:	δ: 14:	ε: 1:
	γ: 8:		ζ: 12:
ν: 62:	X		κ: 1209:
σ: 8:	λ: 12:		
μ: 13640:	μ: 13640:		
6200	744:		
248			
ν: 744:	σ: 248:	ο: 1:	
ε: 18:	ρ: 744:	τ: 3:	

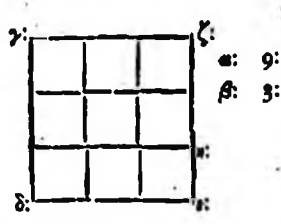
Ταύτη μὲν ἂν ἡ τῶν Κλάσμάτων χρῆσις, κατὰ τὰ τρίαρα τῶν ἀριθμῶν Εἶδη, ἢ καὶ Στοιχεῖα ἰσομαθῆται, τὴν Σύνταξιν, φησὶ, Αφαίρισιν, Πολλαπλασιασιν, καὶ Διαίρισιν. Ἰσθόν δ' ὅτι διὰ μὲν τῆς Αφαίρισιν, ἡ Σύνταξις βιβαιῦται, καὶ ἀνάπαλιν διὰ τῆς Σύνταξις ἡ Αφαίρισις. διὰ δὲ τῆς Διαίρισιν ἡ Πολλαπλασιασιν, ὡσπερ καὶ διὰ τῆς Πολλαπλασιασιν ἡ Διαίρισις. Ἐπεὶ δὲ παρὰ τὰ σημεῖα Εἶδη τοῦ ἀριθμοῦ εἰσὶ καὶ αἱ καλούμεναι Μέθοδοι, ἢ τῶν Τριῶν δηλ: ἡ τῶν Πέντε, καὶ τῶν ἑπτὰ, δυνάμεια πάντως καὶ κατ' αὐτὰς χρῆσθαι τοῖς Κλάσμασιν, ἑάντε μόνῳ ὄσιν, ἑάντε ἀριθμοῖς πρόσκεινται, τὰ προαγγελλόμενα ἐφ' ἑκάστης Μεθόδου φηλαττοσι. Οἷον ἐπὶ τῆς τῶν Τριῶν Μεθόδου κειμένην τῶν ὄρων ὡς δὴ, ἰὰν ὀρθῶ ἴην ἡ Μέθοδος, τὸν β'. χρῶν τῶν ὄρων ἐπὶ τὸν γ'. πολλαπλασιάζειν, ἢ τὸ ἀνάπαλιν, καὶ τὸν γινόμενον μερίζει ἐπὶ τὸν δ'. Ἐάν δὲ πλαγίῳ β', τὸν α'. οὐὶ πολλαπλασιάζειν ἐπὶ τὸν γ'. καὶ τὸν γινόμενον διαίρειν ἐπὶ τὸν β'. ἢ γὰρ πολλαπλασιάζειν μὲν τὸν α'. ἐπὶ τὸν β'. τὸν δὲ γινόμενον μερίζει ἐπὶ τὸν γ'. ὡς ὅτι περὶ αὐτῆς ὁ λόγος ἠρμηνεύεται. Ὡσαύτως καὶ ἐπὶ τῆς τῶν Πέντε καὶ ἑπτὰ φηλάττειν χρῆσθαι, ὅσα ἐν τῇ ἐκείνῳ διάρσει Ἐρμηνείᾳ πρὸς τὴν κατ' αὐτὰς τῶν ἀριθμῶν χρῆσιν, καὶ πρὸς τὸ μετρίμειν συμβαίνειν ἀπάντη. Διὸ οὐδὲ μακρολογητέον ἡμῖν περὶ αὐτῶν, ἵνα μὴ εἰς τετυτολογίαν ἰμπίσωμεν.

Κ Ε Φ Α Λ Α Ι Ο Ν Ζ.

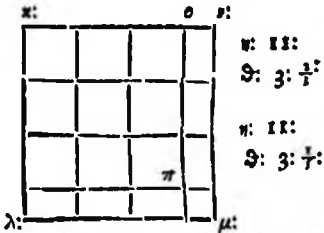
Περὶ Ἐξαγωγῆς Ριζῶν, καὶ Α' τῆς τετραγωνικῆς.

Πληρώσασιν ἡδὴ τὴν περὶ χρῆσεως Ἐρμηνείαν τῶν τε ἀειραίων ἀριθμῶν καὶ κελασμένων ἐπέμειν ἑστὶ διαλαθεῖν καὶ περὶ τοῦ τρόπου τῆς τῶν Ριζῶν ἔξαγωγῆς τετραγώνων φημὶ καὶ κῶβων. Δι' ἡμετέριον δὲ ἡ τούτου Ἐρμηνεία, καὶ οὐδὲν ἕττον χρῆσιμος, ἂν δὲ πολλοῖς καὶ διαφορῶς Μαθηματικῶς προβλήμασι χρῆσιμύοτος. οὐδ' ἄλλῃ τινὶ τῶν Μαθηματικῶν Πραγματεῶν οἰκείῃ, ὅτι μὴ τῇ Αριθμητικῇ, ὡς τὴν ποσότητα ἀνιχνεύοτος. Διὸ δὲ κἀνταῦθα ὅσον ἔστι σπουδάσομεν τὸν περὶ αὐτοῦ σαφῆσαι λόγον.

Ἐστὶ μὲν ἂν τετράγωνος ἀριθμὸς ἰδίως μὲν ὁ ἴσῶς ἴσος, ἢ ὁ ὑπὸ δύο ἴσων ἀριθμῶν περιεχόμενος, ἢ ὁ ἀπὸ τίνος ἀριθμοῦ ἐφ' αὐτὸν πολλαπλασιαζομένου γινόμενος, οἷος ὁ α': ὡς τις ἐκ τοῦ β': ἐφ' αὐτὸν πολλαπλασιαζομένη γίνεται. καὶ ὁ μὲν β': ρίζα τοῦ α': ὀνομάζεται, ὁ δὲ α': δύναμις τοῦ αὐτοῦ β': λαμβάνεται δὲ ὁ τετράγωνος ἀριθμὸς παρὰ τοῖς Μαθηματικοῖς, ὡς ἐπίπεδον τετραγώνου φέρων σχῆμα, οἷον τὸ γ' δ' ε' ζ', οὐ ρίζα τὸ δ' η', ὀρθογώνιον. Ὅσοι μὲν γὰρ τῶν ἀριθμῶν ὡς ἐπίπεδα λαμβάνονται τῶν καὶ μονάδων ὡς ἐπίπεδα ἰνοῦνται, καθὰ καὶ ἐν τῷ α'. Κεφαλαίῳ τοῦ α'. τῷ παρόντος εἰρηται. καὶ τοιοῦτος μὲν ὁ ἰδίως τετράγωνος ἀριθμὸς, ἀπλῶς δ' ἅπας ἀριθμὸς δύναται ὡς τετράγωνος ἰνοῦσθαι, ὡσπερ ε: ἢ οὐ τιποσ: κἄν μὴ ἢ ρίζα ὀλό-



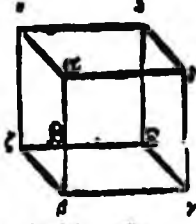
απλῶς τις ἀριθμὸς, ἔστι ἑμπης μετὰ τινος κλάσματος, ὡς τις ἐφ' ἑαυτὸν πολλαπλασιαζόμενος τετραγώνου ἰσὺς ποιεῖται μίζονα του κ: ἢ ἐστὶ ρίζα. Τούτου δι' παραστατικὸν ἐστὶ τὸ κ' λ' μ' ν', Διάγραμμα.



Κυβικὸς δὲ ἀριθμὸς ἐστὶ, ἰδίως μὲν ὁ διὰ Πολλαπλασιασμῶν τετραγώνου τινος ἀριθμοῦ ἐπὶ τὴν αὐτοῦ ρίζαν γινόμενος, ἢ δὲ τοῦ τετραγώνου ρίζα, ἢ τῆς κυβικῆς ἀριθμοῦ ρίζα λέγεται. Οἷον κίσθω τετραγώνος ἀριθμὸς ὁ α: εὖ ρίζα ὁ β: ὁλόκληρος ἀριθμὸς. Πολλαπλασιαζόμενος γὰρ του α: ἐπὶ τὸν β: γινέσθω ὁ γ: ὁ γ: ἄρα κυβικὸς ἐστὶν ἀριθμὸς. καὶ τούτου μὲν ρίζα ἐστὶ ὁ β: του δὲ β: δυνάμεις ἐστὶν ὁ αὐτὸς γ: μετὰ τῆ α: πρῶτον μὲν ὁ β: ἑαυτὸν πολλαπλασιάζων τὸν α: ποιεῖ. πολλαπλασιάζων δὲ ἢ τὸν α: ποιεῖ τὸν γ: ὡσπερ δὲ οἱ τετραγῶνοι ἀριθμοὶ ὡς ἐπίπεδα ἰσοῦνται, οὕτως ἢ οἱ κυβικοὶ ὡς στερεὰ ὑποτίθενται, οἷον τὸ γ' ἢ, ἢ β' αἰσὶ τὸ ἀβ' γ' δ', ρίζα δὲ ἢ τῆ αὐτοῦ ἀβ' γ' δ', ρίζα. Δεῖ δὲ καὶ τὰς μονάδας τοῦ κυβικοῦ ἀριθμοῦ, ὡς ἐλάχιστας κύβους εἰσεῖν, ὡσπερ καὶ τὰ τοῦ τετραγώνου ὡς ἐλάχιστα ἰσοῦνται τετραγῶνα. ἀπλῶς δ' ἀπᾶς ἀριθμὸς ὡς κύβος δύναται ἰσοῦσθαι. Ἀλλὰ τῶν μὲν κυρίως κυβικῶν ἀριθμῶν ἢ ρίζα ὁλόκληρος ἐστὶν ἀριθμὸς μόνος ἢ σύμμιτρος τῶ ἄλλῳ, τῶν δὲ ἄλλων μετὰ τινος κλάσματος, ἢ ἀσύμμιτρος.

α: 9: β: 3:
β: 3: β: 3:
γ: 27: α: 9:

Ἰστέον δ' ὅτι οὐ μόνον ὁ ὡς ρίζα λαμβανόμενος ἀριθμὸς ἑαυτὸν μὲν πολλαπλασιάζων τετραγῶνοι ποιεῖ, τὸν δὲ τετραγῶνον ὡσαύτως πολλαπλασιάζων ποιεῖ τὸν κύβον, ἀλλ' ἔτι δύναται ἢ τὸν κύβον πολλαπλασιάζων ποιεῖν τῆ αὐτῆς μετ' ἐκείνου ἄλλοι, καὶ αὐτὸς ἄλλοι, ἢ τούτο ἐπ' ἀπειροῖ. Πάντες δὲ οἱ γενόμενοι ἀριθμοὶ δυνάμεις ἴσονται τοῦ α. αὐτὸς δὲ ρίζα τῶν γινόμενων πάντων καθέστηκε. παρὰ δὲ τοῖς περὶ τὰ τοιαῦτα ἀχολουμιεῖς διαφόρους καὶ τὰς ὀνομασίας οἱ γινόμενοι ἀποδέχονται.



Οἷον ἐκλήσθω πρὸς ευκρίνειαν τῶν λεγομένων ἀπὲρ ρίζης ὁ α: χαρακτήρ, ὡς τις αὐτοῦ μὲν πολλαπλασιάζων πενήσει πάντως τὸν β: τετραγῶνος ἀριθμοῦ, τὸν δὲ β: πολλαπλασιάζων ποιεῖται τὸν γ: κυβικόν, τούτου δ' αὐθις πολλαπλασιάζων ποιεῖται τὸν δ: τετραγῶνον τετραγῶνα προσαρρηόμενον. Διὰ τούτου δὲ πενήσει τὸν ε: ὑπερέτερος πρῶτον. διὰ δὲ τούτου τὸν ζ: τετραγῶνος κύβου. καὶ ἐφεξῆς αἰεὶ διὰ συνεχῆς πολλαπλασιασμοῦ, μίζονα ποιεῖται στερεὸν ἀριθμὸν ἄλλως πως παρανομαζόμενον, ὡς τοῖς δευτέροις περὶ ταῦτα ἴδοξε, περὶ ὧν Θεῶ διδότος πλατύτερον ἐν ἄλλοις εἴρωμι.

- 2: α: 4: β: τετραγῶνος.
- 2: 4: β: 8: γ: κύβος.
- 2: 8: γ: 16: δ: τετραγῶνος τετραγῶνου.
- 2: 16: δ: 32: ε: ὑπερέτερος α.
- 2: 32: ε: 64: ζ: τετραγωνόκυβος.
- 2: 64: ζ: 128: η: τετραγῶνος τετραγωνοκύβου.
- 2: 128: η: 256: θ: ὑπερέτερος β.
- 2: 256: θ: 512: ι: κύβος κύβου.
- 2: 512: ι: 1024: κ: τετραγῶνος α. ἐπιφωρέμιος.
- 2: 1024: κ: 2048: λ: ὑπερέτερος γ.
- 2: 2048: λ: 4096: μ: κύβος τετραγῶνου τῆ τετραγῶνου.
- 2: 4096: μ: 8992: ν: τετραγῶνος β. ἐπιφωρέμιος.

Οἱ μὲν ἢν ἀβ' γ' δ', ἢ λοιποὶ ἀριθμοὶ δυνάμεις εἰσὶ τοῦ α: χαρακτήρος, ὁ δὲ α: ρίζα τῶν αὐτῶν. πάντες γὰρ ὡς ἐκ πρώτης ἀρχῆς τοῦ α: γινώσκονται. Ὅσπερ δὲ γίνονται ἐπὶ τῆ α: τὰ αὐτὸ ἔχει γινέσθαι καὶ ἐπὶ παύσει ἄλλου ἀριθμοῦ.

Ἰστέον ἔτι, ὅτι ἐπὶ μὲν τῶν τετραγῶνων ἀριθμῶν ὁ εἰς χαρακτήρι ἢ δυοὶ συνεχόμενος ρίζα ἔχει ἐπὶ συνεχόμενον χαρακτήρι. ὁ δὲ ἐκ τριῶν ἢ τεσσάρων συνεχόμενος χαρακτήρων ρίζαν ἔχει ἐκ δύο μόνων συνεχόμενων: του δὲ ἐκ πέντε ἢ ἕξ συνεχόμενοι χαρακτήρων ἢ ρίζα ἐκ τριῶν συνεσταται. ἐπὶ δὲ τῶν ἐφεξῆς ἀναλόγως. αἰεὶ γὰρ ἐπὶ τῆς γινόμεως τῶν τετραγῶνων τὸ πλῆθος τῶν χαρακτήρων τῆς ρίζης μέχρι τοῦ διπλασίου ἐπαύξεται, καθὰ διὰ τῆς πράξεως ἄλλοι γίνονται. Ἐπὶ δὲ τῶν κυβικῶν ὁ εἰς ἢ δυοὶ, ἢ τρισὶ συνεχόμενος χαρακτήρι ρίζαν ἔχει ἐπὶ συνεχόμενον χαρακτήρι. ὁ δὲ ἐκ τεσσάρων, ἢ πέντε, ἢ ἕξ συνεχόμενος χαρακτήρων, ρίζαν ἔχει ἐκ τριῶν ἢ ἑξ συνεχόμενων. του δὲ ἐπὶ πέντε, ἢ ὡκτώ, ἢ ἐννέα συνεχόμενοι χαρακτήρι ἐκ τριῶν ἢ ρίζα συνεσταται. αἰεὶ δὲ ἐπὶ τῆς τῶν κυβικῶν ἀριθμῶν γινόμεως τὸ πλῆθος τῶν τῆς ρίζης χαρακτήρων μέχρι τοῦ τριπλασίου ἐπαύξεται. ὁ γὰρ α: χαρακτήρ μίγνυσι ἐστὶ τῶν ἀπὸ μονάδος χαρακτήρων. ὁ δὲ β: ἀριθμὸς ὑπερέχει πάντας τῆς ἐκ δύο συνεχόμενους χαρακτήρων, ὡσπερ ἢ ὁ γ: τοὺς ἐκ τριῶν. Ἐὰν ἢν οἱ αὐτοὶ ἀπὲρ ρίζων ληθῶσιν, ἐφ' ἑαυτοῦ μὲν ἀπᾶς πολλαπλασιάζου-

νοι, ποίησιν τὰς δ' ἰζ', τετραγώνως ἀριθμῶς. ἂν ὁ μὲν δ': διπλασίως ἐστὶ τῷ πλῆθει τῷ χαρᾷ κτῆρος α': ὁ δὲ ε': τῷ β': ἀριθμῶ, καὶ ὁ ζ': τῷ γ': ἐπὶ δὲ τὸν ἐπ' αὐτοῦ τετραγώνως ἕκαστος πολλαπλασιαστέος ποίησιν τὰς ἡ δ', κυβικῶς ἀριθμῶς, ἂν ὁ μὲν ε': τριπλασίως ἐστὶ τῷ πλῆθει τῷ χαρακτῆρος α': ὁ δὲ ς': τῷ β': ἀριθμῶ, καὶ ὁ κ': τῷ γ':

α: 9:	β: 99:	γ: 999:
9:	99:	999:
δ: 81:	891	8991
9:	891	8991
α: 729:	α: 9801:	ζ: 998001:
	99:	999
	88209	8982009
	88209	8982009
δ: 970299		8982009

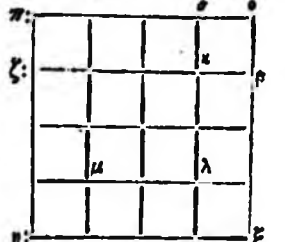
Λήμμα Α.

Ἐάν τετραγώνως ἀριθμῶ μονὰς προσεῖθῃ τῆς ρίζης αὐτοῦ διπλασιασθείσας, ἢ εἴ ἀπάντων γινόμενος ἀριθμὸς προσεχῆς μίλων τετραγώνως ἴσται.

Ἐστὼ τετραγώνως ἀριθμῶς ὁ α': ἢ ρίζα ὁ β': διπλασιασζομένου δὲ τῷ β': γινέσθω ὁ γ': καὶ γραφῆτω ὑπὸ τὸν α': ὑφ' οὗ ταχθέντες ἢ δ': μονάδες. Εἴτα γινέσθω ἐκ τῶν ἀ γ δ', ὁ ε': ἀριθμὸς, καὶ τῶν αὐτῶν λίγων εἴηαι τετραγώνως προσεχῆ μίλῳα τῷ α'. Εἰλήθῃω ἥ ἀπὸ τῷ α': ἀριθμῶ τὸ ζ' ἢ δ' κ', τετραγώνως, ἢ ρίζα τὸ ἡ λ', ὀρθογώνιοι ἐκ τριῶν μονάδων συγχεῖσθαι τῶν ἡ μ, μ γ, κ λ, καὶ ἑξαγώνως ἢ δ' ς', ἐπὶ τὸ ε': ὡς τῆ ς' ε', ἴσται εἶναι τῆ ς' δ', ἀπὸ δὲ τῷ ε': ἡ χ θω ἢ ε' ο', παράλληλος μὲν τῆ δ' κ': ἴσται δὲ τῆ ἡ ε', καὶ συμπληρωθῆω τὸ ἡ ε', ὅπ', παραλληλογράμμου.

ἢ ἐπὶ ἢ ε' θ, ἴσται γήγορ τῆ ἡ ε', καὶ τῆ μὲν ἡ ε', ἴσται ἐστὶν ἢ π' ο', τῆ δὲ ε' ο', ἢ π' κ', καὶ τῆ λ δ'. τῷ α'. τῷ στοιχειωτῷ πάντως γινέσθω ἡ ε' ο' π', παραλληλογράμμου ἰσοπλευροῦ ἐστὶ. Ὅτι δὲ καὶ ὀρθογώνω, ἄλλοι. εἰς δύο ἥδη παραλλήλους τὰς ἡ π', ε' ο', πίπτωσιν ἢ ἡ ε', ὡς αἱ ὑπὸ π' ἡ ε', ἡ ε' ο', γινώσται δυοῖν ὀρθαῖς ἴσται εἶναι καὶ τῷ α δ'. τῷ αὐτῷ. ἀλλ' ἢ ὑπὸ π' ἡ ε', ὀρθῆ ἐστὶν καὶ τῷ ὑπὸ εἰσιν, ὀρθῆ ἀρα ἐστὶ καὶ ἢ ὑπὸ ἡ ε' ο', ἀλλὰ τῆ μὲν ὑπὸ π' ἡ ε', ἴσται ἐστὶν ἢ ὑπὸ ε' ο' π'. τῆ δὲ ὑπὸ ἡ ε' ο', ἢ ὑπὸ ἢ π' ο', καὶ τῆν βεθεῖσται λ δ'. ἀρα τὸ ἡ ε', ὅπ', ὀρθογώνιον ἐστὶ, δίδεται δὲ καὶ ἰσοπλευροῦ, τετραγώνως ἀρα. Ἐπει δὲ πάλιν τέμνεται ἢ ἡ ε', καὶ τὸ δ' ς': ὡς ἑυχε, πάντως γινέσθω ε' π', ἴσται ἐστὶ τοῖς ἡ κ, κ' ο', τετραγώνως, καὶ ε' κ, κ' π', ὀρθογώνιας, καὶ τῆν δ'. τῷ β'. τῷ στοιχειωτῷ. Ἀλλὰ τὰ ε' κ, κ' π', ἴσται ἀλλήλους εἶναι, καὶ τῆν μ γ'. τῷ α'. τοῦ αὐτοῦ, τὸ δὲ ἡ κ', ἴσται ἐστὶ τῷ ἡ λ', ἢ ἥ δ' ς', ἴσται ἐστὶ τῆ ζ' κ', καὶ ἢ δ' λ', τῆ κ' σ', ἀρα καὶ τὸ ε' κ', ἴσται ἐστὶ τῷ ἡ λ', ἐστὶ δὲ καὶ τὸ κ' ο', ἴσται τῷ γ' λ', τετραγώνως ἥ ἑκάτερον, τὸ μὲν καὶ τὸ Πόρισμα τῆς δ'. τῷ β'. τῷ στοιχειωτῷ, τὸ δὲ ὅτι μέρος ἐστὶ τῷ ἡ κ', τετραγώνως, καὶ ὁμοίον αὐτῷ τῷ εἶδει. Ἀλλὰ τὸ γ' λ', μονάδος ἐστὶ παρασπαικόν, ἀρα καὶ τὸ κ' ο', ὁμοίως μονάδος ἐστὶ παρασπαικόν. ὡς τὸ ἡ ο', τετραγώνως συνίσταται ἐκ τῷ ἡ κ', τετραγώνως, καὶ τῆς αὐτοῦ πλειυρᾶς δις λαμβανόμενης, δηλ: τῶν ε' κ, κ' π', παραλληλογράμμου. ἴτι δὲ καὶ τῷ κ' ο', μονάδος χάρων ἀπαπληρῆτος, καὶ ἐπομίνως ἀναλογεῖ τῷ εἶ ἀριθμῶ. τὸ δὲ ἡ ο', τετραγώνως προσεχῆς ἐστὶ μίλων τῷ ἡ κ', τετραγώνως, ἀρα καὶ ὁ ε': τετραγώνως ἀριθμῶς, προσεχῆς ἐστὶ μίλων τῷ α': τετραγώνως ἀριθμῶ.

α: 9:	β: 3:
γ: 6:	α: 2:
δ: 1:	γ: 6:
α: 16:	

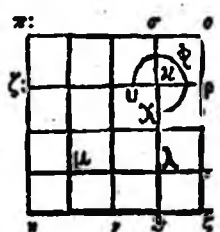


Λήμμα Β.

Ἐάν ἀπότινος τετραγώνως ἀριθμῶ δις ἢ αὐτῷ ἀφαιρεθῇ ρίζα πλὴν μονάδος, ἐναποληφθήσεται τετραγώνως ἀριθμῶς προσεχῆς ἑλάττω.

Ἐστὼ ὁ ε': τετραγώνως ἀριθμῶς, ἢ ρίζα ὁ δ': ἕτινος διπλασιασθέντος γινέσθω ὁ γ': τῶν δὲ μονάδος ἀφαιρεθείσας ἐναποληφθήσεται ὁ β': ὅστις ἀφαιρεθῆω ἀπὸ τῷ ε': καὶ ἐπὶ ἐναπολείπεται ὁ α': λίγων τὸν α': τετραγώνως εἶναι προσεχῆ ἑλάττωα τῷ ε': ληφθέντων ἥ τὸ ἡ ο', τετραγώνως ἀπὸ τοῦ ε': τῆραγώνως ἀριθμῶ, ἢ ρίζα τὸ ἡ τ', ὀρθογώνιος, καὶ ἀφαιρεθῆω τῶν δ' ὅφ' χ', γινώμων, ὡς ἐναποληφθήσεται τὸ ἡ κ', τῆραγώνως. Ἐπει δὲ ὁ ὅφ' χ', γινώμων σύγκηται ἐκ τῶν δ' ς', ὁ ζ', ὀρθογώνιος, ἑκάτερον δὲ τῶν ἴσται ἐστὶ τῷ ἡ τ', πάντως γινέσθω ὁ αὐτὸς ὅφ' χ', γινώμων ἴσος ἐστὶ τῷ ἡ τ', παραλληλογράμμου δις λαμβανόμενης πλὴν μονάδος. τὸ ἥ κ' ο', παραλληλογράμμου δις ἐκ αὐτῶν λαμβάνεται, καὶ ἐπομίνως ἀναλογεῖ τῷ β': ἀριθμῶ. Ἐπει δὲ καὶ τὸ ἡ ο', εἰλήπται ἀπὸ τῷ ε': ἀριθμῶ, πάντως γινέσθω ἡ κ, ἀναλογεῖσται τῷ α': ἀλλὰ τὸ ἡ κ', τετραγώνως ἐστὶ προσεχῆς ἑλάττω. ἢ ἥ δ' ς', ἴσται ἐστὶ τῆ δ' κ', τὸ δὲ ἡ λ', ὀρθογώνιος, ἀφ' ἢ τὸ ἡ κ, ὡς ἀπὸ ρίζης συνίσταται μονάδι ἑλάττωα τῷ ἡ τ', ἀρα καὶ ὁ α': τετραγώνως ἐστὶν ἀριθμῶς προσεχῆς ἑλάττω. Ὅπῃρ ἴδει δεῖξαι.

α: 16:	δ: 4:
β: 7:	δ: 4:
α: 9:	γ: 8:
	α: 1:
	β: 7:



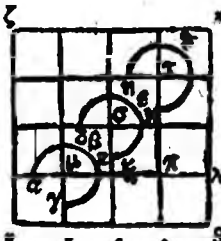
Λήμμα

Λήμμα Β'

Πᾶς τετράγωνος ἀριθμὸς ἐκ τούτων περιττῶν σύγκειται ἀριθμῶν ἀπὸ μονάδος ἀρχομένων, ὅσαι εἰσὶν αἱ τῆς αὐτῆς ρίζης μονάδες.

Ἐστὼ τετράγωνος ἀριθμὸς ὁ δ': ἡ ρίζα ὁ δ': ἐκ τούτων συγκείμετος μονάδων. Λέγω δὲ τῆν ἑ: ἀριθμὸν ἐκ τούτων συγκείσθαι περιττῶν ἀριθμῶν ἀπὸ μονάδος ἀρχομένων. Εἰληφθῶ ἤ τὸ ζ' ἢ θ' α', τετράγωνος αὐτῆ. τὴ ἑ: τετράγωνος ἀριθμῶν, ἡ ρίζα τὸ ἡ λ', ὀρθογώνιον ἐκ τῶν ἡ μ', ἡ ζ', ὁ π', ῥ λ', ἐλαχίστων τετράγωνων συγκείμετος. Ἐν τούτῳ οὖν τῷ ζ' ἢ θ' α', τετράγωνος πρώτος τετράγωνός ἐστι τὸ ἡ μ', ὃ καὶ μονάδα περιεστῆ, δεύτερον δὲ καὶ προσεχὲς μίξρον τὸ ἡ μ', τὸ ἡ σ', ἡ ρίζα τὸ ἡ ξ', τρίτον δὲ καὶ προσεχὲς μίξρον τὸ ἡ σ', τὸ ἡ τ', οὐ ρίζα τὸ ἡ π', τέταρτον δὲ καὶ προσεχὲς μίξρον τὸ ἡ τ', τὸ ἡ π', ἐστὶ τετράγωνος. Ἀφαιρούμεν δὲ τὸ ἡ μ', ἀπὸ τοῦ ἡ σ', ἐγκαταλείπειται ὁ α β γ', γινώσκων, ἡ ἡ σ' ἐστὶ πρώτη περιττῶ ἀριθμῶν παρασατικός καὶ μονάδα, καὶ τὸ α. Λήμμα. τὸ δὲ ἡ σ', αφαιρούμεν ἀπὸ τοῦ ἡ τ', ἐγκαταλείπειται ὁ δ' ἡ ζ', γινώσκων ἡ ἡ σ' ἐστὶ β'. περιττῶ ἀριθμῶν παρασατικός καὶ τὸ αὐτὸ Λήμμα. Ἀφαιρούμεν δὲ καὶ τὸ ἡ τ', ἀπὸ τοῦ ἡ π', ἐγκαταλείπειται ὁ ἡ β' κ', γινώσκων τρίτου ὡν περιττῶ ἀριθμῶν παρασατικός, ἐπεὶ δὲ ἡ μονὰς λαμβάνεται καὶ ἀπὸ τῆς ἡ π', καὶ ἀπὸ τῆς ἡ σ', δευτέρου γὰρ ἐστὶν ἐκείνου, ἐὰν λαθῶν ἐπιτελεθῶ ἀπὸ πρώτου περιττῶ, ὁ μὲν α β γ', γινώσκων δεύτερος ἐστὶν, ὁ δὲ δ' ἡ ζ', τρίτος, καὶ ὁ ἡ θ' κ', τέταρτος, ἀλλὰ τὸ ἡ κ', τῆράγωνος, ἴσος ἐστὶ τοῖς τρισὶ γινώσκων, ἡ θ' κ', ὁ δ' ζ', ὁ β γ', ἡ ἡ μ', ἐλαχίστων τετράγωνων, ἡ εἰληπται ἀπὸ τῆ ἑ: ἀριθμῶν. Ἄρα ὁ δ': ἀριθμὸς περιέχεται ἐκ τούτων περιττῶν ἀριθμῶν Α Β Γ Δ, Γ Δ, ἐστὶ δὲ καὶ ἡ τούτῳ ρίζα τούτων παρασατικών μονάδων. Πᾶς ἄρα τετράγωνος ἀριθμὸς ἐκ τούτων περιττῶν σύγκειται ἀριθμῶν ἀπὸ μονάδος ἀρχομένων, ὅσαι εἰσὶν αἱ τῆς αὐτῆς ρίζης μονάδες. Ὅπερ ἦν τὸ ὑποθεθέν.

ε: 16:	1
δ: 4:	3
	5
	7
ε: 16:	

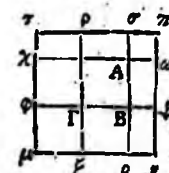
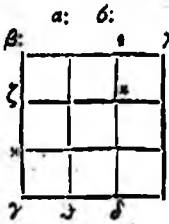


Λήμμα Δ'

Ὁ μὴ τετράγωνος ἀριθμὸς ἢ μόνον ἐπιτελεῖ, ἀλλὰ καὶ κεκλασμένως, ρίζης ἀπορεῖ.

Α Β Γ Δ:
ε: 3: 5: 7:

Ἐστὼ μὴ τετράγωνος ἀριθμὸς ὁ δ': Λέγω δὲ τούτων ἐπιτελεῖ ἄρα καὶ κεκλασμένως ρίζης ἀπορεῖν. Εἰληφθῶ ἤ τὸ β γ δ ε', ὀρθογώνιον αὐτῆ τὸ α': ἀριθμοῦ ὑπὸ τῶν β γ', γ δ', πλευρῶν περιχώμενον, ὡς ἡ μὲν β γ', ἴσῃ διηρημένη εἰς μέρη τρία ἴσα ἀλλήλοις τὰ β ζ', ζ η', ἡ γ', ἡ δὲ γ δ', εἰς δύο τὰ γ θ', θ δ', τούτῳ μὲν ἦν ὅτι γε καὶ ἐστὶ ρίζα τετράγωνος ὑπὸ ἡ γ δ', πλευρᾶ, ὑπὸ ἡ β γ', ὄχιον. Ἐκ μὲν ἤ τῆς γ δ', πλευρᾶς συνίσταται τὸ γ κ', τετράγωνος ἵσατος τῷ γ ἡ, ὀρθογώνιος, ἐκ δὲ τῆς β γ', τὸ γ λ', μίξρον. Ἐστὼ τὸ γ ἡ, ὀρθογώνιον ἐπιτελεῖ ρίζης ἀπορεῖ. ὅτι δὲ καὶ κεκλασμένως, δεκτικῆται: Εἰληφθῶ γὰρ ἡ μ' ν', πλευρᾶ εἰς δύο καὶ ἡμισὺ διηρημένη μέρη, οἷα τὰ τῆς β γ', δηλ: τὰ μ ζ', ζ ὁ, ὁ ν', καὶ ἀπ' αὐτῆς ἀναγεγράφω τὸ μ π', τετράγωνος, καὶ τὸ μ ε'. τὸ α. τῷ στοιχείου. Ἐπιτελεῖται ἀπὸ τῶν ζ': ἡ ὁ: σημείων, αἱ ζ ρ, ὁ σ', εὐθείαι παραλλήλως τῆ μ τ', ἀπὸ δὲ τῶν φ: καὶ χ: ἀχθῆναι αἱ φ ψ, χ ω, παραλλήλως τῆ μ ν', καὶ ἐπεὶ ἡ ὁ, διπλάσια ἐστὶ τῆς ὁ σ', πάσιως γε τὸ ζ λ', ὀρθογώνιον διπλάσιόν ἐστι τοῦ Α Β, ἀλλὰ τὸ Α β, ἴσος ἐστὶ τὸ τ Α, καὶ τὸ μ γ. τοῦ αὐτοῦ, τὸ ζ λ', ἄρα διπλάσιόν ἐστι καὶ τὸ τ Α, τὸ δὲ ζ λ', σύγκειται ἐκ δύο μονάδων τῶν ζ β', Γ λ', ἄρα ἰσάκερον τῶν τ Α, Α β', ἴσος ἐστὶ μὲν μονάδι. Ἐπεὶ δ' αὐτῆς τὸ μ λ', τῆράγωνος σύγκειται ἐκ μονάδων τούτων, πάσιως γε τὸ μ π', σύγκειται ἐκ μονάδων ἢ τῆ τῆ τῆ τῆ τετράγωνος, ὅπερ περιλαμβάνει τέταρτον μονάδος. Ἄρα τὸ μ π', τετράγωνος μίξρον ἐστὶ τῷ α': ἀριθμῶ. Ἐὰν δὲ ἡ μ ν', πλευρᾶ ἰσάκετων λαθῶν τῶν δύο καὶ ἡμισίως μέρων, τὸ ἀπ' αὐτῆς τῆράγωνος ἵσατος ἐστὶ τῷ α': ἀριθμῶ, ὡς δὴλον ὁ α': ἀριθμὸς καὶ ἔχει ρίζαν δι' ἀριθμῶ πρὸς παρισάμην, ὡς ἐπιτελεῖ, οὕτω μὲν κεκλασμένως. Ὁ μὴ τετράγωνος ἄρα ἀριθμὸς καὶ τ.



Ἐκ τούτων δὴλον ὅτι εἰ ὁ μὴ τετράγωνος ἀριθμὸς ρίζαν καὶ ἔχει ἐπιτελεῖ ἢ τῷ κεκλασμένως πολλῶν γὰρ μίλλων ὁ μὴ κυβικός.

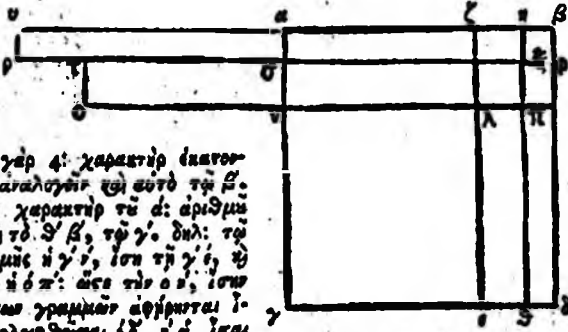
Πρότασις Α.

Αριθμὸν τετραγώνου δοθέντος τὴν τετραγώνου αὐτοῦ ρίζαν εὐρίην.

Ἐὰν τετραγώνος ἀριθμὸς ὁ α΄: ἢ ζητηθῆται ἡ τετραγώνου αὐτοῦ ρίζα, εἰς εὐρίαν δι ταύτης, ση-
 μνωθῆτω γιγμῆ, ἢ γγῆ, ἑλαχίστη γραμμῆ ὁ α΄. τὸ α΄: κῷ τὰ δεξιά χαρακτῆρ, ὁ α΄ μονάδων χώραν
 ἀναπληρῶν. Τὸ δὲ β. παραραμῖν, σημνωθῆτω ἢ ὁ γ. τὸν αὐτὸν τρόπον, ὅς ἢ ἐκαστοῦ ἀδὰς πα-
 ρίστοι. Παραραμῖν δὲ ἢ τὸ τετάρτου σημνωθῆτω ἢ ὁ δ. ὅστις δεκάδα χιλιάδος ἐμφαίνει, ἢ ἄ-
 τω διαμερῆσται ὁ α΄: ἀριθμὸς εἰς μέρη τρία. Ἐὰν δι πλείοσι ὡσι τῶν ἐξ χαρακτῆρος σημνωθῆ-
 τῶσιν ἢ οἱ λοιποὶ τὸν αὐτὸν τρόπον μίχρη τὸ ἔχατο. Εἴτα ζητηθῆτω ἡ ρίζα τὸ α΄. μέρη κατὰ
 τὰ ἀριστερά. Εὐρεθῆσται δ' αὐτῆ εὐχερέστερον ἰὰν ὁ προσεχῆς τετραγώνος ἀριθμὸς ἰσῶσμίνος εἴη.
 Ἐπει δὲ τὸ α΄. μέρη φοῖ ἐξ ἰσῶς ἢ δύο σύγκηται χαρακτῆρων τὸ προκειμῖν ἀριθμὸν πάντως γα ἢ
 τῆσράνωσ ἀυτὸ ρίζα δι ἰσῶς ἐμερῆσθῆσαι χαρακτῆρος κῷ τὰ μικρὸν
 πρὸσθῆν. σημνῖν. Διὸ ἐκαστὸσων ἐφεξῆς οἱ ἐντὶ ἀπὸ μονάδος 1 2 3 4 5 6 7 8 9:
 χαρακτῆρος ἢ ἑκάστος τῆσων πολλαπλασιαζόμενος ἐφ' ἑαυτὸν ποιεῖ 1 4 9 16 25 36 49 64 81:
 τῶν τῶν ἀπὸ αὐτῶν τετραγώνων ἀριθμῶν. Τῶν δὲ τετραγώνων τῆσων β γ δ ε ζ η θ κ λ:
 ἐφεξῆς κειμῖν ἄνω ὑπὸ τὴν ἰδίαν ἐκάστω ρίζαν, παραβληθῆτω τὸ α΄. τὸ α΄: μέρη ἐκάστω τετραγώνω, ἢ
 ἢ ρίζα τῶν τετραγώνων αὐτῶν τετραγώνου ἴσαι. ἢ αὐτῶ, τὸ α΄. δηλ: τὸ α΄: μέρη, ρίζα. Ἐπει ἔν τῶ α΄.
 τὸ α΄: μέρη ἰσῶστέροσ εὐρίσπηται τῶν ἀλλῶν ὁ ἢ: τῆσράνωσ ἀριθμῶσ, ἢ τῶν ρίζα τῆσράνωσ ἴσιν
 ὁ δ: χαρακτῆρ, γραθῆτω ὁ β: ἢ ἐπὶ τῆσ μ: γραμμῆσ ἴσῶα τὸ ν': ἢ ὑπὸ τῶ
 α΄. μέρησ τῶ α΄: ἴσῶα τὸ ε': εἴτα ἀφαιρῆθῆτω ὁ τὸ β: τῆσράνωσ ἀριθμῶσ ἀ-
 πὸ τῶ πρώτῶ μέρησ τῶ α΄: ἢ ὁ ἐναπολειπόμενος γ: χαρακτῆρ, γραθῆτω ἰ-
 σῶσιν τῶ αὐτῶ μέρησ. Τῶτῶ δὲ γινόμενῶ διπλασιαθῆτω ὁ ν': ἢ ὁ γινόμενος
 γραθῆτω ὑπὸ τὸν ε': πρὸσ τὰ δεξιά ἐκτενόμενος ἴσῶα τὸ π': ἐπει δὲ ἄτος
 συσαιοῖ τῶ β: χαρακτῆρι, ζητηθῆτω ποσῶσ ἐισέρχηται ἐν τῶ γ: ἀρι-
 θμῶ ὁ αὐτοσ π': ἀριθμῶσ, ἢ εὐρεθῆσθῆσαι πάντως τετραγῶσ, διὸ δὲ γραθῆτω
 ἐφεξῆσ τῆσ ν': ἢ π': ὁ δ: χαρακτῆρ. Εἴτα πολλαπλασιαθῆτω ἑκάστος τῶ π': χαρακτῆρ ἐπὶ τὸν α΄:
 τὸν ἐπὶ τῆσ γραμμῆσ, ἢ ὁ γινόμενος ἀφῆρῆθῶ ἀπὸ τῶ συσαιοῦντοσ τῶ π': δηλ: ἀπὸ τῶ 521: ἀριθμῶ
 κατὰ τὴν τῆσ διαιρέσεωσ Ἐριμνῖαν, ἢ τὸ ἐναπολειπόμενον γραθῆτω ἄνω. Ἐπει τοῖσιν ἐναπολεί-
 πηται ὁ 25: γραθῆτω ἄνω τῆσ μὴ μονάδωσ ὁ ε: χαρακτῆρ συσαιοῖ ἢ ταύτῶ ὁ 4: τοῦ δι 2: χα-
 ρακτῆρος γραθῆτω ἄνωσῶσῶσ ὁ δ: χαρακτῆρ. Διπλασιαζόμενῶ δ' αὐδῆσ τῶν τοῦ ε': χαρακτῆρων ὁ
 γινόμενος γραθῆτω ὑπὸ τὸν π': ἵνα κατερχόμενος βαθμῶν ἴσῶα τὸ ρ: ἐπει δὲ ὁ ἔχατος τῶ ρ: χα-
 ρακτῆρ συσαιοῖ τῶ β: τῶ α΄: χαρακτῆρι, ζητηθῆτω ποσῶσ ὁ ρ: μετρεῖ τὸν 256: ἢ εὐρεθῆσται
 δις, ὅσῶν γραθῆτω ἐντὸ τῶ ν': ἢ ρ: ἀριθμῶ ὁ 2: χαρακτῆρ ἐφεξῆσ τῶν χαρακτῆρων ἐκατέρου.
 Εἴτα πολλαπλασιαθῆτω ἑκάστος τῶ ρ: χαρακτῆρ ἐπὶ τὸν 2: ἢ ὁ γινόμενος ἀφαιρῆθῆτω ἀπὸ τοῦ
 συσαιοῦντοσ τῶ ρ: ἀριθμῶ, δηλ: ἀπὸ τῶ 2564: ἢ ἐπει ἄλλο ἐναπολείπηται, πάντως γα ὁ δ: ἀ-
 ριθμῶσ ἢ τετραγώνος ἔσῶ: τοῦ α΄: ρίζα.

1	2	3	4	5	6	7	8	9:
1	4	9	16	25	36	49	64	81:
β	γ	δ	ε	ζ	η	θ	κ	λ:
000								
52800								
a: 4κ2184 r: 642: μ:								
ξ: 6								
π: 124								
ρ: 1283:								

Εἰλάσθῶ ἀλ αὐτὶ τὸ α΄ τετραγ-
 ῶν ἀριθμῶ τὸ γ' β', τετραγώνου, αὐ
 ρίζα τετραγῶσ ἢ γ' δ, ἢ διαιρι-
 θῆτω εἰς μέρη τρία, ὡσ ὅσα ἢ ὁ α΄:
 δηλ: ἀριθμῶσ διήρηται, τὰ γ' ζ, ἴσῶ.
 δ' β, ὡσ τὸ μὴ γ' ζ, ἀναλογεῖ τῶ
 α΄. τοῦ α΄: μέρη, δηλ: τῶ 410000. ὁ γάρ 4: χαρακτῆρ ἑκατο-
 ντάδω χιλιάδωσ παρίσπει. Τὸ δὲ ἴσῶ, ἀναλογεῖν ἢ αὐτὸ τῶ β'.
 τῶ α΄: μέρη, δηλ: τῶ 2100: ὁ γάρ δύο χαρακτῆρ τῶ α΄: ἀριθμῶ
 μονάδωσ χιλιάδωσ παρασπῆσῶσ ἴσῶ. ἢ τὸ δ' β, τῶ γ'. δηλ: τῶ
 64: Εἴτα εἰλάσθῶ ἀπὸ τῆσ α' γ', γραμμῆσ ἢ γ' δ, ἴσῶ τῶ γ' ε', ἢ
 διὰ τῶ ν': παραλλῆλωσ τῶ γ' δ, ἀπὸ τῶ ἢ ὁ π': ὡσ τὸν ο', ἴσῶ
 ἴσῶσ ἢ ὁ λ', ἐπει δὲ τῶν α' γ', γ' δ, ἴσῶσ γραμμῶν ἀφῆρηται ἰ-
 σῶσ αἰ γ' δ, γ' δ, πάντως γα ἢ αἰ ἐναπολειπόμενα ἴσῶ, ὁ ε', ἴσῶσ
 ἀπὸ τῶσ ὡσ. Διὸ ἀφῆρῆθῶ τῆσ ν' α', ἢ ν' ε', ἴσῶ τῶ δ' ε', ἢ διὰ τῶ σ': διήχθῶ ἢ β' ε', παραλλῆλωσ
 τῶ γ' ε', ὡσ τῶ β' σ', ἴσῶσ ἴσῶσ τῶ α' ε', τῶ δ' ν' ε', ἴσῶσ παραλλῆλωσ ἢ, τὸ ε' τ', ἢ ρυ, ἢ ἀναπε-
 πλωρῆθῶ τὸ Σχῆμα.



Δείκνεται.

Ἐπί τῷ γ' ζ', μέρος τῷ γ' β', τετραγώνῳ ἀναλογεῖ τῷ α'. μέρος τῷ α' ἀριθμῷ, πάντως γ' η' γ' ε', ἀναλογεῖ τῷ α'. τοῦ ε': χαρακτηρί διὰ: τῷ β': τὸ δὲ γ' λ', τῷ ἀπὸ τοῦ β': γινόμενῳ τετραγώνῳ ἀριθμοῦ διὰ: τῷ β' 50000: ὁ γὰρ β': χαρακτηρ ἐστὶν τῷ ε': χάραν ἔχει ἰσαποτάδος. Ἄλλοις ἐπειδὴ ἀφαιρῶν τῷ γ' λ', τετραγώνῳ ἀπὸ τῷ γ' ζ', ὀρθογώνιῳ, ἰσαπολείπεται τὸ λ' α', ὀρθογώνιῳ, πάντως γ' ε' τὸ αὐτὸ λ' α', ὀρθογώνιῳ, ἀναλογεῖ τῷ 50000: τῷ ἰσαπολειπομένῳ ἐκ τοῦ α'. μέρος τοῦ α': ἀφαιρῶν ἀπ' αὐτοῦ τοῦ προσεχῆς αὐτῷ τετραγώνῳ ὁ γὰρ 5: χαρακτηρ δεκάδα χιλιάδος ἐμφαίνει. Προσλαμβανόμενῳ δὲ ἐπὶ τοῦ ε' η', ὀρθογώνιῳ τὸ α' λ', ὀρθογώνιῳ μετὰ τοῦ ε' η', ἀναλογεῖ τῷ 52100: ἐπεὶ δὲ ἡ μὲν ε' σ', γραμμὴ εἰληπταῖ ἴση τῇ ε' θ', ὡς ἀναλογεῖ τῷ β'. χαρακτηρὶ τῷ ε': ἡ δὲ ε' θ', τῇ ε' λ', πάντως γ' η' μὲν ὁ λ', γραμμὴ ἀναλογεῖ τῷ 12: ἀριθμῷ διὰ: τῷ 1200: τῷ ὡς μίση λαμβανόμενῳ τῷ β'. μέρος τῷ α': ἡ δὲ ὁ γ': ἴση ἔσται τῇ ε' σ': καὶ τῇ λ' δ'. τῷ α'. τῷ Στοιχείῳ, ἀναλογεῖ τῷ β'. τῷ ε': χαρακτηρὶ διὰ: τῷ 40: ἐπεὶ δὲ ἡ λ' π', ἴση ἐστὶ τῇ ε' θ', ἡ δὲ λ' ὁ π', ἀναλογεῖ τῷ π': ἀριθμῷ, διὰ: τῷ 1240 τὸ δὲ ὁ ζ', ὀρθογώνιῳ ἀναλογεῖ τῷ γινόμενῳ ἀριθμῷ διὰ τῷ Πολλαπλασιασμῷ τοῦ π': ἀριθμοῦ ἐπὶ τῷ β'. τοῦ ε': χαρακτηρῶ. Ἀφαιρῶν δὲ τῷ ὁ ζ', ἀπὸ τῶν λ' α', ε' η', ὀρθογώνιῳ ἰσαπολείπεται τὸ σ' η', ἀναλογεῖ τῷ 2500: τῷ ἰσαπολειπομένῳ διὰ: ἐκ τῶν 52100: τὸ γὰρ ὁ ζ', ὀρθογώνιῳ ἴσόν ἐστὶ τῷ ε' θ'. γινόμενῳ, ὅστις μὲν τῷ σ' η', ἀναλογεῖ τῷ 52100: συναπτόμενῳ δὲ τοῦ σ' η', μὲν τοῦ γ'. μέρος τοῦ γ' β', τετραγώνῳ ὁ σ' β' θ', γινόμενῳ ἀναλογεῖ τῷ 2564: Ἐπί δὲ πάλιν ἡ β' σ', εἰληπταῖ ἴση τῇ σ' ε', πάντως γ' ε' τὰ β' α', α' ζ', ἴσα ἀλλήλοισ ἐστὶ, καὶ τῇ λ' σ'. τοῦ α'. τῷ Στοιχείῳ. Ἄλλὰ τὸ α' ζ', ἴσόν ἐστὶ τῷ ε' θ', κατὰ τῇ μ' γ'. τοῦ αὐτοῦ, ἀρα ἡ τὸ ρ α', ἴσόν ἐστὶ τῷ ε' θ', καιοῦ δὲ προσκειμένῳ τοῦ σ' β', τὸ β' β', ἴσόν ἐστὶ τῷ σ' β' θ', γινόμενῳ, ὁ δὲ σ' β' θ', γινόμενῳ ἀναλογεῖ τῷ 2564: ἀριθμῷ, ὡς εἴρηται, ἀρα ἡ τὸ ρ β', ὀρθογώνιῳ ἀναλογεῖ τῷ αὐτῷ 2564: ἀριθμῷ, ἡ δὲ ρ θ', γραμμὴ τῷ ρ: ἀριθμῷ τῷ ὡς μίση λαμβανόμενῳ τῷ γ'. μέρος τῷ α': ὡς τι συνάπτεται καὶ τὸ ἰσαπολειπόμενον ἀπὸ τῷ β'. Ἐπί δὲ ἡ β' θ', ἴση ἐστὶ τῇ ρ θ', τετραγώνῳ γὰρ τὸ ε' β'. ἡ δὲ ε' θ', τῇ ε' δ', τὸ ρ β', ἀρα ἀναλογεῖ καὶ τῷ γινόμενῳ διὰ τῷ Πολλαπλασιασμῷ τοῦ ρ: ἀριθμοῦ διὰ: τῷ 1282: ἐπὶ τῷ γ'. τῷ ε': χαρακτηρῶ. Ὅτι δὲ ἡ τῷ α': τετραγώνῳ ἀριθμοῦ ρίξα ἐκ τριῶν συνίσταται, ὅλον ἐκ τῶν εἰρημίων ἐπὶ τῷ παρόντος κεφαλαίου εὐχεται γὰρ ὁ αὐτὸς α': ἐκ χαρακτηρῶν ε' ζ', τοῦ δὲ ἐκ πέντε ἢ ἕξ συγκλημῆν χαρακτηρῶν ἢ ρίξα ἐκ τριῶν συνίσταται, ὡς εἴρηται. Διπλασιάζεται δ' ἕκαστος τῆς ρίξας χαρακτηρ, πλὴν τῷ ἕκαστῳ, ὅτι ἐπὶ τῷ Πολλαπλασιασμῷ ἕκαστος ἀριθμὸς ὡς ὀρθογώνιῳ ὑποτίθεται. Ἐπεὶ ὅτι τῷ α'. χαρακτηρὸς τῷ ε': ἐφ' ἑαυτὸν πολλαπλασιάζοντος, καὶ τῷ γινόμενῳ ἀφαιρέοντος ἀπὸ τῷ α'. μέρος τῷ α': ἰσαπολείπεται ὁ 50000: ὅστις συνάπτεται τῷ β'. τῷ α': μέρος ποιεῖ τὸν 52100: τὴν δὲ παρατιτικὰ εἰσὶν ἐπὶ τῷ Διαγράμματος τὰ ε' ζ', ε' θ', ὀρθογώνια, ὁρῶνται πάντως καὶ τὰ ὀρθογώνια αὐτὰ εἰς ἑν συναρῶνται, ὡς τὸ γινόμενον πλάτος ἔχει ἴσον τῇ ε' θ', ἐπεὶ δὲ ἡ ε' λ', ἴση ἐστὶ τῇ λ' ε', διάτοι τὸτο εἰληπταῖ ἡ ε' θ', ἴση τῇ ε' λ', ἴσα γίνονται τὸ ὁ ζ', ἴσον τῷ ε' θ', γινόμενῳ, ὅστις ἀφαιρῶν ἀπὸ τῶν ε' ζ', ε' η', ἰσαπολείπεται τὸ σ' η', ὀρθογώνιῳ ἀναλογεῖ τῷ 2500: Διὰ τὰ αὐτὰ δὲ εἰληπταῖ καὶ ἡ β' σ', ἴση τῇ σ' ε', ὡς ἐκ τῆς πράξεως δηλῶν καθίσταται.

Πρότασις Β. Θεώρημα.

Ἐὰν τετράγωνος ἀριθμὸς τῆράγωνος πολλαπλασιάσας ἀριθμὸν ποιῆ τινα, ὁ γινόμενος τετράγωνος ἔσται, ἢ ρίξα ὁ ἐκ τῶν ρίξων τῷ τε πολλαπλασιασάντος, καὶ πολλαπλασιασθέντος γινόμενος.

Τετράγωνος ἔστιν ἀριθμὸς ὁ α': ἢ ρίξα ὁ δ': πολλαπλασιάσας τὸν β': τετράγωνον ἀριθμὸν, ἢ ρίξα ὁ ε': ποιεῖται τὸν γ': πολλαπλασιάζοντας δὲ καὶ ὁ δ': τὸν ε': ποιεῖται τὸν ζ': Ἄγω τὸν γ': ἀριθμὸν τετράγωνον εἶναι, ἢ ρίξα ὁ ζ': Ἐπεὶ γὰρ ὁ δ': ἑαυτὸν καὶ τὸν ε': πολλαπλασιάζοντας τῶν α': καὶ ζ': ποιοῦνται πάντως α': πρὸς τὸν ζ': ἔξει ὡς ὁ δ': πρὸς τὸν ε': κατὰ τὴν ε' ζ'. τῷ ζ'. τῷ Στοιχείῳ. Ἐπεὶ δὲ ἡ ε' ὁ δ': τὸν δ': καὶ αὐτὸν πολλαπλασιάζοντας τῶν ζ': καὶ β': ποιοῦνται, ὁ ζ': δὴ πῶθεν πρὸς τὸν β': ἔξει

τραγώνον αριθμὸν προσεχῆ ἐλάττωτα τῷ αὐτῷ α΄: Ὑπεκείσθω γάρ τὸ κ' λ' ὕ' ξ' ὀπ', Σχήμα αὐτῷ τῷ α΄: ἀριθμὸν ἐκ τοσούτων τετραγώνων, οἷον τὸ λ' β', συγκαίμιον, εἴξῃ ὄσων μοσάδων σύγκεται ἡ ὀ α΄: ἀριθμὸς. ὡς τὸ μὲν λ' π', τετραγώνον ἀναλογεῖν τῷ γ': τετραγώνῳ ἀριθμῷ, τὸ δὲ μ' ξ': ἀναλογεῖν ὁμοίως τῷ δ': ἑξαπολιφθέντι. κείσθω δὲ καὶ τὴν μ' σ', γραμμῶν ἔχειν πρὸς τὴν μ' ν', πρῶτον μὲν ὡς ὀ α΄: πρὸς τὸν ζ': ἀριθμῷ. Τῆται δ' ἔσονται ὑποτιθέμενοι ἑξαχθῆται ἢ π' μ', γραμμῶν ἐπὶ τὸ φ': ὡς τὴν μ' φ', εἶναι ἴσων τῷ μ' π', δια δὲ τῷ σ': ἢ χθω παραλλῆλος τῷ θ' π', ἢ χ' ψ', γειομινος δὲ τῆς σ' ω, ἴσως τῷ λ' σ', ἢ χθω παραλλῆλος τῷ κ' π', ἢ ὦ ζ', ἢ ἀναπεπλωσθῶ τὸ φ' ψ', παραλλῆλογραμμῶν, ἢ λ' τ', τετραγώνον.



Δείκνυται.

Τὸ λ' π', τετραγώνου ἀφαιρουμένη ἀπὸ τοῦ κ' λ' ὕ' ξ' ὀπ', Σχήματος ἐγκαταλείπεται τὸ μ' ξ', ὀρθογώνιον, ὡσπερ ἢ τὸ γ': τετραγώνον ἀριθμῷ ἀπὸ τοῦ α΄: ἀφαιρουμένη ἐγκαταλείπεται ὁ δ': ἐπεὶ δὲ τοῦ λ' π', τετραγώνου ρίζα τετραγώνος εἶναι ἢ λ' μ', εὐθεία, πάντως γὰρ πρὸς τὸ γειοθεῖν τετραγώνον ἴσον τῷ κ' λ' ὕ' ξ' ὀπ', Σχήματι, ἀναγκαῖον τὴν λ' μ', ἀυξήσασθαι ρίζαν. Ἐὰν ἢν μοσάδι εὐξηθῆ, γειοθεῖται μὲν εἴς αὐτῆς τὸ λ' τ', προσεχῆς μείζον τετραγώνον τῷ λ' π', τετραγώνῳ. μείζον δ' εἶναι μοσάδι καὶ τοῦ κ' λ' ὕ' ξ' ὀπ', χήματος. γίγεται γὰρ τὸ αὐτὸ λ' τ', διπλασιασμοῖς τῆς τῷ λ' π', ρίζης καὶ μοσάδος προστιθεμένης, κατὰ τὸ α΄. Διμμη. ὡς ἢ λ' ν', ἐκ εἶναι ρίζα τῷ κ' λ' ὕ' ξ' ὀπ', Σχήματος. δεῖ τοίνυν τὴν λ' μ', ἀυξῆσαι μέρει τῆται, ἢ γέν μέρει μοσάδος. Διὸ εἰλήφθω ἢ λ' σ', ἀναλογεῖσα τῷ β': ἀριθμῷ καὶ τῷ ζ', κλάσματι. οἷσι δὲ ἢ αὐτὸ λ' σ', ὑπὸ ὑποτιθέμενη προσεχῆς εἶναι ρίζα τῷ α΄: ἀριθμῷ, ἀρ' ἢς γίγεται τετραγώνον μικρότερον μείζον τῷ αὐτῷ α΄: οὐ χαλεπὸν δεῖξαι. Τὸ γὰρ π' σ', ὀρθογώνιον ἴσόν εἰσι τῷ σ' φ', κατὰ τῆς λ' σ'. τοῦ α΄. Εὐκλ: τὸ δὲ π' σ', ἴσόν εἰσι τῷ π' ζ', κατὰ τῆς μ' γ'. τῷ αὐτῷ, ὡς κατὰ τὸ α΄. Δ' ἔξωμο τὸ σ' φ', ἴσόν εἰσι τῷ π' ζ', κοινῷ δὲ προσκειμένη τῷ ω μ', εἶναι ὀ κ' ω μ', γνῶμον ἴσος τῷ φ' ω, παραλλῆλογραμμῷ. Ἀλλὰ τὸ φ' ω, παραλλῆλογραμμῶν ὑπέρχει τὸ μ' ξ', τῷ π' ω, τετραγώνῳ, ὡς δεχθῆσεται. ἢ ὀ κ' α' μ', ἀρα γνῶμον ὑπέρχει τῷ αὐτῷ μ' ξ', τῷ π' ω, τετραγώνῳ, κοινῷ δὲ προσκειμένη τῷ τε κ' ω μ', γνῶμον, ἢ μ' ξ', παραλλῆλογραμμῶν τῷ λ' π', τετραγώνῳ, ὑπέρχει ἢ τὸ λ' α', τετραγώνον, ἢ ρίζα ἢ λ' σ', τοῦ κ' λ' ὕ' ξ' ὀπ', χήματος: τῷ π' ω, τετραγώνῳ, ἀλλ' ἢ λ' σ', ρίζα ἀναλογεῖ τῷ β': ἀριθμῷ μὴ τῷ εἴ, κλάσματος, ὁ αὐτὸς ἀρα β': ἀριθμῷ μὴ τῷ εἴ, εἰρημίνη κλάσματος προσεχῆς εἶναι ρίζα τοῦ α΄: ἀριθμῷ: κατὰ τὴν τοῦ μείζονος λόγον. Οἷσι δὲ τὸ φ' ω, ὀρθογώνιον ὑπέρχει τῷ μ' ξ', τῷ π' ω, τετραγώνῳ, δῆλον. Τὸ γὰρ μ' ξ', παραλλῆλογραμμῶν ἀναλογεῖ τῷ δ': ἀριθμῷ, ἢ τοῖ τῷ εἴ: κατὰ τὴν ὑπόθεσιν. αὐτῷ εἰ τῷ μ' ξ', εἰλήφθω ἢ τῷ μ' ο', πλευρὰ. καθὰ λαμβάνεται ἢ ἢ λ' μ', εὐθεία ἀπὸ τῆς λ' ζ', ρίζης: τῷ λ' π', ἢ τῆς ἀναλογεῖ τῷ β': ἀριθμῷ, ὡς κατὰ τὴν ὑπόθεσιν ταύτην, ἀναλογεῖ πάντως ἢ μ' ο', γραμμῶν τῷ εἴ: ἀριθμῷ, ἀναλογεῖ δὲ ἢ π' φ', τῷ ζ': διπλῆ γὰρ εἰσι τῆς λ' μ', ὡσπερ ἢ ὀ ζ': τῷ β'. ἀρα ὅν λόγον ἔχει ὁ β': ἀριθμὸς πρὸς τὸν ζ': τὸν αὐτὸν ἔχει διπληθεῖν ἢ ἢ μ' ο', πρὸς τὴν π' φ': ἀλλ' ὡς ὀ εἴ: πρὸς τὸν ζ': γίγεται καὶ ἢ μ' σ', πρὸς τὴν μ' ν', ἀρα ὡς ἔχει ἢ μ' ο', πρὸς τὴν π' φ': ἔχει ἢ ἢ μ' σ', πρὸς τὴν μ' ν'. ὡς, κατὰ τὴν ε'. τῷ σ'. τῷ Στοιχειωτῷ τὸ ὑπὸ τῶν μ' ο', μ' ν', περιχόμενον ὀρθογώνιον, δῆλ: τὸ μ' ξ', ἴσόν εἰσι τῷ ὑπὸ τῶν π' φ', μ' σ', τῆται τῷ π' χ', ἢ γὰρ μ' σ', ἴσόν εἰσι τῷ φ' χ', ἐπεὶ δὲ τὸ π' χ', παραλλῆλογραμμῶν ἴσόν εἰσι τῷ μ' ξ', τὸ φ' ω, δῆλον εἶναι μείζον εἶναι τῷ αὐτῷ μ' ξ', τῷ π' ω.

Κείσθω δ' εἴ ἢ μ' ο', ὡς ἔχον πρὸς τὴν μ' ν', ὡς ὀ εἴ: ἀριθμὸς πρὸς τὸν θ': Ἄγω τὴν λ' σ', γραμμῶν ρίζαν εἶναι τῷ κ' λ' ὕ' ξ' ὀπ', χήματος προσεχῆς εἶναι, κατὰ τὸν τῷ ἐλάττωτος λόγον. δῆλ: συνίσταται ἀπ' αὐτῆς τὸ λ' α', τετραγώνον προσεχῆς ὃν ἐλάττω του κ' λ' ὕ' ξ' ὀπ', χήματος. Ἐπεὶ γὰρ τῷ π' φ', προστίθῃ ἢ π' Δ', γραμμῶν, ἢ ὅλη πάντως Δ' φ', ἀναλογεῖ τῷ θ': ἀναλογεῖ δὲ ἢ τῷ ἢ: ἢ μ' ο', ἀρα ὡς ἔχει ὀ εἴ: ἀριθμὸς πρὸς τὸν θ': ἔχει ἢ ἢ μ' ο', γραμμῶν πρὸς τὴν Δ' φ', ἐπεὶ δὲ ὡς ὀ εἴ: ἀριθμὸς πρὸς τὸν θ': ὑπετίθῃ ἔχειν ἢ ἢ μ' σ', πρὸς τὴν μ' ν', πάντως γὰρ ὡς ἔχει ἢ μ' ο', γραμμῶν πρὸς τὴν Δ' φ', ἔχει καὶ ἢ μ' σ', πρὸς τὴν μ' ν', καὶ κατὰ τὴν ρηθῆσθαι ε'. τὸ ὑπὸ τῶν μ' ο', μ' ν', παραλλῆλογραμμῶν: δῆλ: τὸ μ' ξ', ἴσόν εἰσι τῷ ὑπὸ τῶν Δ' φ', μ' σ', δῆλ: τὸ Δ' χ', ἀλλὰ τὸ Δ' χ' μείζον εἶναι τῷ κ' ω μ', γνῶμονος τῷ Δ' ω, παραλλῆλογραμμῶν, ὀ κ' ω μ', ἀρα γνῶμον ἐλάττω εἶσι τῷ κ' ω, τῷ Δ' ω. Ἐπεὶ δὲ τοῦ κ' ω μ', γνῶμονος περιχόμενον περὶ τὸ λ' π', τετραγώνον συνίσταται τὸ λ' α', τετραγώνον, ἀρα ἢ τὸ λ' α', τετραγώνον ἐλάττω εἶσι τῷ κ' λ' ὕ' ξ' ὀπ', χήματος τῷ α΄: ἀρα παραλλῆλογραμμῶν. ρίζα δὲ τῷ λ' α', τετραγώνου ἢ λ' σ', εἶσι γραμμῶν, πάντως γὰρ ἢ αὐτὴ λ' σ', ρίζα εἶσι ἢ τῷ κ' λ' ὕ' ξ' ὀπ', χήματος προσεχῆς εἶναι, καὶ τὸν τῷ ἐλάττωτος λόγον. ἢ δὲ λ' σ', ἀναλογεῖ τῷ β': ἀριθμῷ ἢ ἢ θ', κλάσματι. ὀ β': ἀρα ἀριθμὸς μὴ τῷ ἢ θ', κλάσματος ρίζα εἶσι τῷ α΄: ἀριθμῷ.

Α' Λογ.

Διυπατόν δ' εὐριθῆναι τὴν προσχετίραν ρίζαν τοῦ οἴου δήποτε μὴ τετραγώνου ἀριθμοῦ ἢ ἄτος. Ἐὰν μὴ τετραγώνος ἀριθμὸς ὁ ἀ: οὐ ἢ τετραγώνος προσχετίρα ζήτηται ρίζα. Πολλαπλασιασθέντα δὲ οὗτος ἀ: μὴ τετραγώνος ἀριθμὸς ἐπὶ τινα τετραγώνου ἀριθμὸν οἷος ὁ β': ἢ ρίζα τετραγώνος ὁ γ': ἢ ἐπειὶ ὁ γινόμενος δ': οὐκ ἔστι τετραγώνος, καὶ τὸ Πῆρισμα τῆς β'. τοῦ παρόντος, εὐριθῆται ἢ τετραγώνος αὐτοῦ ρίζα, κατὰ τὴν ἀ. τὴν αὐτὰ, ἢ ἔστω αὐτὴ ὁ ε': ἄτος γὰρ ρίζα τετραγώνος ἐστὶ τὴν προσχετῆς τετραγώνου, διὸ ἢ ρίζα τετραγώνος τὸ δ': εἶναι λήγεται ἀριθμῷ. Ἐἴτα μίρισθῆται ὁ ε': ἐπὶ τὸν γ': καὶ τὸ πηλίκον διλ: ὁ ζ': καὶ τὴν ἰθ'. κλάσματός ἐστὶ ρίζα προσχετίρα τῷ ἀ: ἀριθμῷ. τῷ δὲ τῷ δ' ὅτι ἀριθμὸν ἢ κ': μονάς, ὡς ἂν γίνηται τὸ ἀ κ', κλάσμα. Τύτου δὲ πολλαπλασιασθέντα ὅτι ἀ: ἀριθμητῆς καὶ κ': παρονομαστικῆς ἐπὶ τὸν β': ἁρτίς ἢ γινίσσεται τὸ δ' β', κλάσμα ἴσον τῷ ἀ κ', κατὰ τὴν θ'. τὴν πα. ῥήτος. ὡς γὰρ ὁ ἀ: πρὸς τὴν κ': μονάδα, ἔχει ἢ ὁ δ': πρὸς τὸν β': κατὰ τὴν ιθ'. τὴν ζ'. τὴ Στοιχειωτῷ. Ἐἴτα εὐριθῆται ἢ τετραγώνος ρίζα ἑκατέρω των ἕβ', ἢ συνισάδων ἐξ αὐτῶν τὸ ε' γ', κλάσμα, ὡς τὸν μὴν ε': ἀριθμητῆν ρίζαν εἶναι τετραγώνου τῷ δ': τὸν δὲ γ': παρονομασθῆν ρίζαν εἶναι ἑσαύτως τετραγώνου τῷ β': Τῶτων γὰρ ἢ ἄτος ἔχοντων ἐστὶ τὸ ε' γ', κλάσμα ρίζα τῷ δ' β', κλάσματος. ἐπειὶ δὲ τὸ δ' β', κλάσμα ἴσον ἐστὶ τῷ ἀ κ', κλάσματι, τὸ ε' γ', πάντως κλάσμα ρίζα ἐστὶ ἢ τὸ ἀ κ', κλάσματός, ἢ ἐπομένως τῷ ἀ: ἀπλῷ ἀριθμῷ. Τὸ γὰρ ἀ κ', κλάσμα ἴσόνεστι τῷ αὐτῷ ἀ: ἀπλῷ ἀριθμῷ. ἐπειὶ δ' αὐθις τῷ ἀπλῷ ἀριθμῷ, ἢ ἢ ρίζα ἀπλῆς θνήθει εἶναι ἀριθμὸς. Τὸ δὲ ε' γ', κλάσμα μᾶλλον ἐστὶ μονάδος, διὰ τοῦτο δεῖ τὸν ε': ἀριθμητῆν ἐπὶ τὸν γ': μερίσαι παρονομασθῆν, ἴσα τὸ ε' γ', κλάσμα πρὸς ἀπλῶν μινυιζθῆν ἀριθμῶν, κακῆτος ἐστὶ ἢ τοῦ ἀ: προσχετίρα ρίζα.

α: 11:
β: 16: γ: 4:
66
11
δ: 176:

α: 11: β: 16: γ: 4:
κ: 1:
ε: 16: ζ: 4:

α: 13:
γ: 4:
δ: 3: ε: 1:
ζ: 3: 4:

α: 11
κ: 10000 μ: 100
ε: 110000
ε: 332
μ: 100:
α: 3: σ: 100:

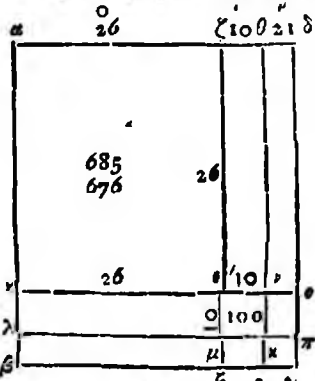
Ἴσῆται δ' οὗτοι τοσαῦτον εὐριθῆσεται προσχετίρα ρίζα τοῦ δευτέρου οἴου δήποτε ἀριθμῷ, ὅσον ἂν αὐτὸς ἀριθμὸς ἐπὶ μείζονα τετραγώνου πολλαπλασιασθῆν ἀριθμῶν. Διὸ εὐχερίας χάριν πολλαπλασιασθῆν αὐτὸς ἀριθμὸς, ἢ ἢ προσχετῆς ζήτηται ρίζα ἐπὶ τῷ καλῶμένῳ δευτέρῳ τετραγώνου ἀριθμῷ, οἷος ὁ ἑκατὸν ἢ ρίζα ὁ δίκαια, ἢ ὁ μυριάδος παραστατικῶς, ἢ ρίζα ὁ ἑκατὸν, καὶ οἱ παραπλήσιοι. Ἐπὶ τὴν γὰρ τῷ Πολλαπλασιασμῷ τοσαύτας προσήκει προσιθῆναι ἐπιμέας τῶ πολλαπλασιαζόμενα, ὅσαι πρόσκεινται τῷ πολλαπλασιαζομένῳ, ὡς προήρηται. Ἐπὶ δὲ τῷ Μερισμῷ τοσαύτας ἐπιμέας εἶναι ἀφαιρέει δύνει ἀπὸ τοῦ μεριστέου, ὅσαι πρόσκεινται τῷ μεριστέῳ. Οἷος πολλαπλασιασθέντα ὁ ἀ: ἐπὶ τὸν λ': δεκαδικῶν τετραγώνου ἀριθμῶν, ἢ ρίζα ὁ μ': ἀριθμῶς, ἢ τὴν γινόμενῳ ἢ: εὐριθῆται ἢ τετραγώνος ρίζα, ὡς προημυνηται. καὶ ἔστω αὐτὴ ὁ ε': ἀριθμῶς. Οὗτος δὲ μίρισθῆται ἐπὶ τὸν μ': ἢ τὸ πηλίκον ἔστω ὁ π': καὶ τὴν β', κλάσματος, ἢ ἄτος ἐστὶ ἢ προσχετίρα τῷ ἀ: ρίζα, κατὰ τὸν τῷ ἐλαττονος λόγον, ὡς δὴλον ἐκ τῶν ἀνωτέρω εἰρημῶν.

Ἐπίδοσι βυλιθῆν ἢ τὰ ἐναπολειπόμενα ἐπὶ τῆς Ἐξαγωγῆς τῆς ρίζης τῷ μὴ τετραγώνου ἀριθμῷ εἰς λεπτὰ ἀιγχεῖν πρῶτα διλ: ἔξηκοςά ἢ δευτέρα, ἢ γὰρ τρίτα ἴταρτα ἢ λοιπὰ ἔως ἢ ἢ χρεία ἀπαλλῆ, ἴσα ἢ προσχετίρα αὐτῆ ρίζα ἀκριβέστερον τε ἢ μεθοδότερον εὐριθῆ, ἀνάλυε ταῦτα εἰς ἔξηκοςά ἢ διπλασιαζῶν τὴν εὐριθῆσαν ρίζαν μίριζε ἐπὶ τὸν γινόμενον τὰ διὰ τῆς ἀναλύσεως πορίζομενα. Οἷον ἔστω ἀριθμὸς μὴ τετραγώνος ὁ 685: καὶ ζήτηθῆτω τούτου ἢ τετραγώνος ρίζα, εὐριθῆται δὲ καὶ τὸν προημυνηθέντα τρόπον ἢ ρίζα, τὴν πλησιέστερα τετραγώνου, ἢ ἔστω αὐτὴ ὁ 26: ἢ ἐπειὶ ἐναπολείπηται ὁ 9: ἀναλυθῆτω ἄτος ἐπὶ πρῶτα ἔξηκοςά ἢτοι πολλαπλασιασθέντα ἐπὶ τὸν 60: ἢ γινίσσεται ὁ 540: πρῶτων ἔξηκῶν παραστατικῶς. διπλασιασθέντα δὲ ἢ ἢ εὐριθῆσαι ρίζα διλ: ὁ 26: ἀριθμῶς: ἢ γινίσσεται ὁ 59: ἐφ' ὅν μερισθῆτω ὁ 540: τὰ ἀ. διλ: ἔξηκοςά ἐπὶ τὰς μονάδας, ἢ εὐριθῆσεται πηλίκον ὁ 10: πρῶτων ἢ αὐτὸς ἔξηκῶν παραστατικῶς. ἐπειὶ δὲ πάλιν ἐναπολείπηται 20: πρῶτα ἢ αὐτὰ ἔξηκοςά διλ: ἀναλυθῆτω ἢ ὁ 20: ἀριθμῶς εἰς δευτέρα. ἔξηκοςά ἢ γινίσσεται ὁ 1' 500 ἀρ' ὃ ἀφαιρεθῆτω ὁ 100: ἢ ἐναποληφθῆσεται ἀπικυθῆν ὁ 1' 00: διπλασιασθέντα δὲ ἢ ὁ 10: ὡσπερ ἢ ὁ 26: καὶ ἐπὶ τὸν γινόμενον: ἢ 20: μίρισθῆται ὁ 1' 00: ἢ πρῶτων εἰπῆν ὁ 1099: ἢ 60. Τὰ αὐτὰ γινέδω ἢ ἐπὶ τὴν λοιπῶν, εἰς ἐναποληφθῆσαι μετὰ τὴν ἑκάστου εἶδους τῶν λεπτῶν διανομῆν, ἢ εὐριθῆσονται τρίτα ἔξηκοςά, ἢ τέταρτα, ἢ ὁ 26: μετὰ τῶν εὐριθῆσαν λεπτῶν ἔσται ρίζα προ-

0					
209					
685		26:	10:		
2					
60					
20					60
60					9
1200					540
100					520
1100					10
1					
1099					
59					
53120					7
21					60
					420

σελίς 6

σεχαιτέρα του δοθέντος 685: Είληφθα γάρ τὸ α' γ', τετράγωνον ἀντὶ τοῦ 685: δοθέντος ἀριθμοῦ, καὶ ἀφῆρκα ἀπ' αὐτῶ τὸ α', τετράγωνον, ἀντὶ τῷ προσχειτέρῳ τετραγώνῳ, οὐ ρίξα ἢ α' ζ', περιεκτικὴ μονάδων 26: καὶ ἐπεὶ ἐναπολείπονται ἐνία μονάδες ἐπὶ τῆς πράξεως τῆς ἐξαγωγῆς του δοθέντος 685: ἀριθμοῦ, ὄμιλον, ὅτι ὁ ἐναπολειφθεὶς β' γ' δ' ε', γινώμων περιεκτικὸς ἐστὶ μέρων ἐνία εἰς τὸ α' γ', 685: ὡσεὶ ἢ ζ' δ', ἐλάττων ἐστὶ μονάδος, διά τοι τοῦτο ἀναλύεται ὁ 9: εἰς α' ε' ζ': ἴτα γινώμεν πύσων ἐξκοσῶν πρώτων ὁ β' γ' δ' ε', γινώμων περιεκτικὸς ἐστὶ. Πράξιός δὲ γινώμην ἐορίσκειται ὁ αὐτὸς γινώμων περιεκτικὸς ἐξ: α'. 540: ταῦτα δὲ οφείλει μεριθῆναι ἐπὶ τὴν συγχειμένην ἐκ τε τῆς ἡέ, καὶ ε' ζ', εἰ ἢ τὰ β' ε', ε' δ', ἐρθωγῶνια ἐπ' εὐθείας ἀλλήλοισι συναφθῶσι, συσαθῆσεται τι ὀρθογώνιον ἴσον τῷ β' γ' δ' ε', γινώμην περιεχόμενον ὑπὸ δύο πλευρῶν, ὧν ἡ μὲν ἴση ἐσται ταῖ, ἡέ, ε' ζ', ἡ δὲ τῆ ζ' δ', καὶ τῶν ἡ μὲν μίζων γνωστῆς ἡ δὲ ἐλάττων ἀγνωστος, διά τοι τοῦτο διπλασιασθῆσαι ἢ α' ζ', πλευρὰ διπλ: ὁ 26: καὶ ἐπὶ τὸν γινόμενον 52: μερίζεται ὁ 540: ἐπὶ δὲ παρίχεται πηλίκον ὁ 10: πρώτων ἐξκοσῶν παρασατικὸς, καὶ ἐναπολείπεται ὁ 20: φαιρὸν ὅτι ἢ ζ' δ', ἀγνωστος πλευρὰ περιίχεται ἐξ: α'. 100: πρόσκειται ὁ αὐτῆ καὶ β'. ὡσεὶ τὰ λ' ε', ε' δ', ἐρθωγῶνια περιεκτικὰ ἐστὶ ἐξ: α'. 520: ὁ δὲ β' γ' δ' κ', γινώμων μὲν τοῦ ἐκ, τετραγώνῳ περιίχεται 20: μόνῃ καὶ ταῦτα α. ὅσα ἐξκοσῶ, καὶ ἢ μὲν ζ' δ', παρασατικὴ ἐστὶ πρώτων ἐξ: 100: ἢ δὲ δ' δ', ἀγνωστος ἐστὶν. Ἐπεὶ δὲ καὶ τὰ 20: ἐναπολείπόμενα α. ἐξ: οφείλει μεριθῆναι ἐπὶ τὴν συγχειμένην ἐκ τε τῆς λ' κ', καὶ κ' δ', ὅπως ἀν καὶ ἢ δ' δ', γνωσθῆ, τὸ δὲ γινώμεν ἀδύνατον, κατὰ τὸν τῆς διαιρέσιως κανόνα, ἢ μὲν γὰρ συγχειμένη ἐκ τῶν λ' κ', κ' δ', παρίσσει μονάδας μὲν 52: ἐξκοσῶ δὲ α. 20: ὁ δὲ ἐναπολειφθεὶς 20: ἐλάττων ἐστὶν, τοῦ μεριστοῦ, ὡς α. ἐξκοσῶν μόνον 20: παρασατικὸς, διὸ δὲ ἀναλύεται ἄν α. ταῦτα ἐξκοσῶ 20: εἰς διύτερα, καὶ ὁ γινόμενος: 1200: μερίζεται ἐπὶ τὸν 2: καὶ 20: τὸν παρασατικὸν τῆς συγχειμένης πλευρᾶς ἐκ τῶν λ' κ', κ' δ', ὁ γὰρ β' γ' δ' κ', γινώμων μὲν τοῦ κ' ε', τετραγώνῳ περιεκτικὸς ἐστὶ ἐξκοσῶν β'. 1200: ὡσεὶ ἴαν τὰ β' κ', κ' δ', ἐρθωγῶνια ἐπ' εὐθείας ὡσι, συσαθῆσεται ὀρθογώνιον περιεκτικὸν ἐξκοσῶν β'. 1100: μόνον μετὰ καὶ τοῦ κ' γ', τετραγώνου, οὐ ἢ μία τῶν πλευρῶν, ἢ ἴση δηλ: ταῖς λ' κ', κ' δ', γνωστῆς ἐστὶν, ἢ δὲ λοιπὴ δ' δ', ἀγνωστος, διὸ καὶ ἀφαιρεῖται ὁ 100: ἀπὸ τοῦ 1200: εἰς εὐρεσιν δὲ τῆς δ' δ', ἀγνωστοῦ οφείλει μεριθῆναι ὁ 100: ἐπὶ τὸν 2: καὶ 20: ἐπεὶ δὲ ὁ μεριστὸς οὗτος σύγκυται ἐκ τε μονάδων 2: καὶ ε' ζ': α. 20: διά τοι τοῦτο ἀφαιρεῖται ἐν α. ἐξκοσῶν ἀπὸ τοῦ 100: καὶ ὁ ἐναπολειπόμενος 1099: μερίζεται ἐπὶ τὴν συγχειμένην πλευρᾶν ἐκ τῶν λ' κ', κ' δ', δηλ: ἐπὶ τὸν 2: καὶ 20: καὶ ἐπεὶ παρίχεται πηλίκον ὁ 21: β'. ἐξ: παρασατικὸς ὑπάρχων, ὄμιλον ὅτι ἢ δ' δ', περιεκτικὴ ἐστὶ ἐξκοσῶν β'. 21: ἐπεὶ δὲ πάλιν ἐναπολείπεται ἐξκοσῶ β'. 7: ἄτινα ἐπὶ τὸν 60: πολλαπλασιασθόμενα παρίσσει ἐξκοσῶ γ'. 420: ὄμιλον αὐθις, ὅτι τὰ μὲν β' μ', ε' δ', ἐρθωγῶνια ὁμοῦ περιεκτικὰ εἰσι ἐξ: β'. 1092: ἑκάτεροι δὲ τῶν ε' κ', κ' δ', περιίχεται γ'. ἐξ: 210: καὶ τὸ κ' γ'. 441, καὶ ταῦτα τίναρτα.



ἴσῳι δὲ ἐπὶ μὲν τῆς εὐρέσεως τῆς ζ' δ', μερισθέντων τῶν 540: ἐπὶ τὸν 52: ὡδὲν ἀπορον ἔν, ἐπὶ δὲ τῆς εὐρέσεως τῆς δ' δ', εἰδι μερισθῆναι τὰ 1099 καὶ 60 ἐπὶ τὰς 2: μονάδας, καὶ 20: α. ἐξ: μεμύριται δὲ μόνον ἐπὶ τὰς 2: μονάδας, διὸ καὶ ἀπορία εἰκότως συμβαίνει. αἰὼν ἐπεὶ τὸ συγχειμένον ἐκ τῶν β' μ', ε' δ', ὀρθογώνιον ὑπὸ δύο πλευρῶν περιίχεται, ἄν ἢ μὲν ἴση ἐστὶ τῆ ἐκ τῶν λ' μ', ε' δ', συγχειμένη, δηλ: διπλή ἐστὶ τῆς α' ζ', ἢ δὲ ἑτέρα ὁμοίως ἴση ἐστὶ τῆ δ' δ', διά τοι τὸ μεμύριται μόνον τὰ 1099: ἐπὶ τὰς 2: μονάδας, καὶ οἰδεταὶ ἢ δ' δ', ζήτημένη πλευρὰ.

Καὶ ταῦτα μὲν ἑκάστῳ εἰς ἀνάπτυξιν τῶν περὶ εὐρέσεως τῶν προσχειμένων λεπτῶν τῆς ζητούμενης τετραγωνικῆς ρίζης. Εἰδὶ σοὶ βουλῆτὸν εἰδῆναι, εἴγε ἢ πράξις ὑγιῆς ἐστὶ, πολλαπλασιασθῶσι τὰς 26: μονάδας ἐπὶ τὸν 60: καὶ ὁ γινόμενος 1560: πρώτα σοὶ ἐξκοσῶ παρασῆσαι. Τούτοις δὲ προσεθῆσαν τὰ 100: τὰ ἀντὶ τῆς ζ' δ', λαμβανόμενα, καὶ ἴσαι τὸ ὅλον 1570: πολλαπλασιασθῆτω δὲ καὶ ὁ 1570: ἐπὶ τὸν 60: καὶ γινῆσεται ὁ 94200: β'. ἐξ: παρασατικὸς. Προσιθῆμένων δὲ καὶ τῶν 21: τῶν ἀντὶ τῆς δ' δ', ἴσαι τὸ ὅλον 94221: παρασατικὸς, καὶ τούτων β'. τούτων δὲ γινόμενων πολλαπλασιασθῶσι τὸν 94221: ἐφ' αὐτῶν, καὶ ὁ γινόμενος 8877596841: δ. ἐξκοσῶν παρασατικὸς ἴσαι. ἐπὶ δὲ ὁ 94221: παρίσσει τὴν α' δ', πλευρὰν, ὄμιλον ὅτι τὸ α' γ', τετράγωνον περιεκτικὸν ἐστὶ τίναρτων 8877596841: Εἰς δὲ τὴν τῆς βεβαίωσιν μεριθῆτω ὁ 8877596841: ἐπὶ τὸν 60: καὶ τὸ πηλίκον ὁ 147959947: παρασατικὸς ἴσαι ἐξ: γ'. μερίζομένου δὲ καὶ τὸ 147959947: ἐπὶ τὸν 60: τὸ πηλίκον ὁ 2465999: παρασῆσαι ἐξ: β'. μερίζομένου δ' αὐθις καὶ τὸ 2465999: ἐπὶ τὸν 60: τὸ πηλίκον ὁ 41099: παρασῆσαι ὅς ἐστι ἐξκοσῶν α. ὧν ἐπὶ τὸν 60: τελευταίον μερίζομένων παραχθῆσεται.

Δίνεται ως πηλίκον ὁ 685: μορῶν παραστατικῶν. Ὡς τε δῆλον ὅτι διὰ τῆς πράξεως ταύτης εὐρα-
ται πλεονά του προσήκου ελάττωσις τετραγώνου του δοθέντος αριθμοῦ 685: Ἀλλὰ περὶ τούτων ἐν
τοῖς ἑξῆς ἀκριβέστερον ἱστούμεν

Πρότασις Ε΄.

Τὸ κλάσμα ἔσ' τε ἀριθμητικῆς ἢ παρονομαστικῆς τετραγώνιος ἔστι, ἢ αὐτὸ τετραγώνιον ἔστι.

Ἐἴσω ἔν τῷ α' β', κλάσματος ὅ, τε ἀριθμητικῆς α': ἢ παρονομαστικῆς β': τετραγώνιος. Ἄγω κ' τὸ α' β',
κλάσμα τετραγώνιον εἶναι. εὐριθέτω γὰρ ἢ βίζα τοῦτο α': ἢ β': κ' ἔσω τὸ μὲν α' 9: γ: 3:
α': δ' γ': βίζα τετραγώνιος, τοῦ δὲ β': ὁ δ': ἢ συνιστάθω ἐξ αὐτῶν τὸ γ' δ', κλά- α: 16: δ: 4:
σμα. Τούτω γὰρ ὑφ' ἑαυτὸ πολλαπλασιασθῆναι, γινέσθαι πάντως κλάσμα τε- β: 16: δ: 4:
τραγώνιον. οὐ βίζα τὸ πολλαπλασιασθῆν ἐφ' ἑαυτὸ γ' δ', κλάσμα ὅτι δι' τὸ κλάσμα ἐφ' ἑαυτὸ ὁ-
φείδω πολλαπλασιασθῆναι δὲ τόν τε ἀριθμητικὴν αὐτοῦ ἢ παρονομαστικὴν ἐφ' ἑαυτὸν πολλαπλασιασ-
θῆναι κ' εὐθέτω εἰρηται ἐν τῷ δ'. κεφαλαιῶν τὸ παρόντος, ἀρα κ' ἐπὶ τὸ Πολλαπλασιασθῆναι τοῦ γ' δ',
κλάσματος ἐφ' ἑαυτὸ, ἀνάγκη τὸν τε γ': ἀριθμητικὴν κ' δ': παρονομαστικὴν ἐφ' ἑαυτὸν πολλαπλασια-
σθῆναι ἑκάτερον. Τούτω δὲ γινούμην παραχθίσταται πάντως τὸ α' β', κλάσμα, τὸ μὲν γὰρ α': βί-
ζα ἔστιν ὁ γ': τοῦ δὲ β': ὁ δ'. Τὸ α' β', ἀρα κλάσμα τετραγώνιον ἔστι, οὐ βίζα τὸ γ' δ', κλάσμα.

Πρότασις ς.

Κλάσμα τετραγώνιον ποῦσαι ἐκ μὲ τετραγώνων συνιστάμινοι ὄρων.

Ἐπορίσθω κλάσμα τετραγώνιον τετραγώνιος συνιστάμινοι ὄροι, δὲς εἰπῶν, α: 4: δ: 12:
τὸ α' β', τούτου δ' ὅ, τε. ἀριθμητικῆς κ' παρονομαστικῆς πολλαπλασιασθῆτω δ: 9: γ: 3: ε: 27:
χαρὶς ἐπὶ τὸν εὐχόντα μὲ τετραγώνιον ἀριθμῶν, οἱ εἰπῶν τὸ γ': κ' γ' γ' γ'
ἔσθω τὸ δ' ε', κλάσμα, κ' τούτο ἔσθι τετραγώνιον ἐκ μὲ τετραγώνων συνιστά- 84
μινοι ὄρων, ὅτι μὲν ἦ ὁ δ': ε' ε': τούτου ὄρος. ἐκ οἰσὶ τετραγώνιοι, δῆλον δὲ δ' 24
τὸ πορίσματος τῆς β'. τοῦ παρόντος, ὅτι δι' τὸ αὐτὸ δ' ε', κλάσμα τετραγώνιον 324
ἔστι, εἰσπίπτει. Ἐπει- ἦ ὁ γ': εἰς α' β', πολλαπλασιασθῆναι τῆς δ' ε', πεποιήται, δ: 12: λ: 18: ο: 27:
πάντας γὰρ κατὰ τὴν ιζ'. τοῦ ζ'. εὐκλεῖ οἱ δ' ε', ἀνάλογον εἰσι τοῖς α' β', ἀριθμοῖς, ἔστιν ἀρὰ ὡς
ὁ α': πρὸς τὸν β': ὁ δ' πρὸς τὸν ε': ἄρα, κατὰ τὴν γ'. τὸ παρόντος τὸ δ' ε', κλάσμα ἴσόν ἔστι τῷ
α' β'. Ἀλλὰ τὸ α' β', τετραγώνιον ἔστι, κατὰ τὴν ὑπόθεσιν, ἀρα κ' τὸ δ' ε', τετραγώνιον ἔστι.

Ὅτε δὲ πρόσκειται τὸ κλάσμα ἐκ μὲ τετραγώνων, συγκοιόμενον ὄρων, κ' βυλομέθε γινώται εἶνε
τετραγώνιον ἔστι, ἢ μὲ, πολλαπλασιασθῆναι ἐκ τῶν ὄρων τοῦ αὐτοῦ πρὸς ἀλλήλους. κ' μὲν ὁ γινόμε-
νος τετραγώνιος εὐρέθῃ, τῆς βίζης αὐτοῦ, ἢ τὴν α. τὸ παρόντος ἐξαγομῆσι, τετραγώνιον ἔσθι κ' τὸ
κλάσμα. εἰδὲ γὰρ ὅτι ἐκ τῶν ὄρων τετραγώνιος. ἐκ ἂν εὐρέθῃ, οὐδὲ τὸ κλάσμα τετραγώνιον ἔσθι. Οἷον
κ' εἰσθῶσαν τὰ δ' ε', ζ' ε', κλάσματα ἐκ μὲ τετραγώνων συγκοιόμενα ὄρων, κ' κ' ἐπιτάτω πότερον αὐτῶν
ἔσθι τετραγώνιοι. Πολλαπλασιασθῆναι τούτων οἱ ὄροι ἐκαστέρω κλάσματος πρὸς ἀλλήλους, κ' ἐκ
μὲν τῶν δ' ε', γινέθω ὁ θ': ἐκ δὲ τῶν ζ' η', ὁ κ': εἶτα εὐρέθῃται ἢ βίζα ε' ο: α: δ: 12: ε: 6:
κατὰ τὴν ιζ'. ἀριθμῶν, κατὰ τὰ ε' στ' α. τὰ παρόντος εἰρημίται. κ' β: 9: ε: 27: α: 8:
ἔσθι τὸ μὲν θ': βίζα ἀριθμῶν ἐπιτάτω, ἀλλ': τῷ δὲ κ': ὁ μ': μετὰ τῶν ε' 84 κ: 48
κλάσματος. Ἄγω δὲ κατὰ μὲν δ' ε', κλάσμα τετραγώνιον εἶναι, ἢ μὲν δὲ κ'
τὸ ζ' η', κ' γὰρ τῆς β'. ἐκ δ' ε'. εὐκλεῖ: οἱ μὲν δ' ε', ἀριθμοὶ ὅμοιοι ἐπίπι-
πτοι εἰ δὲ ταυτοῦται λόγος ἕκαστου πρὸς ἀλλήλους, ὅτι τετραγώνιος ἀριθ- ο: α: δ: 12: ε: 6:
μῶς πρὸς τετραγώνιον, κατὰ τὴν ε'. τὸ ζ'. τῷ αὐτοῦ, ὡς τῷ δ' ε', κλάσματι διατὸν εὐρέθῃται ἢ 84 κ: 48
τετραγώνιον ἔσθι, ἐκ τετραγώνων συνιστάμινοι ὄρων, οἷον τὸ α' β', ἐπὶ δὲ τούτῳ τετραγώνιον ἔστι,
κ' τῆς β. τῷ ὄρατος, σφραγίσθω κ' τὸ δ' ε', τετραγώνιον ἔσθι. Εἰ δὲ κ' τὸ ζ' η', τετραγώνιον εἶναι, ἔσθι
κ' τῆς τῆς ὄρος λόγος ἔσθι ἐκ τετραγώνιος ἀριθμῶν πρὸς τετραγώνων, κ' ἐπομῆσι ὡσαν ἂν ὅμοιοι ε-
πίπτοι ἀριθμοὶ. Ἄρα ἔσθι πολλαπλασιασθῆναι ἀλλήλους ποιήσασθαι τῶν, ὁ γινόμενος τετραγώνιος ἂν
ἔσθι, ποιήσῃ δὲ τὸν κ': ἀρα ὁ κ' τετραγώνιος ἔσθι, ἀλλὰ κ' κα ἔστιν, ἀρα ἐκ τὸ ζ' η', κλάσμα τετρα-
γώνιον ἔστι. Ὅσον ἴδες διέξω.

Πόρισμα

Ἐκ τῶν ὀριζόμενων δῆλον, ὅτι μετὰ τῶν ὄρων τὸ τετραγώνιον κλάσματος εἰς μίτος ἀνάλογος ἐμ-
πίπτει ἀριθμῶν. μετὰ τῶν δ' ε' κ' η' ε': ὁ λ': ἐμπέπτει. Διὸ δ' ὑπὸ τῶν ἑ' ε', γινόμενος ἴσόν
ἔστι τῷ ἀπὸ τοῦ λ'.

Πρότασις Ζ΄.

Κλάσμα τετράγωνον εκ μη τετραγώνων ὄρων συγκείμενον εἰς ἕτερον ἴσον ἀγαλῖν, οὐ οἱ ὄροι τετράγωνοι,

Ἐξω δὲ κλάσμα τετράγωνον τὸ δ' εἶ, εκ μη τετραγώνων ὄρων συνισάμενον. Ἰσα δὲ τὸτο εἰς ἕτερον ἴσον τετράγωνόν τε, καὶ εἶ ὄρων τετραγώνων συγκείμενον ἀχθῆ, μεταεχθῆσασαν δ: 12: ζ: 4: οἱ δ' εἶ, αὐτῷ ὄροι εἰς ἐλαχίστους ὄρους τοὺς ζ' η', καὶ τὴν ιη'. τὸ παρόντος. τὸτο δὲ γητομίνω τὸ ζ' η', κλάσμα ἴσον ἔσαι τῷ δ' εἶ, εκ τετραγώνων συγκείμενον ὄρων. ε: 27: υ: 9: πεί γὰρ ἔχει ως ὁ δ': πρὸς τὸν ι': ὁ ζ': πρὸς τὸν η': καὶ τὰν ἡκὴ ρηθεῖσαν Πρότασιν, δῆλον ὅτι τὸ ζ' η', ἴσον ἔσαι τῷ δ' εἶ, ὅτι δὲ καὶ εκ τετραγώνων σύγκειται ὄρων, Δείκνυται. Μιταξὺ δὲ τῶν δ' εἶ, εἰς μίσην ἀνάλογον ἐπιπίπτει ἀριθμῶς, καὶ τὸ Πόρισμα τῆς ἀνωτέρω. Ὡς καὶ τὴν κ'. τὸ η'. τὸ Στοιχειωτοῦ, οἱ δ' εἶ, δρωιοι ἐπιπίδοι εἰσιν. Ἐπει δὲ τοῖς δ' εἶ, ἀνάλογόν εἰσιν οἱ ζ' η', καὶ τῶν ζ' η', πᾶντων· εἰς μίσην ἀνάλογον ἐπιπίπτει ἀριθμῶς. ἀλλ' οἱ ζ' η', ἐλαχίστοί εἰσι τῶν τῶν αὐτῶν λόγων ἐχόντων αὐτοῖς, ἄρα καὶ τὸ Πόρισμα τῆς β'. τοῦ αὐτοῦ τετράγωνοι εἰσιν. Κλάσμα ἄρα τετράγωνον εκ μη τετραγώνων ἔστι.

Πρότασις Η΄.

Κλάσματο, τετραγώνω τὴν τετράγωνον ρίζαν εὐρίην.

Τοῦ αβ', τοῖσιν τετραγώνω κλάσματο, οὐ ἡ τετράγωνος ζητεῖται ρίζα, ἰάν οἱ ὄροι τετράγωνοι εἰσιν, εὐριδῆτω ἡ τετράγωνος ἑκατέρω τούτων ρίζα, καὶ συνισάσω εἰς αὐτῶν τὸ α: 4: γ: 2: γ' δ', κλάσμα, καὶ τὸτο ἔσαι πάντως ρίζα τῷ αβ', κλάσματο, εἶς αὐτοῦ καὶ γι: β: 9: δ: 3: οἷται τὸ αβ', κλάσμα, ἑκατέρω τῶν ὄρων ἐφ' αὐτὸν πολλαπλασιαζομένω. Μὴ ὄρων δὲ τῶν ὄρων τὸ δοθέντος κλάσματος τετραγώνων, ἀχθῆτω πρῶτον τὸ αὐτὸ κλάσμα εἰς ἕτερον ἴσον αὐτῷ εκ τετραγώνων συνισάμενον ὄρων. Ἐἴτα εὐριδῆτω ἡ τὴν: ε: 27: η: 9: κ: 3: τὴν ρίζα, καὶ ἡ αὐτὴ ἔσαι ρίζα καὶ τῷ προτέρω. οἷον ἔσω τὸ εἶ, τετράγωνον κλάσμα εκ μη τετραγώνων συγκείμενον ὄρων. Ἀχθῆτω δὲ τὸ αὐ: ζ: 48: θ: 16: λ: 4: τὸ εἶ, κλάσμα ἐφ' ἕτερον ἴσον αὐτῷ τὸ η' θ', καὶ οἱ ὄροι τετράγωνοι, καὶ τὴν ἀνωτέρω. τήτου δὲ εὐριδῆτω ἡ ρίζα, καὶ ἔσω αὐτὴ τὸ κ' λ', κλάσμα. τὸτο γὰρ τὸ κ' λ', ἔσαι ρίζα καὶ τοῦ εἶ, τὸ γὰρ εἶ, ἴσον ἔσαι τῷ η' θ', κλάσματι. Ἄρα τετραγώνω κλάσματος ἡ τετράγωνος εὐριδῆται ρίζα.

Πρότασις Θ΄.

Τῷ μη τετραγώνω κλάσματο τὴν προσεχιστέραν ρίζαν εὐρίην.

Ἐξω μη τετράγωνον κλάσμα τὸ μ' ν', οὐ ἡ τετράγωνος ζητεῖται ρίζα. Πολλαπλασιασθέντω δὲ ἑκάτερος τῶν μ' ν', τούτω ἔρων μ: 6: ε: 100: τ: 600: ρ: 24: ἐπίτινα ἀριθμῶν, μάλλον δὲ τῶτοι δεκαδικόν, εἰς ὁ ζ': καὶ συ: ρ: 8: ρ: 800: θ: 28: νισάσω τὸ π ρ, κλάσμα, καὶ τὸτο πάντως ἔσαι ἴσον τῷ μ' ν', κλάσματι καὶ τὴν γ'. τοῦ παρόντος. κατὰ γιν' τῶν ιζ'. τὸ ζ'. τὸ Στοιχειωτοῦ, ὡς ἔχει ὁ μ': πρὸς τὸν ρ': ἔχει καὶ ὁ π': πρὸς τὸν ρ': τὸτα δὲ τὸ π ρ, κλάσματο, εὐριδῆτω ἡ ρίζα ἑκατέρω τῶν ὄρων. καὶ ἔσω τοῦ μιν π': προσεχιστέρα ρίζα ὁ ρ': τὸ δὲ ρ': ὁ θ': καὶ συνισάσω τὸ τ' θ', κλάσμα, καὶ τὸτο ἔσαι ρίζα καὶ τῷ μ' ν', κλάσματο: ὅτι μιν καὶ τὸ τ' θ', κλάσμα ρίζα ἔσαι τῷ π ρ, δῆλον εκ τῶν ἀνωτέρω. Ἐπει δὲ τὸ π ρ, ἴσον ἔσαι ὡς δὲ κείται τῷ μ' ν', ἄρα τὸ τ' θ', ρίζα ἔσαι καὶ τῷ μ' ν', κλάσματος.

Ἰσίου δ' ὅτι ἡ βασανος τῆς Ἐξαγωγῆς τῆς τετραγωνικῆς ρίζης, τὴ μὲν τετραγώνω γίνεται διὰ Πολλαπλασιασμοῦ τῆς εὐριδῆσις ρίζης ἐφ' αὐτὴν, ἰάν καὶ ὁ αὐτὸς γίνεται ἀριθμῶς ἀπὸ τῆς εὐριδῆσις ρίζης τῆ προβληθέντι, ὕψους ἔσαι ἡ πράξις. Τὸ δὲ μη τετραγώνω διὰ τὸ τοῦ Πολλαπλασιασμοῦ τῆς εὐριδῆσις ρίζης ἐφ' αὐτὴν, καὶ διὰ προσθέσις τῶν ἐναπολιπομένων. Οἷον ἔσω εἰς ἴσους ὁ τ': ἀριθμῶς, εἶγε προσεχιστέρα ἐστὶ ρίζα τῷ π': πολλαπλασιασθέντω δὲ ὁ αὐτὸς τ': ἐφ' αὐτὸν, καὶ γινέσθω ὁ χ': ἀριθμῶς. ἐπει δὲ ἐπὶ τῆς Ἐξαγωγῆς τοῦ τ': ἀριθμοῦ ἀπὸ τοῦ π': ἐναπολείπεται ὁ 24: ἀριθμῶς, προσεθέντω ἔτος τῷ χ': συνάψης δὲ γινέσθω, ἐπει δ' συμπουσιμῶς ψ': ἴσός ἔσαι τῷ π': ἡ πράξις πάντως ὕψους ἔσαι.

2	17: 24
244	24
π: 808	96
2	48
44: 2:	576:
	24:
	4: 600:

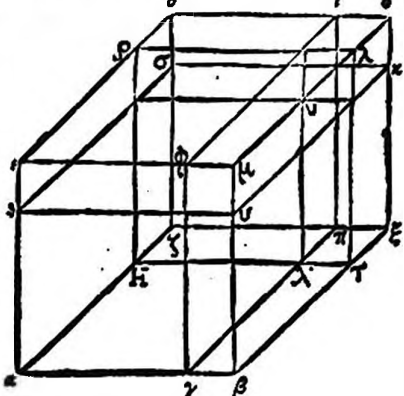
λόγραμμον ἰσότητι τῷ δ' ε', ὡσπερ κὴ τὸ γ' ε', τῷ ε' δ', κ' τὴν κλάσικον, ὡς τὸ α' ν', κύβος ἐστὶν ἢ ρίζα τὸ α' γ', ἐπεὶ δὲ τὸ α' γ', μέρος ἀναλογεῖ τῷ β': ἀριθμῷ, κ' τὸ α' ν', ἀρα παραλληλεπίπεδον ἀναλογεῖ τῷ ε': ἀριθμῷ, οὗ ρίζα ὁ β': ἁδ' οὖς ἐπεὶ αἱ δ' μ', ε' ζ', δ' ο', ἴσαι ἀλλήλους εἰσὶν τῷ λόγῳ τῷ κύβου, τῶν δ' ἀφ' ἑαυτῶν ἴσαι αἱ μ' λ', ε' κ', οἱ, πάντως γ' κ' αἱ δ' λ', δ' κ', δ' ι', ἴσαι ἀλλήλους εἰσὶν, ὡς τὸ ε' δ', παραλληλεπίπεδον κύβος ἐστὶν, ἢ ρίζα ἢ δ' ι', ἀλλὰ ταύτην μὴ ἰσότητι ἢ ε' π', τῆ δὲ ε' π', ἢ β' γ', κατὰ τὴν λδ'. τῷ α'. Εὐκλι ἀρα τοῦ ε' δ', ρίζα κυβική ἐστὶν ἢ β' γ', ἐπεὶ δὲ ἢ β' γ', ἀναλογεῖ τῷ γ': ἀριθμῷ, κ' ὁ ε' δ', ἀρα κύβος ἀναλογεῖ τῷ ζ': ἀριθμῷ. Τῶν δ' οὖτως ἐχόντων ὑπερῶς διχθόσεται ἢ ἕκασον τῶν γ' κ', ἢ ι', ε' λ', παραλληλεπίπεδον ὑπὸ τῷ ὀλοῦ κ' τῶν μίρων αὐτοῦ περιχθόσεται, κ' ἐπομένως ἴσα εἶναι ἀλλήλους. τὸ μὲν γὰρ γ' κ', περιχθόσεται ὑπὸ τῶν ε' β', ε' κ', ε' π', τὸ δὲ ἢ ι', περιχθόσεται ὁμοίως ὑπὸ τῶν ζ' δ', ζ' π', ζ' ἢ, κ' τὸ ε' λ', ὑπὸ τῶν ε' μ', ε' ρ', ε' δ'. Τῶν δ' αἱ μὲν ε' β', ζ' ο', ε' μ', ἴσαι εἶναι ἕκαση τῆ α' β', αἱ δὲ ε' κ', ζ' π', ε' ρ', τῆ α' γ', κ' αἱ ε' π', ζ' ἢ, ε' δ', τῆ γ' β'.

Λήμμα Β'.

Ἐάν ἀριθμὸς ὡς ἔτυχε τμηθῆ, ὁ τοῦ ὅλου κύβος ἴσος ἴσται τοῖς τε τῶν μίρων κύβοις, κ' εἰς τῶν πλῆθει παραλληλεπίπεδοις. Ἐάν τὰ τρία δις μὲν ὑπὸ τῷ α'. ἀπαξ δ' ὑπὸ τῷ β'. μέρους περιχθόσεται ἕκασον, καὶ δὲ λοιπὰ τρία δις μὲν ὑπὸ τῷ δευτέρῳ ἀπαξ δ' ὑπὸ τῷ πρώτῳ.

Ἐάν ὁ αὐτὸς α': ἀριθμὸς διηρημένος εἰς μέρη, ὡς ἔτυχε τὰ β' γ', κ' τῷ μὲν ὅλου α' ἴστω κύβος δ' ἀριθμῷ τῷ δὲ β': μέρους αὐτοῦ ὁ ε': κ' τῷ γ': ὁ ζ': πολλαπλασιασθέντων δ' αὐθις τὸ β': μέρος ἐφ' αὐτῷ, ἢ ποιεῖται τὸν ἢ: τοῦτο δὲ πολλαπλασιασθόμενον ἐπὶ τῷ γ': μέρος, γινώσθω ὁ δ': κ' αὐτὸς ἴσται πάντως παραλληλεπίπεδος, δις μὲν ὑπὸ τῷ α'. περιχθόμενος μέρους, ἀπαξ δ' ὑπὸ τῷ β'. πολλαπλασιασθέντων δὲ κ' τῷ γ': μέρος πρὸς αὐτῷ, ἢ ποιεῖται τὸν κ': τῷ δὲ ἐπὶ τῷ β': πολλαπλασιασθόμενον μέρους, γινώσθω ὁ λ': ἀριθμῷ, κ' αὐτὸς ἴσται αἰσαύτως παραλληλεπίπεδος, δις μὲν ὑπὸ τῷ β'. περιχθόμενος μέρους, ἀπαξ δ' ὑπὸ τῷ α'. Τῶν δ' οὖτως γινόμενων συναφθῆσθαι ἀλλήλους οἱ ε' ζ', ε' λ', ἀριθμοὶ, τῶν μὲν ε': κ' α' ζ': ἀπαξ ἑκατέρῳ λαμβανομένων, τῶν δὲ δ': κ' λ': τρις, κ' γινώσθω ὁ μ': λέγω δὲ τὸν δ': ἀριθμὸν ἴσος εἶναι τῷ μ'. Ἐπομένως γὰρ ὁ α' δ', κύβος αὐτὸ τῷ δ': κυβικῷ ἀριθμῷ, ἢ ρίζα ἴστω ἢ α' β', διηρημῆται κ' τὸ γ': ὡς τὴν μὲν ὀλην α' β', ἀναλογεῖ τῷ α': ἀριθμῷ, τῆ δὲ α' γ', τῷ β': κ' τῆ γ' β', τῆ γ': ἢ ἀναπληρωθῶν τὸ κῆμα ὡς προσημνύεται. Ὁ γὰρ α' δ', κύβος πασιφως ἴσός ἐστι τοῖς ἰδίοις μέρουσιν α' ν', ε' δ', ζ' ε', ε' β', ε' ε', ε' ε', ε' μ', ε' ο', ἀλλὰ τὸ μὲν α' δ', κύβος ἐστὶ τῷ α' γ', μέρος, ὡς προσημνύεται ἢ δὲ δίδεται, ἀναλογεῖ ἀρα τῷ ε': ἀριθμῷ, ἐπεὶ δὲ τὸ ε' δ', κύβος ἐστὶ τῷ γ' β', μέρος, ἀναλογεῖ πάντως τῷ ζ': ἀριθμῷ. Ὅτι δὲ ἕκασον μὲν τῶν ζ' ε', ε' β', ε' ε', ἀναλογεῖ τῷ δ': ἀριθμῷ, ἕκασον δὲ τῶν ε' ζ', ε' μ', ε' ο', παραλληλεπίπεδον ἀναλογεῖ τῷ λ': ἀριθμῷ, ὅλον. Ἐκασον μὲν γὰρ τῶν ζ' ε', ε' β', ε' ε', περιχθόσεται δις μὲν ὑπὸ τῷ α' γ', μέρος τις α' β', ἑκάστω, ἀπαξ δ' ὑπὸ τῷ γ' β', ἑκάστω γὰρ τῶν ζ' ο', ζ' π', β' τ', β' υ', ε' ρ', ε' φ', ἴσους τῷ α' γ', α' μέρος τις α' β', ἑκάστω, καὶ τὸ μὲν ζ' ε', περιχθόσεται ὑπὸ τῶν ζ' ο', ζ' π', ζ' ἢ. Τὸ δὲ ε' β', ὑπὸ τῶν β' τ', β' υ', β' γ'. Τὸ δὲ ε' ε', ὑπὸ τῶν ε' ρ', ε' φ', ε' δ'. Τῶν δὲ λοιπῶν τριῶν αὐθις τὸ μὲν ε' ζ', περιχθόσεται ὑπὸ τῶν χ' π', χ' τ', ὡς ἑκάστω ἴσους τῆ γ' β', κ' λ' ε', τὸ δὲ ε' μ', ὡς αἰσαύτως περιχθόσεται ὑπὸ τῶν μ' ν', μ' φ', μ' λ', κ' τὸ ε' ο', ὑπὸ τῶν ο' ρ', ο' σ', οἱ, ὡς ἕκασον τῶν αὐτῶν ε' ζ', ε' μ', ε' ο', παραλληλεπίπεδον ἀναλογεῖ τῷ λ': ἀριθμῷ, ὡσπερ ἕκασον τῶν ζ' ε', ε' β', ε' ε', ἀναλογεῖ τῷ δ': ἀριθμῷ, κ' τὸ μὲν α' δ', τῷ ε' μέρος ἀναλογεῖ τῷ ε': τὸ δὲ ε' δ', τῷ ζ': ἕκασον δὲ τῶν ζ' ε', ε' β', ε' ε', τῷ δ': ὡσπερ δὲ κ' τῶν ε' ζ', ε' μ', ε' ο', ἕκασον ἀναλοῦν τῷ λ': ὡς δίδεται. Ὁ δ': πάντως ἀριθμὸς ἴσός ἐστι τοῖς ε' ζ', κυβικοῖς ἀριθμοῖς, κ' ε' λ', παραλληλεπίπεδοις διὰ: ἀριθμοῖς τρισὼς λαμβανομένοις. ἐκ τούτων δὲ γίγνεται ὁ μ':

α:	8:	β:	6:	γ:	2:
	8:		6:		2:
	64:		36:		4:
	8:		6:		2:
δ:	512:	ι:	216:	ζ:	8:
	ε:	β:	6:	γ:	2:
	ζ:	β:	6:	γ:	2:
	δ:	η:	36:	κ:	4:
	δ:		2:		6:
	λ:	δ:	72:	λ:	24:
	λ:		24:		
	λ:		24:		
	μ:		512:		



Ὁ δ': πάντως ἀριθμὸς ἴσός ἐστι τοῖς ε' ζ', κυβικοῖς ἀριθμοῖς, κ' ε' λ', παραλληλεπίπεδοις διὰ: ἀριθμοῖς τρισὼς λαμβανομένοις. ἐκ τούτων δὲ γίγνεται ὁ μ':

ὁ μ' ἀριθμὸς, ὁ δ' τοῖσιν ἴσός ἐστι τῷ μ'. Ἐὰν ἀρα ἀριθμὸς ὡς ἔτυχε τμηθῆ, ὁ τῷ ὅλῳ κύβος ἴσος ἔσται τοῖσιν τῶν μέρων κύβοις, καὶ ἔξ τῷ πλήθει παραλληλεπιπέδων, ὧν τὰ τρία δις μὲν ὑπὸ τῷ α' ἀπαξ δ' ὑπὸ τῷ β'. περιέχονται μέρη. τὰ δὲ λοιπὰ τρία δις μὲν ὑπὸ τῷ β'. ἀπαξ δ' ὑπὸ τῷ γ'. Ὅτι οὖν ἴδει δείξαι.

Λήμμα Γ.

Παντὶ κύβῳ ἴσῳ ἢ αὐτῷ ρίζα, καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ρίζης τετραγωνίον τρίς προσθεῶσι, ἔτι δὲ καὶ μονάδα, κύβος προστεχῆς μείζων αὐτῷ γινύσεται.

Ἐστω κύβος ὁ α' ἀριθμὸς, ἡ ρίζα ὁ β' ἢ τετραγωνίος ἀριθμὸς ὁ γ'. τῶν δὲ β' καὶ γ' τριπλασιασθέντων ἑκατέρου χωρὶς, γινώσκων οἱ δ' καὶ ἑ. ἀριθμοί. Τούτων δὲ προσθεῖντων τῷ α' μὲν τῆς ζ' μονάδος γινύσθω ὁ π' ἀριθμὸς. Λέγω δὲ π' πρὸς αὐτὸν ἢ κύβον εἶναι προστεχῆ μείζονα τῷ α' οὐ ρίζα ὁ θ'. μονάδι ὑπερέχων τῷ β'. ὅστις ρίζα τῷ α'. Τποκείσθω γὰρ ἐπὶ τῷ αὐτῷ σχήματι ἀναλογεῖν τῷ β' ἀριθμῷ, τὴν δὲ γ' β', τὴν ζ' μονάδι, ὡς τὴν ὅλην αβ', ἀναλογεῖν τῷ θ' ὁ μὲν αβ', κύβος ἀναλογεῖ τῷ α' ἀριθμῷ, ὡς πρὸς καὶ ἡ τῆς ρίζα α γ', τῷ β' ὁ δὲ γ δ', τῆ ζ' μονάδι. παντὸς γὰρ κύβου καὶ αἱ μονάδες κύβοι εἰσὶν, ὡς πρὸς καὶ τὰ τετραγώνια τετραγώνια, καὶ τῶν μὲν ζ' ν', ἡ β', γ' ἢ, παραλληλεπιπέδων ἴκασον ἀναλογεῖ τῷ γ' ἀριθμῷ, ἴκασον δὲ τῶν γ' ε', ἡ μ', ἡ δ', τῷ β' ὁ α' δ', πάσις κύβος ἀναλογησά τῷ ἢ. ἀλλ' ὁ αδ', κύβος προστεχῆς ἐστὶ μείζων τῷ αβ', μόνον γὰρ ἢ αβ', κυβικὴ ρίζα τῆς α γ', ὑπερέχει, καὶ ὁ ἢ ἀρα κυβικὸς ἀριθμὸς προστεχῆς ἐστὶ μείζων τῷ α'. Παντὶ ἀρα κύβῳ ἴσῳ ἢ τῆς ρίζα κατ.

Ὅτι δ' α' γ δ', κύβος μονάδες ἐστὶ, δῆλον. ἢ γὰρ τότε κυβικὴ ρίζα ἰδ', ἴση ἐστὶ τῇ π' ε', καὶ ἑπομένως τῇ γ β', ἢ δὲ γ β', αὐτὴ μονάδος ὑπερέθῃ, καὶ ὁ γ δ', ἀρα κύβος μονάδες ἐστὶν, ὡς ἔχων ρίζαν μονάδα. Ὅτι δὲ καὶ ἴκασον μὲν τῶν ζ' ν', ἡ β', γ' ἢ, παραλληλεπιπέδων ἀναλογεῖ τῷ γ' ἀριθμῷ, ἴκασον δὲ τῶν γ' ε', ἡ μ', ἡ δ', ἀναλογεῖ τῷ β'. καὶ χαλεπότερον ἢ δὴ δείξαι. Τὰ μὲν γὰρ ζ' ν', ἡ β', γ' ἢ, περιέχονται ἴκασον, ὡς εἰδικται, δις μὲν ὑπὸ τῆς α γ', ἀπαξ δ' ὑπὸ τῆς γ β'. Ἀλλὰ καὶ τὸ τετραγωνίον τῆς α γ', μικρὸς μὲν καὶ πλάτους ἔχει ἴσον τῆ α γ', ὕψος δὲ ἴσον τῇ γ β', ἴκασον ἀρα τῶν ζ' ν', ἡ β', γ' ἢ, παραλληλεπιπέδων ἴσόν ἐστι τῷ τετραγωνίῳ τῆς α γ', ἐπεὶ δὲ ἡ α γ', ἀναλογεῖ τῷ β' ἀριθμῷ, καὶ τότε τετραγωνίος ἐστὶ τὸ γ': πάντως γοὺ καὶ τῶν ζ' ν', ἡ β', γ' ἢ, παραλληλεπιπέδων ἴκασον ἀναλογησά τῷ γ'. Ἀλλ' ἐστὶ ἴκασον τῶν γ' ε', ἡ μ', ἡ δ', δις μὲν ὑπὸ τῆς γ β', περιέχεται, ἀπαξ δ' ὑπὸ τῆς α γ', ταυτὴν δ' ἐστὶν εἰπεὶ τῆς ρίζης τῷ αβ', κύβου, ἐκ δύο ᾗδ' μονάδων κυβικῶν συγκείται, ὁ δὲ αβ', κύβος ἀπὸ τῷ α' κυβικῷ ἀριθμῷ εἰληπται, ἀρα τῶν γ' ε', ἡ μ', ἡ δ', παραλληλεπιπέδων ἴκασον ἀναλογεῖ τῷ β'.

Πρότασις Α. Πρόβλημα

Ἀριθμῷ κυβικῷ δοθέντι τὴν κυβικὴν αὐτοῦ ρίζαν εὑρεῖν.

Ἐστω κυβικὸς ἀριθμὸς ὁ α' ἢ ἢ κυβικὴ ζητηθέντα ρίζα. Ὅσπερ ᾗδ' οἷος διποτῶν ἀριθμὸς ἐφ' ἑαυτὸν πολλαπλασιαζόμενος, τετραγώνιον ποιεῖ, καὶ ἡ ἢ ρίζα τετραγωνίος λέγεται εἶναι, ὡς δὲ καὶ τετραγωνίος ἀριθμὸς ἐπὶ τῆ αὐτοῦ ρίζῃ πολλαπλασιαζόμενος κύβον ποιεῖ εἰς εἴρηται. Ὅτι ἢ τοῦ πολλαπλασιαζόμενου τετραγώνου ρίζα, καὶ τὸ γινόμενον ἐξ αὐτῆ ρίζα ἐστὶ, διὸ καὶ κυβικὴ ἢ αὐτῆ μετανομάζεται, τετραγωνικῶν πρότερον παρονομαζομένη. Εἰ ἢ τῷ κυβικῷ δοθέντι ἀριθμῷ γινώσκῃς ἂν εἴη ὁ τετραγωνίος αὐτοῦ ἀριθμὸς, τὴν τετραγωνικὴν πάντως ἴδει ρίζαν, καὶ τὰ προσημεία, ζητεῖται. ἐπεὶ δὲ ταῦτ' ἄνω σπανίως δύναται συμβῆναι. Διὰ τοῦτο καὶ ἑτέρως τινα ἔφοδον πρὸς εὑρεσιν τῆς κυβικῆς ἐπιφύρον ρίζης οἱ περὶ τὰ τοιαῦτα Δεινοί.

Σημειώθηται ἔν ὁ ἔχων τὸ δοθέντος κυβικῷ ἀριθμῷ χαρακτῆρ σιγμα, ὡς πρὸς καὶ ὁ τῷ τετραγώνιῳ, τὸ δὲ διπλοῦν καὶ γ'. τῶν αὐτῶν χαρακτῆρων περιλαμβάνων, σημειώθηται ὁ δ'. εἴτα ὁ ζ'. ἴαν ἐκ πλείονων συγκείται χαρακτῆρος, καὶ ἐπὶ τῶν λοιπῶν τὸ αὐτὸ γινώσκω, τῶν δύο μὲν περιλαμβάνων, καὶ ὅσαι ἀν' ὧσιν αἱ σιγμαί, τοσαῦτα ἴθονται καὶ οἱ χαρακτῆρες τῆς εὐρεθσομένης κυβικῆς ρίζης. Ἐπεὶ τοῖσιν ὁ α' ἀριθμὸς εἰς δύο διαφέεται μέρη, καθ' ὅν εἴρηται τρόπον τῆς διαιρέσεως γινόμενης, ζητηθέντα ἢ ἢ κυβικῆς ρίζα τὸ α' αὐτοῦ ἀριστέρῳ μέρει. Αὐτῆ δὲ ἄρα εὐρεθίσεται, ἔαν ὁ προστεχέστερος κύβος τῷ αὐτῷ μέρει, ἔγνωσται εἶναι. Ἐπεὶ δὲ τὸ πρῶτον τοῦ α' μέρος ἐκ δύο συγκείται χαρακτῆρων, ἢ τῆς διπλοῦν ρίζα ἐπὶ συνίσταται χαρακτῆρι, καὶ τὰ πρότερον ᾗδ' εἴρηται μίνα.

BIBAIION B'. KEΦAΛAIION Z'.

μίνα, διδὸν ἑκατέδωσαν ἐφίξῃς οἱ ἐπίτα ἀπὸ μονάδος ἀρχόμενοι χαρακτῆρες. Ἐκαστος δὲ τῶν ἐφ' αὐτὸν πολλαπλασιαζόμενος ποιεῖται τὸν ἀπ' αὐτοῦ τετραγώνον. Τῶν δὲ τετραγώνων ἕκαστος αὐτῆς ἐπὶ τῆς ἰδίας πολλαπλασιαζόμενος ρίζαν ποιεῖται κύβου, ὡς ἐστὶναι τὰς πάντας ἐπίτα, καὶ ἕκαστος αὐτοῖς οἱ α', β', γ', δ', ε', ζ', καὶ λοιποὶ κύβικοι ἀριθμοί. Τούτων δὲ ἐφίξῃς κειμένων ὑπὸ τὸν αὐτὸν ἕκαστος τετραγώνον ἀριθμὸν, παραβλυθῆτω τὸ α'. τὸ α' μέρος ἕκαστου τῶν αὐτῶν κυβικῶν ἀριθμῶν, τὸ δὲ προσχετέρον ἢ ρίζα ἴσται πάντας ρίζα καὶ τοῦ αὐτοῦ πρώτου μέρους τὸ α'. Ἐπεὶ οὖν, ἐφίξῃς γινομένης, προσχετέρος ἐστὶν ὁ β': τὸτα δὲ ρίζα ἐστὶν ὁ 2: γραφῆτω ἐπάνω τῆς η' γραμμῆς ὁ 2: χαρακτῆρ, ἀπὸ τῶν α' χαρακτῆρος τῆς ρίζης τῶ α': ἴσθα τὸ θ': τὸ δὲ β': ἀφαιρῆται ἀπὸ τῶ α' μέρος τῶ α': ὁ ἱσαπολειπόμενος ἀριθμὸς, δηλ: ὁ 2: γραφῆτω ἐπάνω τῶ α' μέρος, καὶ τὸν τῆς Διαίρεσεως κανόνα.

2	8: r
a: 10648	2 2
β: 8:	
κ: — 6:	ξ: 4:
λ: — 12:	μ: 6:
μ: 24:	π: 12:
σ: 24:	ξ: 4:
τ: 20:	ρ: 21:
υ: 8:	ρ: 8:
φ: 2648:	

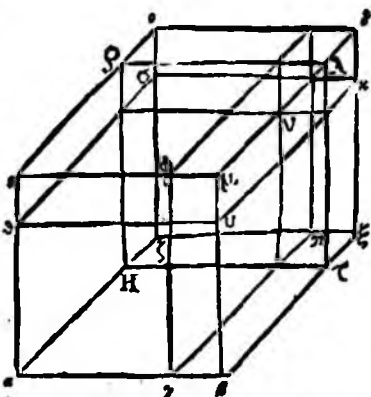
Ἐἴτα τριπλασιάζω τὸ θ': καὶ ὁ γινόμενος γραφῆτω ὑπὸ τὸν β': ἴσθα τὸ κ': συσοιχῶν τῶ α' χαρακτῆρι τὸ β'. μέρος τῶ α' τὸ δὲ κ': ἐπὶ τὸν θ': πολλαπλασιαζόμενον γινέθω ὁ λ': ὁ καὶ γραφῆτω ὑπὸ τὸν κ': ὡς τοῖς ἑ-

1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	4	9	16	25	36	49	64	81
α	β	γ	δ	ε	ζ	η	θ	ι
1	8:	27	64	125	216	343	512	729

χάτου αὐτοῦ χαρακτῆρα συσοιχῶν τῶ ἑκάστῳ χαρακτῆρι τῶ αὐτῶ κ'. Τῶν δὲ γινομένων ζητηθῆτω ποσάντις ὁ αὐτός λ': μετρή τὸ συσοιχῶν αὐτῶ μέρος τῶ α' δηλ: τὸν 26: καὶ ἐπεὶ εὑρίσκεται δις, γραφῆτω αὐτῆς ἐπάνω τῆς η' γραμμῆς ἐφίξῃς τὸ θ': χαρακτῆρος ὁ 2: χαρακτῆρ ἴσθα τὸ ν': ἐφ' ὃν πολλαπλασιάζω τὸ λ': καὶ ὁ γινόμενος γραφῆτω ὑπὸ τὸν αὐτὸν λ': γραμμῆς μεσολαβήσας ἴσθα τὸ μ': συσοιχῶν τῶ, τὸ λ': καὶ κ': καὶ τὰ διεξίε. Τὸ δὲ ν': ἐφ' αὐτοῦ πολλαπλασιαζόμενον γινέθω ὁ ξ': ὅς τις ἐπὶ τὸν κ': πολλαπλασιαζόμενος ποιεῖται τὸν π': καὶ γραφῆτω ὑπὸ τὸν μ': ἴσα μόνον βαθμὸν πρὸς τὰ διεξία κατηρχόμενος. Συναπτομένων δὲ τῶν μ': καὶ π': γινέθω ὁ σ': τὸ δὲ ξ': ἐπὶ τὸν ν': πολλαπλασιαζόμενον γινέθω ὁ ρ': καὶ γραφῆτω ὑπὸ τὸν σ': ἴσα καὶ αὐτὸς ὑπερύπτων βαθμὸν. Τῶν δ' ἕτω γινομένων συναφθῆτωσαν οἱ μ' π', σ' ρ', ἀριθμοὶ καὶ ὁ εἴς αὐτῶν συμποσόμενος δηλ: ὁ τ': ἀφαιρέθω ἀπὸ τῶ ἱσαπολειπόμενος μέρος τῶ α': καὶ ὅτις εἴη ἢ πράξις, ὡδέντι ἱσαπολειπόμενος. Εἰ δὲ ὁ προκείμενος ἀριθμὸς, ἢ ἢ κυβικὸν ζήτηται ρίζα, μὴ ἰστέλης εἴη κύβου, ἱσαπολειπόμενος αὐτῆς ἀριθμῶν, ὡς τῶ τῆς ἐμφυθῆσας ρίζης κύβου προσδεμένου ὁ γινόμενος ἴσος ἴσται τῶ ὁδοῖντι ἀριθμῶν.

Διαιρῆται.

Ο' α' δ', κύβου ἀπὸ τῶ α' κυβικῶν ἀριθμῶν λαμβανόμενος πρὸς ἐστὶ τῶ α', κύβου, καὶ ζ', β', ν', ε', ζ', δ', μ', ν', ο', παραλληλεπίπεδος, καὶ ἐστὶ τῶ ε', κύβου, καὶ τὸ β'. Αἰῆμα τὸ παρόντος. Ἐπεὶ δὲ ἢ τούτου ρίζα αβ, σύγκριται ἐκ δύο μερῶν τῶν α', γβ, δηλονότι ὅτι τὸ μὲν α' γ, ταύτης μέρος ἀναλογεῖ τῶ θ': χαρακτῆρι, τὸ δὲ γβ, τῶ ν': ἐπεὶ δὲ πάλιν ἐκ μέρους τοῦ θ': γίγνεται ὁ β': κυβικῶν ἀριθμῶν, ἐκ δὲ τοῦ α' γ, ὁ α', κύβου, πάντως γο ὁ α', κύβου, ἀναλογεῖ τῶ β': κυβικῶν ἀριθμῶν. Ὅτι δὲ ἕκαστος τῶν ἕξ παραλληλεπίπεδων ζ', ε', β', ν', ε', καὶ λοιπῶν ἀναλογεῖ τῶ σ': ἀριθμῶν, δηλονότι. Τῶ μὲν γὰρ κ': ἀριθμῶν ἀναλογεῖ τὸ τριπλάσιον τῶ α' γ, μέρος τῆς αβ, κυβικῆς ρίζης τῶ ε' δ', κύβου, γίγνεται γὰρ ὁ κ': ἐκ τῶ θ': τρεῖς εἰλημμένα λαμβανόμενα δὲ τὰ τριπλάσιον τῶ α' γ, μέρος αἰῆ μίκτου, τοῦ δὲ α' γ, ἀπὸ πλάτους, καὶ τοῦ γβ, ἀπὸ ὕψους συσπασθῆναι τε πάντας παραλληλεπίπεδον ἴσον τοῖς ζ', ε', β', ν', ε', παραλληλεπίπεδοις. Ἐὰν ἦσιν τρία ἴσα διαίρεθῶν, τὸ αὐτὸ παραλληλεπίπεδον, ὡς τὰς ἐν αὐτῶ τομας παραλλήλους εἶναι τοῖς ἀπεναντίον αὐτῶ ἐπιπέδοις. ἕκαστος τῶν μέρων αὐτῶ τότε μῆκος καὶ πλάτους ἴσον ἔχει τῶ α' γ, μέρει τῆς αβ, κυβικῆς ρίζης, ὕψος δὲ ἴσον τῶ γβ, λοιπῶν μέρει ταύτης. Ἀλλὰ καὶ ἕκαστος τῶν ζ', ε', β', ν', ε', παραλληλεπίπεδων, μῆκος μὲν καὶ πλάτους ἴσον τῶ α' γ, μέρει τῆς αὐτῆς, ὕψος δὲ ἴσον τῶ γβ, ἀρα τὰ ζ', ε', β', ν', ε', παραλληλεπίπεδα ὁμοῦ λαμβανόμενα ἴσάσι τῶ γινομένων παραλληλεπίπεδων ὁ μῆκος μὲν τριπλάσιον τῶ α' γ, μέρος τῆς αβ, κυβικῆς ρίζης τῶ α' δ', κύβου, πλάτους δὲ ἴσον τῶ αὐτῶ α' γ, καὶ ὕψος ἴσον τῶ γβ, λοιπῶν μέρει, τούτω δὲ ἀναλογεῖ δεικνῶν τῶ μ': ἀριθμῶν γίγνεται γὰρ ἐκ τῶν κ' θ', ἢ ὁ μὲν β': ἀναλογεῖ τῶ τριπλάσιον τῶ α' γ, μέρος τῆς αβ, ρίζης, ὁ δὲ θ': τῶ



2	8: r
a: 10648:	2 2
β: 8:	
κ: 6:	
λ: 12:	ξ: 4:
μ: 24:	κ: 6:
σ: 24:	π: 12:
φ: 264 0:	
τ: 8:	ξ: 4:
υ: 2648:	ρ: 2:
φ: 8:	ρ: 8:
φ: 10648:	

Dd

αὐτῶ

αὐτῶν α γ, ἢ ὁ ε' τῶ γ β', Αὐτῶν γὰρ μὲν ε': ἀναλογί τὸ ἀπὸ τῶ γ β', τετραγώνιον, γίγνεται δὲ ἀπὸ τῶ γ β' αὐτῶν πολλαπλασιασθέντες. ἔπειτα δὲ καὶ τῶ κ': ἀναλογί τὸ τριπλασίον τῶ α γ, ὡς δὲ δεικνύται, τὸ δὲ ε': ἐπὶ τῶν κ': πολλαπλασιασθέντες γίγνεται ὁ π': πάντως γὰρ τῶ αὐτῶ π': ἀριθμῶ ἀναλογί ἕκαστος τῶν λοιπῶν τρία παραλληλεπίπυδα ε' ε', ε' μ', ε' δ, εἰς δὲ τὸ γινόμενον παραλληλεπίπυδα ἐκ μῆκος μὲν τριπλασίον τῶ α γ, πλάτους δὲ ἡ ὕψος ἴσου τῶ γ β', εἰς τρία ἴσα διαίρειται μὲν ἐπιπέδους παραλλήλους ὑπὸ αὐτῶ ἐπιπέδοις, ἕκαστος τῶν τούτων μέρων εἶναι μῆκος μὲν ἴσον τῶ α γ, μέρους τῆς α β', κυβικῆς ῥίζης, πλάτος δὲ ἡ ὕψος ἴσον τῶ γ β', λοιπῶν μέρων, ἀλλ' ἕκαστος ἡ τῶν ε' ε', ε' μ', ε' δ, μῆκος μὲν ἔχει ἴσον τῶ α γ, εὐρημίνων μέρων, πλάτους δὲ ἡ ὕψος ἴσον τῶ γ β', ἀρα τὰ αὐτὰ ε' ε', ε' μ', ε' δ, παραλληλεπίπυδα ὅμω λαμβανόμενα ἴσά εἰσι τῶ γινόμενον παραλληλεπίπυδα. ἐκ μῆκος μὲν τριπλασίον τῶ α γ, μέρους τῆς α β', ῥίζης, πλάτους δὲ ἡ ὕψος ἴσον τῶ γ β', τούτο δὲ τὸ παραλληλεπίπυδα ἀναλογί τῶ π': ἀριθμῶ, τῶ αὐτῶ ἀρα π': ἀριθμῶ ἀναλογί: ἢ τὰ ε' ε', ε' μ', ε' δ, ὅμω λαμβανόμενα. Ἐπει δὲ ἐκ τῶ μ': ἢ π': γίγνεται ὁ σ': αὐτῶ μὲν μ': ἀριθμῶ ἀναλογί τὰ τρία προσημειωμένα παραλληλεπίπυδα, τῶ δὲ π': τὰ λοιπὰ τρία, τῶ σ': πάντως ἀναλογί τὰ ε' ε' τῶ α δ, κύβου παραλληλεπίπυδα τὰ ζ' ε', ε' β', ε' ε', ε' ε', ε' μ', ε' δ, ὅτι διὸ ἡ τῶ β': ἀριθμῶ ἀναλογί ε' ε' δ, κύβος φανερὸν. ἔχει γὰρ ῥίζα κυβικὴν ὁ αὐτὸς ε': ἀριθμῶς τῶν ε' ἀριθμῶν, φησὶν ἀναλογί τὸ γ β, μέρος τῆς α β', ὅπῃ ῥίζα ἐστὶ τοῦ ε' δ, ἔπειτα δὲ ἐκ τῶν σ': καὶ β': γίγνεται ὁ γ': ἀριθμῶς, εἰς τούτω προσέθη καὶ ὁ β': ὁ γινόμενος φ': ἴσος ἴσται τῶ α: αὐτῶ ε' εἰληπται ὁ α δ, κύβος, ὡς προείρηται. Ὡς περὶ δὲ ὁ αὐτὸς α δ, κύβος σύγκειται ἐκ τῶ α ε', κύβου, ἢ ε' ε' παραλληλεπίπυδα ζ' ε', ε' β', ε' ε', ε' μ', ε' δ, ἐπὶ δὲ ἡ τῶ ε' δ, κύβου, εἰς ἡ ὁ φ': ἀριθμῶς σύγκειται ἐκ τῶν β' σ', ἢ β': ἀριθμῶν, ἢ τῶ μὲν β': ἀναλογί ὁ α ε', κύβος, τῶ δὲ σ': τὰ ρηθέντα ε' ε' παραλληλεπίπυδα, ἢ τῶ β': ὁ ε' δ, κύβος.

Ἐπιπέδων δὲ ἄλλων, ὅτι ὁ τρέπος αὐτῶς ἐπιπέδους χωρὶς πρὸς εὐρείαν τῆς κυβικῆς ῥίζης πάντως προβαλλομένου ἀριθμῶν. δεικνύται γὰρ ὁ α: ἀριθμῶς διὰ τῶν ἐπιπέδων εἰς δύο μέρη, ὅτι ἡ κυβικὴ ῥίζα τῶ εἰς τὴν ἑκατέρωθεν συγκεκλιμένον κύβου, ὅπου οὐσίταται χαρακτῆρον. Ἐπὶ δὲ ὁ β': προσημειῖται ἐστὶ κύβος τῶ α: μέρους τοῦ α: ἢ ῥίζα ἐστὶν ὁ ε': διὰ τοιούτου ὁ ε': ἐπὶ μὲν τῶν τρία πολλαπλασιασθέντες τῶν κ': ἐπιπέδων, ἐπὶ δὲ τῶν κ': ἀσπίτως πολλαπλασιασθέντες πεποίηκε τὸν λ': ἡ σεις γὰρ παρίστωσι τὴν τὴν παραλληλεπίπυδα βάσιν, ἢ μῆκος μὲν τὸ τριπλασίον τῶ α γ, μέρους τῆς α β', ῥίζης, πλάτος δὲ τὸ αὐτὸ α γ, ἢ ὕψος τὸ γ β', ἢ ἔπειτα δὲ τῶ γ β', ἀγνοῦνται, τότε εἰκατέζητιθι ποσάως ὁ λ': τὸν συροικῆται αὐτῶ τῶ α: ἀριθμῶν μετρεῖ, δηλ: τὸν 26: τούτου γὰρ ἐγγύσμιθι γινώσκεται τὸ γ β', μέρος, ὅπῃ τῶ γ β': ἀναλογί ἀριθμῶ. Ὅθεν ἢ ὁ λ': ἐπὶ τῶν ε': πολλαπλασιασθέντες τῶν μ': πεποίηκεν ἀριθμῶν, τῶν τὰ τρία παρίστωσι τῶν τῶ α δ, κύβου παραλληλεπίπυδα, τὸ ζ' ε', ε' β', ε' ε', τὰ λοιπὰ δὲ ἐκ τῶν εὐρημίνων σαθῆ.

Εἰδὼς ὁ προβληθέντος ἀριθμῶς ἐκ κλειθῶν σύγκειται χαρακτῆρον, ὡς εἰς πλείων τῶν δύο διαίρειται μέρη, καὶ τὰς δύο εὐρεθίται τῆς αὐτῶ ῥίζης χαρακτῆρας, ὡς εἰς λαμβάνειν ἀριθμῶν, καὶ ἐπὶ τῶν τρία πολλαπλασιασθέν, τῶν δὲ γινόμενον ἐπὶ τῶν αὐτῶ εὐρεθίται ἀριθμῶν, καὶ τὰ μὲν ποιεῖν, ἢ τὰ προσημειῖται, καὶ εὐρεθίται τὸ ζῆτοντες, ὡς εἰς μέρη. Ὅσον ἴσων ἀριθμῶς ὁ α: οὐ ἢ κυβικὴ ζητεῖται ῥίζα: διαίρειται τῶν εὐρημίνων, ὡς προσημειῖται, ὁ αὐτὸς ἀριθμῶς α: ἀπὸ δὲ τῶ α: αὐτῶ μέρους δηλ: τῶ 34: ἀριθμῶ, ἀφαιρῶν ὁ προσημειῖται αὐτῶ κύβος συνίστην ὁ γ': ἢ ῥίζα δὲ τρία χαρακτῆρ, ὅστις γραφῆται ἐπὶ τῆς δι: γραμμῆς ἴσθα τὸ ε' ἢ τὸ εὐπολοῦσθαι γραφῆται αὐτῶ του 34: ὡς εἶδος. Εἶτα τριπλασιασθέντα ὁ ε' καὶ γινώσκω ὁ ζ': ἢ τίτος ἐπὶ τῶ ε': πολλαπλασιασθέντων γινώσκω ὁ η': καὶ ζητηθέντα ποσάως ὁ η': τῶν συροικῆται αὐτῶ του α: ἀριθμῶν μετρεῖ, δηλ: τὸν 73: ἢ ἐπὶ εὐρεθίται δις γραφῆται ὁ α: χαρακτῆρ ἴσθα τὸ ε': τῆς δι: γραμμῆς ὀκαθδεσίας. Τῶ δὲ τῶν η': γραμμῆς ἐκτεθροῖται, ἢ τῶ η': ἐπὶ τῶν ε': πολλαπλασιασθέντων, ὁ γινόμενος α': γραφῆται ὑπὸ τῆς γραμμῆς ὡς μισίτης τῶ β' μέρους τῶ α: τῶ δὲ ε': εἰς αὐτῶν πολλαπλασιασθέντων γινώσκω ὁ λ': πολλαπλασιασθέντες δὲ ἢ ὁ λ': ἐπὶ τῶν ε' ποιεῖται τῶ μ': ἢ τίτος ἰσθῆται τῶν χαρακτῆρων τῶ ε' καὶ ε': κύβος, ἢ τῶ δὲ ε' Γραμμῆς δὲ ἐστὶται μίτης ἢ ὑπὸ τῶ μ': συναφθέντων τῶ α μ' εἰς ἴσα τῶν ε': ἢ τίτος ἀφαιρῶν ἀπὸ τῶ β' μέρους τῶ α: δηλ: τῶ 7328: τὸ εὐπολοῦσθαι γραφῆται αὐτῶ, ὡς συναφθέντων τῶ γ'. μέρων τῶ αὐτῶ α: γραμμῆς δὲ ἢ ὑπὸ τῶν ε': ἐκκαθδεσίας τριπλασιασθέντων ὁ ε' δ, ἢ ποιεῖται τῶν ε' τῶν δὲ ἐπὶ τῶν ε' δ, πολλαπλασιασθέντες γινώσκω ὁ π': ἢ γραφῆται ὑπὸ τῶν ε' ὡς μισίτης τῶ εὐπολοῦσθαι ἀπὸ τῶ β' μέρους τῶ α:

7	6
34328125	13
7	27
9	27
27	34
7560	325
34328125	325
27	32
9	32
27	32
368	1911
μ 368	μ 36
5768	288
96	9072
3072	13367
15360	μ 3
2400	μ 5
125	25
1560125	7
	4 125
	γραμ

Γραμμῆς δι' ἣν αὐτὸν ἔκτεινομένης ζητηθέντα ποσάκις μετρή ὁ αὐτὸς π': τὸν συσοι-
 χητα αὐτῶ τοῦ α': ἀριθμὸν δηλ: τὸν 15602: καὶ ἐπὶ εὐρίσκεται πηντάκις, γραφήτω
 ἐφεξῆς τὸ δ': ὁ 5: χαρακτηρ ἴσα τὸ ρ: ἐφ' ἧν πολλαπλασιασθέντω ὁ π': ἢ γινέσθω
 ὁ σ': πολλαπλασιασθέντω δὲ ἢ ὁ ρ: ἐφ' ἑαυτὸν ἢ ποιήτω τὸν τ': ἔτος δὲ πολλαπλασια-
 σθέντω ἐπὶ τὸν ξ': ἢ ὁ γινόμενος φ': γραφήτω ὑπὸ τὸν σ': ἔνα κατηρχόμενος χαρακτη-
 ρα, ὑφ' ἧν γραφήτω ὁ τὸ ρ: κύβος δηλ: ὁ ψ: ἔνα καὶ αὐτὸς κατηρχόμενος ὑπὸ τὸν φ':
 χαρακτηρα. Ταῦτα δ' ἔστω γινόμενων συναφθέντων αὐ ε' φ' ψ, ἢ ποιήτων τὸν α':
 ἔτος δ' αφαιρεθέντω ἀπὸ τὸ γ'. μέρος τὸ α': ἢ τὸ ἑξαπολειφθέντος ἀπὸ τὸ β'. ὡς ἀφ' ἰ:
 σιν. ὁ λόγος ἐκ τῶν ἀνωτέρω ἐρημίων σαφής. Οὐδὲν γὰρ τὸ πρότερον διεπίσχεον, ἢ ὅτι ἡ πράξις
 ἐν αὐτῶ διπλασιάζεται, ὡσπερ ἢ ἐπὶ τῶν μειζόνων διπλασιασθήσεται ἢ τριπλασιασθήσεται.

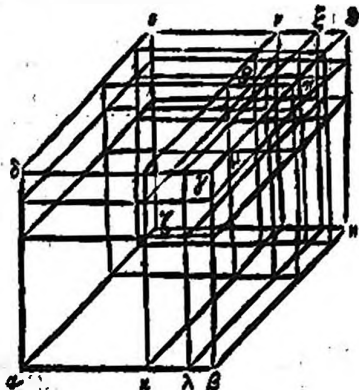
Ἄλλος.

Ἐστω ὁ αὐτὸς α': κυβικός ἀριθμὸς, ἢ ἡ κυβικὴ ζητῶται ρίζα. Διωσθὲν δὲ ἢ ἔστω τῆς εὐρίσεως ταύ-
 τες τυχεῖν, διαιεθέντω, ὡς πρότερον, διὰ τῶν εἰρημῶν εἰς τὰ ἐν αὐτῶ μέρη, ἢ παραβληθέντω τὸ
 α. αὐτὸ ἢ τὰ ἀριστερὰ μέρος ἑαλωφ τῶν προκειθέντων κυβικῶν ἀριθμῶν, ὡν ρίζαι αὐ ἀπὸ μο-
 τάδος ἀρχόμενοι εἰνία χαρακτηρῶν. καὶ ἐπὶ εὐρίσκεται προσχέστερος αὐτῶ ὁ γ': ἢ ρίζα ὁ 3: ὡς
 προήρηται, γραφήτω ἐπάνω τῆς γραμμῆς ἀπὸ τὸ α. χαρακτηρὸς τῆς ζητούμενης ρίζης ὁ 3: χαρα-
 κτηρ ἴσα τὸ β': ὁ δι γ': ἀφαιρεθέν ἀπὸ τὸ α. μέρος τὸ α': δηλ: τὸ 34: ἢ τὸ ἑξαπολειφθέν γρα-
 φήτω ὑπὸ τὸν γ': ἴσα τὸ δ': ἢ ἐφεξῆς γραφήτωσαν ἢ οἱ τὸ β'. μέρος τὸ α': χαρακτηρῶν ἀπὸ τῶν γη-
 νέσθαι τὸν δ': ἀριθμὸν περιεκτικὸν ὄλη τὸ β'. μέρος τὸ α': ἢ τὸ ἑξαπολειφθέντος ἀπὸ τὸ α. τὸ δὲ
 β': ἐφ' ἑαυτὸν πολλαπλασιασθέντος γινέσθω ὁ ε': τότε δὲ ἐπὶ
 τὸν 3: ὡσαύτως πολλαπλασιασθέντος γινέσθω ὁ ζ': ἢ ἐφεξῆς
 τῶν χαρακτηρῶν ἀποθέσθαι δύο τέτταρα, ὡς παριστᾶν τὸν α.
 αὐτὰ χαρακτηρα μοτάδος χιλιάδος, ὡσπερ ἢ ὁ νὺ δ: ἢ γρα-
 φήτω ὑπὸ τὸν δ: ὡς μεριστῆς τὸ αὐτῶ. Ἐἴτα ζητηθέντα ποσά-
 κισ καταμετρεῖ ὁ αὐτὸς ζ': τὸν δ: ἢ ἐπὶ εὐρίσκεται δις, γρα-
 φήτω ὁ 2: χαρακτηρ ἐφεξῆς τὸ τὸ β': χαρακτηρὸς καὶ ε': ὡς
 ἦναι τὸν αὐτὸν ε': ἐκ δύο συγκείμενων χαρακτηρῶν, ὅστις ἐπὶ
 τὸν δεύτερον τὸ β': χαρακτηρὰ πολλαπλασιασθεῖς ποιήτω τὸν
 θ': ἔτος δὲ προσέθητω τῶ ζ': ἢ συνησθέντω ἐξ ἀμφοῖν ὁ κ': ὅς
 ἢ πολλαπλασιασθεῖς ἐπὶ τὸν η': ποιήτω τὸν λ': τότε δὲ ἀπὸ
 τὸν δ: αφαιρεθέντος ἑξαπολειφθῶ ὁ μ': ἢ ἐφεξῆς τῶν χαρακτη-
 ρῶν γραφήτωσαν ἐπὶ τὸ τρίτῳ μέρος τὸ α': χαρακτηρῶν, ὡς γε-
 νέσθαι τὸν αὐτὸν μ': παρασηκτικὸν τὸν τρίτῳ μέρος τὸ α': ἢ
 τὸ ἑξαπολειφθέντος ἀπὸ τὸν δευτέρῳ μέρος τὸ αὐτῶ. Τύτων δ'
 ἔτω γινόμενων ὑποκείσθω ὁ β': ἑκατοσιτάδος παρασηκτικὸς, ἢ
 ἐφ' ἑαυτὸν πολλαπλασιασθέντος ποιήτω τὸν ν'. Τύτων δὲ ἐπὶ
 τὸν 3: ὁμοίως πολλαπλασιασθόμενῳ ὁ γινόμενος ξ': γραφήτω ὑ-
 πὸ τὸν μ': ἢ ζητηθέντα ποσάκις καταμετρεῖ τὸν αὐτὸν μ': ἐπὶ
 δ' εὐρίσκεται πηντάκις, γραφήτω ὁ 5: χαρακτηρ ἐφεξῆς τῶν τὸ
 β': χαρακτηρῶν ἀπὸ μοτάδος. Ἐἴτα πολλαπλασιασθέντω ὁ δ':
 ἀριθμὸς ἐπὶ τὸν 3: τὸν 5: μόνον χαρακτηρὸς παρεουραμένῳ, ἢ
 ἀριστερον εἰπειν ὡς εἰρημῆς λογιζομένου, τῶ δὲ γινόμενῳ π':
 προσέθητω ὁ 5: χαρακτηρ, καὶ συνησθέντω ὁ ρ: τύτου δὲ ἐπὶ
 τὸν αὐτὸν 5: πολλαπλασιασθόμενῳ γραφήτω γινέσθω ὁ σ': ὅστις
 συναπτόμενος τῶ ξ': ποιήτω τὸν τ': τὸν 5: δὲ ἐπὶ τὸν 5: ὡσαύ-
 τως πολλαπλασιασθέντος γινέσθω ὁ φ': ὅστις ἀφαιρεθέν ἀ-
 πὸ τὸ α': καὶ ὑγιῆς εἰν ἢ πράξις οὐδὲν ἑξαπολειφθήσεται.
 Λέγω δὲ τὸν ε': ρίζαν εἶναι κυβικὴν τὸ α': δεδόντος ἀριθμῶ.

5:	
5:	
25:	
96:	
150:	
225:	
φ: 2400:	
α: 3432812:	β: 325: 3:
γ: 27:	3:
δ: 7228:	ε: 9:
ζ: 2700:	3:
θ: 184:	27:
κ: 2884:	
μ: 2:	ε: 92:
λ: 5768:	2:
μ: 1560125:	9: 164:
ξ: 307200:	β: 320:
σ: 4825:	β: 320:
τ: 312025:	6400:
5:	960:
φ: 1560125:	κ: 102400:
32768:	3:
34328125:	ξ: 307200:
32:	β: 320:
32:	3:
64:	π: 960:
96:	5:
1024:	ρ: 965:
32:	5:
2048:	σ: 4825:
3072:	
32768:	

Ἐποκείσθω ὁ α' β' γ' δ' ε' ζ' η' θ' κύβος ἀπὸ τὸ α: κυβικῶ ἀριθμῶ, οὗ ρίζα ἢ α' β', εὐθεία, καὶ
 διαιεθέντω εἰς μέρη τρία ἀνάλογα τοῖς τὸ α: ἀριθμῶ μέρει, τὰ α', κ' ε', λ' θ', ἢ ἀναπληρω-
 σθῶ τὰ ἐν αὐτῶ πάντα ἀνάλογως, ὡς διαιεθένται ἢ τῆν α' β', αὐτὸ ρίζαν εἰς μέρη τρία ἀνάλο-
 γα τοῖς τριῶ μέρει τῆς β': ρίζα: τὸ α': κυβικῶ ἀριθμῶ τὰ α' κ', κ' λ', λ' θ', ἐκινῶται.
 Ὁ τῆς α' λ', κύβος δηλ: ὁ α' π', ἴσος ἐστὶ τῶν μερῶν τῆς α' λ', κύβος δηλ: τῶν α' κ', κ' λ', ἢ
 εἶς παραλληλοπίπεδοις, ὡν τὰ τρία περιέχεται δις μὴν ὑπὸ τὸ α' κ', μέρος, ἀπαξ δὲ ὑπὸ τοῦ κ' λ',
 τὰ δι

τὰ δὲ λοιπὰ τρία δις μὲν ἀπὸ τοῦ κ' λ', μέρους ἀσάφως περιέχεται, ἀπ' αὐτῶν δ' ὑπὸ τοῦ α' κ', κατὰ τὸ β' τοῦ παρόμοιου ἄνωμα. Ἐπεὶ δὲ ἡ ἀλ', τίμηται εἰς δύο μέρη τὰ α' κ', κ' λ', φανερόν ἐστι καὶ ὁ ἀπ', κύβος εἰς δύο τὰ μέγιστα διήρηται μέρη τὰ α' β', κ' π', ἂν τὸ μὲν α' β', ἀναλογῆται τῷ πρώτῳ μέρει τοῦ α': δηλαδὴ τῷ β' γ'... τὸ δὲ κ' π', ἀναλογῆται τῷ β'. τοῦ αὐτοῦ α': μέρη ἄλλοι: τῷ β' γ'... ὡς περ ἄλλος ὁ ἀπ', κύβος ἀναλογῆται ἐκ τῶν δύο μέρων τοῦ α': συγκαμίνου ἀριθμοῦ δηλ: τῷ β' γ' α' β'... ἐξηγουμένων τοῖσιν τῶν μεγίστων μέρων τοῦ ἀπ', κύβου, τῶν α' β', κ' π', ζυγνύται τὰ μέρη τῆς ρίζης αὐτοῦ ἀλ', εἰς ὑβρίων δι' αὐτῶν ἀφαιρεῖται ὁ τοῦ α' μέρους α' κ', κύβος, δηλ: ὁ α' μ', ἀπὸ τοῦ α' β', α' μέρους τοῦ ἀπ', κύβου. καὶ τὸ ἵναπαλειφθέν ἀπὸ τοῦ α' β', μετὰ τοῦ διυτέρου μέρους κ' π', ἀναλογῆται τῷ δ': ἀριθμῷ. Ἐπεὶ δὲ τὸ ἀπὸ τοῦ α' μέρους τοῦ ἀπ', κύβου ἴσον... τοῖς ἐξ ῥηθείσι παραλληλεπίπυδαι καὶ τῷ κύβῳ τοῦ κ' λ', διυτέρου μέρους τῆς ἀλ', ρίζης δηλ: τῷ μ' π', εἰς ὑβρίων τοῦ αὐτοῦ κ' λ', μέρους τριπλασιάζεται τὸ α' κ', μέρος, ὡς περ ἀναλογῆται τῷ πρώτῳ χαρακτῆρι τοῦ β': ἀριθμοῦ, καὶ τὸ γεόμενον πολλαπλασιάζεται ἐπ' αὐτὸ τὸ α' κ', ἵνα γίνῃται τὸ ἐκ τῶν τριῶν συγκαμίνου μεγίστων παραλληλεπίπυδων τοῦ ἀπ', κύβου. Ἐπεὶ δὲ τοῦτο ἔχει μήκος μὲν τὸ τριπλασίον τοῦ α' κ', μέρους, πλάτος δὲ τὸ αὐτὸ α' κ', καὶ ὕψος ἴσον τῷ κ' λ', τὸ δὲ μήκος ἐπὶ τὸ πλάτος πολλαπλασιάζεται τοῖς γ' γονοῦν ἡ β' βάσις αὐτῶ ἀναλογῆται τῷ ζ': ἀριθμῷ, ὅτι ὁφείλει πολλαπλασιασθῆναι ἐπὶ τὸ ὕψος, ἵνα πληρωθῇ τὸ ὅλον τῶν τριῶν μεγίστων παραλληλεπίπυδων τῷ ἀπ', κύβῳ, τότε χάριν ὀλιπτείας ὁ ζ': ἀριθμὸς ὡς μεριπῆς τῷ β': καίπερ μὴ ὁλόκληρος ἴσιν ὦν. Ὁ γὰρ ὑβρίτης τῷ β': χαρακτῆρ τὸ ὕψος παρίσσει τὸ ἐκ τῶν τριῶν: μεζόνων παραλληλεπίπυδων συγκαμίνου σώματος, δηλ: τὸ κ' λ', μέρος. Ἐπεὶ δ' αὐτῶν παρὰ τὰ τρία μέγιστα παραλληλεπίπυδα εἰσι καὶ ἵτερα τρία ἐλάττωτα, ἴτι δὲ καὶ ὁ κύβος τῷ κ' λ', μέρους διατρεῖ τοῦτο προστίθεται τῷ β': ὁ διυτέρος ὑβρίθεις χαρακτῆρ τοῦ β': ἀριθμοῦ, καὶ ὁ γεόμενος ἐξ αὐτῶν πολλαπλασιάζεται ἐπὶ τὰ αὐτὸν χαρακτῆρα, ὡς γινέται ὁ θ': ἵτος γὰρ παρίσσει τὴν βάσιν τῶ συγκαμίνου παραλληλεπίπυδα ἐκ τῶ τριῶν ἐλαττότων παραλληλεπίπυδων τοῦ ἀπ', κύβου, καὶ ἐκ τοῦ μ' π', κύβου τοῦ κ' λ', μέρους, διὸ καὶ συσπύπτεται τ' ἰ ζ': ἀριθμῷ, ὅς τις παρίσσει τὴν βάσιν τῶ ἐκ τῶν τριῶν: μεζόνων παραλληλεπίπυδων συγκαμίνου, ὡς ἔρηται. Ὁ γὰρ κ': ἀριθμὸς ἐμφαίνει τὴν βάσιν τῶ ἐκ τῶν ἐξ παραλληλεπίπυδων καὶ τῷ κύβῳ τῷ κ' λ', μέρους συγκαμίνου. Ἐπεὶ δὲ πάλιν τὰ ἐξ ταυτα παραλληλεπίπυδα, ὡς περ καὶ τοῦ κ' λ', κύβος τὸ αὐτὸ ὕψος ἔχουσιν ἴσον δηλαδὴ τῷ κ' λ', μέρει τῆς ἀλ', ταῦτα ἵτεκα πολλαπλασιάζεται ὁ κ', ἐπὶ τὸν διυτέρον χαρακτῆρα τῷ β': ὁ γὰρ λ': παρασῆσει πᾶσιως τὸ συγκαμίνου σώμα ἐκ τῶ τριῶν εἰρημίνων ἐξ παραλληλεπίπυδων, καὶ τῷ μ' π', κύβῳ τῷ κ' λ', μέρους, ἕντος ἀφαιρημίνου ἀπὸ τῶ συγκαμίνου ἴτι τὸ ἵναπαλειφθένος ἀπὸ τῶ πρώτῳ μέρους τῶ ἀπ', καὶ τῷ β'. μέρους τῶ αὐτῶ, τὸ ἵναπαλειφθέν μὲν τῷ γ'. μέρους τῶ ὅλου α' β', κύβου, ἀναλογῆται τῷ μ': ἀριθμῷ. Ἐπεὶ δὲ τοῦτο σύγκειται ἐκ τῶ τριῶν παραλληλεπίπυδων ἐξ, ἂν τὰ τρία μέγιστα, ἔχει μήκος μὲν καὶ πλάτος ἴσον τῷ ἀλ', μέρει, τῆς α' β', ρίζης, καὶ ὕψος δὲ ἴσον τῷ δ' β', τὰ δὲ λοιπὰ τρία ἐλάττωτα, μήκος μὲν ἔχει ἴσον τῷ ἀλ', μέρει, πλάτος δὲ καὶ ὕψος ἴσον τῷ λ' β', ὁ καὶ τῷ κύβῳ τῷ λ' β', μέρους, διὰ τοῦτο πολλαπλασιάζεται ὁ β': ἀριθμὸς ἐπ' αὐτῶν, ὅς τις παρίσσει τὰ ἀλ', μέρος τῆς α' β', ρίζης, ἵνα γίνῃται α' κ': ἀριθμὸς ὁ ἐμφαίνει τὴν βάσιν ἑκάστῳ τῶ τριῶν μεζόνων παραλληλεπίπυδων. Πολλαπλασιάζεται δὲ καὶ ὁ δ': ἀριθμὸς ἐπὶ τὸν β': ὅτι ὁ γεόμενος ζ': παρίσσει τὸ συγκαμίνου σώμα ἐκ τῶ βάσεων τῶν τριῶν εἰρημίνων μεζόνων παραλληλεπίπυδων. λαμβάνεται ὁ ε': ὡς μεριπῆς τοῦ μ': ὡς περ ἂν ὑβρίθ τὸ ἵναπαλειφθένος ἀπὸ τῶ πρώτῳ μέρους τῶ ἀπ', καὶ τῷ λ' β'. μέρους τῶ αὐτῶ, τῆς α' β', ρίζης. Ἐἰ γὰρ ὁ αὐτῶς ζ': ἀτελής ἴσι μεριπῆς τῷ μ': ὡς δέδομος καὶ τῶν βάσεων τῶν λοιπῶν τριῶν ἐλαττότων παραλληλεπίπυδων, ἴτι δὲ καὶ τῆς τῶ κύβῳ τῷ λ' β', μέρους, ὁ α': μέρους αὐτοῦ χαρακτῆρ καὶ εἶν ἀτελής, ὡς ὁ ἴσημα. διὸ καὶ ὁ χαρακτῆρ καθ' ὃν ὁ ε', μετρεῖ τὸν μ': τάττεται ὀφείλει τῶν τῷ β': χαρακτῆρων, ὡς τῶ λ' β', μέρους παραστατικός. Ὅτι χάριν ἐπὶ τῆς πράξεως ἡ δὲ ἐρησυχάζειν ἐπὶ τὸ καὶ πρώτῳ προσβολῆν εὐμεγέθειαν, ἂν μὴ καὶ ταῦτο προστίθῃ τοῖς λοιποῖς τῶ ὡς μεριπῆ λαμβανόμενα ἀριθμῶν χαρακτῆρων, τῶν καὶ γὰρ ἐντελής εἶναι ὁ μεριπῆς, καὶ ὑβρίθια ἀπᾶτη συμβαίνει, πολλαπλῶς δὲ τὸ καὶ πρώτῳ ὑβρίσκεινον προσβολῆν μεζόν ἴσι τῶ ἀλ' β', καὶ ὑβρί τῆς α' β', ρίζης, ἀπᾶτη ἀπᾶτη γίνεται, ἀρᾶτερον. Πολλαπλασιάζεται δὲ ὁ β': ἀπὸ τῶ τρίτου τῶν αὐτῶ χαρακτῆρων ἐπὶ τὰ τρία, καὶ γίνεται ὁ π': ὅς τις παρίσσει τὸ τριπλασίον τὸ μήκος τῶν τριῶν ἐλαττότων παραλληλεπίπυδων, προστίθεται δὲ τῷ α': ὁ ἔχματος τῷ β', χαρακτῆρ, δηλ: ὁ τῶ λ' β', μέρους παραστατικός, ὅτι ὁ γεόμενος β': ἐμφαίνει τὸ συγκαμίνου μήκος ἐκ τῶ τριῶν ἐλαττότων



πάντα παραλληλεπίπδων, ἢ τὴν μέγιστον τὴν κὺβον τῆς λ' β', μίρως. Πολλαπλασιάζεται δὲ ἐπὶ ὁ β': ἐπὶ τὴν αὐτὴν ἔχοντες χαρακτῆρα τὸ β': ὅτι ὁ γινόμενος σ': παρίσκει τὸ συγκείμενον ἐκ τῶν βάσεων τῶν τριῶν ἰλαττόνων παραλληλεπίπδων ἢ τὴν κὺβον τῆς λ' β', μίρως. Συγάζεται δὲ ὁ σ': τῷ ζ': ἴνα γνηται ὁ τ': ὅστις ἐμφαίνει τὸ συγκείμενον ἐκ τῶν βάσεων τῶν μεζόνων τῶν ἰλαττόνων παραλληλεπίπδων, ἢ τῆς τῆς κὺβου βάσιως τῆς λ' β', μίρως. Τελευταίον δὲ πολλαπλασιάζεται ἢ ὁ αὐτὸς τ': ἀριθμὸς ἐπὶ τὸν ἔχοντα τὸ β': χαρακτῆρα. Ὅτι ὁ γινόμενος σ': παρίσκει τὸ συγκείμενον σώμα ἐκ τῶν ἑξ παραλληλεπίπδων μεζόνων τῶν ἰλαττόνων ἢ τὴν κὺβον τῆς λ' β', μίρως τῆς α' β', ρίζης, ὅστις ἴσος ἔσται τῷ μ': ὅτι γὰρ ἡ βᾶσις τινὸς περιῖ ἐπὶ τὸ αὐτὸ ὕψος πολλαπλασιασθῆ τὸ περιῖον ἀναπληρῆται σῶμα. ἐπεὶ γοῦν κληταῦδα ὁ μὲν τ': παρίσκει τὸ συγκείμενον ἐκ τῶν βάσεων τῶν τῶν ἑξ παραλληλεπίπδων ἢ τὴν κὺβον τῆς λ' β', μίρως, ὁ δὲ ἔχοντα τὸ β': χαρακτῆρα ἐμφαίνει τὸ ὕψος τῶν αὐτῶν, ὅπρι ἴσος ἐστὶ τῷ λ' β', μίρως, διὰ τοῦτο πολλαπλασιαζομένη τῷ τ': ἐπὶ τὸν αὐτὸν ἔχοντα τὸ β': χαρακτῆρα, ὁ γινόμενος σ': ἴσος ἔσται τοῖς τε ἑξ παραλληλεπίπδοις ἢ τῷ κὺβῳ τῆς λ' β', μίρως. Τὴν κυβικὴν ἀρα δοθέντος ἀριθμοῦ εὐρηται ἡ κυβικὴ ρίζα, ὅπρι ἢν τὸ εἶ ἀρχῆς προβληθείη.

Τούτων δὲ τὴν τρόπον θρηύεται ἡ κυβικὴ ρίζα ἢ παντὸς ἄλλου ἀριθμοῦ κυβικῆτι ἢ μὴ γίνονται δὲ ἡ τῆς πράξιως βάσιαις διτταῖς διὰ τὴν Πολλαπλασιασμοῦ καὶ δι' Ἀφαιρίσεως τοῦ ἐνεία. Ὅσον ἐπὶ τοῦ α': κυβικῆ ἀριθμοῦ εὐρηται ρίζα κυβικῆ ὁ β': ἀριθμὸς, πολλαπλασιασθέντος ὁ αὐτὸς β': ἐφ' αὐτόν, καὶ ποιῶν τὸν γ': οὗτος δὲ πολλαπλασιασθέντος ἐπὶ τῆς β', καὶ ποιῶν τὸν δ': καὶ ὁ δ': ἴσος ἐσθῆ τῷ α': ὕψους ἔσται ἡ πράξις. Ὁσπρι γὰρ ὁ τετραγώνος ἀριθμὸς ἀπὸ τῆς αὐτοῦ τετραγωνικῆς γίνονται ρίζης ἐφ' αὐτὴν ἀπαξ πολλαπλασιαζομένης, οὕτως ἢ ἡ κὺβος ἀπὸ τῆς κυβικῆς αὐτοῦ γίνονται ρίζης οὐ μόνον ἐφ' αὐτὴν πολλαπλασιαζομένης, ἀλλὰ καὶ τὸν ἀπ' αὐτῆς γινόμενον πολλαπλασιαζούσης. Τοῦ μὲν γὰρ τετραγώνου μῆκος καὶ πλάτος μέτρο δίδονται, τοῦ δὲ κὺβου πρὸς τοῦτοις καὶ ὕψος.

Ἐάν δὲ ὁ προβληθείς ἀριθμὸς ἐπιτελής ἐκ ἑστὶ κὺβος, καὶ διὰ τοῦτο ἔξαγομένης τῆς κυβικῆς αὐτοῦ ρίζης ἐναπολείπεται τι, προσθέντων τῷ ἀπὸ τῆς εὐρεθείσης ρίζης συνεισφέρῃ ἀριθμὸν τὸ ἐναπολιπόμενον, καὶ ὁ γινόμενος ἴσος ἔσται τῷ προβληθέντι ἀριθμῷ. Ὅσον ἔστω μὴ κυβικὸς ἀριθμὸς ὁ ε': οὐ ρίζα ὁ ζ': ἐπὶ ἐπὶ ἐναπολείπεται ὁ κ': πολλαπλασιασθέντων δὲ ὁ ζ': ἐφ' αὐτόν, καὶ ποιῶν τὸν θ': τοῦτον δὲ αὐτῆς πολλαπλασιάζων ὁ αὐτὸς ζ': ποιῶν τὸν κ': ὅστις προσθέντων ὁ κ': καὶ γινόμενος ὁ λ': ἔσται ἢν ὁ λ': ἴσος εἴη τῷ ε': ὕψους ἔσται ἡ πράξις.

Διὰ μὲν ἢν τοῦ Πολλαπλασιασμοῦ οὕτως ἢ πράξις βασιανίζονται, εἰδὲ σοι ἢ ἄλλως βουληθὼν τὴν βᾶσιον ταύτης ποιῆσαι, ἀφίλε ἀπὸ τῆς εὐρεθείσης ρίζης τὸν ἐνεία ὁσάκις δυνατόν, τὸ δ' ἐναπολειφθῆ πολλαπλασιασθῆ ἐφ' αὐτὸ, καὶ ἀπὸ τοῦ γινόμενος ἀφίλε ὁμοίως τὸν ἐνεία, τὸ δὲ ἀπὸ τούτου ἐναπολιπόμενον πολλαπλασιασθῆ ἐπὶ τὸ πρότερον ἐναπολειφθῆ, ἀπὸ δὲ τοῦ γινόμενος ἀφίλε, ὡς καὶ ἀπὸ τῶν ἄλλων τῶν ἐνεία, ἢ τὸ ἐναπολειφθῆ γραφῆν ἢ τῆν τὸ τῶ. Εἴτα ἀφίλε καὶ ἀπὸ τοῦ προβληθέντος ἀριθμοῦ τὸν ἐνεία, καὶ τὸ ἀπ' αὐτοῦ ἐναπολειφθῆ ἴσος ἢ τῷ μικρῷ πρόσθει ἐναπολειφθῆτι, ὕψους ἔσται ἡ πράξις.

Ὅσον ἔστω κυβικὸς ἀριθμὸς ὁ α': οὐ ρίζα ὁ β': ἀφ' οὗ ἀφρησθῶ ὁ γ': ὁσάκις δυνατόν, καὶ τὸ ἐναπολιπόμενον ἔστω ὁ γ': οὗτος ἢν πολλαπλασιασθῆ ἐφ' αὐτόν, καὶ ποιῶν τὸν δ': οὗτος ἀφρησθῶ ὁ ἐνεία, καὶ τὸ ἐναπολειφθῆν γραφῆν ἔσθαι τὸ β', ἐφ' ὃ πολλαπλασιασθέντων ὁ γ': καὶ ποιῶν τὸν ζ': τοῦτου δὲ ἀφρησθῶ ὁ ἐνεία, ἢ τὸ ἐναπολιπόμενον γραφῆν ἔσθαι τὸ η': ἀφρησθῶ δ' ἔτι καὶ ἀπὸ τοῦ α': ὁ ἐνεία ὁσάκις δυνατόν, καὶ τὸ ἀπὸ τούτου ἐναπολιπόμενον γραφῆν ἔσθαι τὸ θ': καὶ τούτου ἴσος ἢ τῷ η': ὕψους πάντως ἔσται ἡ πράξις.

Εἰ δὲ ὁ προβληθείς ἀριθμὸς μὴ εἴη κυβικὸς, ἐπιτίπιρ ἔξαγομένης τῆς κυβικῆς αὐτοῦ ρίζης ἐναπολείπεται τι, ἀφίλε ἢ ἀπὸ τῆς ἐναπολειφθέντος τὸν ἐνεία, τὸ δ' ἀπ' αὐτοῦ ἐναπολιπόμενον συναΐον τῷ ἢν ἐναπολειφθέντι, καὶ ἀπὸ τοῦ γινόμενος ἀφίλε ὁμοίως τὸν ἐνεία, καὶ τὸ ἐναπολιπόμενον ἴσων ἢ τῷ ἀπὸ τῆς α': ἐναπολιπόμενον, ὕψους ἔσται ἡ πράξις. Ὅσον ἔστω μὴ κυβικὸς ἀριθμὸς ὁ ε': οὐ ρίζα κυβικῆ ὁ ζ': καὶ ἐναπολείπεται ὁ κ': ἀφίλε δὲ ἀπὸ τοῦ ζ': τὸν ἐνεία, καὶ τὸ ἐναπολιπόμενον ἔστω ὁ θ': ὅς τις ἐφ' αὐτὸν πολλαπλασιαζόμενος ποιῶν τὸν κ': ἀφ' ὃ ἀφρησθῶ ὁ ἐνεία, ἢ τὸ ἐναπολιπόμενον γραφῆν ἔσθαι τὸ λ': ἐφ' ὃ πολλαπλασιασθέντων ὁ θ': καὶ ἀπὸ τοῦ γινόμενος μ': ἀφρησθῶ αὐτῆς ὁ ἐνεία, ἢ τὸ ἐναπολιπόμενον γραφῆν ἔσθαι τὸ ν': ἀφρησθῶ δὲ καὶ ἀπὸ τῆς κ': ἐνεία, τὸ δ' ἀπ' αὐτοῦ ἐναπολιπόμενον ἔστω ὁ ξ': ὅπρι συναφθέντων τῶν ν': καὶ

α:	34328125
β:	325
β:	325
β:	325
γ:	1625
	650
	275
γ:	105625
	325
	528125
	211250
	316875
δ:	34328125
ε:	1738
η:	10:
ζ:	12:
ζ:	12:
	24:
	12
θ:	144:
ζ:	12:
	288:
	144
	1728:
κ:	10:
η:	10:
λ:	1738:
α:	12167:
β:	23:
γ:	5:
γ:	5:
δ:	25:
ε:	7:
ζ:	5:
ζ:	35:
η:	8:
θ:	8:

110 ἈΡΙΘΜΗΤΙΚΗΣ ΠΡΑΚΤΙΚΗΣ

ἀπὸ τοῦ γινομένου π': ἀφαιρήσθω εἰ δυνατὸν ὁ ἐπίτα, εἰ δὲ γὰρ ὁ π': ἐλάττων ᾖ τοῦ ἐπίτα, ἀφαιρήσθω μῖνος ὁ ἐπίτα ἀπὸ τοῦ εἰ καὶ τὸ ἀπ' αὐτοῦ ἐναπολειπόμενος παραβληθῆτω τῷ π': ἄγαν τῷ ἀπὸ τοῦ π': ἐναπολειπόμενῳ. καὶ ἴσος τῷ π': εὐραδίην, ὕψης ἢ πράξης ἴσος. Ἀφαιρουμένου γὰρ τοῦ ἐπίτα ἀπὸ τῆς ρίζης, καὶ τοῦ ἐναπολειπόμενου ἐφ' αὐτὸν πολλαπλασιαζομένου, ἀπὸ τοῦ γινομένου κ': τοῦ ἐπίτα αὐτῆς αφαιρουμένου τὸ αὐτὸ ἐναπολείπεται, ὅπερ ἂν ἢ ἀπὸ τοῦ τετραγώνου τῆς ρίζης ἐναπολειφθεῖν. Πολλαπλασιαζομένου δὲ τοῦ λ': ἐναπολειφθέντος ἐπὶ τὸν θ': ἢ ἀπὸ τοῦ γινομένου μ': τοῦ ἐπίτα αφαιρουμένου ἐναπολείπεται πάντως ὅπερ ἂν ἢ παρὰ τοῦ κύβου, ὅτι δὲ ὁ προβληθείς ἀριθμὸς μὴ εἶναι κύβος, ὡς ὁ εἰ: ἐπι ἐξαγομῆς τῆς κυβικῆς αὐτοῦ ρίζης ἐναπολείπεται ὁ κ': διάτοι τοῦτο αφαιρείται καὶ ἀπὸ τούτου ὁ ἐπίτα, καὶ τὸ ἐναπολειφθέν εἰ: συνάπτεται τῷ ν': καὶ τοῦ γινομένου αφαιρείται ὁ ἐπίτα εἰ δυνατὸν.

ε	4108:
ζ	16: π: 12:
δ	7:
κ	49:
κ	4:
θ	7:
μ	28:
ι	1:
ε	3:
ο	4:
κ	4:

Πρότασις Β.

Μὴ κυβικοῦ ὀδοῦτος ἀριθμοῦ τὴν πλεονεξίαν αὐτῶ τῇ ἀληθείᾳ ρίζαν εὐραίη.

Ἀπλῶς μὲν ἂν παντὸς ἀριθμοῦ ἔξῃσι κατὰ τὴν ἡδὴ παραδοθέντα τρόπον τῆν κυβικὴν εὐραίσκην ρίζαν, τοῦ δὲ μὴ κυβικοῦ δυνατὸν ἢ ἀλλῶς ἀφαιρῆσαι τὴν πλεονεξίαν τῇ ἀληθείᾳ κυβικῆς ρίζαν, τῷ μὲν ὀδοῦτος ἀριθμῷ ἐπίτινα κυβικὸν πολλαπλασιαζομένου ἀριθμῶν, ἢ τούτοις δεκαδικῶν διὰ τὸ εὐχερίστερον, ὅσον δ' ἂν εἶναι μίλων ὁ δεκαδικὸς ἀριθμὸς, τοσοῦτοι ἀφαιρήσθω ἴσος ἢ πράξις, τῷ δὲ γινομένου εὐραδίσεως τῆς κυβικῆς ρίζης, καὶ τὰ ἡδὴ εἰρημίνα, ταύτης δὲ μαρζομῆς ἐπὶ τὴν ρίζαν τοῦ δεκαδικοῦ ἀριθμοῦ, ἐφ' ὃν ὁ ὀδοῦτος πεπολλαπλασιασται, οὕτω γὰρ ἔξῃσι τὴν προσεχέστεραν ρίζαν παντὸς μὴ κυβικοῦ ἀριθμοῦ.

Ἐῶς γὰρ μὴ κυβικῶν ἀριθμῶν ὁ α': δεκαδικὸς δὲ κυβικὸς ὁ β': οὗ ρίζα ὁ γ': ἐφ' ὃν τοῦ α': πολλαπλασιαζομένου γινέσθω ὁ δ': τούτοις εὐραδίτω κατὰ τὸν προσημειωθέντα τρόπον ἢ κυβικῆς ρίζας, ἢ ἴσως ὁ εἰ: ὅς τις μισοδέτω ἐπὶ τὸν γ': ἢ ἴσως πυλίκου ὁ ζ': ἀριθμὸς μετὰ τοῦ ἡ θ', κλάσματος. Λίγω δὲ τὸν ζ': ἀριθμὸν ρίζαν οἶμαι τοῦ α': προσεχέστεραν. Συντάσσω γὰρ ἐν μίῳ τὸν δ': ἢ β': ἀριθμῶν τὸ δ' β', κλάσμα, ἐκ δὲ τῶν εἰ: καὶ γ': ριζῶν τὸ εἰ γ', ἢ τελειωτέον ἐκ τοῦ α': ὀδοῦτος ἀριθμοῦ καὶ τῆς α': μονάδος συντάσσω τὸ α' κ', κλάσμα. καὶ ἐπὶ τῷ μίῳ β': ρίζα εἶσιν ὁ γ': τοῦ δ' αὐ δ': ὑφίται ὁ εἰ: πάντως γὰρ τὸ εἰ γ', κλάσμα προσεχέστερα εἶσι ρίζα τοῦ δ' β', τούτο δὲ ἴσος εἶσι τῷ α': ἀριθμῷ, ὡς διχθένται. τὸ εἰ γ', ἀρα κλάσμα ρίζα εἶσι καὶ τοῦ α'. Ἐπει δὲ τὸ εἰ γ', ἴσος εἶσι τῷ ζ': ἀριθμῷ καὶ ἡ θ', κλάσματι κατὰ τὴν εἰ γ'. τοῦ παρόντος, ὁ ζ': ἀπαιτεῖται ἀριθμὸς μετὰ τῷ ἡ θ', κλάσματος ρίζα εἶσι τοῦ α': ἀριθμοῦ.

α	40:	β	1000:
δ	40000:	γ	10:
	27		
	13000:	ε	34:
	9:		
	37:	γ:10:	α: 4:
	108	ζ	3: δ:10: ε:40:
	144	δ	40000:
	1224	β	1000:
	64:	α	40
	12304:	ε	34:
	696:	γ	10:
	13000:		

Ὅτι δὲ τὸ δ' β', κλάσμα ἴσος εἶσι τῷ α': ἀριθμῷ ὄλον. Ὁ μὲν γὰρ β': τὸν α': πολλαπλασιάσας τὸν δ': πεποιόικειν, ἴσος δὲ ἢ τὴν μονάδα πολλαπλασίωσεν αὐτὸν πάντως ποιήσει, ὡς ὡς ἔχει ὁ α': ἀριθμὸς πρὸς τὴν κ': μονάδα, ἔχει ἢ ὁ δ': πρὸς τὸν β': κατὰ τὴν εἰ γ'. τοῦ α'. Εὐκλείδης. καὶ τὴν γ'. τοῦ παρόντος τὰ δ' β', α' κ', κλάσματα ἴσα ἀλλήλοις εἶσιν. ἀλλὰ τὸ α' κ', κλάσμα ἴσος εἶσι τῷ α': ἀριθμῷ. οὐδὲν γὰρ ἢ α': μονάδα ἀριθμῷ τινι ὑποκειμένη παρίστανται, ἢ ὅτι ὁ ἀριθμὸς αὐτοῦ ὅφ' ὃν αὐτὴ ἢ μονάδα ὀλόκληρος εἶσιν, ἀρα τὸ δ' β', κλάσμα ἴσος εἶσι τῷ α': ἀριθμῷ.

Κατὰ μὲν ἂν τὰς ἡδὴ παραδοθείσας ἐθόδους πρὸς εὐραίην τῆς κυβικῆς ρίζης δυναίμεθα παντὸς ἀριθμοῦ. κυβικοῦ τε καὶ μὴ, τὴν κυβικὴν ἔξάγειν ρίζαν, μετὰ τινος μίτου δὲ χειρῆς τε καὶ πόσου. Ἐξῆσι δὲ τῷ βυλομῆνι ἢ ἀποσιώτερον πως τῷτο ποιῶν ἀπαξ ποτὶ ποτίσασται εἰς κατασκευὴν τινὸς διαγράμματος, ὃ καὶ Ἐσχαράς οἱ περὶ τὰ τοιαῦτα ἐνασχολούμενοι καλοῦσιν. εἶσι δὲ ἢ κατασκευὴ τοῦ διαγράμματος τούτου τοιαύτη. Συντάσσω παραλληλόγραμμον ἐτερομῆκες, ὅπου τὸ α' β' γ' δ', καὶ τούτου ἢ μίῳ α' β', πλυρὰ διαμερῆτω εἰς μέρη ἴσα ἀλλήλοις δίνα, τὰ α' εἰ, εἰ ζ', ζ' ἢ, καὶ λοιπὰ. ἢ δὲ α' δ': εἰς ἰσοκέα, ἀνοσα μέρη, τὰ α' θ', θ' κ', κ' λ', καὶ λοιπὰ. καὶ τούτων τὸ μίῳ α' θ', ἴσως ἐλάχιον. τὰ δὲ ἰσοκέα ἐπὶ τὸ μίῳ αὐτῶ χωρεῖται ἀναλόγως τοῖς ὑπ' αὐτῶν περιεχομένοις ἀριθμοῖς. Ἀπὸ δὲ τῶν τοιούτων ἑκατέρωθεν τῶν α' β', α' δ', παραλληλοῦ ἀχθῆτωσαν εὐθείαι αἰ μίῳ τῷ α' β', αἰ δὲ τῷ α' δ', αἰ θ' μ', κ' ε', λ' ε', ε' θ', ζ' π', ἡ ρ', καὶ λοιπὰ, καὶ διαμερῆσται τὸ α' γ', παραλληλόγραμμον εἰς μέρη δίνα πρὸς τοῖς ἐπιτοῦ ἀνομοῖα τῶντε ὄλων τῶν ἀλλήλων. Τούτων δ' ἡνω κατασκευασθέντων, γραφήτω ἐν μίῳ τῷ α'. καὶ κοινῶ μέρη τῶν α' μ', α' δ', παραλληλόγραμμων ὁ ρ': χαρακτηριστῆρ, ἐν δὲ τοῖς λοιποῖς τοῦ μίῳ α' μ', κατὰ βᾶθος γραφήτωσαν οἱ ἀπὸ μονάδος

τάδος ἀρχόμενοι ἀριθμοὶ μέχρι τοῦ 9: τοῦ δὲ ἀέ, κατὰ πλάτος γραφίτου ἐν ἑκάσῳ μίρει ὁ χα-
ρακτήρ οὗτος K: ἀλλ' ἐν μὲν τῷ β'. μίρει τῷ θ' σ', ἴσω ὁ αὐτὸς χαρακτήρ μένος, ἐν δὲ τοῖς λοι-
ποῖς γραφῆσασαν ἐν ἑκάσῳ ἐφεξῆς τοῦ K: χαρακτήρος ὅς τις τῶν ἀπὸ μονάδος ἀρχομένων μέχρι
τοῦ ἐνία, ὡς ἐν μὲν τῷ α'. τῷ αὐτοῦ παραλληλογράμμου μίρει τῷ θ' ε', εἶται τὸν ρ': ἐν δὲ
τῷ β'. τὸν K: χαρακτι-
ρα μόνον, ἐν δὲ τῷ γ'.
τὸν K: μῦ τῆς μονάδος,
ἢ ἐν ἑκάσῳ τῶν λοιπῶν
τῶν αὐτῶν K: μὴ ἰσὸς
χαρακτιῆρος τῶν ἀπὸ μω-
νάδος ἀρχομένων, ἢ πα-
τὰ τὴν φυσικὴν αὐτῶν
χωρεῖταιν πρόσθεν ἐντά-
πταις. Τύτων δ' ὅπως συ-
σπρωκόμενων γραφίτω-
σαν ὑπὸ μὲν τῶν K: χα-
ρακτιῆρα τὸν ἐν τῷ θ' σ',
παραλληλογράμμου οἱ ἀ-
πὸ μονάδος ἀρχόμενοι κύ-
βοι χωρεῖταις κ' β' αὐτῶν

	α	β	γ	δ	ε	ζ	η	θ	ι	κ	λ	μ
1	1	331	1261	2721	4921	7651	10281	14911	20441	24571		
2	8	728	2048	5768	10088	15608	22328	30248	39168	49688		
3	27	1927	4167	8937	17507	28707	43047	60177	80787	10397		
4	64	714	5824	12304	21184	32464	46144	62224	80704	101584		
5	125	1375	7625	15875	27125	41375	58625	78875	102125	128375		
6	216	1096	5776	19616	33336	50616	71466	95976	124036	153736		
7	343	1913	11683	23153	39823	60193	84763	113533	146503	183673		
8	512	2872	13952	27872	46532	70112	98432	131552	169472	212192		
9	729	4259	16189	32329	52649	78379	109209	145369	187969	234199		

ἐπι τὸ μέγος, ὡς συσπρωκτῆν ἕκασον τῆ ἰδία ρίζῃ. Ἐπὶ δὲ τοὺς λοιποὺς ὁμοίους χαρακτιῆρα,
ὅς τις ἐν τῶν ἀπὸ μονάδος ἀρχομένων πρόσεινται χαρακτιῆρα, τιταχθῶσαν οἱ ἀπὸ παν-
τὸς κυβικοῦ ἀριθμοῦ ἐναποληπόμενοι ἀριθμοὶ ἀφαιρουμένου α'. τοῦ προσσχητέρου κύβου τῷ α'.
μίρει τοῦ προβαλλομένου, οὐ ἢ κυβικῆ ζήτηται ρίζα. Ἐξοῖς δὲ τοὺς τοιοῦτους ἀριθμῶς τοιαύτη
παιρημίτος ἐφεδῶ.

Ἐπι τοῖσδε γὰρ ἕκασος χαρακτιῆρ τῶν ἐν τῷ ἀέ, παραλληλογράμμου ἀπὸ μονάδος ἀρχομένων
ἀριθμῶν εἶται δικαδικός. Ταυτὸν δ' ἐστὶ εἰπεῖν, ἢ μὲν μονὰς εὐληθῶ ἀπὸ τοῦ 10: ὁ δὲ 2: ἀν-
τὶ τοῦ 20: ὁ δὲ 3: ἀπὸ τοῦ 30: καὶ τῶν ἄλλων ἕκασος ἀπὸ τοῦ ἀνάλογον. Εἶται πολλαπλα-
σιασθέντω ἕκασος τῶν αὐτῶν ἀριθμῶν ἐφ' ἑαυτῶν, καὶ ὁ ἀπ' αὐτοῦ τετραγώνος τριπλασιασθέν-
τω, ὁ δὲ συσπρωκτῆς πολλαπλασιασθέντω ἐφ' ἑνα ἕκασον χωρὶς τῶν ἐν τῷ ἀμ, παραλληλογράμμου,
ἢ ὁ γινόμενος διὰ τοῦ Πολλαπλασιασμοῦ γραφίτου, ἢ μίνοι ἐν τῷ Διαγράμματι, ἀλλ' ἐν ἄλλω
τινὶ τόπῳ. Πολλαπλασιαζόμενοι δὲ ἐν τῷ τριπλασίου ἕκασου τῶν ἐν τῷ ἀέ, παραλληλογράμμου
δικαδικῶν ἀριθμῶν ἐπὶ τὸ τετράγωνον ἕκασου τῶν ἐν τῷ ἀμ, Παραλληλογράμμου ὁ συσπρωκτῆς
γραφίτου ὑπ' ἑαυτῶν, ὡς ἐν τῷ ἀέ, καὶ ὁ κύβος τοῦ ἐφ' ὃν ὁ Πολλαπλασιασμός γίγεται τῷ τρι-
πλασίῳ τοῦ τετραγώνου ἢ τῆς ρίζης τοῦ αὐτοῦ ἀριθμοῦ τῶν ἐν τῷ ἀέ, παραλληλογράμμου, ἢ
ὁ ἐκ τῶν τριῶν ἀλλήλοις συσπρωκτῆς συσπρωκτῆς συσπρωκτῆς ἐν τῷ Διαγράμματι συντρέχουσι οἱ
πρὸς ἀλλήλους παραβαλλόμενοι. Οἷον πολλαπλασιασθέντω ὁ 10: ἀριθμῶς ὁ ἐν
τῷ σ' λ', παραλληλογράμμου ἐφ' ἑαυτῶν, ἢ ὁ γινόμενος 100: τοιπλασιασθέντω,
ὁ δὲ συσπρωκτῆς 300: πολλαπλασιασθέντω ἐπὶ τὴν μονάδα τῶν ἐν τῷ ἐτ', πα-
ραλληλογράμμου, ἢ ἐπὶ οὐδεμίαν δέχεται τροπὴν γραφίτου ἔνθα τὸ Α': τρι-
πλασιασθέντω δὲ ἢ ὁ 10: ὅς ἐστὶ ρίζα τῷ 100: ἢ ὁ γινόμενος 30: πολλαπλα-
σιασθέντω ἐπὶ τὸ τετράγωνον τῆς ἐν τῷ ἐτ', μονάδος, ἢ τοῖ ἐπ' αὐτὴν τὴν μονά-
δα, δυνάμει γὰρ ἐστὶ πάντα, ἢ ἐπει ὁ αὐτὸς ἐναπομένει, γραφίτου ὑπὸ τῷ
30: ἐνθα τὸ Β': ὡς ἐν τῷ ἀέ, καὶ ὁ αὐτὸς ἐναπομένει, ἢ ὁ γινόμενος 300:
ὁ συμποσπρωκτῆς Γ': τιταχθῶ ἐν τῷ σ' φ', παραλληλογράμμου τῆ κοτῆ συσπρωκτῆς τῆς ἐν τῷ ἐτ',
μονάδος ἢ τῆ ἐν τῷ σ' λ', 10: ἀριθμοῦ. Αὐτῆς παραβληθέντω ὁ 10: ἀριθμῶς ὁ ἐν τῷ σ' λ', πα-
ραλληλογράμμου πρὸς τὸν 2: χαρακτιῆρα τὸν ἐν τῷ ἦτ', πολλαπλασιασθέντω δὲ ὁ 10: ἐφ' ἑαυτῶν,
ὡς καὶ πρότερον, ἢ ὁ ἀπ' αὐτοῦ τετραγώνος τριπλασιασθέντω, ἢ ὁ γι-
νόμενος 300: πολλαπλασιασθέντω ἐπὶ τὸν 2: ἢ ὁ συσπρωκτῆς 600: γρα-
φίτου ἐν τῷ τόπῳ, ὡς ὅρας, εἶται πολλαπλασιασθέντω τὸ τριπλασίον
τῷ 10: δηλ: ὁ 30: ἐπὶ τὸ τετράγωνον τῷ 2: ἢ τοῖ τὸν 4: ἢ ὁ γινόμενος
120: γραφίτου ὑπὸ τῶν 600: ὡς ἐν τῷ ἀέ, ὁ κύβος τοῦ 2: δηλ: ὁ
8: ἢ συσπρωκτῆς αἱ τρεῖς ἕτοι ἀριθμοὶ ἀλλήλοις, ἢ ὁ συσπρωκτῆς
Z: τιταχθῶ ἐν τῷ φ' χ', παραλληλογράμμου ἐν τῷ συντρέχει ὁ 10: μω-
τὰ τὸν 2: πρὸς ὃν ἢ παραβάλλεται. Ἀλλὰ διὰ τὸ σαφῆσων παραβληθέντω καὶ ὁ 5: χαρακτιῆρ
σῶν ἐν τῷ ἀέ, παραλληλογράμμου, ὅς ἢ ἀπὸ τῷ 50: λαμβάνεται, πρὸς τὸν 6: τὸς ἐν τῷ ἀμ,
τριπλασιασθέντω δὲ τὸ τετράγωνον τῷ 50 δηλ: ὁ 2500: ἢ ὁ γινόμενος 7500: πολλαπλασιασθέντω
ἐπὶ

10:	10:
2:	10:
30:	100:
11:	3:
30:	A: 300:
	B: 30:
	γ: 1:
	Γ: 331:
10:	10:
10:	3:
100:	8:
3:	4:
30:	120:
2:	
600:	Z: 728:

ἐπί τῶν β: τῶν γ: τῶ δ: ἀπὸ τῆς γ: γίνονται πάντες ὁ 45000: Ἔπειτα πολ-
 λαπλασιασθέντα ἔτι πάλιν ἐπιπλασιασθέντα ἔτι πάλιν ἐπιπλασιασθέντα
 τῶ β: τοῦ ἀπὸ β: γίνονται πάντες ὁ 150: ἔτι πάλιν ἐπιπλασιασθέντα
 ὁ 5400: ἔπειτα συνάπτεται τῶ γ: 45000: ἔπειτα τῶ β: χαρακ-
 τήρος, δηλ: τῶ 216: ἢ ὁ γειομίνος 50616: γραφῆται ἐν τῇ κοινῇ συνδρο-
 μῇ τότε β: ἢ β: χαρακτῆρος ἐνθά ὁ ἀσυστήματος ἕτος π: Τούτων δὲ γειο-
 μίνων ἢ ἐπὶ τῶν λοιπῶν χαρακτήρων, εὐρεθίσονται πάντες οἱ ἐν τοῖς
 λοιποῖς τοῦ ἀ γ, Διαγράμματος παραλληλογράμμοις κείμενοι ἀριθμοί.

50:	50:	45000
10:	3:	5400
2500:	150:	216
9:	36:	50616:
7500:	900	
6:	450	
45000:	5400	

Καὶ ἕτος μιν ὁ τρόπος τῆς κατασκευῆς τοῦ Διαγράμματος τούτου, ἢ δὲ χρῆσις τοιαύτη. Ζητη-
 θήτω γάρ ἡ ρίζα τοῦ α: ἀριθμοῦ, ἢ διαιρηθῶν τμημαῖς κατὰ τὰ προσημεία, ἢ δὲ ἄλλοις ὅτι ἢ
 τούτου ρίζα δὲσι συρίζεται χαρακτήρων. Ἔπειτα παραβληθῶν τῶ α: αὐτοῦ μίρει, δηλ: τῶ 91:
 ἑκάστη τῶν ἐν τῷ 9, παραλληλογράμμοι, ἢ ἐπὶ ἑγγύτιρος αὐτῶ εὐρεθίσεται ὁ 64: οὗ ρίζα δ
 4: γραφῆται ἀπὸ τοῦ α: χαρακτῆρος τῆς ρίζης τοῦ α: δοθέντος ἀριθμοῦ ὁ 4: ἐνθά τὸ β: ἀφαι-
 ρομίνου δὲ τοῦ 64: ἀπὸ τοῦ 91: ἐπὶ ἀναπολείπεται ὁ 27: γραφῆταισαν
 ἐφεξῆς τῶν τούτου χαρακτήρων ἢ οἱ λοιποὶ τοῦ α: χαρακτῆρες, ἢ ὁ συνι-
 σάμιμος γ: ζητηθῶν ἐπὶ παραλληλογράμμοι τῶν τῶ α β, Διαγράμματο-
 ς κείται, ἢ ἐπὶ εὐρεθίσεται, ἐνθά τὸ π: συσσιχῶν τῶ 3: χαρακτῆρ
 τῶν ἐν τῶ α μ, ἢ ἀπὸ τοῦ 64: χαρακτῆρος τῶν 3: ἐφεξῆς τῶ 4: ἢ ὁ β: ἔσαι δῆπουδιν ἢ ζη-
 τωμένη ρίζα τοῦ δοθέντος α: ἀριθμοῦ.

δ: 91125:	18: 45:
64:	
ζ: 27125:	

Δοθέντω ἔτι ὁ δ: ἀριθμὸς ἢ ζητηθῶν ἢ τῶ ρίζα, γειομίνος ἢ τῆς Δια-
 ρίσεως κατὰ τὰ προσημεία, ζητηθῶν ὁ πρῶτος κῦβος τῶ α: αὐτοῦ
 μίρει, ἢ ἐπὶ εὐρεθίσεται ὁ 729: οὗ ρίζα δ γ: γραφῆται ἀπὸ τοῦ α: χαρακτῆρος
 τῆς ζητωμένης ρίζης τοῦ δ: ἀριθμοῦ ὁ 9: ἐνθά τὸ ε: ἔπειτα ἀφαιρηθῶν ὁ 729: ἀπὸ τῶ α: μίρει
 τοῦ δ: ἔπειτα τῶ 9: ἢ ἐπὶ ἀναπολείπεται ὁ 241: γραφῆταισαν ἐφεξῆς τούτου καὶ οἱ λοιποὶ χα-
 ρακτῆρες τοῦ δ: δοθέντος ἀριθμοῦ, ἢ συσσιχῆται ὁ ζ: ἀριθμὸς. Ἐπει δὲ ἢ οὗτος ἐν τῷ Δια-
 γράμματι συσσιχῶν τῶ 9: εὐρεθίσεται, γραφῆται αὐδὲς ἀπὸ τῶ β: χαρακτῆρος τῆς ρίζης τῶ δ:
 ἀριθμοῦ ἐφεξῆς τῶ β: γινόμενος 9: ἢ ἔσαι πάντως ρίζα τοῦ δοθέντος δ: ἀριθμοῦ ὁ ε:.

δ: 970299:	18: 09:
ζ: 729:	
241299:	

Ζητηθῶν γ: ἡ ρίζα τοῦ α: ἀριθμοῦ, ἢ τῆς πράξεως γειομίνος, ἢς προση-
 μείωνται, ὅσοι τοῦ πρῶτου κῦβου τῶ α: μίρει τοῦ δοθέντος ἢ ἀριθμοῦ
 ρίζα ἔστιν ὁ α: χαρακτῆρ, ἄλλοι ὅτι πρῶτος χαρακτῆρ τῆς ζητωμένης ρίζης ὁ α:
 ἔστιν. Ἐπει δὲ τῆ Λ φαιρῆται τοῦ 9: κῦβου ἀπὸ τῶ α: μίρει τῶ ἢ: οὐδέντι ε-
 ναπολείπεται, κείσθω ἐφεξῆς τῶ 2: τζήρα, ὡσεὶ ρίζα τοῦ ἢ: δοθέντος ἀριθμοῦ ἔστιν ὁ 20:

π: 8000:	120:
3:	8:
0000:	

Ἔστιν δὲ ὅτι οἱ προβληθέντες ἀριθμοὶ ἐπιτελεῖς εἰσι κῦβοι, διὸ δὲ ἐπὶ τῆς πράξεως οὐδέτι
 ἀναπολείπεται. Ἐπειδὴ δὲ ζητηθῆ ρίζα μὴ κυβικοῦ ἀριθμοῦ, ζητηθῶν τῶν πρῶτον κῦβον τῶ
 ἀναπολείπεται ἀριθμῶ. Οὐ γὰρ εὐρεθίσεται ἐν τῷ ἀ γ, Διαγράμματι ὁ τυχαῖος ἀριθμὸς, ὅτι μὴ
 αἱ ρίζαι τῶν κῦβων τῶν μίρει τῶν ἀριθμῶν χαρακτήρων, ἔπειτα κῦβοι τῶν αὐτῶν ριζῶν, ἢ
 οἱ ἀναπολείπεται ἀφ' ἑκάστου κῦβου τῆ Λ φαιρῆται τοῦ πρῶτου κῦβου τῶ α: αὐτῶ μίρει.

Διδοσθῶ γάρ ὁ κ: ἀριθμὸς ἢ ζητηθῶν ἢ τούτου ρίζα. διαιρηθῶν δὲ ὁ
 κ: ἀριθμὸς εἰς δύο, κατὰ τὰ προσημεία ἢ ἐπὶ τῶ α: αὐτοῦ μίρει πρῶ-
 χίστερος κῦβος ἔστιν ὁ 271: οὗ ρίζα δ γ: γραφῆται ἀπὸ τῶ α: χαρακτῆρος τῆς
 ζητωμένης ρίζης ὁ 3: ἀφαιρομίνου δὲ τοῦ 27: ἀπὸ τῶ α: μίρει τῶ κ: ἐπὶ
 ἀναπολείπεται ὁ 231: γραφῆταισαν ἐφεξῆς τῶν τούτου χαρακτήρων, οἱ τοῦ β.
 μίρει χαρακτῆρες, ἢ ὁ συσσιχῆται μ: ζητηθῶν ἐν τῷ ἀ γ, Διαγράμματι, ἢ
 ἐπὶ ἢ εὐρεθίσεται, κείσθω ὁ τούτου πρῶτος κῦβος δ: ὅς τις συσσιχῆται τῶ 7: χαρακτῆρ τῶν ἐν
 τῷ α μ, παραλληλογράμμοι, ἢ γραφῆται ἀπὸ τῶ β: χαρακτῆρος τῆς ζητωμένης ρίζης ὁ 7:
 ἀφαιρομίνου δὲ ὁ δ: ἀπὸ τοῦ μ: ἢ ἐπὶ ἀναπολείπεται ὁ 8: ἄλλοι ὅτι ρίζα τῶ κ: ἀριθμοῦ ἔστιν ὁ
 ἀ γ: ἀναπολείπεται δὲ ἢ ὁ 134:

κ: 50787:	12: 37:
27:	
μ: 23787:	
π: 23653:	
ξ: 00134:	

Ἔστιν ἔτι, ὅτι τῶ παρὸν διάγραμμα χρησιμεύει μόνον τοῖς μὴ τῶν 12 ὑπερβαίνουσιν ἀριθμοῖς
 τῶν χαρακτήρων, ἔξω ἢ ἢ συσσιχῆται. Ὅτι δὲ ὁ προβληθείς κυβικός ἀριθμὸς ἐκ πλείονος ἢ 8
 συρίζεται χαρακτῆρων, ἐφ' ἑτέραν γὰρ κατασκευάζονται ἑσόδον τῶν προσημειωθέντων, ἢ μείριστον
 τῶν δοθέντων ἀριθμῶν, οὐ ἢ κυβικὴ ζητωμένη ρίζα, ἐπὶ τῶν κυβικῶν ἀριθμῶν, οὐ ἢ κυβικῶν ἔγνω-
 σαι ρίζα, ἢ τὸ πάλιν πολλπλασιασθῶν ἐπὶ τῶν τοῦ μείριστου ριζῶν, κατὰ δὲ τὸν κανόνα τῆς
 διαιρίσεως, ὡς ἔχει ἢ μορὰς πρὸς τὸν μείριστον, ἔχει ἢ τῶ πάλιν πρὸς τὸν μείριστον, ἀλλ' οἱ
 κῦβοι ἐν τριπλασίονι λόγῳ εἰσι τῶν ἰσῶν ριζῶν, κείμενος ἀπὸ ἢ τῆς μονάδος ἀπὸ κῦβου, ἢ
 φανερὰ μόνον, ἀπὸ ρίζης λαμβανόμενος πρὸς τῆς ρίζας τοῦ μείριστου κῦβου, ἢ τὸ πάλι-
 πον πρὸς τῆς ρίζας τῶ μείριστου. ἔγνωσται ἀπὸ τῆς ρίζης τοῦ μείριστου κῦβου, ἢ τῶ διδο-
 μίνου πάλιν διὰ τῆς διαιρίσεως, ἐὰν γίνωται. Πολλαπλασιασθῶν τῶν αὐτῶν πρὸς ἀλλήλα, ἔξω
 216:

Θέσεται πάντως ὁ ζητούμενος δ' ὄρος, ἢ ρίζα δηλ: τῷ δεδομένῳ. Διὶ δὲ τὸν μείριστον κύβον πη-
λικόν εἶναι μέρος τοῦ μιρισμομένου.

Πρότασις Γ.

Κλάσματος οὐδεποτέρῳ δεδοτός κῆν κυβικὴν αὐτῷ ρίζαν ἐκβαλεῖν.

Ἐστω κλάσμα τὸ $\frac{\alpha}{\beta}$, οὗ ἢ κυβικὴ ζητῆται ρίζα. Ἐπει δὲ καὶ τῶν κλα-
σμάτων τὰ μὲν εἰσὶ κυβικὰ τὰ δὲ μὴ, ὡσπερ καὶ οἱ ἀριθμοὶ τῶν ἀριθμῶν,
καὶ κυβικὰ μὲν εἰσιν, ὧν οἱ ὄροι κυβικοὶ, μὴ κυβικὰ δὲ ὧν οὐδέ οἱ ὄροι κυ-
βικοί εἰσι, συνεπὲς πρῶτον ὅποιον ἀρῆν τὸ δοθὲν κλάσμα. καὶ μὲν κυβικὸν ἢ, εὐρεθῆτω ἢ
κυβικὴ ρίζα ἑκατέρου τῶν ὄρων αὐτοῦ, καὶ συνεισάθω ἐκ τῶν εὐρεθεισῶν ριζῶν ἕτερον κλάσμα,
καὶ τοῦτο ἔσται ἢ κυβικὴ ρίζα τοῦ δεδοτός κλάσματος. Ἐπεὶ τοῖσιν τὸ $\frac{\alpha}{\beta}$, κυβικοί εἰσιν, εὐρεθῆ-
τω α : ἢ κυβικὴ ρίζα τοῦ α : ἀριθμοῦ, καὶ τὴν ἀνωτέρω, καὶ ἔστω δ : γ': ἀριθμὸς, ἔτα εὐρεθῆ-
τω, καὶ τὴν αὐτὴν, καὶ ἢ ρίζα τῷ β : παρονομασῶ, καὶ ἔστω δ : δ': εἴθ' ἂν συνεισάθω τὸ γ' δ', κλά-
σμα, καὶ τοῦτο ἔσται ρίζα κυβικὴ τῷ $\frac{\alpha}{\beta}$, κλάσματος, πεπλαστυαζομένου γὰρ τοῦ αὐτοῦ γ' δ',
κλάσματος: εἴθ' ἑκτό, συσαθήσεται τὸ αὐτοῦ τετραγώνιον, πολλαπλασιαζομένου δὲ καὶ τοῦ τετρα-
γώνιου ἐπὶ τὸ γ' δ', κλάσμα, συσαθήσεται τὸ $\frac{\alpha}{\beta}$. Εἶδε τὸ δοθὲν κλάσμα μὴ εἶναι κυβικόν, εὐρε-
θῆτω ἢ ἀκριβέστερα ρίζα τοῦ τῷ ἀριθμῶ καὶ παρονομασῶ, καὶ εἴθ' αὐτῷ συνεισάθω κλάσμα, κα-
κεῖτο ἔσται τὸ ζητούμενον.

α: 27: γ: 3:
β: 64: δ: 4:

Τεσῶντο μὲν ἂν καὶ τοιοῦτοι οἱ ἀκριβέστεροι τῆς τῶν ριζῶν Ἐξαγωγῆς τρόποι. Εἰσάθασι δέτινες
καὶ περὶ τινῶν ἄλλων διαλαμβάνειν ἐν τῇ τέλει τῆς παρουσίας Πραγματικῆς, αὐτὰ δὲ τὸ περιεργῶ
εἶναι μάλλον ἢ χρῆσιμα παρελήφθησαν. Ἐρούμεν δὲ ἐν τοῖς ἐξῆς διὰ βραχίων περὶ τῆς Γεωμη-
τρικῆς, καὶ Ἀστρονομικῆς Ψηφιοφωρίας, ὡς ἄλλοις τισὶ χρειωδέσασιν: ἕσως.

Κ Ε Φ Α Λ Α Ι Ο Ν Η.

Περὶ Γεωμετρικῆς Ψηφιοφωρίας.

Ψηφιοφωρία, ὥτις καὶ Ψηφιοφωρία μεταλήψει τῷ σοιχείου, παράσις λέγεται, ἣς τις εἰσιν ἐπι-
κτιτος διασητικῆ περὶ τὰς τῶν ἀριθμῶν κατὰ τοὺς πάλαι καταγενομένης ψήφους, καθὰ καὶ τῆ-
νομα δηλοῖ. ἸΟἱ γὰρ ἀρχαῖοι ψήφοι: τισὶν ἐχρῶντο, ὡς ἐν ἀρχῇ εἰρηται, λογιζόμενοι. Ἐπι-
δὲ ἢ τῶν ἀριθμῶν χρῆσις παντὶ Εἶδει τῆς Μαθηματικῆς Ἐπιστήμης χρειωδέσασιν εἰσιν, ἀπε δὲ
τῆς Ἀριθμητικῆς κοινῆς τινός οὐσης ὑπερίτιδος, διάτοι τοῦτο καὶ διαφορῶν τετύχηκε τῆς ἰσταν-
μίας. ἢ μὲν γὰρ τοῖς Γεωμέτραις συντελεῖ, Γεωμετρικὴ προσγοροῦνται. ἢ δὲ τοῖς Ἀστρονό-
μοις Ἀστρονομικῆ, ἢ δὲ ἄλλοις τισὶν ἄλλως. Χρῶνται δὲ οἱ τῶν Γεωμετρῶν Παιδῆς ταύτη πρὸς
τὴν τῶν μήκων, ἰστανσιῶν, καὶ σεριῶν ἢδὲ σωμάτων διαομένων καὶ διαμέτρων. Τὸ δὲ παρ
αὐτοῖς κοινὸν μέτρον ῥάβδος τις εἰσιν, εἰς δέκα μέρη, καὶ καὶ πρῶτα λέγονται, ἴσα ἀλλήλοις διη-
ρημῆν, ἢν τινα ψήφον Γεωμετρικῆν, ῥάβδος, δεκάποδα, καὶ δεκαδικὸν προσγοροῦσιν ἀριθμῶν.
Ἐκασον δὲ τῶν δεκαδικῶν αὐτῆς μερῶν εἰς δέκα β'. ὑποδιαρσῶ, καὶ τούτων αὐδὲς ἑκασον εἰς δε-
κα τρίτα, ἑκασον δὲ τῶν τρίτων εἰς δέκα τέταρτα, καὶ τῶτο ἐπιζῆς ποιῶσι μέχρι τῶν ἑκτῶν διὰ
τὸ ἀκριβέστερον. Ἀπλοῦ δ' ὅτι τῆς δεκάποδος ταύτης ῥάβδος ἑκασον μὲν τῶν πρῶτων μερῶν δεκα-
δικῶ: εἰσιν, ἑκασον δὲ τῶν β'. ἑκατοσόν, ἑκασον δὲ τῶν τρίτων χιλιοσόν, ἑκασον δὲ τῶν τετάρ-
των μυριοσόν, τῶν δὲ λοιπῶν ἑκασον ἄλλης τινός ἐπιτεύχεται προσγορίας, ὡς ὀφείμθα. Ἀν-
δὲ: τῶν μὲν δεκαδικῶν αὐτῆς μερῶν ἑκασον πᾶς λέγεται, καὶ λεπτῶν α'. τῶν δὲ ἑκατοσῶν λεπτῶν
διούτρον, τῶν δὲ χιλιοσῶν λεπτῶν τρίτον. τῶν δὲ μυριοσῶν τέταρτον. καὶ τῶτο τὸ δέκατον, καὶ μ-
πτον, ὡσπερ καὶ τοῦ πέμπτου τὸ δέκατον, ἑκτος προσγοροῦνται. Γνωρίσμα δὲ τῆς μὲν δεκάπο-
δος τὸ δ': τῶν δὲ λοιπῶν γραμμαὶ ἐλάχιστοι, μία μὲν τῶν α'.
λεπτῶν, δύο δὲ τῶν β'. τρεῖς δὲ τῶν τρίτων, τῶν δὲ τετάρ-
των τέσσαρες, τῶν δὲ ε'. πέντε, καὶ τῶν ε'. εἴθ', ὡς ἐπὶ τοῦ
παρότος καθορᾶται ὑπόδειγματος, οὗ ἐν μὲν τῷ α'. εἴχω δι-
κάποδὲς εἰσι τεσσαρακαδέκα, λεπτὰ δὲ α'. δηλοῖ: πῶδες, ὀκτώ, δεύτερα δὲ ἐντὰ, τρίτα δὲ
ἐκτώ, τέταρτα δὲ εἴθ', πέμπτα δὲ ἑξάτα, καὶ ἑκτα δύο: ἐν δὲ τῷ β'. εἴχω δεκάποδος μὲν
εἰσιν ἐντὰ, λεπτὰ δὲ α'. ὀκτώ, δεύτερα δὲ καὶ τρίτα εἴθ', τέταρτα δὲ ὀκτώ, πέμπτα ἐπτά, καὶ
ἕκτα τρία.

14: 8, 9, 8, 6, 4: 2:
9, 8, 6, 6, 8, 7, 3:

ἴσων δ' ὅτι καθάπερ παρὰ τοῖς Ἀριθμητικαῖς ὅτι μὲν αὐτῶν γραμμῶν οἱ ἀριθμοὶ ὑποτίθενται,
F F ὅτι

ὅτι δι' αὐτ' ἐπιπέδων, καὶ ἄλλοτε αὐτὴν περιῶν, ὡς ἐν ἀρχῇ εἴρηται, οὕτω καὶ παρὰ τοῖς Γεωμέτραις τὰ ἴδια μέτρα διαφόρως λαμβάνονται. Ὅτι μὴν γὰρ πρόκειται αὐτοῖς τὰ μέτρα καταμετρῆσαι, ἢ τὰ πλάτη, ἢ γὰρ τὰ ὕψη χωρὶς, τινικαῦτα ὥσπερ γραμμαὶ τῆν τε δικάποδα, καὶ τῶν μερῶν ταύτης ἕκασον ὑποτιθέσθαι, ἢ καὶ ἀπλά οἰομαζόμεναι μέτρα, ὅτι δι' τὰ ἐπίπεδα, ὡς τετράγωνα, καὶ ὅτι τὰ περιῶν, ὡς κύβους· ταῦτα γὰρ σύνθετὰ εἶσι, καὶ λήγεται μέτρα. Ἔστι φανερόν τὴν μὲν τετράγωνον δικάποδα περιέχειν πένδας τετραγώνους ἑκατόν. τὸν δὲ τετράγωνον πένδα ἑκατόν διούτερα λεπτά. ἕκασον δὲ τῶν τετραγώνων διούτρων λεπτῶν ἑκατόν τρίτα, καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ὁμοίως. τὴν δὲ κυβικὴν δικάποδα περιεκτικὴν εἶναι πένδων κυβικῶν χιλίων, ὥσπερ καὶ ὁ κυβικὸς πους χίλια κυβικὰ διούτερα λεπτά περιέχει. Ἐκασον δὲ τῶν διούτρων τσαυτὰ τρίτα, καὶ τῶν λοιπῶν πάντων τὸ πρότερον χιλιοπλασίον εἶσι τὰ μὲν αὐτό.

Παρὰ δὲ τὴν δικάποδα εἶσι καὶ ἄλλα Γεωμετρικὰ μέτρα, βήματα ὄλων: σάδια, ὀκτοσάδια, καὶ τὰ λοιπὰ, περὶ ἃν ἐν τῇ Γεωγραφικῶν προβλημάτων Πραγματεῖα πλατύτερον ἕρμητεύσαμεν. Χρῶνται δὲ καὶ τέτοις οἱ τῶν Γεωμέτρων Παιδῆς κατὰ τὴν καταπόνησάν αὐτὰς χρῆσαι, ὅτι μὴν ὡς γραμμαῖς, ὅτι δὲ ὡς τετράγωνοις, καὶ ἄλλοτε ὡς κύβοις. Ἐπι δὲ καὶ παρ' αὐτοῖς ἕκασον εἶδος ἀριθμοῦ Συναφῆς διὰ: Ἀφαιρέσεις, καὶ τὰ λοιπὰ, ἢ μικρὸν συντελεῖ, βῆτιον μὲν ἢ δὲ καὶ περὶ τῶν πάντων ἐφεξῆς ἀρξομένοις ἀπὸ τῆς α.

Περὶ Συναφῶς Γεωμετρικῆς.

Συναφῆς μὲν ἐν Γεωμετρικῆς συλλογῆτι ὄλων πρὸς ὄλα, ἢ λεπτῶν πρὸς λεπτά, ἢ γὰρ λεπτῶν πρὸς ὄλα. Ὅταν μὴν γὰρ τὰ προβαλλόμενα, ἢ διδόμενα ὄλα ᾖσι, δικάποδος περιεκτικῆν, ἢ βήματα, ἢ ἄλλοτε τῶν λοιπῶν, τινικαῦτα καὶ τὸ συμποσύμειον ἐξ αὐτῶν ὄλων εἶσαι παραστικόν. Ἦνικα δὲ τὰ διδόμενα λεπτά ᾖσι πρῶτα διὰ: ἢ διούτερα, ἢ ἄλλω τινὸς εἶδος, εἰ μὴν τὸ συμποσύμειον ἐξ αὐτῶν οὐχ ὑπερίξει τὴν συστατικὸν ἀριθμὸν τῶν διδόμενων λεπτῶν, τοιούτους δ' εἶσι ἐπὶ μὲν τῶν ἀπλῶν ὁ δίκαι, ἐπὶ δὲ τῶν συνθετῶν ὁ ἑκατόν, ἢ ὁ χίλια, τότε δὲ παραστικόν εἶσαι λεπτῶν τὰ αὐτὰ εἶδος, εἰδὶ γὰρ ὑπερίξει τὴν αὐτὴν συστατικὸν ἀριθμὸν τὸ ἐξ αὐτῶν συμποσύμειον, παραστικόν εἶσαι λεπτῶν τὰ αὐτὰ εἶδος τοῖς δευτέροις, ἐπὶ δὲ καὶ τὰ προσχετίρια. Ὅσον ἴσων τὰ προβαλλόμενα εἶ. ᾖσι, καὶ τὸ συμποσύμειον ἐξ αὐτῶν ὑπερίξει τὴν συστατικὸν ἀριθμὸν, ἕκωντε καὶ εἶ. λεπτῶν εἶσαι παραστικόν. Ἐάν δὲ δ. ἢ τὰ διδόμενα, τὸ συμποσύμειον τετάρτων λεπτῶν ἐπὶ δὲ καὶ εἶ. εἶσαι ἐμφαντικόν, κατὰ τῶν ἄλλων ὁμοίως.

Ἐπειδὴν τοίνυν πρόκειται σοι συναφῆαι ὄλα εἶδος τινὸς πρὸς τὸ ὄλον τοῦ αὐτοῦ εἶδος, κατὰ τὴν Μεθόδον τῆς Συναφῆς τῶν ὀλοκληρῶν ἀριθμῶν. Ὅσον ἴσων οἱ ἀβγ, ἀριθμοὶ συναφῶς φησόμενοι ἀλλήλοις, ἂν ἕκασος ποσότητὰ τινα δικάποδων παριστάι. Τούτων δὲ εἰς: α: 3 6: β: 4 2: γ: 1 8: δ: 9 0:

Εἰδὶ τὰ συναφῶς φησόμενα λεπτὰ ἢ, γραφήτωσαν τὰ τὰ αὐτὰ εἶδος λεπτά ὑπὸ τοῖς τὰ αὐτὰ εἶδος λεπτοῖς. τὰ πρῶτα διὰ: ὑπὸ τοῖς πρῶτοις, τὰ διούτερα ὑπὸ τοῖς δευτέροις, καὶ τὰ τρίτα δὲς εἰσῆν, ὑπὸ τοῖς τρίτοις, ὥσπερ καὶ τὰ τέταρτα ὑπὸ τοῖς τετάρτοις. Εἶτα συναφῶς φησῶσαν ἀλλήλοις τὰ τοῦ αὐτοῦ εἶδος λεπτά ἀπὸ τῶν ἰσῶτων τῆς ἀρχῆς γινομένης, καὶ γινόμενος μὴ ὑπερίξει ἐπὶ μὲν τῶν ἀπλῶν τοῦ δίκαι, ἐπὶ δὲ τῶν συνθετῶν τὴν ἑκατόν, ἢ τοῦ χίλια γραφήτω ὑπὸ τὰ συναφῶς φησῶσαν, εἰδὴ ὑπερίξει, γραφήτω μὲν ὑπὸ τὰ συναφῶς φησῶσαν ἢ ὑπεροχῆ, τὰ δὲ λοιπὰ φυλαττέτωσαν, εἶσα τοῖς προσχετίριοις συναφῶς φησῶσαν. Διὸν μὴν τοι εἰδῆναι, ὅτι ἐπὶ μὲν τῶν ἀπλῶν αὐτὴ τοῦ δίκαι μονὰς προσίθεται, τοῖς προσχετίριοις, αὐτὴ δὲ τοῦ εἰκοσι δυὰς καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων τὸ ἀνάλογον. Ἐπὶ δὲ τῶν συνθετῶν τῶν μὴ τετραγώνων μονὰς αὐτὴ τοῦ ἑκατόν τοῖς προσχετίριοις προσίθεται, δυὰς δὲ αὐτὴ τῶν διακοσίων, κατὰ τῶν ἄλλων τὸ ἀνάλογον, τῶν δὲ κυβικῶν αὐτὴ μὲν τῶν χιλίων μονὰς, αὐτὴ δὲ τῶν διχίλιων δυὰς τοῖς προσχετίριοις ὁμοίως προσίθεται, ὥσπερ εἰ καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων τὸ ἀνάλογον. Ὅσον ἴσων ἐπὶ παραδείγματος συναφῆαι τοὺς ἀβγ, ἀριθμοῖς, ἂν ἕκασος ἔχητω ἐν ἑαυτῷ δικάποδος εἶ. λεπτὰ εἶ. β. μέχρι τῶν ε'. ὑποκείτωσαν δι οἱ τοιούτοι ἀριθμοὶ ἀπλοῖ, ἢ γραφήτωσαν καταλλήλως, ὥστε τὰ τὰ αὐτὰ εἶδος λεπτά ὑπὸ τοῖς τοῦ αὐτοῦ εἶδος εἶσαι λεπτοῖς. Ἀρχόμενος δὲ δεξέσθαι συναφῶν πάντα τὰ ἔτα, καὶ ἐπὶ τὸ ἐξ αὐτῶν οὐχ ὑπερίξει τὸν δίκαι ἀριθμὸν, γραφῶν αὐτὸ ὑπὸ τῆς γραμμῆς, ὥστε συστοιχῶν τοῖς ἑταῖς. Εἶτα συναφῶν τὰ πέμψητα ἀλλήλοις, ἐπὶ δὲ συναφῶς φησῶσαν ποιῶσιν εἰκοσι, γραφῶν ὑπὸ τῆς γραμμῆς εἰκοσῶν, ἢ ἑξήσων, ἢ τις κατ' ἴσους κείν σμαίνει. τὰ δὲ εἰκοσι πέμπτητα ἐξισῶνται δευτὴ τετάρτοις, δυὸ συναφῶν τὰ τετάρτα

	ο	α	β	γ	δ	ε	ς	ζ	η	θ
α:	12	8	6	3	5	7	4			
β:	8	5	9	7	6	5	2			
γ:	3	8	2	6	4	8	ο			
δ:	25	2	8	7	7	ο	6			

ταρτα ἀλλήλοισι, καὶ τῶ γινομένῳ πρόσθε δύο ἀπὸ τῶν εἰκοσι, καὶ ἐπεὶ συναγεται ἐξ αὐτῶν ὁ ἑπτακαίδεκα, γράφον ὑπὸ τῆς γραμμῆς τὸν 7: χαρακτῆρα, ἀπὸ δὲ τῶν δέκα τιτάρων λεπτῶν πρόσθε τῶ ἐκ τῶν τρίτων μονάδα. Ἐπεὶ δὲ καὶ ταυτα μὴ τῆς προσθεμένης μονάδος ποιῆσι τὸν ἐπτακαίδεκα, γράφον αὐθις τὸν 7: χαρακτῆρα ὑπὸ τῆς γραμμῆς, ὡς συσχεῖται τοῖς τρίτοις. τῶ δὲ ἐκ τῶν δευτέρων πρόσθε μονάδα ἀπὸ τῶν δέκα τρίτων, αὐτὰ κατέχευε, ἀφιλῶν ἀπὸ τῶν ἐπτακαίδεκα. Συμπληρμύνη δὲ ἐξ αὐτῶν τῶ ὀκτωκαίδεκα ἀριθμῷ γράφον ὑπὸ τῆς γραμμῆς τὸν 8: χαρακτῆρα, τῶ δὲ ἐκ τῶν πρώτων πρόσθε μονάδα, καὶ ἐπεὶ συμποσύνται, δύο πρὸς τοὺς εἰκοσι, γράφον μὲν ὑπὸ τῆς γραμμῆς τὸν 2: χαρακτῆρα, ἀπὸ δὲ τῶν εἰκοσι πρώτων λεπτῶν ἦτοι ποδῶν πρόσθε τῶ ἐκ τῶν δεκαπόδων δυάδα, καὶ συμποσυνθῆσονται πέντε δεκάποδες πρὸς τοὺς εἰκοσι. Ὅτι τοῖνον ὁ δ': ἀριθμὸς ἰσός ἐστι τοῖς α' β' γ', ἔδωκεν. περιέχει γάρ ἐν αὐτῷ ὅσας δεκάποδας καὶ λεπτά περιέχουσιν εἰ α', β', γ', ἀριθμοὶ ἑμὲ λαμβανόμενοι, ὡς ἡ πράξις βιβλαῖοι.

Ἐσὼ οἱ συναγεται, καὶ τῆς ε' ζ', ἀλλήλοισι. Ὁποκείσθωσαν μὲν τοι ε: 8, 64, 48, 52, 36: οἱ ἐν ἑκατέρῳ δεκάποδες, καὶ λεπτά ἑκάστου εἶδος ὡς τετραγωνα. ζ: 9, 57, 73, 60, 42: Ἀρχαίμμος δὲ ἀπὸ τῶν ἑχάτων, ἀπὸ αἰσίν εἶδος τετάρτου, ἐπεὶ ὁ ἐξ αὐτῶν οὐχ ὑπερίχει τὸν ἑκατὸν ἀριθμὸν, γράφας τούτον ὑπὸ τῆς γραμμῆς μιτάβηθι ἐπὶ τὰ τρίτα. Ἐπεὶ δὲ ὁ ἐξ αὐτῶν παρίσσει δυοκαίδεκα πρὸς τοὺς ἑκατὸν, γράφον ὑπὸ τῆς γραμμῆς τὰ δυοκαίδεκα. ἀπὸ δὲ τῶν ἑκατῶν πρόσθε τῶ ἐκ τῶν δευτέρων μονάδα. τὰ γὰρ ἑκατὸν τρίτα ἰσάεισιν ἐπὶ δευτέρῳ. Συναπτομένῳν δὲ καὶ τῶν δευτέρων, καὶ τῶ γινομένῳ τῆς μονάδος προσθεμένης, ἰσηδὴ συμποσύνται τὰ πάντα εἰς δύο καὶ εἰκοσι πρὸς τοὺς ἑκατὸν, γράφον τὰ δύο καὶ εἰκοσι ὑπὸ τῆς γραμμῆς, ἀπὸ δὲ τῶν ἑκατῶν δευτέρων πρόσθε τῶ ἐκ τῶν πρώτων μονάδα. Τούτο ποιεῖ καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων, καὶ ὁ γινόμενος ἢ ἰσός ἔσται τοῖς ε' ζ'.

Ἐὰν δὲ οἱ συναρθωσόμενοι ἀρκῶ μοι κυβικῶν μέτρων ὡς παραστατικοί, παρατηρητῶν ἐν τῇ Συναγεται ἑκάστου εἶδους τῶν λεπτῶν μὲν ὁ γινόμενος ὑπερβῆ τῶν χίλια ἀριθμῶν. Τότε γὰρ ὑπὸ τὰ συναρθίσει γράφειν μόνον εἰς τὴν ὑπεροχῆν, ἀπὸ δὲ τῶν λοιπῶν προσθεῖναι τοὺς προσχετίροις μονάδα, ἢ δυάδα, ἢ ἄλλο τι ἀριθμὸν ἀνάλογον τοῖς ἀφαριστέοις.

Ἴσέον μὲν τοι ὅτι ἀπλᾶ μὲν ἀπλοῖς καὶ σύνθετα συνδέτοις ἔχεις συναγεται, καὶ μὴ δὲ καὶ σύνθετα ἀπλοῖς, ἢ τεμπάλιν. Τὸ γὰρ ἐξ ἀμφοτέρων ἑδῆτερον ἔσται εἶδος.

Περὶ Ἀφαίρεσως Γεωμετρικῆς.

Ἀφαίρεσις δὲ Γεωμετρικῆ ἐστὶν εὐρεσις ὑπεροχῆς ὄλων πρὸς ὅλα, ἢ λεπτῶν πρὸς λεπτά, ἢ γούν ὄλων πρὸς λεπτά. Αφαιρείται γὰρ καὶ ὅλα, ὡς εἰ, ἀπὸ ὄλων, καὶ λεπτά ἀπὸ λεπτῶν, τῶ αὐτοῦ ἢ ἑτέρου εἶδος, καὶ λεπτά ἐπὶ ἀπὸ ὄλων. Πρωτῆκι δὲ καὶ τῇ Ἀφαιρείσει τῶ αὐτῷ εἶναι γίνεσι τὰ τε ἀφαρισθόμενα, καὶ τὰ ἀρ' ὅν γίνεσθαι ἢ Ἀφαιρείσις. ἀπλᾶ μὲν γὰρ ἀπὸ ἀπλῶν, καὶ σύνθετα ἀπὸ συνθέντων δύναται εἶναι ἀφαρισθῆναι τὰ ἐλάττω ἀπὸ τῶ μείζονος, καὶ μὴ δὲ καὶ τεμπάλιν. οὐτε γὰρ ἀπλᾶ ἀπὸ συνθέντων, οὐτε σύνθετα ἀπὸ ἀπλῶν, ὅποια ποτ' ἀρ' εἶναι ἀφαρισθῆσονται. τὰ γὰρ σύνθετα καὶ ἐλάττω ὡς τῶ πλείω τῶν ἀπλῶν, ὑπερίχουσι μὲν τοι τῇ δυνάμει. ὡτῶ γὰρ, ὅς ἐστιν, ἀπλᾶ ὑπερίχουσι δύο συνθέντων τῶ πλείω, τῇ δὲ δυνάμει τὰ δύο σύνθετα ὑπερίχουσι τῶν ὀκτῶ ἀπλῶν. ἢ γὰρ σύνθετον δύναται ἀπλᾶ ἑκατὸν, ὡς προείρηται, εἰ καὶ τὰ δύο ἐνδύχεται ἀπλῶς ἀπὸ τῶν ὀκτῶ ἀφαρισθῆναι, μὴ προσθεῖναι ἑμπερὶ τῶ συνθέντι καὶ ἀπλῶ ἀδύνατον δῆπου εἶναι τῶ γινέσθαι. Ὅτι δὲ ὑπὸ τῶ ὀκτῶ ἀπλᾶ ἀφαίρειν ἔχεις ἀπὸ τῶν δύο συνθέντων, καὶ τὰ δύο ταῦτα δυνάμει ὑπερίχουσι τὰ ὀκτῶ, ὅλοισι. γιν' γὰρ ὁ τῇ ποσότητι ἐλάττων ἀριθμὸς ἀπὸ τῶ τῇ ποσότητι μείζονος ἀφαίρειται.

Γράφειν δὲ δεῖ κατὰ τούτα τὸν ἀφαρισθόμενον ἀριθμὸν ὑπὸ τὸν μείζονα, ἀρ' ἔδὲ καὶ ἀφαίρεισθῆναι, κατὰ τῆρ ἐπὶ τῶν ἀφαιρέσων, ὡς τὰ τῶ αὐτῷ εἶδος λεπτά ὑπὸ τῶ αὐτῷ εἶδος κείδω, καὶ τὰ ὅλα ὑπὸ τὰ ὅλα, ὡς περ' ἐν τῶν ἀφαιρέσων αἱ μονάδες ταῖς μονάσαι, καὶ αἱ δεκάδες ταῖς δεκάσαι συσχεῖται ἀφαιρέσων, ὡς προσημνησθήσεται. Τούτω δὲ φυλατθόμενοι καὶ τὰ λοιπὰ τῶν αὐτῶν γίνεσθαι τρόπον προσέκει. Οἷον ἐσὼ ὁ β': ἀριθμὸς ἀφαρισθόμενος ἀπὸ τῶ α': ὑρ' ὄν καὶ γεγράφω, ὡς εἶδος, καὶ κείδω ἑκάτερον ἀπλῶν εἶναι μέτρον παραστατικό. Γραμμῆς δ' ὑπὸ τὸν β': ἐκτενομένης ἀφελὲ τὰ ἐλάττω ἀπὸ τῶν μείζονων ἀρχαίμμος ἐκ τῶν ἑχάτων, τὰ δὲ ἐναπολειπόμενα γράφον ὑπὸ τῆς γραμμῆς ἑκάστου ἐν τῇ ἰδίῳ τόπῳ. Ἐπεὶ καὶ ἐν ἑκατέρῳ τῶν προτεθέντων ἀριθμῶν ὅλα μὴ λεπτῶν τοῦ αὐτοῦ ὑπάρχουσιν εἶδος, τιτάρχθωσαν τὰ μὲν ὅλα τὰ ἐν τῶ β': ὑπὸ τὰ ὅλα τὰ ἐν τῶ α': τὰ δὲ πρώτα λεπτά ὑπὸ τὰ πρώτα, καὶ τὰ δεύτερα ὑπὸ τὰ δεύτερα, καὶ ὁ δ': τὰ τρίτα ὑπὸ τὰ τρίτα, καὶ τὰ τέταρτα ὑπὸ τὰ τέταρτα. Ἐἴτα ἀρχαίμμος δεξέσθω ἀφελὲ τὰ τιτάρχη τὰ ἐν τῶ β': ἀπὸ τῶν τετάρτων τῶν ἐν τῶ α': καὶ ἐπεὶ τὰ ἐναπολειπόμενα ἔχ' ὑπερβαίνουσι τὸν δέκα ἀριθμῶν, γραφθήσων ὑπὸ τῆς γραμμῆς συσχετῆτα τοῖς τετάρτοις. Ἀφιλῶν οὐ καὶ τὰ τρίτα ἀπὸ τῶν

	0				
α:	8,	6,	5,	9,	7:
β:	6,	3,	2,	7,	5:
γ:	2,	3,	3,	2,	2:
	8,	6,	5,	9,	7:

τῶν τρίτων τὰ ἐναπολειπόμενα γράφον ὑπὸ τὰ ἀφαιρέσιμα. Τὸτο ποῖσιν κ' ἐπὶ τῶν λοιπῶν; κ' ἂν παραχθεῖς γ': ἀριθμὸς ὑπεροχῆ ἴσαι τὴν α': καθ' ἣν ὑπερέχει τὸν β': κ' γὰρ τὸν τῆς Α φαιρίσεως καὶ οὐα οἱ β γ, ἀριθμοὶ συναπτόμενοι ἀλλήλοις ποῖσιν ἀριθμὸν τινα ἴσον τῷ α': οἷος ὁ δ'.

Ἐάν δι' οἱ ἐν τῷ ἀφαιρέσει μὲν ἀριθμὸς χαρακτηρὸς μείζωνος ὡς τῶν ἐν τῷ ἀφ' οὗ γινίσσεται ἢ ἀφαιρέσει πλεονεκτήσει τὴν α'. αἱ γὰρ ὁ ἀφαιρέσιμος ἐλάττωσ' ὀφείλει ἴσαι τὴν ἀφ' οὗ ἀφαιρέσεται μείζων, δάνειον τὸ ἐλάττωσι δεκάδα ἀπὸ τῆς προσεχέως, κ' ἔτω γινίσσεται μείζων τῆς ἀφαιρέσιμου. ἀπὸ τούτου δὲ ἀφαιρέσει τοῦ ἐλάττωτος τὸ ἐναπολειπόμενον γράφεται ὑπὸ τῆς γραμμῆς ὡς εἶδος. Μεταβάς δι' ἐφ' ἑτέρον χαρακτηρὸν προσθεῖς τούτῳ μονάδα, κ' ἐν ὁ ἀφ' οὗ ἀφαιρέσεται γινόμενος μείζων ἔστω, ἀφίλει τὸν γινόμενον ὡς ἐλάττωτα ἀπὸ τῶν μείζωνος. Εἰδὲ κλείσας ἐλάττωσ' ὑπέροχον, δάνειον αὐτῷ ὡσαύτως δεκάδα. Εἶτα ἀφίλει ἀπ' αὐτῶν τὸν ἐλάττωτα. τούτο ποῖσι κ' ἐπὶ τῶν λοιπῶν, ὡς κ' ἐπὶ τῆς τῶν ἀκραίων ἀριθμῶν Α φαιρίσεως ἠρμήνευται. Οἷον ἴσω ὁ ζ': ἀριθμὸς ἀφαιρέσιμος ἀπὸ τῆς ε': ὑφ' οὗ κ' γράφεται, ἐπεὶ δὲ ὁ ἔχων τῶν ἐν τῷ ζ': χαρακτηρῶν, δηλ. ὁ σ': μείζων ἐστὶ τὸ ἔχοντ' χαρακτηρὸν τῆς ἐν τῷ ε': δηλ. τῆς γ': κ' ὑδύεται ἀφαιρέσθαι ἀπ' αὐτοῦ, δάνειον τῷ

ε:	8,	5,	8,	6,	4:
ζ:	6,	7,	0,	9,	5:
η:	1,	8,	7,	6,	9:

4: χαρακτηρὸν δεκάδα, ἴσα γίνηται τὸ ὅλον λεπτὰ τέταρτα τετρακαίδεκα. Ἀπὸ τούτων δὲ ἀφαιρέσιμων τῶν πέντε, ἐπεὶ ἐναπολείπεται ἑνία, γράφον ὑπὸ τῆς γραμμῆς τὸν θ': χαρακτηρὸν. μείζων δὲ ἀφίλει τὸν προσεχέστερον τῷ σ': χαρακτηρῶν, δηλ. τὸν θ': ἀπὸ τῆς προσεχέστερῃ τῷ γ': δηλ. τὸν β': προσθεῖς τῷ θ': μονάδα, ἴσα γίνηται ὁ ιο': δάνεισας ἢ πρότερον τῷ γ': χαρακτηρῶν δεκάδα, μονάδα πάντως ἀπὸ τῆς β': ἀφίλει. ἢ γὰρ τρίτον ἴσιν ἴσι δεκά τετάρτοις. ἐπεὶ δὲ ὁ εἶδος μείζωνος μείζωνος, δι' αὐτὸ τούτο προτιθέναι μονάδα τῷ ἑνία ὀφείλει, ἴσα μίτης γίνηται σσι ἀπὸ τῆς. Ἐπεὶ δ' αὐτῆς κ' ὁ εἶδος ἐλάττωσ' ἐστὶ τῷ ιο': δάνεισας αὐτῷ δεκάδα, κ' τῷ γινόμενῳ ἐκπίδουκα ἀφίλει τὸν ιο': κ' ἀντὶ τῶν ἀπολειπομένων εἶξ, γράφον ὑπὸ τῆς γραμμῆς τὸν θ': χαρακτηρῶν. μεταβάς δι' ἐπὶ τὸν γ'. τῆς ζ': βαθεῖον, κ' μὴ ὑπάρῃ ἐν αὐτῷ χαρακτηρῶν ποσότητος: σηματοδοτῶν, ἀφίλει ἀπὸ τῆς γ'. τῶν ἐν τῷ ε': χαρακτηρῶν μονάδα, τὸ γὰρ ἦδη τῷ β': δάνεισας ἀπὸ τοῦ θ': ἀφίλειται, κ' ἐπὶ ἐναπολείπεται ἑπτὰ, γράφον κ' τὸν γ': ὑπὸ τῆς γραμμῆς. Τούτου δὲ γινόμενου καὶ ἐπὶ τῶν λοιπῶν συσταθέντες ὁ κ': κ' ἐτις ἔσαι διπυθον ὑπεροχῆ τῆς κ' καθ' ἣν ὑπερέχει τὴν ζ'.

Τούτων δὲ τὸν τρόπον ἔξετισσι ἀφαιρῆν κ' συνθεῖν ἀπὸ συνθέντων, ὅλα μίτοι ἀπὸ ὅλων, λεπτὰ δὲ ἀπὸ λεπτῶν. διηκίνοσι δὲ ἢ τῶν ἀπλῶν Α φαιρίσεως: τῆς τῶν συνθέντων, ὅτι ἐπ' αὐτῶν μίτη τὸν δεκαδικὸν δανειζόμεθα ἀριθμὸν ἀπὸ τῶν προσεχέστερων, δι' ἣν εἴρηται αἰτίαν, ἐπὶ τούτῳ δὲ τινὲς ἑκατοστόν. ἢ γὰρ φησὶ σκεπτικὸν πρῶτον ἐν τοῖς συνθέντοις δύναται διυτέρα ἑκατόν, κ' ἐν διυτέρον ἑκατόν τρίτα, ὡς κ' ἐπὶ τῶν ἀπλῶν ὁμοίως, διὸ δὲ ἐν τῇ τούτων Α φαιρίσει τὸ μὲν δανειζόμενος ἑπερ- ζεῖα ἑκατόν ἐστὶ τὸ ἑκατόν παραστατικόν, τὸ δὲ προτιθέμενος ὁμοίως. Γράφονται δὲ κ' τούτων τὰ μίτη ὅλα ὑπὸ τὰ ὅλα, τὰ δὲ λεπτὰ ὑπὸ τὰ λεπτὰ τοῦ αὐτοῦ δηλ. εἶδος, τὰ μίτη α'. ὑπὸ τὰ α'. τὰ δὲ β'. ὑπὸ τὰ β'. κ' τὰ γ'. ὑπὸ τὰ γ'. ὡς κ' τὰ ἀπλά. Οἷον κείσθωσαν ἀφίλει τὸν θ': ἀριθμὸν ἀπὸ τῆς κ': ἐπεὶ ὁ θ': ἐλάττωσ' ἐστὶ τῆς κ': γράφεται ὑπ' αὐτὸν, ὡς εἶδος, ὑπὸ δὲ τὸν θ': ἐκταθέντ' γραμμῆ. Εἶτα ἀρξάμενος ὑπέροχον ἀπὸ τῶν ἔχωντων, ἀφίλει τὰ δεκαδικὰ τέσσαρα ἀπὸ τῶν ἑνία. ἐπεὶ δὲ τούτο γινέσθαι ἀδύνατον, δανείδεται ἐν ἀπὸ τῶν προσεχέστερων δηλ. τῶν γ'. κ' πρόσθεῖς αὐτὸ τοῖς ἑνία τετάρτοις τοῖς ἐν τῷ κ': τούτῳ δὲ ἰσοδυναμῶντος ἑκατόν τετάρτοις γινίσσεται τὸ ὅλον ἑνία πρὸς τοῖς ἑκατόν, ὡς ἀφίλει τὰ δεκαδικὰ, κ' ἐναπολειπόμενος πάντως ἑπτὰ κ' ἑνιήκοντα, ἄτινα γράφον ὑπὸ τῆς γραμμῆς. Τούτῳ δὲ κ' ἐπὶ τῶν λοιπῶν φυλαττομένου παραχθέντες ὁ λ': ὑπεροχῆ ὡς τῆς κ': καθ' ἣν ὑπερέχει τοῦ θ': ὁ λόγος: ἐν τῶν ἀνωτέρω εἰρημίτων, κ' ἐξ ἦν ἐπὶ τῆς τῶν ἀκραίων ἑφμερ Α φαιρίσεως δὲ πλεονεκτήσει καθίσταται. Εἰς ἐμπέδωσιν δὲ τῶν εἰρημίτων, συναφθέντος ὁ λ': ἀριθμὸς τῷ θ': κ' ὁ γινόμενος μ': ἴσος ἢ τῷ κ': ὅμοιος τῷ ἑνί κ' πρᾶξις ἴσαι. Ὁ γὰρ ἀφαιρέσιμος ἐλάττωσ' ἀριθμὸς μ' τῆς ὑπεροχῆς, ἴσος ἐστὶ τῷ μείζονι ἀφ' ἣν κ' ἀφαιρέσεται.

κ:	10,	64,	8,	25,	9:
θ:	8,	53,	9,	37,	12:
λ:	2,	10,	8,	87,	97:
μ:	10,	64,	8,	25,	09:

Τὸ αὐτὸ μὲν οὖν ποικίλον, ἐπειδὴν τετράγωνοι ἀπὸ τετραγώνων ἀφαιρέται. Ὅτι δίσοι κυβικὸν πρῶμπαται ἀπὸ κυβικῶν ἀφαιρῆν, τὰ μίτη ἄλλα πάντα ἀπαραλλάκτως εἰσοσι φυλαττεῖν, ὡς κ' ἐν τοῖς τετραγώνοις, ἐπὶ δὲ τῆς τῶν μείζωνων ἀπὸ τῶν ἐλαττόνων Α φαιρίσεως ἐπὶ τῷ ἑκατόν δανειζέσθαι τοῖς ἐλάττωσιν, τὸν χίλια ἀριθμὸν. Ὡσπερ γὰρ ἐν τοῖς τετραγώνοις μία δεκάτους δύναται πύδαξ ἑκατόν, ἔτω κ' ἐν τοῖς κυβικοῖς δύναται χίλιος, κ' ἐν α'. λεπτῶν χίλια δεύτερα, κ' ἐπὶ τῶν ἀπλῶν ὁμοίως.

Πορίσμα.

Ἐκ τούτου φανερὸν, ὅτι εἰς αὐτὴν πρόκειται ἡμῖν ἀφαιρῆν λεπτὰ ἀπὸ ὅλων, ἢ ἐλάττωτος εἶδους λεπτὰ ἀπὸ λεπτῶν εἶδος μείζωνος, δεύτερα δηλ. ἀπὸ πρώτων, ἢ τρίτα ἀπὸ δευτέρων, εἰ μὴν ἀπλά ὡσι

ὡς τὰ προβαλλόμενα τοῖς μὴ ὄλοις τοσαύτας σιγμὰς προσεῖναι δεῖ ἐφεξῆς τῷ ἀφ' ἧς ἡ Α' φαιρίσις γινέσθαι, ὅσαι περ ἂν ὦσιν αἱ ἐπὶ τῷ ἀφαιριθμομένῳ γραμμαί. τοῖς μείζοσι δὲ λεπτοῖς τοσαύται, ὅσοι οἱ τῶν ἀφαιριθμομένων βαδμοί. Οἷον κείθω ἐπὶ παραδείγματος ἀφελῖν οὕτως α. ἀπὸ δύο δεκαπῶν, ἢ εἰς β. ἀπὸ τεσσάρων α. ἢ γούν δύο α. καὶ τίσαρα δύνειρα, καὶ τρία γ. σπὸ δεκαπῶν οὕτως. ἐπὶ μὲν ἢ τῷ α. ὑποδείγματα

ο	ο		
2:	. 4 .	8	...
		8	6
	11 2:	3 4:	7 7 5 7:
	2	4	8

ες προσεῖναι τῷ 2: χαρακτηρὶ ἐφεξῆς κατὰ τὰ δεξιά μέρη σιγμῆ μία. μία δ' ἢ καὶ ἐπὶ τῷ 8: ἐπιτίθεται γραμμὴ ὡς παραστατικῷ λεπτῶν α. ἐπὶ δὲ τῷ δεύτερῳ προσεῖναι ὁμοίως σιγμὴ μία τῷ 4: χαρακτηρὶ, ὅτι καὶ ἐπὶ τῷ 6: δύο εἰσι γραμμαί ἐπὶ μὲν τῷ ἐλαττωμένῳ τῷ β. τῶν α. βαδμῶν. ἐπὶ δὲ τῷ γ. καὶ τελευταίῃ προσεῖναι τῷ 8: χαρακτηρὶ σιγμῆς τρεῖς, ἢ μία μὲν ἐνταῦθα τῶν δύο α. αἱ δύο δὲ χάριν τῶν τεσσάρων β. καὶ αἱ τρεῖς ὅμῃ τῶν τριῶν γ. τῶν δὲ σιγμῶν οὕτως προσεῖναι γρηθῆσαν τὰ ἀφαιριθμομένα ὑφ' ἧν ἀφαιριθμοῦνται, ὡς ἴσως, τὰ δὲ λοιπὰ γινέσθω ὡς προημικύβηται.

Εἰδὲ τὰ προβαλλόμενα σύνδιτα ὄσει, ἐπὶ μὲν τῶν τετραγώνων προσεῖναι τοῖς ἀφ' ἧν γινέσθαι ἢ Α' φαιρίσις σιγμὰς δύο μὲν, ὅτι μίας τὸ ἀφαιριθμομένον δέχεται γραμμὴν, τίσαρας δὲ ὅτι δύο, πνίκα δὲ τὸ ἀφαιριθμομένον τρεῖς ἐπιδέχεται γραμμὰς, εἰς προσεῖναι σιγμὰς τῷ ἀφ' ἧς ἡ Α' φαιρίσις γινέσθαι. ἐπὶ δὲ λόγῳ τῶν ἀφαιριθμῶν τῶν προσεῖναι σιγμῶν τῶν ἀφαιρίσις, διπλασίονα ἔστι εἶναι τῷ ἀριθμῷ τῶν γραμμῶν τῶν ἐπὶ τῷ ἀφαιριθμομένῳ. Οἷον κείθω ἀφελῖν ἀπὸ μὲν δεκαπῶν οὕτως, λεπτὰ πρῶτα τίσαρα, ἀπὸ δὲ δεκαπῶν δεκακἀδεκα λεπτὰ πρῶτα πεντακἀδεκα, ἀπὸ δὲ δεκαπῶν εἰκοσι πρῶτα μὲν λεπτὰ οὕτως, β. δὲ εἰκαδὴκα, ἀπὸ δὲ δεκαπῶν πέντε καὶ τριακοῖτα πρῶτα μὲν λεπτὰ εἰς, δεύτερα δὲ ἐκῶν, τρίτα δὲ ἐννέα, καὶ τέταρτα ἑκοκἀδεκα. Τούτων ἢ κειμίων ἐπιπέδῃ ἐπὶ τῷ α. καὶ β. ὑποδείγματα: μίαν μόνον ἐπιδέχονται τὰ ἀφαιριθμομένα γραμμῶν, προσεῖναι τῷ 8: καὶ 12: ἀριθμῷ σιγμῆς δύο. ἐπὶ δὲ τῷ γ. ἐπὶ τὰ ἀφαιριθμομένα πρῶτα εἰσι καὶ β. ὡς τὰ μὲν μίας ἐπιδέχονται γραμμῆν, τὰ δὲ δύο, προσεῖναι τῷ 20: ἀριθμῷ δύο μὲν σιγμῆς διὰ τὰ α. τίσαρας: δὲ αἱ πάσαι διὰ τὰ β. ἐπὶ δὲ τοῦ δ. προσεῖναι σιγμῆς οὕτως, ὅτι τὰ ἀπ' αὐτῶν ἀφαιριθμομένα πρῶτα εἰσι καὶ β. ἐπὶ δὲ τῷ γ. καὶ τέταρτα, ἐὰν δὲ τύχῃσιν καὶ ε. τοῖς ἀφαιριθμομένοις προσεῖναι τῷ 20: ἀριθμῷ δύο τοῖς ἀφ' ἧν ἢ Α' φαιρίσις, καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ὁμοίως.

8 . .	12 . .	20
4:	15	8, 16
7, 96:	11, 85:	19, 91, 84:
8 . .	12 . .	20
35		
6 8 9 12		
34: 92: 91, 90, 88:		
35		

Τὸ τοσοῦτο φυλαττέσθω ἀκριβῶς ἐν πᾶσιν, ἵνα καὶ κριτικαί σοι ἀφελῖν λεπτὰ τετραγῶνα ἀπὸ ὄλων τετραγῶν. Ἐπειδὴν δὲ τύχῃσιν λεπτὰ ἐλάττωτα ἀπὸ μείζονων ἀφαιριθμῶν, ἢ δὲ τῶν ἀφαιριθμῶν τῶν ἐπικειμένων τοῖς ἀφαιριθμομένοις γραμμῶν ἐρευνᾶν, ἢ τὸν ἀπλάσιον τίθειν ἀριθμῶν τῶν προσεῖναι σιγμῶν τοῖς ἀφ' ἧν ἢ Α' φαιρίσις, ὡς εἴρηται, ἀλλ' εἰ μὲν ὦσι τὰ ἀφαιριθμομένα προσεῖναι ἰσότητι, πρῶτες σιγμὰς δύο τοῖς ἀφ' ἧν ἢ Α' φαιρίσις. εἰδὲ πόρρω εἶναι, εἰ μὲν ἐπὶ βαδμῶν, πρῶτες σιγμὰς τίσαρας, εἰδὲ δύοσι, εἰς, καὶ ἐπὶ τῶν λοιπῶν ἀναλόγως. Οἷον εἰδὲ σοι πρόκειται ἀφελῖν λεπτὰ δεύτερα ἀπὸ πρῶτων, πρῶτες τοῖς α. σιγμῶς δύο: προσεῖναι γὰρ ἐλάττωτα εἰσι τὰ δεύτερα τῶν πρῶτων. εἰδ' ἂν ὦσι τὰ ἀφαιριθμομένα τρίτα, πρῶτες τίσαρας. εἰδὲ τέταρτα εἰς, τὰ μὲν γὰρ τρίτα εἰς βαδμῶν πορρωτέρη εἰσι τῶν πρῶτων, τὰ δὲ τέταρτα δευτέρη. Κείθω ἢ ἀφελῖν ἀπὸ πρῶτων λεπτῶν δύο μὲν καὶ τεσσαράκοιτα. δεύτερα λεπτὰ πέντε, ἀπὸ δὲ εἰς καὶ τριακοῖτα πρῶτων λεπτῶν δεύτερα μὲν οὕτως, τρίτα δὲ εἰς. ἀπὸ δὲ πρῶτων οὕτως δεύτερα μὲν εἰς τρίτα δὲ ἐννέα, καὶ τέταρτα δεκακἀδεκα. Τούτων δὲ ὑποθεσίτων προσεῖναι ἐπὶ μὲν τῷ α. ὑποδείματος σιγμῆς δύο, ἐπὶ δὲ τῷ δεύτερῳ τίσαρας, καὶ ἐπὶ τοῦ τρίτου εἰς, εἰτα γρηθῆσαν τὰ ἀφαιριθμομένα ἕκαστον ἐν τῷ οἰκείῳ τόπῳ ὡς ὅρας, καὶ γινέσθω ἢ Α' φαιρίσις, καθ' ἧν προημικύβηται τρόπον.

42	36
5:	8 6
41, 95:	35, 91, 94:
8	
6 9 12:	
7: 93: 90, 88:	

Τὰ δὲ ἐναπολιπόμενα γρηθῆσαν ὑπὸ τῆς γραμμῆς ὡς ἴσως, ἅτινα συναπλόσιμα ποιήσονται τὰ ἀφ' ἧν ἢ Α' φαιρίσις, ἐὰν ἢ πρῶτες ὕλης εἶναι. τὸ δ' αἴτιον τούτου, ὅτι ἐπὶ τῆς Α' φαιρίσεως ἀφελῖν τὰ μείζω τῶν συνδίδων ἐπὶ τὰ ἐλάττω ἀναλύσθαι, τὸ δὲ διὰ τῆς τῶν σιγμῶν γίνεσθαι προσεῖναι. Ἐπειδὴν δὲ τύχῃσιν ὅττα τὰ ἀφαιριθμομένα εἰδῶν πλείων, σκόπει τὸν ἀριθμὸν τῶν ἐπὶ τῶν ἐλάττων ἐπικειμένων γραμμῶν, ἢ γούν τὸν τούτων βαδμῶν, καὶ οὕτως ποίει τὰ λοιπὰ ὡς προημικύβηται. Εἶτα τὰ μὲν ἰσάκτω ἐν τῷ ἐλάττω τάττω τόπων, τὰ δὲ τούτων προσεῖναι ἐν τῷ τρίτῳ, καὶ τῶν ἄλλων τὰ μὲν ἐν τῷ πέμπτῳ, τὰ δὲ ἐν τῷ ἕκτῳ, ὡς ἐπὶ τοῦ ἐπ' ὄψιν καθορθῶν ὑποδείγματα. Ἐπεὶ δ' ἤδη πρόκειται ἡμῖν ἀφελῖν ἀπὸ δεκαπῶν ἐνταῦθα πρῶτα μὲν λεπτὰ ἐκῶν, δεύτερα

δι ἕξ, τρίτα δι ἑνία, τέταρτα δι τίσαρα, ἢ πέμπτα τρία, ἢ δι τὰ ἡδὴ εἰρημίνα δίκᾳ ἐφαζῆς προσεθῆσαν σχημαί τῶ τῶν δεκαπόδων χαρακτῆρι, ἰδὼ τὰ μὲν πέμπτα ἐν τῷ ἑξάτρῳ εἰσι τεταγμένα τόπω, τὰ δὲ τέταρτα ἐν τῷ τρίτῳ, τὰ δὲ τρίτα ἐν τῷ πέμπτῳ, τὰ δὲ δευτέρα ἐν τῷ ἑβδόμῳ, ἢ τὰ πρῶτα ἐν τῷ ἑνάτρῳ. Ἐξ γὰρ ὅλον ἐξίσταται πρῶτοις, μὲν λεπτοῖς ἑκατόν, δευτέροις δὲ μυρίοις, τρίτοις δι ἑκατονταμυριοῖς, τετάρτοις δι μυριακισμυριοῖς, ἢ πέμπτοις ἑκατοστάσις μυριακισμυριοῖς.

9
8:	^u 6 ^w 9 4 3:
8:	<u>91, 92, 90, 95, 97:</u>
9

Καὶ ταῦτα μὲν δι ἐπι τῶν τετραγώνων ποικίλοι εἰν τε ὅλα, εἰν τε λεπτά τὰ ἀφ ὧν ἡ Α' φαιρίσις εἶν. Ἐπὶ δὲ τῶν κυβικῶν προσεθῆναι δεῖ τοῖς ἀφ ὧν ἡ Α' φαιρίσις τρεῖς μὲν σχημαί, ἐπειδὴν τὰ ἀφαιρέθησόμενα μίαν ἐπιδέχεται γραμμῆν, ἕξ δὲ ἑνίκα ἐπιδέχεται γραμμαί δύο. οἱ δὲ τὰ ἀφαιρέθησόμενα τρεῖς δέχεται γραμμαί ἑνία χρῆ προσεθῆναι σχημαί, ἢ ἐπὶ τῶν ἄλλων ἀναλόγως. ἐνὶ δὲ λόγῳ τριπλασίονα δι ποιεῖν γὰρ ἐπὶ τῶν τῶν ἀριθμῶν τῶν προσεθισομένων σχημαί, τοῖς ἀφ ὧν γινίσσεται ἡ Α' φαιρίσις, τῷ ἀριθμοῦ τῶν ἐπικειμένων γραμμῶν τοῖς ἀφαιρέθησόμενοις. Οἷον κείδω ἀφίλων ἀπὸ ἑνία κύβων δεκαπόδων λεπτά κυβικά πρῶτα μὲν οὐκᾶ πρὸς τοῖς ἑξήκοντα, διύτερα δὲ τρία πρὸς τοῖς πενήκοντα, τρίτα δι οὐκᾶ, ἢ τέταρτα τίσαρα ἢ ὀχθόκοντα πρὸς τοῖς διακοσίοις. Ἐπὶ δὲ τὰ ἀφαιρέθησόμενα διαφόρων εἰσὶν εἶδος, προσεθῆσασαν τῷ 9: χαρακτῆρι τῶν δεκαπόδων, τρεῖς μὲν σχημαί ἀντι τῶν ἀφαιρέθησόμενων πρῶτων λεπτῶν, ἕξ δὲ ἀντι τῶν δευτέρων, ἑνία δὲ ἀντι τῶν τρίτων, ἢ δυοκαίδεκα ἀντι τῶν τετάρτων. διὰ δὲ τὸ οὐχίρῆστρον ὁ ἀριθμὸς τῶν ἐπικειμένων γραμμῶν τοῖς ἑξήκοντα τῶν ἀφαιρέθησόμενων ἰσημιχῆτα κατὰ τριπλασιασθῆτω εἰ αὐτὸς ἀριθμῶς, ἢ ὅσων ἂν εἴη περιχτικῶς μοσάδων ὁ γινόμενος, τοσαῦτα προσεθῆσασαν σχημαί τῷ ἀφ ὧν ἡ Α' φαιρίσις. Ἐπὶ ἐν ἑνταῦθα τὰ ἔχοντα τῶν ἀφαιρέθησόμενων τεταγμένα εἰσι, τὰ δὲ τοιαῦτα τίσαρας ἐπιδέχονται γραμμαί, ὃ δὲ κείδω ἀριθμῶς τριπλασιαζόμενος τὸν δυοκαίδεκα ποιεῖ, προσεθῆσασαν τῷ 9: χαρακτῆρι σχημαί δυοκαίδεκα αἰ πάσαι. εἴτα γραφῆσασαν ἑκάστα τῶν ἀφαιρέθησόμενων ἐν τῷ ἰδίῳ τόπῳ, ἢ γινίθω ἡ Α' φαιρίσις ὡσπερ ἢ ἐπὶ τῶν μιστῶν. τὰ δὲ ἰσαπολιπέμενα γραφῆσασαν ὑπὸ τῆς γραμμῆς τὰ τὴ αὐτῆ ὅλον: εἶδος ὑπὸ τῶν τὴ αὐτῆ, τὰ μὲν τέταρτα ὑπὸ τῶν τετάρτων, τὰ τρίτα δι ὑπὸ τῶν τρίτων, ἢ τὰ δευτέρα ὑπὸ τῶν δευτέρων, ὡσπερ ἢ τὰ πρῶτα ὑπὸ τῶν πρῶτων, καὶ τὰ ὅλα ὑπὸ τῶν ὅλων, ὡς ἄρας.

9
68:	^u 53: ^u 8: ^u 284:
8,	<u>931: 946: 991: 716:</u>

Οἱ δὲ τὴ γῶσι ἢ ἐπὶ τῶν κυβικῶν ἐλάττονα λεπτά ἀπὸ μιζῶν ἀφαιρέθησόμενα, γραφῆσασαν πρῶτον τὰ μίζοτα, ἀφ ὧν ἀφαιρέσθω ἐφίλουσι τὰ ἐλάττονα. Κᾶν μὲν τὰ ἀφαιρέθησόμενα προσίχη εἶεν ἰλάττων, πρὸς δι: τοῖς μίζοσι σχημαί τρεῖς, εἰ δὲ ἐνὶ βαθμῷ πόρρω ἕξ, ἢ ἐπὶ τῶν ἄλλων ἀναλόγως, ὡς ἢ ἐπὶ τῶν τετραγώνων, ἢ ἕτω γινίσσεται ἢ λόγον ἡ Α' φαιρίσις.

Περὶ Πολλαπλασιασμοῦ Γεωμετρικῆς.

Πολλαπλασιασμοὶ δὲ Γεωμετρικῆς εἰσὶν εὐρεσις ἐπιπέδου ἀριθμοῦ ἐμβαδὸν τιτὸς παραστατικῶ, ἢ πλεονεξίαι πολλαπλασιαζῶν ἢ πολλαπλασιαζόμενοις ἀριθμοῖς, ὡς ἐκ διαφόρων συσχετισμοῦ μερῶν, διὸ ἢ χρῆσιμος ἐστὶ μάλιστα τοῖς Γεωμέτραις, ὅσοι πρὸς τῆς τῶν ἐπιφανειῶν ἐραχολογῆται διαμέτρῃσι. Πολλαπλασιαζομένη δὲ ἢ ὅλα ἐφ ἑαυτᾶ ἢ ἕτερα ὅλα, ἢ λεπτά τὴ αὐτῆ ἢ ἕτερα εἶδος ἐφ ἕτερα λεπτά. ἐνὶ δὲ γὰρ ὅλα ἐπὶ λεπτά, ἢ ὅλα ἢ λεπτά ἐφ ἕτερα ὅλα ἢ λεπτά, ὡς ἐν τοῖς ἑξῆς ἐξομιθᾶ. Γράφονται δὲ κᾶν ἑνταῦθα ὡσπερ καὶ ἐπὶ τῶν ἀκραιῶν ἀριθμῶν, πρῶτον μὲν τὰ πολλαπλασιασθήσμενα, εἴτα αὐτὰ δι τὰ πολλαπλασιαστοῦτα, δεξιῶν μὲν τοῖ συσχετῆτα ἐκείναις, εἰδ ἕτω γινίσσεται ἢ πράξις, καθ ὅν καὶ ἐπὶ τῶν ἀκραιῶν γίνονται τρόποι. Οἷον ἕτω διὰ τὸ σαφῆστρον πολλαπλασιασάσαι δεκαπόδα ἑκάστᾳ ἐπὶ δεκάποδας τρεῖς, ἢ ἐπὶ λεπτά πρῶτα ἕξ, ἢ γῶν δεκάποδας δύο ἢ λεπτά πρῶτα τίσαρα, ἢ δευτέρα δύο, ἐπὶ δεκάποδας τρεῖς, καὶ λεπτά α: τρία. Τῶν δὲ ἀμμιῶν γραφῆσασαν ὡς δι τὰ πολλαπλασιασθήσμενα, ἢ πολλαπλασιαστοῦτα. εἴτα πολλαπλασιασθήσασαν οἱ οὐκᾶ δεκάποδας ἑκάστᾳ τῶ α: ὑποδίγμανι ἐπὶ τοῖς τρεῖς δεκάποδας, ἐν δὲ τῷ δευτέρῳ ἐπὶ τῷ ἕξ πρῶτα λεπτά, πολλαπλασιασθῆσασαν δὲ ἢ ἐπὶ τῷ τρίτῳ οὐβοδύματις οἱ δύο δεκάποδας, τὰ τὴ πρῶτα ἢ δευτέρα προσεθῆσασαν αὐτοῖς λεπτά, ἐπὶ τῶν τρεῖς δεκάποδας καὶ τρία πρῶτα λεπτά, ἢ οἱ γινόμενοι γραφῆσασαν ὑπὸ τοῦ διδομένου, ὡσπερ ῥ α: ἐπὶ τῷ α: ὑποδύματις, ἢ ὁ β: ἐπὶ τῷ β: ἢ ὁ γ: ἐπὶ τῷ τρίτῳ.

9
8:	8: 2 4 2
8:
3:	6: 3 3
α: 24:	β: 48: 7 2 6
.....
.....	γ: 7 9 8 6

ἢ ἕτῳ δ' οἱ ἑνίκα ἐπὶ τῆς Γεωμετρικῆς Πολλαπλασιαστικῆς, τὰ τε πολλαπλασιαζόμενα καὶ πολλαπλασιαζόμενα δεκαπόδων εἰσὶν ἀμφὶ παραστατικᾶ, ἢ λεπτῶν τὰ αὐτῆ εἶδος ὁ γινόμενος ἐπιπέδου.

δικαπόδος, ὁπότεαι δὲ τὰ β. λιπτά, τιτὰχθω ἐπὶ τῷ β. χαρακτήρι, τῆσι τοῦ προσημίον
τὸ αὐτὸ εὐραδίτος ἀριθμοῦ, τὸ τῶν δικαπόδων γνώρισμα. Πάλιν ἐπὶ ἐπὶ τῷ β. ὑποδείγματος
ἐν τῷ ἰσάτῃ χαρακτήρι τὸ μὴ μετρίωμεν τάσους ἐπὶ γραμμαί, τὸ δὲ μετρίωτος δύο, ἀρρη-
θῶνται αἱ δύο γραμμαί τῶν τωσῶν. ἢ ἐπὶ ἐπαπολείπονται αὐθις δύο τιτὰχθῶνται ἢ ἐπὶ τῷ ἰ-
σάτῃ χαρακτήρι τοῦ εὐραδίτος ἀριθμοῦ γραμμαί δύο, ἐπὶ δὲ τῷ β. τὸ αὐτὸ μία, ἢ ἐπὶ τῷ
γ. τὸ τῶν δικαπόδων παρασάτιον. Τοιαῦται γὰρ τῶν πρὸς ἀλλήλα τὰ λιπτά ἀναλογίαι τῶν-
των ἐν τῇ γραφῆσθαι.

Κ Ε Φ Α Λ Α Ι Ο Ν Θ.

Περὶ Ἀστρονομικῆς Ψηφιοφορίας.

Ἀστρονομικὴ δὲ ψηφιοφορία ἐστίν, ἔπερ οἱ τῶν Ἀστρονομῶν Παιδὲς ἐπὶ τῶν κινήσεων τῶν Οὐρανίων
Σφαιρῶν ἢ Ἀστέρων χροῖται, καθ' ὃ ἢ τὰ ὀνόμασιαν κελεύονται. Χρῆσιμος δ' εἰς τὰ μέγιστα πρὸς
τι κατασκευῆν τῶν καλοσυνήτων Ἐφημερίδων, ἢ τῶν τῶν Ἑλλησίων Ἡλίουσι ἢ Σελήνης εὐρασίῃ, ἢ
τῆν τῶν Οὐρανίων Διμάτων σύστασιν, ἢ ἀλλ' ἄλλα τῇ Ἀστρονομικῇ ὑποπίπτοντα Ἐπιστήμῃ. Ὅθεν ἢ
μεγάλῃ καλεῖται Ψηφιοφορία, ὡς τὸν Μάξιμον Μοραχὸν τὸν Πλανούδη. Μίτρα δὲ τῶν μὲν Οὐρα-
νίων Κόσμων ἢ Σφαιρῶν, ἢ πολλῶν μᾶλλον τῷ Ζωδιακῷ Κόσμῳ περὶ ὧν ἢ ἡ Ἀστρονομικὴ γί-
γνεται Ψηφιοφορία ζώδια ἴσι, μοίραι, ἢ λιπτά. τὰ δὲ ζώδια ἢ Κασά ἴσι ἢ Φυσικά. Καὶ τῶν
μὲν Φυσικῶν ἴσος ἑ' μέρος ἐστὶ τῷ Ζωδιακῷ Κόσμῳ, τῶν δὲ Κωνῶν δωδέκατος, διδ τῶν μὲν ἑ-
καστοῦ οἱς μοίρας διαρρήται τριάκοντα, ἴσων δὲ οἱς ἐξήκοντα. Τὸ Κόσμου πάντος οἱς ἐξήκοντα πρὸς
ταῖς τριακονταίαις διαρρήτου μοίρας, Ἐκάστη δὲ μοίρα οἱς ἐξήκοντα λιπτά πρῶτα διαρρήται, τῶ-
ν δ' αὐθις ἴσος οἱς ἐξήκοντα δεύτερα. ἴσος δὲ τῶν δευτέρων οἱς ἐξήκοντα τρίτα, ἢ τῶν ἐπ'
ἄκρον. Οἱ δὲ ἀριβίβιστοι τῶν Ἀστρονομῶν μέχρι τῶν τετάρτων, ἢ γὰρ τῶν ἴσων ταῦτα πολυπρα-
γμονοῦσι τὰ λοιπὰ καταλιμπάνοντες, ὡς μετρίως ἄξιον λόγου. Τῶν δὲ κινήσεων τῶν Ἀστέρων μίτρα
οἱς χρόνοι, ἡμέραι, ἡμέραι, ἢ λιπτά. Διτῶν δὲ ὀχρόνος Ἀστρονομικῆς ἢ Πολιτικῆς. Καὶ ὁ μὲν
Ἀστρονομικῆς ἢ Φυσικῆς ὀνομαζέσθαι ἢ Ἀστρώος. Καὶ Φυσικῆς μὲν λέγεται ἢ ὀλέκτρος τῷ Ἡλίῳ περιου-
κῆ κίψις, ἢ ἀπὸ τῷ αὐτῷ ἐπὶ τῷ αὐτῷ τῆς ἐκλειπτικῆς σημείοι γινόμενη. Κῆρ μὲν ὁ Ἡλῖος ὑπερθεῖ
ἀρχεσθαι ἀπὸ τῷ Ἰσημερινῷ κινήσθαι σημείῳ, ἢ οἱς αὐτὸ ἐπανακλειπτεται, Ἰσημερινῆς ἢ ὁ χρόνος
παρονομαζέσθαι. Εἰδὶ ἀπὸ τῷ Τροπικῷ Τροπικῆς. ἢ συνίσταται ἐξ ἡμερῶν πέντε ἢ ἐξήκοντα πρὸς
ταῖς τριακονταίαις, ἡρῶν δὲ πέντε, λιπτῶν δ' α. οκτῶ ἢ σιταράκοντα, ἢ γ'. πέντε ἢ σιταράκοντα.
Ἀστρώος δὲ λέγεται ἢ ἀπόνοιος τῶν Ἀπλανῶν Ἀστέρων ἐπὶ τῷ αὐτῷ περιουκῆ τῷ Ἡλίῳ κίψις. ἢ
συνίσθαι ἐξ ἡμερῶν πέντε ἢ ἐξήκοντα πρὸς ταῖς τριακονταίαις, ἡρῶν δ' ε, λιπτῶν δ' α. ἡνῶν, ἢ δευτέρων
ἔξ πρὸς τοῖς ἴσος μίξων τῷ Φυσικῷ ὑπάρχων, ὅτι ἐπ' ἴσων μὲν ὁ Ἡλῖος ἀπᾶξ τὸν Ζωδιακὸν περι-
ουκῆ Κόσμον, κῆρτε ἀπὸ τῷ Ἰσημερινῷ ἀρχεται σημείῳ, κῆρτε ἀπὸ τῷ Τροπικῷ, ἐπὶ τῷ τῷ δὲ ἀπᾶξ
τὸν Ζωδιακὸν περιουκῆσας ὁ Ἡλῖος, ἢ μέρος τι τοῦ αὐτοῦ προλαμβάνει, ὅπερ ὁ Ἀστέρ ἀφ' οὗ ἄρ-
χεται φερεσθαι ὁ Ἡλῖος, ἴδια παρηλθε κινήσει, λιπτῶν δευτέρων ὑπάρχων, ἀπλῶς ἴσων, πέντε-
κοντα. ἐφ' ὧν ὁ Ἡλῖος δαπανᾷ λιπτά α. τῆς ἴσων ἴσος ἡρῶν ἢ ἴσων, Πολιτικῆς δὲ λέγεται χρόνος
ὁ ἐξ ἡμερῶν ὀλοκλήρων συνιστάμιος πέντε ἢ ἐξήκοντα πρὸς ταῖς τριακονταίαις. Δύο δὲ ἢ τῶν τῶν
Εἰδὶ ὁ Αἰγυπτῖος, ἢ ὁ Γουλιανός, ὧν ἰσῆτιρος διαρρήται οἱς μῆρας δυοκαίδεκα, ἀλλὰ τῷ μὲν Αἰ-
γυπτῖου ἴσος μὲν συνίσταται ἐξ ἡμερῶν τριάκοντα, τοῦ δὲ Γουλιανοῦ ἴσος μὲν ἐκ τριάκοντα μῆ-
ρων, ἀλλοὶ δὲ ἐκ μίας ἢ τριάκοντα, ἴσι δὲ τις ἢ μέρος, ὅς τις ἐξ οκτῶ ἢ ἴσων πρὸς τοῖς ἴσος
κινήσθαι. Ὅθεν κατ' αὐτὸν τρῶς μὲν ἴσῆς χρόνοι ἐκ πέντε ἢ ἐξήκοντα πρὸς ταῖς τριακονταίαις
συνίσθαι ἡμῶν, Ὅ δὲ τίταρος ἐξ ἢ ἐξήκοντα ἡμέρας περιήκει ἐν ἴσων πρὸς ταῖς τριακονταίαις,
ἢ ἢ Βίβλικῆς προσηγορεύεται, ἢ δὲ ἡμέρα συνίσταται ἐξ ἡρῶν σιταράκων, ἢ δὲ ἡρῶν δαυρήται
οἱς λιπτά α. ἐξήκοντα, ἢ ἴσων τῶν οἱς ἐξήκοντα β. ἢ τῶν αὐθις ἴσος οἱς τῶν αὐτῶ γ.
ἢ τῶν ἐπ' ἄκρον.

το ζώδιον. { Κριόν, ὃ ἕως τριάκοντα διαιρείται μοίρας.
 ἢ Φοινικόν, ὃ ἕως ἐξήκοντα διαιρείται μοίρας.
 Ἀστρονομικός. { Φουσκός. { Ἰσημερινός, } ἕξ ἡμερῶν τ' ἕ: ἄρ: δ: μ' κ: μ' α'
 ἢ Τροπικός, }
 ἢ Ἀσρῶος. } δς καὶ συνίσταται ἐξ ἡμερῶν τ' ἕ: ἄρ: ἄρ: ε':
 δ: κ' ε':
 ὁ χρόνος. }
 ἢ Πολιτικός. { Λιγύπτιος. } τούτου ἕκαστος Μῆν' ἐξ ἡμερῶν λ':
 ἢ Ἰουλιανός. } ἕξ ἡμερῶν τ' ἕ: μιν: ιβ':
 τῆτα δὲ οἱ μὲν ἐκ λ': οἱ δὲ ἐκ λα': οἱ δὲ ἐκ κη': ἢ κς':

Ἐπερ δὲ ὁ Κύκλος διαιρεῖται εἰς ζώδια οἰαδοποτοῦν, ἕκαστος δὲ τῶν ζωδίων εἰς μοίρας. τῶν δὲ μοιρῶν ἕκαστη εἰς λεπτά α. ἢ τῶν ἕκαστος εἰς β. μέχρι τῶν ἑρισμίων, ἕτω πως καὶ ὁ χρόνος διαιρεῖται εἰς μῆνας, ὃ δὲ μὲν εἰς ἡμέρας, ἢ ἡμέρα εἰς ὥρας, ἢ δὲ ὥρα εἰς λεπτά α. καὶ τούτων ἕκαστος εἰς β. μέχρι τῶν ἑρισμίων. Ἐσπερ δ' αὖθις ἐπὶ τῶν λεπτῶν τῶν μοιρῶν τὰ ἐλάττω συναγόμενα ποιεῖται τὰ μὲν ἀπὸ τῶν ἐχάτων μέχρι τῶν α. ταῦτα δὲ ὁμοίως συναγόμενα ποιεῖται μοίρας, αἱ δὲ μοίραι ζώδια, ἢ τὰ ζώδια κύκλους, ἕτω καὶ ἐπὶ τῶν λεπτῶν τῶν ὥρων. τὰ γὰρ ἰλάττω συναγόμενα ποιεῖται μῆνες. τὰ β. δὲ εἰπεῖν α. τὰ δὲ α. ὥρας, αἱ δὲ ὥραι ἡμέρας, αἱ δὲ ἡμέραι μῆνας, οἱ δὲ μῆνες χρόνους.

Ἰσίου δ' ἐστὶν εἰρημίαις μῆνες συνηκαλιζομαι ὑπὸ τῶν Ἀστρονόμων ἢ μόνον αἱ τῶν μοιρῶν, ἀλλὰ καὶ αἱ τῶν ἡμερῶν ἐξηκοντάδες. Ἐσπερ δ' ἢ τῶν μοιρῶν ἐξηκοντάδες συνίσταται ἐκ μοιρῶν ἐξηκοντα, οὕτω καὶ ἢ τῶν ἡμερῶν ἐξηκοντάδες συνίσταται ὁμοίως ἐξ ἡμερῶν ἐξήκοντα, καὶ αὐτὴ λέγεται πρῶτον ἐξηκοντάς, ἡμερῶν δὲ: ἢ μοιρῶν. ἢ δὲ β. ἐξηκοντάδες συνίσταται ἐκ πρῶτων ἐξηκοντάδων ἰξήκοντα. ἢ δὲ γ'. ἐκ τσσατῶν διυτίρων, ἢ τῶν ἐπ' ἀπειραν πρόθεσιν ἐπὶ τῆς αὐξήσεως τῶν ἐξηκοντάδων μοιρῶν τοῦ ἡμερῶν.

Ἰσίου ἴτι ὡς εἰ τῶν Ἀστρονόμων Παῖδες πωῖκα λίγισι λεπτά μόνον αὐτοῦ τιδὸς παρονομασίας, τὰ α. ἐνοῦσι λεπτά ἕτε μοιρῶν, ἕτε ὥρων. τὰ δὲ β. γ. ἢ λογικά φηὶ μετὰ τῆς ἰδίας προφορῆς παρονομασίας.

Περὶ Συναίφιας Ἀστρονομικῆς.

Προτάσσεται ἀντικαθὰ εἰς σαφὴν τῶν ἄλλων τῆς Ἀστρονομικῆς Ἐπιπέρας Εἰδῶν ἢ Συναίφιας, ἅτε δὲ ἀπλουτέρα τε καὶ ἀρχαιότερα. Ἐστὶ δὲ Συναίφια Ἀστρονομικὴ συλλογὴ πλείων ἀριθμῶν Ἀστρονομικῶν περιπτώσεων μοιρῶν, πρὸς ἑαυτῶν τῶν αὐτῶν ἐκείνοις ἢ τῶν παραστατικῶν. Ὅτε μὲν γὰρ οἱ διδόμενοι ἀριθμοὶ ζωδίων ὄντι, φηὶ εἰπεῖν, ἢ μοιρῶν παραστατικοί, ἢ ὁ γινόμενος ἐξ αὐτῶν διὰ τῆς Συναίφιας ζωδίων ἴσται ἢ μοιρῶν παραστατικός. Ὅταν δὲ οἱ διδόμενοι περιπέσει χρόνος, ἢ μῆνας, ἢ ἡμέρας, ἢ ὁ ἐξ αὐτῶν γινόμενος χρόνος, ἢ μῆνας, ἢ ἡμέρας παραπέσει. Ἐπεὶ δὲ πολλοὶ οἱ διδόμενοι παραστατικοὶ εἰσι ζωδίων ὅμω καὶ μοιρῶν, ἴτι δὲ καὶ λεπτῶν, ἢ χρόνων, καὶ μηνῶν, ἢ ἡμερῶν, ἢ ὥρων, ἢ λεπτῶν. ἢ γὰρ ἐξηκοντάδων καὶ τῶν ὑπ' αὐτῆν, τότε δὲ καὶ ὁ γινόμενος ἢ πάντων ἢ ἑνὶον ἴσται παραστατικός, ὡς ἐλόμυδα.

Πωῖκα ποῖται προεπτάσσοι Συναίφια ποῖων Ἀστρονομικῶν, γράφει τοὺς διδομένους ἀριθμούς ὑπ' ἀλλήλων, ὡς οἴται τὰ μὲν ζώδια ὑπὸ τῶν ζωδίων, τὰς δὲ μοίρας ὑπὸ τῶν μοιρῶν, ἢ τὰ λεπτά ὑπὸ τῶν λεπτῶν, τὰ τε αὐτὰ εἶδος ὑπὸ τῶν τοῦ αὐτοῦ. Εἶτα ἀρχαίως ἀπὸ τῶν ἐχάτων συναίφια τὰ τε αὐτὰ εἶδος εἰς μίαν τιὰ ποσότητα, καὶ ἐλάττω ὄντι συλλεγόμενα τῶν ἐξήκοντα γράφει τὰ πάντα ὑπὸ τῆν γραμμῆν, ὡς καὶ ἐπὶ τῆς Γεωμετρικῆς Συναίφιας, περιπτώσις δὲ γράφει μὲν ὑπὸ τῆν γραμμῆν τὴν ὑπερχῆν, τῆρες δὲ τὰ ἐξήκοντα. Πρωταῖ δὲ ἐπὶ τὰ προεχίστερα, πρόθεσις αὐτοῖς ἀπὸ τῶν ἐξήκοντα τούτων ἔν. διὰ τὸ ἕκαστος τῶν ἀνωτέρων λεπτῶν ἐξισοῦσαι ἐξήκοντα τῶν κατωτέρων. τῶτο δὲ ποῖει καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων μέχρι τῶν μοιρῶν, ἢ γὰρ τῶν ὥρων. Ὅτε δὲ τὰ συλλεχθέντα μοίραι ὄντι μεκρίτε τῶν ἐξήκοντα τῆρες ἀριθμῶν, ἀλλὰ γὰρ τὸν τριάκοντα ὄσakis ἂν ἐν αὐτοῖς περιπέσει, ὡσπερ καὶ ἐπὶ τῶν ὥρων τὸν εἰκοσιπένταρε, καὶ ἐπ' ἄλλων ἄλλοις τιὰ. τῆν δὲ ὑπερχῆν γράφει ὑπὸ τῆν γραμμῆν. Ὅπως δὲ τὰ λεχθέντα σαφέστερα γίνονται κείνωσαν ὑποδείγματα ἐπὶ τοῦ τῶν μοιρῶν τῶν Οὐρανίων Κύκλων καὶ Σφαιρῶν, καὶ ἐπὶ τῶν μῆτρων τῶν κινήσει τῶν Ἀστῶν.

Υποκείμενα τοίνυ οι α, β, γ, δ, αλληλοσυναφθησόμενοι αλλήλοις, ὡν οἱ τρεῖς παραστατικοὶ ἴσους ζώδιον, μοιρῶν, ἢ λεπτῶν μέχρι τῶν γ. ἢ ἀπὸ τῶν δ. ἢ κύκλων, ὁ δὲ δ. μοιρῶν ἢ τῶν ἑπομιένων. Τριῶν ἢ γραμμῶν ἢ ἀπὸ αλλήλων, ὡς προσημιόντων, ἢ γραμμῶν ἐκτεταμένων, συναφθέντων πρῶτον τὰ ἔχοντα, δηλ. τὰ δ. τῶν λεπτῶν εἰς μίαν τινὰ ποσότητα, καὶ ἐπεὶ ὁ γινόμενος ἐξ αὐτῶν ἰσῶν ἐστὶ τῶν ἑξήκοντα, γραφῆται ὑπὸ τῆν γραμμῶν, συναπτομένῳν δὲ ἢ τῶν γ. αλλήλοις, ἐπεὶ ὁ γινόμενος ὑπερέχει τὰ ἑξήκοντα τρισὶ πρὸς τοῖς εἰκοσι τὰ αὐτῶν εἶδους, λεπτοῖς γραφῆται ὑπὸ τῆν γραμμῶν, ἢ αὐτῆ ὑπεροχῆ. ἀπὸ τοῦ ἑξήκοντα προσεθῆτω τοῖς β. (εἰ, ὡν συναπτομένῳν ἀλλήλοις γινίσκται τὸ ὅλον παραστατικὸν λεπτῶν τοῦ αὐτοῦ εἶδους, δύο καὶ ὀγδοήκοντα, διὸ γραφῆτωσαν ὑπὸ τῆν γραμμῶν τὰ δύο μέρη καὶ εἰκοσι, ἀπὸ τῶν προσεθῆτων ἑξήκοντα β. λεπτῶν προσεθῆτω καὶ τοῖς α. ἢν. δι' ἣν εἰρηται αἰτίαν, καὶ γινίσκται τὸ ὅλον παραστατικὸν λεπτῶν α. ἑπτὰ καὶ ἑξήκοντα. Διὸ γραφῆτωσαν ὑπὸ τῆν γραμμῶν τὰ 7: πρῶτα λεπτά. ἀπὸ τῆν ἑξήκοντα προσεθῆτω ταῖς μοιραῖς μοιρῶν, ἢ ἴσαι τὸ ὅλον παραστατικὸν μοιρῶν τισάρων ἢ ἑβδομήκοντα. Ἐπεὶ δὲ μοιραὶ τριακόντα ποιοῦσι ζώδιον ἢν, ἀχρησθῶ ἀπὸ τῶν τισάρων ἢ ἑβδομήκοντα μοιρῶν παραστατικὸν ἀριθμοῦ ὁ ἑξήκοντα, ἢ γραφῆτωσαν ὑπὸ τῆν γραμμῶν τὰ ἑναπολειπόμενα: ἀπὸ τῶν ἑξήκοντα προσεθῆτωσαν τοῖς ζώδιοις δύο, ἢ ἴσαι τὸ ὅλον παραστατικὸν ζώδιον ἢν δὲ τριακόντα. Ἐπεὶ δὲ τιλύθταιοι δυοκαίδεκα ζώδια ποιοῦσι κύκλον ἑνα, αφαιρεθῆτω ἕκαστὸν τὸ ὅλον τῶν ζωδίων ὁ εἰκοσιτίσάρα. καὶ γραφῆται ὑπὸ τῆν γραμμῶν ὁ 7: χαρακτηρ ὡς ὑπεροχῆ τῶν εἰκοσιτίσάρα, ἢ γὰρ τὰ δυοκαίδεκα δις λαμβασομένη. ἀπὸ τῶν αφαιρεθέντων εἰκοσιτίσάρων ζωδίων προσεθῆτω τοῖς κύκλοις δύο, ἢ ἴσαι τὸ ὅλον ἑπτακαίδεκα κύκλων παραστατικὸν. Τῶν ἢν ἑξὼ γινόμενων φαιρῶν ἐστὶ ὁ 6: ἀριθμὸς ἴσος ἐστὶ τοῖς α, β, γ, δ, περιέχεται ἢ ἢ αὐτῶν ὅσως κύκλους, καὶ ὅσα ζώδια, ἐστὶ δὲ ἢ μοιρῶν, καὶ λεπτά ὅσα καὶ οἱ α, β, γ, δ, ἀριθμοὶ ἐν αὐτοῖς περιέχουσι.

α:	9:	12:	16:	25:	8:	14:	0:
β:	6:	8:	5:	13:	32:	21:	8:
γ:		9:	35:	7:	22:	10:	0:
δ:			17:	21:	19:	38:	6:

α:	17:	7:	14:	7:	32:	23:	14:
----	-----	----	-----	----	-----	-----	-----

Ἐκτίσθωσαν ἐπὶ ἢ δ. ἢ ε. ἢ ζ. ἢ κ. ἀριθμοὶ συναφθησόμενοι ἢ αὐτοῖ αλλήλοις, ὡν ἕκαστος πλὴν τῶν ἔχοντων παραστατικὸν ἴσους χρόνων, μηνῶν, ἡμερῶν, ἢ λεπτῶν μέχρι τῶν γ. Γραμμῶν δὲ ἢ τῶν ὡς δεῖ, συναφθέντων πρῶτον, τὰ γ. λεπτὰ ἀλλήλοις, καὶ ἐπεὶ ὁ γινόμενος ἐξ αὐτῶν εὐχ ὑπερέχει τοῦ ἑξήκοντα, γραφῆται ὑπὸ τῆν γραμμῶν. Συναπτομένῳν δὲ ἢ τῶν β. αλλήλοις, γραφῆται οἰκίως ὁ γινόμενος ἐξ αὐτῶν ὑπὸ τῆν γραμμῶν, ὡς μὴ ὑπερέχων κενὸς τὸ ἑξήκοντα, συναφθέντων δὲ ἢ τῶν α. αλλήλοις, ἐπεὶ ὁ γινόμενος ὑπερέχει τὰ ἑξήκοντα ἑπτὰ, γραφῆται ὑπὸ τῆν γραμμῶν ὁ 7: χα, ἀκτὴρ μοιρῶν, προσεθῆτω δὲ γινίσκται μοιρῶν μόνος, ἐπεὶ δὲ φραὶ τισάρας ἢ εἰκοσι ἡμερῶν μίαν ποιοῦσι, ἀχρησθῶ ἀπὸ τῶν ἄρων ὁ εἰκοσιτίσάρα ἀριθμῶν. ἢ γραφῆται ὑπὸ τῆν γραμμῶν τὸ ἑναπολειπόμενον, δηλ. ὁ 14: ἀριθμὸς, ἀπὸ τῶν τισάρων ἢ εἰκοσι ἄρων προσεθῆτω ταῖς ἡμέραις μόνος, ἢ ἐπεὶ ἡμέραι τριακόντα ποιοῦσι μίαν ἑνα Πολιτικὸν, αφαιρεθῆτω ἀπὸ τῶν ὅλων τῶν ἡμερῶν ὁ τριακόντα ἀριθμὸς, ἀπὸ αὐτῶν δὲ προσεθῆτω τοῖς μισὶ μόνος, τῶν ἑναπολειπομένων ὑπὸ τῆν γραμμῶν γραμμῶν. Ἐπεὶ δὲ μῆτις 12: ποιοῦσι χρόνον ἑνα. τὸ δὲ ὅλον τῶν μηνῶν παραστατικὸν ἐστὶ πέντε ἢ πηντάκοντα, ἀχρησθῶ τῶν ἐκτὰ ἢ τετρακαίδεκα. Τῶν δ' ἐστὶ τὸν δυοκαίδεκα τετρακίς ἀφελῶν, ἢ ἀπὸ αὐτῶν προσεθῆτω τοῖς χρόνοις ὁ 4: ἢ ἴσαι τὸ ὅλον τῶν ζ' ἢ δ' κ', ἀριθμῶν παραστατικὸν χρόνον ἑνὶα καὶ τριακόντα, μηνῶν ἑπτὰ, ἡμερῶν τριῶν καὶ δέκα, ἡρῶν πέντε πρὸς ταῖς ἑπτα, λεπτῶν α. ἑπτὰ. β. ἑπτὰ ἢ πηντάκοντα. ἢ γ. εἰσάρων καὶ τισάρακακόντα.

α:	39:	7:	13:	14:	7:	57:	44:
----	-----	----	-----	-----	----	-----	-----

α:	10:	8:	14:	9:	20:	11:	18:
β:	9:	23:	7:	11:	6:	25:	4:
γ:	16:	17:	17:	8:	36:	17:	22:
δ:		6:	4:	9:	5:	3:	0:

Τούτων τῶν τρόπων συνάπτονται αλλήλοις καὶ οἱ τῶν ἑξήκοντα παραστατικοὶ ἀριθμοὶ. Κεῖθω ἢ συναφθῶ τὰς μ, ν, ξ, ἀριθμοὶ αλλήλοις, ὡν ἕκαστος περιέχεται γ. β. ἢ δ. ἑξήκοντα, ἢ πρῶτον μοιρῶν, ἢ λεπτῶν μέχρι τῶν β. Τῶν ἢν αἰετικῶν γραμμῶν, ἢ τῆν πρῶτης γινόμενης καὶ τῶν προσεθῆτων πρῶτον ἑξαχθένται ὁ 3: ἴσος τοῖς μ' ὁ ξ, ἀριθμοῖς.

α:	33:	28:	39:	24:	32:	40:
β:	23:	26:	20:	9:	8:	24:
γ:	32:	18:	9:	13:	26:	17:
δ:	7:	31:	8:	47:	7:	11:

Περὶ Ἀφαιρέσεως Ἀξονομικῆς.

Μετὰ τῆν συναφθῆν καὶ ἐπὶ τοῦ παρόντος ἔσται ἀμίση ἢ Ἀφαίρεσις. Ἐστὶ δ' Ἀφαίρεσις Ἀξονομικὴ ἢ ἄλλοις ὑπεροχῆς, καὶ ἢ ὑπερέχει τὰ μείζονα Ἀξονομικὰ μέτρα τὰ ἐλάττωτα, προσέβη δὲ κρηταῦδα γραφῆν πρῶτον μὲν τὸν τῶν μείζονος ποσότητος ἀριθμὸν, ἀφ' ὃ γινίσκται ἢ ἢ Ἀφαιρέσις,

ρασις, ὑπ' αὐτὸν δὲ τὸν τῆς ἐλάττωτος, ὃς κ' ἀφαιρεθεύεται ἀπὸ τῶ ἀνωτέρω, ἔτω μὲν τοι, ὡς τὰ μὲν ζωδια συσσοιχῶν τοῖς ζωδίοις, τὰς δὲ μοῖρας ταῖς μοῖραις, κ' τὰ λοιπὰ τοῖς λοιποῖς τὰ τὴν αὐτὴν εἶδος τοῖς τὴν αὐτὴν. πρῶτα δηλ: πρῶτοις, δευτέρα δευτέροις, γ'. τρίτοις, κ' τὰ λοιπὰ τοῖς λοιποῖς. Ἰσοστάτως δὲ κ' ἐπὶ τῶν ἄλλων, χρόνος δηλ: χρόνοις, μῆνας μῆσιν, ἡμέρας ἡμέραις, ὥρας ὥραις, συσσοιχῶν κ' λεπτὰ λεπτοῖς, ἢ γὰρ ἑξήκοντάδας ἑξήκοντασι, τὰς πρῶτας ταῖς πρῶταις, τὰς δευτέρας ταῖς δευτέραις, κ' τὰς τρίτας ταῖς τρίταις. Τῶτων δ' ἔτω γραφομένων ἀρχεῖται δὲ ἀπὸ τῶ ἐχάτου, κ' ἀφαιρῶν τὰ ἐλάττω ἀπὸ τῶν μιλζόνων, τὰ δ' ἐπαπολείπόμενα γράφειν ὑπὸ τὴν γραμμὴν. Ἐπειδὴν δὲ τὰ ἀφαιρεθόμενα πλείονα ὄσιν, ἢ τὰ ἀφ' ὧν ἢ Ἀφαιρέσις, τότε δὴ δανείζεται αἰσὶ χρῆσιν ἀπὸ τῶν ἀνωτέρω, κ' τὰ λοιπὰ ποιεῖν ὡς κ' ἐπὶ τῆς Γεωμετρικῆς προσημειούται Ἀφαιρέσεως.

Ἰσοὶ δὲ τῶνδ, ὅτι πλείονα ἄνοις γίνονται δανείσαι ἀπὸ τῶν ἀνωτέρω τοῖς κατώτερω, εἰμὲν ἀπὸ ζωδίων ζωδίοις, ἢ ἀπὸ μοιρῶν μοῖραις, ἢ γὰρ ἀπὸ λεπτῶν λεπτοῖς τὰ αὐτὰ εἶδος δανείσει, μονάδα, αἴτι τὴ δέκα ἢ αὐτὴ μορῆς λογιθεύσεται. εἶδὲ ἀπὸ ζωδίων μοιραῖς, αἴτι τὴ τριάκοντα. εἶδὲ ἀπὸ μοιρῶν λεπτοῖς, ἢ ἀπὸ λεπτῶν ἐτέρω εἶδους, λεπτοῖς ἐτέρω εἶδους, αἴτι τὴ ἑξήκοντα γινέσθαι δὲ ταῦτα σαφέστερα διὰ παραδειμάτω.

Ἐῶν γὰρ ἀφελῶν τὸν β': ἀριθμὸν ἀπὸ τῶ α': ὡν ἑκάτερος ζωδίων, μοιρῶν κ' λεπτῶν πρῶταυτε πῶ β'. περιεπτικός ὑπάρχει, πῶ ὁ μὲν β': γραφῆται ὑπὸ τὸν α': ὡς εἰκός, ἀρχόμενος δὲ διζιόθεν ἀφίλε τὰ ἐν τῶ β': δευτέρα λεπτὰ ἀπὸ τῶν ἐν τῶ α': δευτέρων λεπτῶν. κ' ἐπεὶ ὁ β': ἔχει οἶός τι ἀφαιρεῖσθαι ἀπὸ τῶ γ': χαρακτῆρος, δάνεισον μονάδα τῶ γ': ἀπὸ τῶ δικαδικῆ 2: χαρακτῆρος, κ' λαβὼν ταύτην ἀπὸ τῶ δέκα, τὰ αὐτὰ ἦν εἶδος ἐστὶν ὁ 2: χαρακτῆρ τῶ 5: εἰπὶ, δέκα κ' πέντε ποιοῦσι πεντακιδεκά, ἀφαιρουμένων δὲ τῶν 6: ἀπὸ τῶν πεντακιδεκά ἐπαπολείπεται ἑνία, κ' ταῦτα μὲν γράφον ὑπὸ τὴν γραμμὴν, ἀπὸ τῶν ἀφαιρέσεως ἀπὸ τῶ 2: μονάδες, πρόσθει μονάδα τῶ τέσσαρα, κ' ἔσται τὸ ὅλον πέντε. Ἐπεὶ δὲ ὁ πέντε ἢ δύναται ἀφαιρεῖσθαι ἀπὸ τῶ δύο, δάνεισον αὐτῶ μονάδα ἀπὸ τῶν πρῶτων λεπτῶν, τῶν ἐν τῶ α': κ' λαβὼν ταύτην ἀπὸ τῶ 6: εἰπὶ, ἔξ κ' δύο ποιοῦσιν ὀκτώ, ἀφαιρουμένων δὲ τῶν πέντε ἀπὸ τῶν ὀκτώ, ἐπεὶ ἑξακαλείπεται τρία, γράφον αὐτὰ ὑπὸ τὴν γραμμὴν, ἀπὸ τῶν ἀφαιρέσεως μονάδες, πρόσθει τῶ ἑπτὰ μονάδα, κ' γινέσθαι τὸ ὅλον ὀκτώ. Τῶτων δὲ ἀφαιρουμένων ἀπὸ τῶν ἀνωτέρω ὀκτώ, ἐπεὶ κείντι ἐπαπολείπεται, γράφον ὑπὸ τὴν γραμμὴν τετραμνη, ἢ κατ' Ἰνδῶς τζίφρα, ὅπερ σημαίνει ἑνέν. Ἀφαιρουμένων δὲ κ' τῶν δύο ἀπὸ τῶν πέντε, γράφον ὑπὸ τὴν γραμμὴν, τὰ ἐπαπολείπόμενα τρία. Ἐῶτα μεταβάς κ' ἐπὶ τὰς μοῖρας ἐπεὶ αἱ ἑπτὰ μοῖραι ἔχ ἀφαιρῶνται ἀπὸ τῶν ἀνωτέρω δάνεισον τῶ 4: χαρακτῆρι ἀπὸ τῶν δύο μονάδα, ἢ κρεῖττον εἰπὶν δεκάδος, κ' εἰπὶ, ὁ δέκα κ' τέσσαρα ποίωσι τὸν τεσσαρακιδεκά, ἢ τισος ἀφαιρουμένου τῶ ἑπτὰ ἐπαπολείπεται αὐθις ἑπτὰ. διὸ γράφον ὑπὸ τὴν γραμμὴν τὸν 7: χαρακτῆρα, ἀπὸ τῶν ἀφαιρέσεως μονάδος ἀπὸ τοῦ ἀνωτέρω δύο: πρόσθει τῶ κατωτέρω ὁμοίως μονάδα, κ' γινέσθαι ὁ τρία. ἐπεὶ οἱ κ' ὁ τρία ἢ δύναται ἀφαιρεῖσθαι ἀπὸ τῶ 2: δάνεισον τὰ αὐτῶ δύο μονάδα ἀπὸ τῶν ζωδίων. Ἐπεὶ δὲ πάλιν ἐν ζωδίων περιέχει μοῖρας τριάκοντα ὁ δὲ δύο χαρακτῆρ τῶν μοιρῶν χῶραν ἐπέχει δεκάδος, λάβε τὴν αὐτὴν μονάδα ἀπὸ τῶν δεκάδων, κ' εἰπὶ, ὁ τρία κ' ὁ δύο ὅμῃ ποιοῦσι τὸν πέντε, ἀφ' οὗ ἀφαιρουμένη τῶ τρία ἑξακαλείπεται ὁ δύο, διὸ δὴ γράφον ὑπὸ τὴν γραμμὴν τὸν 2: χαρακτῆρα. πρόσθει δὲ κ' τῶ 9: μονάδα ἀπὸ τῶν ἀφαιρέσεως μονάδος ἀπὸ τῶ δέκα, κ' γινέσθαι τὸ ὅλον δέκα, ὡν περ ἀφαιρουμένων ἀπὸ τῶν ἀνωτέρω δέκα κείντι ἐπαπολείπεται. Ὅθεν γράφον ὑπὸ τὴν γραμμὴν τζίφρα. κ' ὁ συρισάμενος γ': ἔσται ὁ ζητέμενος, ὅτι δὲ ὑπεροχὴ ἐστὶν ὁ γ': τῶ α': καθ' ἢν ὑπερέχει τῶ β': ὁ δῶλον. Συναπτομένην ἦν τῶν β' γ', ἀλλήλοισ, ὁ γινόμενος ἴσος ἐστὶ τῶ α': ἀριθμῶ.

Τῶτων τὸν τρόπον γίνονται ἢ Ἀστρονομικῆ Ἀφαιρέσις ἐπὶ τε χρόνων, μηνῶν, ἡμερῶν, ὥρων, κ' λεπτῶν. Δίον μόντοι εἰδόμεναι, ὅτι πλείονα ἄνοις ἀνάγκη δανείσαι τοῖς ἀφ' ὧν ἢ Ἀφαιρέσις μονάδα ἐλάττωσιν ὡς τῶν ἀφαιρεθσομένων. ἐπὶ μὲν τῶν τὰ αὐτὰ εἶδος ἀπὸ δέκαδος ταύτην λαμβάνειν δεῖ, ὡς κ' ἀνωτέρω εἴρηται. ἐπὶ δὲ τῶν διαφορότων τῶ εἶδος, ἀπὸ τοῦ ἀήκοντος αὐτοῖς ἀριθμῶ. εἰ μὲν ἦν συμβῆ ἀπὸ χρόνων ἀφελῶν μονάδα, προσιδέται δὲ ταύτην μῆσιν, ἀπὸ τῶ δυοκαίδεκα ἀριθμῶ ταύτην λαμβάνειν προσέκει. εἰς ἦν χρόνος δυοκαίδεκα περιέχει μῆνας. εἶδὲ ἀπὸ μηνῶν ἡμέρας, ἀπὸ τῶ τριάκοντα. εἰς γὰρ Πολιτικός μὲν τριάκοντα περιέχει ἡμέρας. εἶδὲ ἀπὸ ἡμερῶν ὥρας, ἀπὸ τῶ τέσσαρα κ' εἴκοσι. μία γὰρ ἡμέρα ἐξίσταται ὥρας τέσσαρασι πρὸς ταῖς εἴκοσι. εἶδὲ τελευταῖον ἀπὸ ὥρων λεπτοῖς α'. ἢ γὰρ ἀπὸ πρῶτων δευτέροις, ἀπὸ τῶ ἑξήκοντα. μία ἦν ὥρα ἑξήκοντα ἰσοφαιρίζει λεπτοῖς α'. ὡσπερ κ' ἐν α'. ἑξήκοντα δευτέροις. Ὅσον ἔσω ἀφελῶν τὸν 6: ἀπὸ τῶ δ': ὡν ἑκάτερος ἔσω περιεπτικός χρόνων, μηνῶν, ἡμερῶν, ὥρων, κ' λεπτῶν πρῶτων τε κ' δευτέρων. Τῶτων δὲ κειμῆων γραφῆτω ὁ 6: ὑπὸ τῶν δ': ὡς συσσοιχῶν ἀλλήλοισ τὰ τὴν αὐτὴν εἶδος τοῖς τῶ αὐτῶ. Ἀρχόμενος δὲ ἀπὸ τῶν ἐχάτων ἀφίλε τὰ β'. λεπτὰ τὰ ἐν τῶ 6: ἀπὸ τῶν β'. τῶν ἐν τῶ δ': κ' ἐπεὶ πλείονα εἰσι τὰ ἐν τῶ 6: τῶν ἐν τῶ δ': δάνεισον τοῖς ἐν τῶ δ': δευτέροις λεπτοῖς ἀπὸ τῶν α'. μὴ

Z	0:			
α:	10:	24:	58:	25:
β:	9:	27:	27:	46:

ο:	27:	30:	39:
----	-----	-----	-----

χ:	μ:	π:	ω:
δ:	12:	28:	54:
ε:	8:	32:	60:
ζ:	3:	7:	23:
			22:
			5:
			59:

ράδα. ταύτης δὲ ἀπὶ τῷ ἑξήκοντα λαμβανομένης γινίσκται τὸ ὅλον ἑπτὰ πρὸς τοῖς ἑκατὸν, ἀφαιρούμενων δὲ τῶν οκτῶ καὶ τεσσαράκοντα ἀπὸ τῶν ἑπτὰ καὶ ἑκατὸν, ἔπειτα ἑξαπολείπονται ἑννέα, καὶ πενήκοντα, γράφον ταῦτα ὑπὸ τῆν γραμμὴν, μεταβάς δὲ ἐπὶ τὰ α. πρὸςδεις αὐτοῖς μονάδα, καὶ ἴσα τὸ ὅλον οκτωκαίδεκα. Τάτων δὲ ἀφαιρούμενων ἀπὸ τῶν τριῶν καὶ εἰκοσι, ἔπειτα ἑξαπολείπονται πέντε, γράφον καὶ αὐτὰ ὑπὸ τῆν γραμμὴν, συσσιχύντα τοῖς α. μίλων δὲ ἀφελὼν καὶ τὰς ἄρας ἀπὸ τῶν ἄρων, ἔπειτα ὁ τῶν ἄρων ἀριθμὸς ὁ ἐν τῷ εἰ μίλων ἐστὶ τὸ ἐν τῷ δ᾽: δάνησον τῷ αὐτῷ δ᾽: ἀριθμῷ τῶν ἄρων ἀπὸ τοῦ ἀριθμοῦ τῶν ἡμερῶν μονάδα, ἵπτι ἡμερῶν μίαν, ἵπτι περιέχει ἄρας τίσσaras καὶ εἰκοσι. Προσθεσῶν ἄν τῶν τεσσάρων καὶ εἰκοσι ἄρων ταῖς ἑξ καὶ τριάκοντα, γίνονται τὸ ὅλον ἑξήκοντα, ἀπὸ τῶν δὲ ἀφαιρούμενων τῶν οκτῶ καὶ τριάκοντα ἑξαπολείπονται δύο καὶ εἰκοσι, διὸ δὲ γράφον ταύτας ὑπὸ τῆν γραμμὴν. Βυλόμιμος δὲ ἀφελὼν καὶ ἡμέρας ἀπὸ ἡμερῶν πρὸςδεις ταῖς ἐν τῷ εἰ: ἡμερῶν μονάδα ἀπὶ τῆς ἀφαιρούσεως ἀπὸ τῶν ἐν τῷ δ᾽: ἡμερῶν, καὶ γινίσκονται αἱ πᾶσαι μία καὶ ἑξήκοντα. Ἐπὶ δ᾽ αὐτὰ πλείονες εἰσι τῶν τεσσάρων καὶ πενήκοντα ἡμερῶν τῶν ἐν τῷ δ᾽: δάνησον τοῖς τοῦ δ᾽: ἡμέρας, μονάδα ἐπὶ τῶν ἐν αὐτῷ μηνῶν, ἑλκ: ἡμέρας τριάκοντα. Εἰς γὰρ μῆν, ὡς εἴρηται, ἡμέρας τοσαύτας ποιεῖ, καὶ γινίσκονται τὸ ὅλον τεσσάρων καὶ σὺνδύκοντα. ἀπὸ τῶν δὲ ἀφαιρούμενων τῶν ἑξήκοντα καὶ μίας, ἔπειτα ἑξαπολείπονται τρεῖς καὶ εἰκοσι γράφον ταύτας ὑπὸ τῆν γραμμὴν. Μεταβάς δὲ ἐπὶ τῆς μίας πρὸςδεις μονάδα πρὸ ἀριθμοῦ τῶν μηνῶν τῶν ἐν τῷ εἰ: καὶ γινίσκονται οἱ πάντες τρεῖς καὶ τριάκοντα. Ἐπὶ δὲ καὶ ἕτος ἢ δύναται ἀφαιρούμεναι ἀπὸ τοῦ οκτῶ καὶ εἰκοσι, δάνησον καὶ αὐτῷ μονάδα ἀπὸ τῶν χρόνων. τούτῳ μίνας δυοκαίδεκα. καὶ ἴσα τὸ ὅλον τεσσαράκοντα. ἀφ᾽ ὧν ἀφαιρούμενων τῶν τριῶν καὶ τριάκοντα, ἔπειτα ἑξαπολείπονται ἑπτὰ, γράφον ὑπὸ τῆν γραμμὴν τὸν 7: χαρακτηῖρα. Τελευταῖον δὲ βυλόμιμος ἀφελὼν καὶ τὰς χρόνας ἀπὸ τῶν χρόνων, πρὸςδεις πρὸ ἀριθμοῦ τῶν χρόνων, τῶν ἐν τῷ εἰ: μονάδα, καὶ ἴσα τὸ ὅλον ἑννέα. Εἶτα ἀφελὼν τὸν ἑννέα ἀπὸ τῆς δυοκαίδεκα, ἔπειτα ἑγκαταλείπεται ὁ τρία, γράφον αὐτὸν ὑπὸ τῆν γραμμὴν. Τῶν δὲ ἄτης γινόμενων, φησιν ὅτι ὁ ζ᾽: ἀριθμὸς ὑπὸρχοῖσι τῷ δ᾽: καδ᾽ ἢν ὑπὸρχοι τῶν εἰ: ἐπεὶ δὲ οἱ διδόμενοι ἀριθμοὶ ἰσχυρτικοὶ ὡς ἐν ἑξήκοντάδων, τὴν ἀφαιρούμενων μὲν μονάδα ἀπὸ τῶν μίλων, προσθεμίην δὲ τοῖς ἐλάττωσι ἀπὶ τῷ ἑξήκοντα διόν λαμβάνον.

Ὅταν δὲ σοι συμβῆ ἑτέρῳ εἶδος ἀριθμῶν ἀπὸ ἀριθμῶν ἑτέρῳ εἶδος ἀφελὼν, μοῖρας φησὶ πεῖν, ἀπὸ ζωδίων, ἢ λεπτὰ ἀπὸ μοῖρων καὶ ζωδίων, ἢ γὰρ μίνας ἀπὸ χρόνων, ἢ ἀπὸ μηνῶν ἡμέρας, ἢ ἄρας, ἢ λεπτὰ, ἢ ὀκιοειδποτοῦν ἄλλο, ἀπὸ εἰσδέποτ ἄλλο. προσθεμίην δὲ τῆς φησὶ τοῖς ἀφ᾽ ὧν ἢ ἀφαιρέσις τοσαύταις, ὅσοι ἂν ὡς μεταξὺ τῶν οἱ βαθμοί. Οἷον εἰ ἀπὸ ζωδίων μοῖρας μὲν ἀφελὼν σοι γίνονται, ἔπειτα τὰ ζωδία τῶν μοῖρων ἐνὶ δισηρόχασι βαθμῶ, πρὸςδεις τῆς φησὶ μίαν, εἰ δὲ λεπτὰ πρὸςδεις δύο. δυοὶ γὰρ δισηρόχασι βαθμοῖς. εἰ δὲ β᾽. τρεῖς, καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ἀναλόγως. Ἀρχόμενος δὲ ἀπὸ τῶν ἐχάτων, ἔπειτα καὶ ἔχεις λεπτὰ τῷ αὐτῷ εἶδος, ἀφ᾽ ὧν ἂν ταῦτα ἀφελῆς, οὐδὲ γὰρ δίδοσι σοι τοιαῦτα. δανέξω ἀπὸ τῶν προσεχιστέρων, εἰ δὲ καὶ ἔχεις σοι ἀπὸ τούτων δανειθῆναι δανέξω ἀπὸ τῶν πορρωτέρω. Γίνεται δὲ ταῦτ᾽ διὰ παραδειγμάτων σαφέστερα.

Ἐσὼ γὰρ ἀφελὼν ἀπὸ ζωδίων οκτῶ καὶ εἰκοσι μοῖρας μὲν ἑκαίδεκα, λεπτὰ δὲ α. δύο: καὶ τριάκοντα, καὶ β᾽. τέσσαρα καὶ εἰκοσι. ἢ ἀπὸ μηνῶν μὲν ἑκαίδεκα, ἡμερῶν δὲ τεσσάρων καὶ εἰκοσι, ἡμέρας μὲν δυοκαίδεκα. λεπτὰ δὲ α. ἑπτὰ καὶ τριάκοντα. Ἐπὶ μὲν ἄν τῷ α. ὑποδείγματος βυλόμιμος ἀφελὼν λεπτὰ β. ἀπὸ β. ἔπειτα καὶ ἔχεις σοι τὸ ποιεῖν δανειθῆναι ἀπὸ τῶν α. ἔπειτα δὲ καὶ τῶν ἀμοιρῶν δανειθῆναι ἀπὸ τῶν μοιρῶν, ἀμοιρῶν δὲ καὶ τῶν δανείσθαι ἀπὸ τῶν ζωδίων, ἔπειτα δὲ ζωδίων ἐν περιέχει μίρας τριάκοντα, ἰσομοί κείδαι ἐπὶ τῷ βαθμῷ τῶν μοιρῶν μὲν ἑπτά μοῖρας καὶ εἰκοσι, τῶν δὲ α. λεπτῶν ἑννέα λεπτὰ α. καὶ πενήκοντα, καὶ ἐπὶ τῶν β. ἑξήκοντα β. εἶτα ἀφελὼν τὰ μὲν τέσσαρα καὶ εἰκοσι β. λεπτὰ ἀπὸ τῶν ἑξήκοντα, καὶ ἐπὶ ἑξαπολείπονται ἑξ καὶ τριάκοντα, γράφον ταῦτα ὑπὸ τῆν γραμμὴν, τὰ δὲ ὅλο καὶ τριάκοντα πρῶτα λεπτ᾽ ἀφελὼν ἀπὸ τῶν ἑννέα καὶ πενήκοντα, καὶ ἐπὶ ἑξαπολείπονται ἑπτὰ καὶ εἰκοσι, γράφον καὶ ταῦτα ὑπὸ τῆν γραμμὴν, τὰς δὲ ἑξ καὶ δέκα μοῖρας ἀφελὼν ἀπὸ τῶν ἑννέα καὶ εἰκοσι. Ἐπὶ δὲ ἑξαπολείπονται τρεῖς καὶ ἑκα, γράφον ταύτας ὁμοίως ὑπὸ τῆν γραμμὴν. Τελευταῖον δὲ ἀφελὼν τὸ δανειθῆναι ἐν ἀπὸ τῶν ζωδίων, γράφον ὑπὸ τῆν γραμμὴν τὰ ἑγκαταλείπόμενα ἑπτὰ καὶ εἰκοσι ζωδία. Ἐπὶ δὲ τῷ β. ὑποδείγματος βυλόμιμος ἀφελὼν λεπτὰ α. ἀπὸ πρῶτων ἔπειτα καὶ ἔχεις σοι τὸ ποιεῖν δανειθῆναι ἀπὸ τῶν μοιρῶν, οὐδὲ γὰρ εἰσι λεπτὰ α. ἐν τῷ μίλων ἀριθμῷ, δανείσθαι μονάδα ἀπὸ τῶν ἄρων. ἔπειτα δὲ οὐδὲ τῷ τοῖς δυνατόν ἄρων καὶ ἄρων, δανείσθαι ἀπὸ τῶν ἡμερῶν. ἔπειτα δὲ ἡμέρα μία, περιηκτικῆς ἐστιν ἄρων τεσσάρων καὶ εἰκοσι, ἀφελὼν τῶν ἄρων μίαν τὰς λοιπὰς τρεῖς καὶ εἰκοσι ἐν τῷ βαθμῷ τῶν ἄρων ἔπειτα ἑγκαταλείπεται. ἔπειτα δὲ ἄρα μία ἑξήκοντα περιέχει λεπτὰ α. λαβόμενοι ταύτων ἀπὶ λεπτῶν ἑξήκοντα, ἀφ᾽ ὧν ἀφελὼν τὰ οκτῶ καὶ τριάκοντα, γράφον ὑπὸ τῆν γραμμὴν τὰ ἑγκαταλείπόμενα δύο καὶ εἰκοσι. Μεταβάς δὲ ἐπὶ τὰς ἄρας, ἔπειτα καὶ ἔχεις ἀφελὼν ἄρας ἀπὸ τῶν ἄρων, γράφον ὑπὸ τῆν γραμμὴν τὰς τρεῖς καὶ εἰκοσι ἑννεομίας ἄρας, ὡς ἀφελὼν ἡμέρας μίαν α.

Z:	0:	"
28:	16:	32: 24:
27:	13:	27: 36:
28:	.	.
M:	κ:	α:
16:	24:	.
12:	.	38:
16:	11:	23: 22:
16:	24:	.

μίας ἀπὸ τῶ ἀριθμῶ τῶν ἡμερῶν, καὶ εἰς ὥρας διαλύσαντες ταύτην, ἐν τῇ χώρᾳ τῶν ὠρῶν τῇ ἐπιτοίᾳ ἐτάξαμεν. αὐτὴ δὲ τῆς ἀφαιρέσεως μίας ὥρας, ἐξήκοντα λεπτά α. ἐν τῷ τόπῳ τῶν λεπτῶν ὑποσημαίωμεν. Μίλλων δὲ ἀφαιλεῖν ἡμέρας ἀπὸ ἡμερῶν πρόσθετες ταῖς δυοκαίδεκα ἡμέραις μονάδα. αὐτὴ τῆς ἀφαιρέσεως ἀπὸ τῶν τεσσάρων καὶ εἰκοσι ἡμερῶν, ἵνα γίνωται αἱ ἀφαιρέθησόμεναι πάσαι τρεῖς καὶ δέκα τῶ πληθῆς, ὡς ἀφαιρημένον ἀπὸ τῶν τεσσάρων καὶ εἰκοσι, ἐπὶ ἐναπολείπονται ἑξήδεκα, γράψον ταύτας ὑπὸ τὴν γραμμὴν. Ἐπι δὲ τελευταῖον ἐπὶ μὲν τῷ μαιζοῦς ἀριθμῷ δίδονται μῆτις ἢ μὲν δὲ καὶ ἐπὶ τῷ ἐλάττωτος, γράψον ὑπὸ τὴν γραμμὴν ὀλόκληρον τὸν ἀριθμὸν τῶν ἐδοθέντων μίλων. ἑστὶν γὰρ παρ' αὐτῶν ἀφαιρεῖται.

Τῦτον δὲ τὸν τρόπον ἐξετίθει ἀφαιρῖν οἰοῦντο ἀριθμὸν Ἀστρονομικόν, ἀφ' οὐδένου. τίτος δὲ χάριν ἀπ' ἄλλων μὲν δεικνύμεθα ἀριθμῶν, ἄλλοις δὲ προσέθηται, εἴρηται ἐν τῇ Ἑρμηνείᾳ τῆς Ἀφαιρέσεως τῶν ἀκέραιων ἀριθμῶν, ἵτι δὲ καὶ ἀπὸ τῆς Γεωμετρικῆς. Διὸ ἕκαστὰ καὶ ταῦτα περὶ τῆς Ἀστρονομικῆς Ἀφαιρέσεως, ὥρα δὲ ἀφασθαι καὶ τῆς Ἀστρονομικῆς Πολλαπλασιασέως.

Περὶ Ἀστρονομικῆς Πολλαπλασιασέως.

Ἡ τοῖν Ἀστρονομικὴ Πολλαπλασιασὶς δυοχιρεστῆραν ἔχουσα τὴν πρᾶξιν ὑψηλοτέρας ἔτυχε καὶ τῆς Θεωρίας. Δι' αὐτῆς γὰρ ὡς ἐπὶ τὸ πλεῖστον ἀναλύομεν τὰ μίζω ἐπὶ τὰ ἐλάττω, τὰ δ' ἐλάττω ἐπὶ τὰ μίζω ἀνάγωμεν, ὡς ὀφείμεθα. Ἰστίον μὲντοι, ὅτι καὶ ἐπὶ τῆς Ἀστρονομικῆς Πολλαπλασιασέως, ἢ μόνον τὰ τὴν αὐτὴν εἶδος τῶ αὐτῶ παραβάλλομεν, ἀλλὰ καὶ ἐπὶ τὰ διαφόρου εἶδος πρόσθετὰ ἄλλα. Πολλαπλασιάζονται μὲν γὰρ καὶ μοίραι ἐπὶ μοίρας, καὶ ὥραι ἐπὶ ὥρας, καὶ λεπτά ἐπὶ λεπτά. α. διὰ: ἐπὶ δ. β. ἐπὶ β. γ. ἐπὶ γ. καὶ δ. ἐπὶ δ. ἐπὶ δὲ καὶ μοίραι ἢ ὥραι ἐπὶ λεπτά. α. β. γ. καὶ δ. ἢ γὰρ λεπτά α. ἐπὶ β. γ. καὶ δ. καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ὁμοίως. Ὀπωπικὰ δὲ μοίραι ἐπὶ μοίρας πολλαπλασιασθῶσιν, ἢ ὥραι ἐπὶ ὥρας, μοίραι γινήσονται, ἢ ὥραι. πολλαπλασιαζόμεναι δὲ μοίραι ἢ ὥραι ἐπὶ λεπτά, ἢ μὲν ἐπὶ α. ποιῶσι α. εἰδὲ ἐπὶ β. β. εἰδὲ ἐπὶ γ. γ. ὥσπερ καὶ ἐπὶ τέταρτα τέταρτα. ὡσαύτως καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων. λεπτά δὲ ἐπὶ λεπτά πολλαπλασιάζομενα α. μὲν ἐπὶ α. β. ποιῶσι, β. δὲ ἐπὶ β. τέταρτα, γ. δὲ ἐπὶ γ. ἕκτα, καὶ δ. ἐπὶ δ. η. α. δὲ ἐπὶ β. γ. ποιῶσι, ἐπὶ γ. δὲ τέταρτα, καὶ ἐπὶ δ. ε. β. δὲ ὁμοίως ἐπὶ γ. πολλαπλασιάζομενα ε. διδύσει ἐπὶ ζ. δὲ ε. ὥσπερ καὶ ἐπὶ ε. ζ.

Τῦτε χάριν αἱ μὲν μοίραι καὶ ὥραι ἐφ' ἑαυτὰς πολλαπλασιάζομεν εἰς μοίρας αὐτῆς ἀποβαίνουσι καὶ ὥρας, τὰ δὲ λεπτά α. β. καὶ λεπτά, καὶ ἐφ' ἑαυτὰ πολλαπλασιάζομεν εἰς τὰ κατώτερα καταγίνουσι εἶδη, ἢ ὅτι αἱ μὲν μοίραι καὶ ὥραι ἀντὶ ὀλοκλήρων τίθεται ἀριθμῶν τὰ δὲ λεπτά ἀντὶ κελασμῶν, διὰ δὲ τῆς Πολλαπλασιασέως οἱ μὲν ὀλόκληροι ἀριθμοὶ αὐξοῦνται, οἱ δὲ κελασμοὶ ἐλαττωθῶσι, ὡς ἐν τοῖς πρότερον διεβήλωται. Γράβον δὲ δεῖ κενταῦθα τοὺς πολλαπλασιασθησομένους πρόσθετῶς ἀριθμῶν, ὡς τὰ τὴν αὐτὴν εἶδος τοῖς τὴν αὐτὴν σκορῶσιν, διὰ τὸ ὑπερτίετρον, ἢ ἀσύγχυτον. Ἐκαστον γὰρ εἶδος τῶν ἐν τῷ α. ἀριθμῷ δέχεται τὸ αὐτὸ χαρακτηριστικόν, τῶν δὲ ἐν τῷ β. ἕκαστον διὰ τῶν ἐν τῷ α. γνώριμον γίνεται οἰοῦντο εἶδος ἰστίον. Ἐπει δὲ διχῶς ἐδέχεται μάλιστα τὴν πρᾶξιν γινέσθαι, καὶ ἑκάτερον εἶρε δὲ καὶ τὴν Ἑρμηνείαν ποιῶμεν, ὅπως ἔχει ἕκαστος καὶ ὁποῖοτερον τρόπον τῆς Ἀστρονομικῆς πολλαπλασιασέων ἀριθμῶν, ὡς ἐν αὐτῷ δόξῃ χρεῖας πλοῦς καταπεργύσας.

Γραφόμενον οὖν ὡς εἴρηται τῶν διδομένων ἀριθμῶν πολλαπλασιασθέντων ἕκαστον εἶδος ἐφ' ἕκαστον, καὶ ὁ γινόμενος γραφῆτω ὑπὸ τὴν γραμμὴν, ἐν τῷ ἰδίῳ μὲντοι τόπῳ. Εἶτα μισοθέντων ἕκαστος ἐπὶ τὸν ἐξήκοντα, καὶ τὸ μὲν ὡς πηλίκον δίδόμενον προσέθηται τῷ ἀνωτέρῳ, τὸ δὲ περιττῶν εἰληφθῶ ἀντὶ τὴν γνομένην. Οἱον καίσθω ἡμῖν πολλαπλασιασάσαι μοίρας δυοκαίδεκα, λεπτά α. τίσσασα καὶ εἰκοσι, β. δύο καὶ τριάκοντα ἐπὶ μοίρας ὀκτώ, λεπτά πέντε καὶ τριάκοντα, καὶ β. ἑκατάδεκα. Γραφέντων ἐν τὰ λεπτά ὑπὸ τὰ λεπτά τῶ αὐτῶ εἶδος, καὶ αἱ μοίραι ὑπὸ τὰς μοίρας. εἶτα πολλαπλασιασθέντων τὰ ἑκατάδεκα δεύτερα λεπτά τῷ δευτέρῳ ἀριθμῷ τὰ β. καὶ α. λεπτά τῷ α. ἀριθμῷ χωρὶς, ἵτι δὲ καὶ τὰς μοίρας. καὶ διὰ μὲν τῶν β. ποιήτωσαν τὸν α. ἀριθμὸν, καὶ τὸν κοῖνον τῆς Πολλαπλασιασέως τρόπον, διὰ δὲ τῶν α. τὸν β. καὶ διὰ τῶν μοιρῶν τὸν γ. ὡς ὁ μὲν α. τέταρτα παρίσκει λεπτά, ὁ δὲ β. τρίτα, καὶ ὁ γ. β. δεύτερα γὰρ, ὡς εἴρηται ἐπὶ δευτέρῳ πολλαπλασιαζόμενα τέταρτα ποιῶσι, ἐπὶ δὲ α. τρίτα, καὶ ἐπὶ μοίρας β. Τούτων δὲ γνομένων πολλαπλασιασθέντων καὶ τὰ πέντε καὶ τριάκοντα πρῶτα λεπτά τοῦ β. ἀριθμοῦ τὰ τε β. καὶ α. λεπτά τοῦ α. ἀριθμοῦ, ἵτι δὲ καὶ τὰς μοίρας χωρὶς, καὶ ποιήτωσαν διὰ μὲν τῶν β. τὴν δ. καὶ ε. διὰ δὲ τῶν α. τὴν ζ. καὶ καὶ ἐπὶ τῶν μοιρῶν τὸν δ. καὶ ε. προσεθίμενον δὲ τῶν μὲν δ. τῶν β. τῶν δὲ ζ. τῶ γ. γινέσθωσαν οἱ λ. καὶ μ. ἀριθμοί. Συναπτομένων δὲ καὶ τῶν δ. καὶ α. ἀλλήλους γινέσθω ὁ ε. τελευταῖον πολλαπλασιασθέντων ὁ τῶν μοιρῶν ἀριθμὸς τῶν ἐν τῷ β. τὰ β. καὶ α. λεπτά τῶ α. ἀριθμοῦ, πρὸς τῶν τοῖς δὲ καὶ τὰς μοίρας τῶ αὐτῶ, καὶ διὰ μὲν τῶν β. λεπτῶν ποιήτω τὸν ζ. διὰ δὲ τῶν α. τὸν π. καὶ

π: η δια των μοιρών τον δ: προσεθίμην δι τῶ μιν ζ: τῶ μ: του δὲ π: τῶ ν: γινέσθωσαν οι σ:

η: η: Τῶν δ ἕνα πολλαπλασιασθήσῃ,
 η τῶν γινόμενων ἑκάστω ἐν τῶ οὐκείῃ γρα-
 φομένῳ τόπῳ, δι ὅσων ραθίσται αὐτίων,
 μρισθῆτω δ α: ἐπὶ τῶν ἑξήκοντα, η, ἐπὶ
 ὡς μὴν πηλίκον παρίχεται ὁ δ: χαρακτηρ:
 περιττύουσι δι τὰ τριάκοντα η δυο, γραφί-
 τα μετ' ὑπὸ τῆν γραμμὴν ὁ τριάκοντα καὶ
 δύο ἀριθμοί, ὡς παρασατικός λεπτῶν δ.
 ὁ δὲ δ: προσεθῆτω τῶ λ: η ποιίτω τὸν
 φ: μρισθόμενῳ δι η τῶ αὐτῶ φ: ἐπὶ τῶν ἑ-
 ξήκοντα. τὸ μὴν περιττύουσι αὐτὸν μίρος
 γραφίτω ὑπὸ τῆν γραμμὴν ὡς παρασατικός
 λεπτῶν γ. τὸ δ ὡς πηλίκον παρεχόμενος
 προσεθῆτω τῶ σ: η ποιίτω τὸν χ: τῶν
 αὐθις μρισθόμενου ἐπὶ τῶν ἑξήκοντα: γραφίτω
 ὑπὸ τῆν γραμμὴν ὁ τρία η πιντάκοντα πε-
 ριττύουσι ἀριθμὸς ἀπὸ β. λεπτῶν. ὁ δὲ
 εἰκοσι μῦ τῶ εἰδος ὡς πηλίκον παρεχόμενος
 προσεθῆτω τῶ τ: η ποιίτω τὸν ψ: ὁ τι-
 νος ἐπὶ τῶν ἑξήκοντα ὁμοίως μρισθῆτω, γραφίτω ὁ τρία η τριάκοντα ἀριθμὸς ὑπὸ τῆν γραμμὴν
 ὡς περιττύουσι, ὅστις η λεπτὰ α. παρίσσειν. ὁ δ ὡς πηλίκον διδόμενος δηλ: ὁ δέκα προσεθῆτω
 τῶ ρ: η ποιίτω τὸν ω: μρισθόμενῳ δι η τῶν τριάκοντα γραφίτω ὅτι ἑκαδέκα, η τρία
 ἀριθμὸς ὑπὸ τῆν γραμμὴν, ὡς ὁ μὴν μοίρας παρασῆσαι, ὁ δὲ ζῶδια.

	ο	ι	ιι	ιιι	iiii
	12:	24:	32:		
	8:	35:	16:		
ρ:	96:	δ: 60:	27:	144:	192:
	10:	κ: 26:	12:	24:	32:
σ:	106:	ρ: 420:	γ: 192:	β: 384:	α: 512:
	16:	σ: 102:	ζ: 120:	δ: 160:	ε: 312:
30:		σ: 612:	η: 72:	ε: 96:	60:
		21:	μ: 1032:	λ: 1504:	
3:		ι: ρδ33:	ξ: 216:	8:	
		33:	σ: 1288:	φ: 1512:	
60:			25:	312:	
			χ: 1313:	60:	12:
			113:		
			53:	25:	
			21:		
Ζ:	ο:				
3:	16:	33:	53:	12:	32:

Τῶν μὴν δε τῶν τρόπων δυήρη δὴπεδιν πολλαπλασιάζειν οἷς ἄτιμας Ἀγρονομικῶν ἀριθμῶν
 ἐφ' οἷς ἄτιμας. Μειρίσαι δ ἑκάστω μὴ τῶν α φ χ, καὶ ψ, ἀριθμῶν ἐπὶ τῶν ἑξήκοντα, ὁ δὲ α:
 μόνος ἐπὶ τῶν τριάκοντα, ὅτι οὐκίαν μὴ ἑκάστω λεπτὰ παρίσσειν, ἕτος δὲ μοίρας. Ὡσπερ δὲ
 τὰ μίζονα λεπτὰ ἐπὶ τῶν ἑξήκοντα πολλαπλασιαζόμενα, εἰς τὰ ὑφ' αὐτὰ ἀναλύονται, ὡτ' ἂν η
 τὰ ἕτω ἐπὶ τὸν αὐτὸν μρισθόμενα ἀριθμὸν εἰς τὰ μίζω ἀνάγονται, αἱ δὲ μοίραι κα εἰς μοίρας,
 ἀλλ' εἰς ζῶδια τὸν ἴδιον ποιίτω ἀναγωγὴν, διδ ἡ ἐπὶ τῶν τριάκοντα μρισθῶνται, εἰς ζῶδια ἀνα-
 γόμεναι, ὡσπερ καὶ τὰ ζῶδια εἰς μοίρας ἀναλύονται ἐπὶ τὸν αὐτὸν πολλαπλασιαζῶνται ἀριθμὸν,
 τριάκοντα γὰρ μοίραι ζῶδιον ὄν ποιίωσι, καὶ ἂν ζῶδιον εἰς τριάκοντα διαιρέσται μοίρας, τὸ δὲ χε-
 ρυ πολλαπλασιασθήσῃ τῶν β. λεπτῶν τῶν ἐν τῶ α. ἀριθμῶ ἐπίτι τὰ β. η α. λεπτὰ, ἐπὶ δὲ
 η μοίρας τὸ β. ἀριθμῶ οἱ γινόμενοι κα ἐν τῶ αὐτῶ ἰσθῆσαν τόπῳ, ἢ ὅτι, οὐδὲ τῶν αὐτῶν ἑκά-
 στω τῶν γινόμενων παρεχόμενοι εἰν. ὁ μὴν γὰρ γινόμενος διὰ τὸ πολλαπλασιασμῶ τῶν β. λεπτῶν
 τῶν ἐν τῶ α. ἀριθμῶ ἐπὶ τὰ β. λεπτὰ τῶ β. ἀριθμῶ τέταρτα παρίσσειν, ὡς εἶρηται, λεπτὰ. ὁ δὲ
 ἐκ τῶν β. τῶ α. ἀριθμῶ λεπτῶν ἐπὶ τὰ α. λεπτὰ τῶ β. ἀριθμῶ, λεπτὰ τρίτα ἐμφαίει. ὁ δὲ
 ἐκ τῶν β. λεπτῶν τῶ α. ἀριθμῶ ἐπὶ τὰς μοίρας τῶ β. ἀριθμῶ λεπτὰ δεύτερα δίδωσι. Διὰ τοῦ τῶ-
 το η τῶν λοιπῶν ἑκάστω τῶν γινόμενων ἐν τῶ οὐκείῃ τίταται τόπῳ.

Τρία τοίνυν φυλάττειν δε τὸν Ἀγρονόμον τὰ ἀναγκαϊότερα, ἐπὶ τῆς τῶν Ἀγρονομικῶν ἀριθμῶν
 Πολλαπλασιαστικῶν. Α. τὰ τῶ αὐτῶ εἰδῶ ὑπὸ τῶ τῶ αὐτῶ τάττειν, ὅπως μετὶς ἀπάτη συμβῆ ἐπὶ
 τῆς πράξεως. Β. ἱερῶν ποίου εἰδῶ εἰσὶ τὰ πολλαπλασιαζόμενα, ἵνα καὶ τῶ ἐξ αὐτῶν γινόμενος
 γινώσκῃ ὅποιον εἰδῶ εἰσὶ ἢ ἐν τίνι αὐτὸν προσέκει τάττει τόπῳ. η τελευταῖον σκοπεῖ ἐπὶ τῆ-
 να ἀριθμῶν ἑκάστω τῶν γινόμενων ὀφείλει μρισθῆσαι.

Ὡς ἂν Καρφαλαῖο δ ἠπάν μῦ τῶν τῶν προβαλλόμενῳ ἀριθμῶν Πολλαπλασιαστικῶν, η τῶν τῶν γι-
 νομένων ἐξ αὐτῶν Διαίρειν, κα τῆς παραδοθέντας κούσας, ὀφείλει σκοπεῖ ὁ Ἀγρονόμος ἐπὶ τῆς
 Πολλαπλασιαστικῶν ὅποιον εἰδῶ εἰσὶ ὁ ἐναποληπόμενος ἀριθμὸς μῦ τῆν Διαίρειν τὸ ἑκάτω τῶν γι-
 νομένων ἀριθμῶ. Ἀρχόμενος δὲ ἀπ' ἐκείνου ἀποδοῖται ἑκάστω τῶν ὀφείλει τῶν προσέκει αὐτοῖς πε-
 ρουσμασίαι, διὰ τῶν εἰδιωμένων σημείων. ὡς ἐπὶ τῶ τῶ αὐτῶν κα τῶν ἐπ' ὀφει: καθόραται παρ-
 ἀργμάτων. Ὡς καὶ ἐπὶ τῶ αὐτῶν παραδόντος τετάρτων ὀφει: παρασατικῶν λεπτῶν τῶ α: α-
 ριθμῶ, η ἐπὶ τῶν ἑξήκοντα διαρθεῖστος ἐναπολείπεται δύο κα τριάκοντα τέταρτα λεπτὰ, ἢ καὶ
 ἑξάρασι παρίσσειται γραμμαῖς τῆς ἐν αὐτῶν ταῖσόμεναις, κα τὰ πρότερον εἰρημίνα. Διὰ τῶν τῶ
 ἑξῆς του 12: του ἐναποληπόμενου ἀπὸ του φ: διαρθεῖστος ἐπὶ τῶν ἑξήκοντα τάττεται γραμμῆ
 τρεῖς, ἕκαστα δὲ τῶ 53: δύο, η ἑκάτω τῶ 33: μία: ἑκάτω δὲ τῶ 16: ἐπὶ τῶν α. λεπτῶν προγῶ-
 νται αἱ μοίραι τάττεται ἑξήρα, τὸ χαρακτηριστικὸν δηλ: τῶν μοιρῶν. η ἐπὶ τῶν 3: τὸ χαρακτηριστικὸν
 καὶ τῶν ζῶδιων, προγῶνται γὰρ τῶν μοιρῶν τὰ ζῶδια, εἰς ας η ἀναλύονται.

Εἰς τραυατίρας δὲ τῶν ἀναπτύξιν δίδωσι τὸν α: ἀριθμὸν πολλαπλασιασθῆναι ἐπὶ τῶ β: η
 κίσθω

αἰσθησάμενος παραστατικῶς εἶνα ἑκάστηρον μινῶν, ἡμερῶν ὧρων, ἢ λεπτῶν πρώτων, ἢ ἐπι τὰ α. λεπτά ἐπι τὰ α. πρώτοι διούτεραι, ἢ εἰρημιαί, παραστατικῶς ἴδω λογιμῶν, ἢ τὴ γ. συντακτικῶν ἀριθμῶν πάντως γὰ ὁ β. ἔχρατος ἀριθμὸς τῶν ἐν τῷ γ. δεύτερα παριστοι λεπτά, ὁ δὲ 12: πρώτα, ὁ δὲ 16: ὧρας, ὁ δὲ 23: ἡμέρας, ὁ δὲ 17: μῆνας, ὁ δὲ 10: χρόνος, ἢ ὁ β. αἰώνας, ἢ τὴν γὰρ β. τὰ α. λεπτά ἔχρηται, τὴν πρώτων αἰ ὧραι, τὴν ὧρων αἰ ἡμέραι, τὴν ἡμερῶν οὐ μῆνας, ὡσπερ καὶ τὴν μινῶν οἱ χρόνοι, καὶ τὴν χρόνων οἱ αἰώνας.

α:	3:	2:	3:	2:
β:	2:	2:	3:	3:
<hr/>				
α:	9:	6:	6:	6:
β:	9:	6:	6:	6:
γ:	6:	4:	4:	4:
<hr/>				
α:	9:	6:	6:	6:
β:	6:	4:	4:	4:
γ:	6:	4:	4:	4:
<hr/>				
α:	3:	2:	3:	2:
β:	2:	2:	3:	3:
<hr/>				
α:	9:	6:	6:	6:
β:	6:	4:	4:	4:
γ:	6:	4:	4:	4:

Καὶ ὅσα ἐπι ἑκάστηρον τῶν αὐτῶν ἀριθμῶν παραστατικῶς εἶνα ἡμερῶν, ὧρων, λεπτῶν πρώτων, ἢ διούτερων, ἢ γινέων ἢ πραξίς ἢ ἢ ἀνωτέρων, ἢ ἐπι τὰ δεύτερα ἐπι τὰ δεύτερα πρώτοι τέταρτα, καὶ τὰ εἰρημιαία, ἔφατο ὅτι ὁ ἔχρατος ἀριθμὸς τὸ γινόμενον γ. διούτερον ὁ β. παραστατικῶς ἐπι λεπτῶν τετάρτων, ὁ 12: τρίτων, ὁ 16: δευτέρων, ὁ 23: πρώτων, ὁ 17: ὧρων, ὁ 10: ἡμερῶν, καὶ ὁ β. μινῶν.

Εὐκρινέστερον δὲ ἰσχυρίζεται τὰ λεχθέντα ἐπι τοῦ παρόντος Διαγράμματος. Ἰσχυρίζεται γὰρ ἢ μὴν Α' Β', πλεῖρα τοῦ Γ' Β'. παραλληλογράμμου αὐτοῦ τοῦ α. ἀριθμῶν, ἢ δὲ Α' Γ', ἀπὸ τοῦ β. καὶ τὰ μὴν Α' Δ', Δ' Ε', Ε' Ζ', καὶ Α' Η', Η' Θ', τούτων μὴν διδόντων ἡμέρας πρώτων κατὰ τὸ β. ὑπόδειγμα. τὰ δὲ Ζ' Κ', Κ' Λ', καὶ Θ' Μ', Μ' Ν', ὧρας. τὰ δὲ Α' Ζ', Ζ' Ο', καὶ Ν' Π', Π' Ρ', Ρ' Σ', λεπτά πρώτα, καὶ τὰ λοιπὰ ἐπι ἑκάστηρον λεπτά διούτερα. Εἶτα ἀχθέντων αἰ μὴν Η' Τ', Θ' Υ', Μ' Φ', καὶ λοιπὰ παραλληλῶν τῆ Α' Β', αἰ δὲ Δ' 2: Ε' 3: Ζ' 4: ἢ λοιπὰ τῆ Α' Γ'. Ἰσχυρίζεται δὲ ἐπι διὰ τὸ εὐχρηστερον ἄμα ἢ εὐλαχέστερον ἕκαστον τῶν προηγουμένων μινῶν τῶν Α' Β', Α' Γ', πλεῖρων τριπλασίων εἶνα ἕκαστα τῶν ἰσομῶν, τῶν δὲ κειμένων ἄλλοι ὅτι τὰ μὴν ἐν τῷ 7: 8: παραλληλογράμμου ἰσχυρίζεται τετράγωνα, ὡς εἰλαχίστα πάντων τῶν ἐν τῷ Γ' Β', παραλληλογράμμου περιχόμενον τῆ ἔχρατος ἀναλογίᾳ ἀριθμῶν, ἄλλοι τῶν 6: τὰ δὲ ἐν τῷ 6' 9', ἢ 9' χ', τῶ 12: ἕκαστον ἢ τῶν ἕκαστα τῶν ἐν τῷ 7' 8': τριπλασίου εἶσι. τὰ δὲ ἐν τοῖς 4: 10: ἢ 10: 11: ἢ 11: τῶ 16: ἢ τῶν γὰρ ἕκαστον τριπλασίου εἶσι τῶν πρὸ αὐτῶν, ἢ δὲ αὐτὸ ταυτο τὴν γ. ἐπέχουσι τάξιν, ὡσπερ ἐκίνα τὴν β. τὰ δὲ ἐν τοῖς Γ': 12: ἢ 12: 13: ἢ 13: 14: ἢ 14: Β': τῶ 23: εἰς τοσαύτας ἢ καὶ ταῦτα συμποσύνται μινάδας, ἢ τὴν τετάρτην ἔλαχον ὧρων, ὡς τριπλασία τῶν πρὸ αὐτῶν. Τὰ δὲ ἐν τοῖς Σ': 15: ἢ 15: 16: ἢ 16: Ο': τῶ 17: ἀριθμῶν ἀναλογίᾳ τῶ ἐν τῷ Γ': τὰς ε. γὰρ ἐπέχουσι ὧρων. τὰ δὲ ἐν τῷ Ν': 19: παραλληλογράμμου ἢ 19: Α': τῶ 10: ἀριθμῶ ἀναλογίᾳ, ὡσπερ ἢ τὰ ἐν τῷ Θ' Ζ': τῶ 6: Ε. ἐπι δὲ καὶ τὰ ἴσα σημεῖα ἐν ἀρχῇ τις περὶ Ἀστρονομικῆς Πολλαπλασιαστικῆς Ἑρμηνείας τὰ ἐν τῷ 7: 8: παραλληλογράμμου περιχόμενα τετράγωνα διούτερων λεπτῶν παραστατικῶς εἶσι, ὡς τὴν α. καὶ τὰ δεξιά ἔχρατα ὧρων, ἢ ἐκ πρώτων λεπτῶν ἐπι πρώτα συνίσταμενα τῶν πλεῖρων τῶ Γ' Β', παραλληλογράμμου αὐτῶ μινῶν, ἡμερῶν, ὧρων, ἢ λεπτῶν α. λαμβανόμενων, ὡς ἐν τῷ α. ὑπόδειγματι, πάντως γι, καὶ τὴν τῶν αὐτῶν ἐπακολούθησιν, τὰ ἐν τῷ 6: 9: ἢ 9: χ': πρώτα ἐμφαίρουσι λεπτά, τὰ δὲ ἐν τοῖς 4: 10: ἢ 10: 11: 11: Τ: ὧρας, τὰ δὲ ἐν τοῖς Γ': 12: ἢ 12: 13: ἢ 13: 14: ἢ 14: Β': ἡμέρας. τὰ δὲ ἐν τοῖς Σ': 15: ἢ 15: 16: ἢ 16: Ο': μῆνας. τὰ δὲ ἐν τῷ Ν': 19: ἢ 19: Α': χρόνος, ὡσπερ ἢ τὰ ἐν τῷ Θ' Ζ': αἰώνας. Ἐκ μὴν ἢ τῶν διούτερων τὰ α. συνίσταται, ἐκ δὲ τῶν πρώτων αἰ ὧραι, ἐκ δὲ τῶν ὧρων αἰ ἡμέραι, ἐκ δὲ τῶν ἡμερῶν οἱ μῆνες, ἐκ δὲ τῶν μινῶν οἱ χρόνοι, ἢ ἐκ τῶν χρόνων οἱ αἰώνας. Ἐξ ὧ βολόμενος αἰδῶν πότων χρόνοι περιεκτικοί εἶσι οἱ ἔξ ἑταῦθα συμποσύνονται αἰῶνες πολλαπλασιαστικῶς τῶν β. ἀριθμῶ ἐπι τῶν ἀριθμῶν ἐξ ὧ εἰς αἰὼν συνίσταται. Εἰ ἢ αἰὼν εἰς ἐκ χρόνων συνίσταται, ὁ δὲ ἰσχυρῶν, ἑκατὸν, πολλαπλασιαστικῶς τὸν β. ἀριθμῶν ἐπι τῶν 100: ἢ ὁ 600: παραστατικῶς εἶνα τῶν χρόνων, ὅτι περιεκτικοί εἶσι οἱ ἔξ αἰῶνες. Ἐὰν δὲ ὁ αἰὼν καὶ ἄλλοι τινὰ ἀριθμοὶ ἐκ τῶν χρόνων συνίσταται, πολλαπλασιαστικῶς τὸν ἀριθμῶν τῶν αἰῶνων ἐπι τῶν ἀριθμῶν ἐκείνων τῶν χρόνων τῶν τῶν αἰῶνα συνίσταται.

Ἰσχυρίζεται δὲ ἐπι τὰ μὴν Α' Δ', Δ' Ε', Ε' Ζ', καὶ Α' Η', Η' Θ', μέρη τῶν Α' Β', Α' Γ', γραμμῶν ἡμερῶν εἶνα παραστατικῶς. τὰ δὲ Ζ' Κ', Κ' Λ', καὶ Θ' Μ', Μ' Ν', ὧρων. τὰ δὲ Α' Ζ', Ζ' Ο', καὶ Ν' Π', Π' Ρ', Ρ' Σ', πρώτων λεπτῶν, ἢ τὰ λοιπὰ ἐπι ἑκάστηρον διούτερων, ἢ ἐπι καὶ τὰ πρώτα εἰρημιαία τὰ μὴν ἐν τῷ 7: 8: παραλληλογράμμου περιχόμενα τετράγωνα τετάρτα ἐμφαίρουσι λεπτά, ὡς συνίσταμενα ἐκ διούτερων ἐπι δεύτερα πολλαπλασιαζόμενων, πάντως γι τὰ ἐν τοῖς 6: ἢ 9: χ': παραλληλογράμμοις τρίτα παριστοι λεπτά. τὰ δὲ ἐν τοῖς 4: 10: ἢ 10: 11: ἢ 11: Τ: διούτερα. τὰ δὲ ἐν τοῖς Γ': 12: ἢ 12: 13: ἢ 13: 14: ἢ 14: Β': πρώτα. τὰ δὲ ἐν τοῖς Σ': 15: ἢ 15: 16: καὶ 16: Ο': ὧρας. τὰ δὲ ἐν τοῖς Ν': 19: ἢ 19: Α': ἡμέρας, ὡσπερ ἢ τὰ ἐν τῷ Θ' Ζ', μῆνας. ἐκ μὴν ἢ τῶν τετάρτων συνίσταται τὰ τρίτα, ἐκ δὲ τῶν δεξίρων τὰ πρώτα. καὶ δὲ καὶ ἐκ τῶν πρώτων αἰ ὧραι, ἢ ἐκ τῶν ὧρων αἰ

ρων αι ημεραι, η εν των ημερων οι μηνες ας εν συντομιας χαρις τω βυλομην μί εις απάτην τω εδ εμπίπτει, σκαπτι ως η πρότεροι ερπται, τω πρώτω η τω δεξιά αριθμω των εν τω συνταμην αυ του Πολλαπλασιασμού των παραβέλομαιν, εκειν ειδος εστι, τρι υπω τα εριξω αναλογισθη, τρι τρι εν τω αυτων τριτωσ απαλυθισωσ, η υδαμία αυτη εστω απάτη.

Ετερος τρόπος Αξονομικης Πολλαπλασιασεως .

Διακωθ δε η ετω τήν Αξονομικην γινώσθαι Πολλαπλασιασιν. Γραφομίνω γαρ των αριθμων, η τρι τρι υπω αυτων γινωμίνω Ερμινιασ, πολλαπλασιασθίτω εκαστω ειδω εφ εκαστω, η ο γινόμενος εφ εκαστω Πολλαπλασιασμού μρισθίτω επι τον εξήκοστα, η τριακόστα, η άλλωσ τιτά, εφ ον διλογ: εφίλοι μερίεθαι, η το μιν επαπολοθίω γραφήν, υπω των γραμμων εν τω οικίω τόπω. τω δε ως πηλικωσ εξαχθίλωι τω προηγούμεν βαδμω. Είτα συναρθίτωσιν οι εν εκαστω βαδμω αριθμοι χωρις, η ο γινόμενος εστω ζυτωμένος: Οσωσ εστω πολλαπλασιασθίτω των α: αριθμωσ επι τον β: δε κατ τω πρώτω υπεθίωμθα υποθίωμωσ. Γραφίτωσ εσίνω ο β: υπω τον α: ας τα του αυτω ειδωσ τοις τω υπωσ σφωίωσιν, αλ μοιραι: δηλ: τωσ μοίρακ, η τα λεπτά τοις λεπτοίς, τα α. τοις πρώτωσ κη τα δευτέρα τοις δευτέρωσ, ως ερπται. Είτα πολλαπλασιασθίτωσιν τα εν τω α: δεύτερα λεπτά, επι τα δευτέρα τα εν τω β: η ο γινόμενος μρισθίτωσ επι τον εξήκοστα, η επί ως μιν πηλικωσ παρήω: 1 ο β: επαπολιπώσται εφ τουσ η τρίαστωσ, γραφίτωσ υπωσ την γραμμων εκάτωσ των αριθμωσ, δηλ: ε μιν 30: εν τω βαδμω: ετάχθωσ (των τεταρτων, ενι η ο γινόμενος ελ των αυτωων λεπτωσ πολλαπλασιασθίτωσιν επι τα δεύτερα, τέταρτα παρήωσιν, ο δι β: εν τω βαδμω των τριτωσ). Πολλαπλασιασθίτωσιν δε η τα πρώτα τα εν τω α: επι τα β: τα εν τω β: η ο γινόμενος μρισθίτωσ ομοίωσ επι τον εξήκοστα. Επει δε επαπολιπώσται τέταρτα πρώτοισ είκοσι, η ταυτά ωσ παραστατικά τρίτωσ, ασπωσ η ο γινόμενος εν των πρώτωσ: επι τα β: πολλαπλασιασθίτωσιν, ως δι πηλικωσ παρήωσται ο β: γραφίτωσ ο μιν είκοσι η τέσσαρα: αριθμωσ υπωσ τον εκτωσ, ο δι ελ εν τω βαδμω των δευτέρωσ πολλαπλασιασθίτωσιν: δε η των μοιρωσ γινώσθαι αριθμωσ επι τα β: λεπτά τα β: η τα γινωμίνω: ελ αυτων επι τον εξήκοστα μρισθίτωσιν, επα: επαπολιπώσται μιν δεκαείδηα, ως δι πηλικωσ παρήωσται ο 3: γραφίτωσ ο μιν δεκαείδηα: αριθμωσ, υπωσ τον ελ παρήωσται γαρ δευτέρα, καθά η ο γινόμενος εν των μοιρωσ επι τα δεύτερα πολλαπλασιασθίτωσιν: ο δι τρία γραφίτωσ εν τω βαδμω των πρώτωσ. Πολλαπλασιασθίτωσιν δ αυθς ως απαρχησ των β: τα α: λεπτωσ επι τα α. τα β: η τα γινωμίνω μρισθίτωσ επι τον εξήκοστα, επι: επαπολιπώσται τεσσαράκοστα, παρήωσται δ ως πηλικωσ ο εκαταείδηα, κη υτωσ: μιν δευτέρωσ παρήωσιν, ο δι τεσσαράκοστα τρίτα, οτι κη ο γινόμενος εν των β: επι τα α. πολλαπλασιασθίτωσιν, τριτα ίμφωσιν, ασπωσ ερπται, γραφίτωσ ο μιν τεσσαράκοστα επι τα τρίτα, ο δι δεκαείδηα: επί τα δευτέρα. Τωσ γινώσθαι η επι των λοιπωσ, δοτοις μίτωσ εκαστω των οικίωσ τόπωσ, εξωμωσ δε τωσ εν επι τής Πολλαπλασιασεωσ ακριβώσ σκοπώμωσ τίνωσ αν ειδωσ ας τα πολλαπλασιασθίτωσιν, η τίνωσ τα πολλαπλασιασθίτωσιν. Επ τίνωσ η γινωμίνωσ η τίνωσ ειδωσ εσται ο γινόμενος, η τίνωσ μρισθίτωσιν επι τον εξήκοστα φερ είπωσ τα μιν επαπολοσθίτωσιν τα αυτα εστωσιν ειδωσ: τω δε πηλικωσ τω προηγούμεν. Διο δε εκαστω εν τω οικίωσ τίνωσ τόπωσ ας οφασ επι τω υποθίωμωσ. Τούτωσ δ εστωσ γραφομίνωσ συναρθίτωσιν μν ταυτα τα εν εκαστω τόπωσ ταχθίτωσ τωσ εν αριθμωσ χωρις, κη των αυ προσημνωθίτωσ τρώπωσ τής Αξονομικης Συναρθωσ, η ο γινόμενος εστω ελ γινόμενος, ως εν ταυτα ο γ: ος τωσ παρήωσιν τον γινόμενος εν τω α: επι τον β: πολλαπλασιασθίτωσιν.

Table with columns of numbers and operations: 12: 24: 32: 0: 6: 8: 16: 0: 0: 106: 7: 3: 6: 8: 32: 16: 3: 14: 12: 24: 96: 4: 18: 40: 106: 12: 16: 2: 0: 1: 3: 7: 16: 33: 53: 13: 31:

Επι δε ο τρόπωσ ετωσ δυχαρις εστωσ κη συνηχομίνωσ των πρώτωσ παρήωσται, τούτωσ γε χαρις οι τα τεκώσιν ακριβωσ γινωμίνωσ ίσφωσιν καίτωσ Μύθοσωσ συντομωτέρωσ αμα η ευχαρις εστωσ, ετι δε η ασύγχωσιν. Εσιν δε αυτα.

Κατανομήσθωσιν δε παραλλωλόγραμμωσ, ε τό, τε μήκωσ η πλάτωσ διαμερθίτωσ οίς εστω, τωσ αυτα μίτωσ τω πλάτωσ εκάτωσ τμηθίτωσ, οσα ειδωσ είσιν εν τε τω πολλαπλασιασθίτωσιν η πολλαπλασιασθίτωσιν αριθμωσ, κησ μιν ισοπληθωσ είστω τα του ενδωσ ειδωσ τοις τω ετέρωσ, διαμερθίτωσ τότε πλάωσ η πλάτωσ τα παραλλωλόγραμμωσ εις μίτωσ ισοπληθωσ, είδη τωσ αυτωσ τα τα ενδωσ διηλ: αριθμωσ είδη υπερέχωσ τω πλάτωσ των του ετέρωσ, διαμερθίτωσ η τα παραλλωλόγραμμωσ η μία των πλευρωσ εις πλείωσ μίτωσ εφ ης ε τα πλείωσ έχωσ αριθμωσ ταχθίτωσται. Τάσθωσται δε επί μιν τής ισοπληθωσ των πλείωσ: από των αρπτερωσ επι τα δεξιά μέρη ο πολλαπλασιασθίτωσιν αριθμωσ αρχόμενωσ από των αρπτερωσ η επι τα δεξιά προβαίτωσ, επι δε τής κατ' ορθωσ κατωσ, ο πολλαπλασιασθίτωσιν, από των κάτω αρχόμενωσ. του δε παραλλωλόγραμμωσ πλεωρθίτωσ, η των ταυ πλεωρωσ διαμερθίτωσιν

ἄν ἄλλοις ἀφ' ἑκάστη τῶν τεσσάρων πλευρῶν γραμμαὶ παραλλήλως ἔχουσαι ταῖς τοῦ παραλληλογράμμου πλευραῖς. εἶτα διαιρεῖται ἕκαστος τῶν ἐν τῷ παραλληλογράμμῳ ὀρθογωνίων εἰς διάμετρον διαγωνίως. Τῶν δ' ὕψους γινόμενων γραφήτων οἱ διδόμενοι ἀριθμοὶ ἐν τῷ εἰκίῳ ἑκάστου, καθά προσημνιούνται, τόση, εἶτα πολλαπλασιάζονται ἕκαστος εἰς τὴν ἀριθμὸν ἐφ' ἑκάστον τῶν ἑτέρων εἰδῶν, τῷ δὲ γινόμενῳ μεριζήντες ἐπὶ τὸν ἐξήκοντα, ἢ ἐφ' ὅστις ἄλλο ὀφείλου γραφήτων τὰ τε ἐξαπολείπονται διὰ τῆς διαιρέσεως, καὶ τὸς πάλιν διδόμενοι ἐν τῷ αὐτῷ ὀρθογωνίῳ, τῆς διαμέτρου μισοειδίους.

Οἱ δὲ διδόμενοι τῶν ἀβ, αριθμῶν, οἱ κατώτερα δίδονται, καὶ ζητούμενοι τῷ ἐξ αὐτῶν γινόμενοι παρ' ἀλλήλων πολλαπλασιάζονται, κατασκευάζονται τὰ ἀβγ, παραλληλογράμμου, καὶ διαιρεῖται ἕκαστος τῶν τούτων πλευρῶν ἀδ, δγ, εἰς μέρη τρία, ἢ ἐν ἑκατέρῳ τῶν δοθέντων ἀριθμῶν τοῖς εἰρη. τα εἶδη, μοίραι ὅσαι: πρῶτα καὶ δευτέρα λεπτά. ἀφ' ἑκάστη δὲ τῶν τεσσάρων ε, ζ, η, θ, καὶ ἄλλων παραλλήλως ἀφ' ἑ, ζ, λ, η, μ, θ, γ, γραμμαὶ, αἱ μὲν τῇ δγ, αἱ δὲ τῇ δα, τῶν δὲ σωτηραμίων ἐν αὐτῷ ὀρθογωνίῳ διαμερίζονται ὀρθογωνίως διαγωνίως, αἰς ὄρας. Τῶν δ' ὕψους γινόμενων γραφήτων ἑπάνω μὲν τῆς δγ, πλευρᾶς ὁ ἀριθμὸς, ἐν δὲ τοῖς ἀριστεροῖς, αἰς ὅπως εἰπὼν, μίραις τῆς δα, ὁ β: εἶτα πολλαπλασιάζονται ἀφ' αἰ μοίρας τῷ β: ἀριθμοῦ τὰς μοίρας τῷ α: ἐπὶ τοῦ ζητούμενου μισοειδίου: ἐπὶ τὸν τριακοντα, (αἱ δὲ μοίραι εἰς ζῶδια ἀναγονται, διὰ καὶ ἐπὶ τὸν τριακοντα ὀφείλουσι μεριζέσθαι, ὡς καὶ τὸν ὑπερέχουσιν, ὅτι καὶ μοίραι τριῶντα ζῶδιον ἐν ποιῶσιν,) ἐπει ἑξαπολείπονται ἐξ παραλήναι οἱ αἰς πάλιν ὁ τρία, γραφήτων ὁ μὲν τρία χαρακτῆρ ἐν τῷ εδῆ, τριγώνῳ, ὁ δὲ ἐξ ἐν τῷ εζῆ. Πολλαπλασιάζονται δὲ καὶ τὰ α. λεπτά τῷ α: οὗτος ἀριθμὸς τῶν μοιρῶν τῷ β: τῷ δὲ γινόμενῳ ἐπὶ τὸν ἐξήκοντα μερισθέντος, πρῶτον γὰρ λεπτῶν παραστατικὸς ἐστὶ, καὶ τὰ εἰρημένα, τὰ δὲ α. λεπτά εἰς μοίρας ἀναγονται τῷ διακρῶν τῷ εἰκίῳ ἀριθμοῦ ἐπὶ τὸν ἐξήκοντα, ἐπει ἑξαπολείπονται δυοκαίδεκα πρῶτα λεπτά, καὶ παραλήναι, ὡς πάλιν, μοίραι τρεῖς, γραφήτων ὁ μὲν τρία χαρακτῆρ ἐν τῷ ζ' εζ, τριγώνῳ, ὁ δὲ δυοκαίδεκα ἀριθμὸς ἐν τῷ ζ' κζ. Πολλαπλασιάζονται δὲ τῷ αὐτῷ ἀριθμῷ τῶν τῷ β: μοιρῶν καὶ τὰ δευτέρα λεπτά τῷ α: καὶ τὸ γινόμενῳ ἐπὶ τὸν ἐξήκοντα ὁμοίως μερισθέντος, ἐπει ἑξαπολείπονται λεπτά μὲν δευτέρα ἐκκαίδεκα, πρῶτα δὲ τέσσαρα, αἰς πάλιν παραλήναι, γραφήτων ὁ μὲν τέσσαρα χαρακτῆρ ἐν τῷ γ' ζπ, τριγώνῳ, ὁ δὲ ἐκκαίδεκα ἐν τῷ γ' μπ. Τούτων αὐτῶν γινόμενων καὶ ἐπὶ τῷ Πολλαπλασιάζονται μοιρῶν πρῶτον τε καὶ δευτῶν τε τῷ α: ἐπὶ τῷ πρῶτῳ καὶ δευτέρῳ λεπτῷ τῷ β: τελευταῖοι γινόμενοι: Σύνολος καὶ ὅν προσημνιούνται τρόπον, ἀρχαῖον ἀπὸ τῶν ἐξ ἑκάστου τριγώνου, τῷ λ' βγ, καὶ ἐπιπέρι ἐν αὐτῷ εὑρίσκεται γιγναμμῶν ὁ δὲ καὶ τριακῶν ἀριθμῶν, ὅς καὶ περιέχει λεπτά τετάρη, γίνεται ἢ ἐκ τῶν Πολλαπλασιάζονται τῶν διημέρων λεπτῶν τῷ α: ἐπὶ τὰ δευτέρῳ λεπτῷ τῷ β: λυθέντων ὁ αὐτὸς δὲ καὶ τριακῶν ἀριθμῶν ἀπὸ λεπτῶν τετάρων, καὶ ἔχουσαι τὸν ἑκατοντόπον. εἶτα συσφάζονται οἱ ἐν τῷ ε' λ' μ', τραπέζιων ἀριθμοὶ: εἰς ἑκα, καὶ ἐπὶ οἱ πάντες ποιῶσι τὸν δὲ καὶ ἑβδομῶντα γραφήτων ἐν τῷ ἀνωτέρῳ βαδμῷ ἀπὸ τῶν τρίτων λεπτῶν ὁ δυοκαίδεκα, ὁ δὲ ἐξήκοντα φυλακίδεκα. συσφάζονται μὲν καὶ τοῖς ἐν τῷ α' κ' γ', τραπέζιων προσέδωται αὐτοῖς μοιάς ἀπὸ τῶν ἐξήκοντα. Ἐπει δὲ ποιῶσι τὸν τρία καὶ πενήκοντα, γραφήτων ἐν τῷ τρίτῳ βαδμῷ ἀπὸ τῶν δευτέρων λεπτῶν ὁ τρία καὶ πενήκοντα ἀριθμῶν. Συναπτομένων δὲ καὶ τῶν ἐν τῷ θ' α' γ', ἐπει ὁ γινόμενος καὶ ὑπερέχει τὸν ἐξήκοντα, καὶ περιέχει λεπτά πρῶτα, γραφήτων ἕως ἐν τῷ τετάρτῳ βαδμῷ. Γινόμενος δὲ Σύνολος καὶ τοῖς ἐν τῷ θ' α' γ', ἐπὶ ὁ γινόμενος μοίρας περιέχει μὴ ὑπερέχει τὸν τριακοντα, γραφήτων ὁ αὐτὸς ἐν τῷ πρῶτῳ βαδμῷ, ἐν δὲ τῷ ἑτέρῳ καὶ τελευταῖον γραφήτων ὁ 3: χαρακτῆρ ὁ ἐν τῷ εδῆ, κέμειος, καὶ ἕως ζῶδιον εἶναι παραστατικὸς.

	δ	ε	ζ	η	θ
	12:	24:	36:	48:	60:
8:	3	3	4		
η	6	12	16		
35	7:	14:	18:		
9	0	0	40:		
16	3	6:	8:		
	12:	24:	32:		
	α	β	γ	δ	ε

Ζ: 0
 3: 16: 33: 53: 12: 31:

Αὐτοὶ ταυτοῖσι τοῖς τρόποις οἱ τῶν Ἀστρονομικῶν ἀπόμνηται προβλημάτων, καὶ περὶ τῶν ζητούμενων ἢ αὐτῶν ἐπιχειρήματα εὑρίσκειν, εἰδῶσι πολλαπλασιάζειν μοίρας καὶ λεπτά οἰδιόποτε εἰδῶς ἐφ' ἑαυτὰ ἢ πρὸς ἕτερα. Ἐπει δὲ ἑκάστου τῶν προσημνιούμενων τρόπων ἢ πατάσκειν ἢ χρῆσθαι ἀπὸ ἀλλήλων, ἐπιυρῶν τινος καὶ ἑτέρας τῶν Μήθωδον, ἢ περὶ τῶν ἐξήκοντάδων καλοῦσι Μήθωδον, ὡς καὶ ἐκ τῶν ἀπὸ ποταμοῦ εἰς τὸν τῷ Διαγράμματος τῶν ἐξήκοντάδων κατασκευασίαν, ἔχουσι δὲ αὐτῶν εὐχερῶς πολλαπλασιάζειν λεπτά οἰδιόποτε ἐφ' ἑαυτὰ ἢ πρὸς ἕτερα.

Ἔστι δὲ τῶν ἐξήκοντάδων Διαγράμμου παραλληλογράμμου ἐν ὀρθογωνίῳ ἐπιρόμπος, οὗ ἑκατέρω τῶν πλευρῶν εἰς μέρη ἐξήκοντα εἶσα ἀλλήλοις διαιρεῖται. Ἄν δὲ τὰ τῷ μήκους μέρη μίξω εἶναι

των τῶν πλατύς· ἑκατὸν ἑκάστου ἄσπιν· καὶ τὸ ὅλον τῶν ὅλων· Ἔπεια ἀφ' ἑκάστου σπείρει ἑκατὸν, τῶν πλεονάζοντων φησὶ τὴν ἀνάστασιν τῶν αὐτῶν παραλληλογράμμων εὐθείαι ἀζονται παραλλήλως ἀλλήλαις τοῖς ἑκάστοις ἀπὸ τῆς ἀνάστασιν τῶν ὅλων, αἱ μὲν πάλαι τῶν πλατύς· αἱ δὲ ταῖς τῶν μίκρας, ὡς διαμειρίσθαι τὸ τὸ παραλληλογράμμιον ἑξήκοντα· οἱς τοσαῦτα ἑξήκοντα μέρη, ἢ ταῦτα παραλληλόγραμμα ὀρθογώνια ὄμνη· τῶν ὅλων, ὅσας ὀ τετραγώνους ἀριθμοὺς εὐ ἑξήκοντα περιέχει μονάδας. Ἐν ἑκατέρῳ δὲ τῶν πλεονάζοντων ὅλων ἐγγράφονται· καὶ αἱ ἀριθμοὶ ἀπὸ τῆς αὐτῆς μονάδος, ἢ ἀπὸ μίας εἰς τὴν ἀρχόμενοι, ἢ μέχρι τῶν ἑξήκοντα ἀποπαράτῳ· τάτθεται δὲ ἡ κοινὴ μονὰς ἐν τῷ πρώτῳ τῶν ἐλαχίστων παραλληλογράμμων, τῶν δὲ τὰ δεξιὰ κειμένων μέρη τῶν μίκρας πρὸς τὰ ἀνω. ἑξήκοντα δὲ ταῦτες, καὶ ἑκά-
 τερῶν μέρους, οἱ λοιποὶ κείνται ἀριθμοὶ καὶ τὸ φυσικὸν αὐτῶν χύμα. ὁ δὲ δύο ὀλοῖντι, ὁ τρία, ὁ τέσσαρα, καὶ οἱ λοιποὶ μέχρι τῶν ἑξήκοντα, ὡς φησὶται, τῶν δὲ ἐν τῷ μίῳ τῶν πλεονάζοντων ἑκάστου εὐ ἑκατὸν ἑκάστον ἐν τῷ ἑτέρῳ πολλαπλασιασμένων, ἢ τῶν γινόμενων ἐπὶ τῶν ἑξήκοντα μινόμενου, εἰς τὴν ταύτην ὑπερέχει, ἢ ἑξήκοντα ἐν τῷ παραλληλογράμμῳ, εἰ δὲ συντρέχουσιν οἱ πολλαπλασιασθέντες ἀριθμοὶ ὁ τῶν ἐναπολειπόμενων ἐκ τῆς διαμερίσεως, ἢ τῶν ὡς πηλικοὶ διδομένοι. τὸ μὲν δὲ τὰ δεξιὰ πηλικοῦ παραλληλογράμμιον μίρα· γὰρ δὲ καὶ τὰ ἀριστερά.

Καὶ τὴν μὲν κατασκευὴν τὸ διάγραμμα ταῦτο ὡς πῶς ἔχον, ἢ δι τὴν χρῆσιν τοιαῦτα. Βυθόμενος δὲ πολλαπλασιασμοὺς ἀριθμῶν τῶν ἐπὶ τὸς τοῦ ἑξήκοντα, εὐ οἰοῦντο, ἢ αὐτὸν τὸν ἑξήκοντα εὐ ἑκάστον, λαβεῖν ἄλλο μὲν τῶν ἀριθμῶν ἀπὸ τῆς μίας πλευρᾶς, εὐ εἰσπίπει τὴν πλατύς, ἄλλο δὲ ἀπὸ τῆς ἑτέρας. ἔπειτα σκόπει ἐν τίνι τῶν ἐπὶ τῶν παραλληλογράμμων ἀμφοῦ σφαιρί-
 χου, καὶ εἰρήσῃ πῶσα εἰν τῶν αὐτῶν εἰδῶν τῶν γινόμενων περιέχονται, καὶ πῶσα τῶν προσημιόνων. Ἐν τῷ πρώτῳ σφαιρίχῳ οἱ πολλαπλασιασθέντες πρῶτον λέγεται εὐ κατασταθῶν, ἢ δι αὐτὸ τῶν πῶσα μὲν αὐτῶν περιέχεται, πῶσα δὲ πρῶτα διὰ τῆς τῶν ἐπὶ τῶν παραλληλογράμμων πολλαπλασιαστικῆς. Τὸ γὰρ ἐναπολειπόμενον διὰ τῆς τῶν γινόμενων διαμερίσεως ἐπὶ τὸν ἑξήκοντα, ἢ ἐν τῷ κοινῷ παραλληλογράμμῳ τὰ δεξιὰ ἐπέχει μίρα διυτέρα λεπτὰ περιέχει, τὸ δὲ ὡς πηλικοὶ περιχόμενον πρῶτον ἀπὸ τῶν ἀριστερῶν τῶν αὐτῶν παραλληλογράμμων, εἰ οἱ πολλαπλασιασθέντες συντρέχουσιν ἀριθμοὶ, ἔσονται ἐπέχει.

Τὸ μὲν ἐν τῷ ἑξήκοντα τῶν διαγράμμιον ταῦτο ὡς εἶναι, καὶ τοιαῦτα τῶν ἐπὶ τῶν ἀφῆσαν περιέχεται. Ἐπει δὲ ἐπὶ τῆς ταύτην ταύτην κατασκευῆς ἀνάγκη εὐκταίη· τὸ μὲν μίκρας ἐπίκειται τῶν δύο πολλαπλασιαστικῶν πῶσα, καὶ μὴ σφαιρίχου εἰς τὸν ἐπὶ τῶν παραλληλογράμμων ἀριθμῶν ἐπὶ τῶν παραλληλογράμμων, τὸ δὲ πλατύς ἐπίκειται τῶν πῶσα πῶσα καὶ κατασκευῆς ἐν παραλληλογράμμῳ τῆ, οἷον τὸ αὐτῶν β, ἢ μίκρας μὲν τὸ δὲ β, μίρα εἰς τῶν πῶσα, πλατύς δὲ τὸ αὐτῶν α, ἴσων χιλιῶν ἐπὶ πρῶτον. Ἔπειτα δὲ τὸ μὲν μίκρας διαμερίσει εἰς μίρα δύο καὶ τριάκοντα, τὸ δὲ πλατύς εἰς τίσσαρα καὶ τριάκοντα, ἀφ' ἑκάστου δὲ σημείου ἑκατέρῳ τῶν α β, αἱ γραμμῶν ἑξήκοντα ὀλοῖντι παραλλήλως, αἱ τὸ τῶν α ἢ β, ἐμβαδὸν διαμερίσθαι εἰς παραλληλόγραμμα ὀρθογώνια ὄμνη· τῶν ὅλων καὶ ἀλλήλαις οὐκ αἱ ἀλλήλαις πρὸς τοῖς χιλιῶν ταυταῖς γὰρ μονάδας περιέχει καὶ ὁ γινόμενος ἐν τῷ πολλαπλασιασμῷ τῶν μίκρας ἐπὶ τῶν πλατύς. Ἔπειτα δὲ ὡς κατασκευῆς ὄμνη, ἀρχόμενοι ἀπὸ τῶν πῶσα τῶν α β, γραμμῶν ἐγγράφουσιν ἐν ἑκάστῳ ὀρθογώνιον καὶ δύο ὀρθογώνια καὶ δύο παραλλήλως ἀρχόμενος, ἢ μέχρι τῶν τριακῶν τρίτῳ ἀναπληρῶσι τὸν ἑξήκοντα· ἀρχόμενοι δὲ καὶ ἀπὸ τῶν διυτέρῳ μίρας τῆς α β, γραμμῶν ἐγγράφουσιν ἐν ἑκάστῳ ὄμνη ὀρθογώνιον ἀπὸ τῶν ἀριθμῶν ἀπὸ μονάδος ἀπὸ τῶν ἀρχόμενος, ἢ μέχρι τῶν τριακῶν πρῶτον ἀποπαρῶσι γὰρ τριακῶν ἀριθμῶν. Ἀρχόμενοι δὲ ἀπὸ τῶν δευτέρῳ μίρας τῆς α β, πλεονάζοντες ἐγγράφουσιν ἐν αὐτῷ μὲν τῶν τριακῶν ἀριθμῶν ἐν δὲ τοῖς ἑπομινοῖς πρὸς τὰ κάτω τῶν λοιπῶν ἀριθμῶν ἀπὸ δύο ἐν ἑκάστῳ, ἢ μέχρι τῶν β' μίρας τῆς α β, πλεονάζοντες ἀποπαρῶσι τὸν ἑξήκοντα. Ἐπει πολλαπλασιασθέντες ἑκάστον ἀριθμῶν τῶν ἐπὶ τῶν ἑξήκοντα, ἐγγράφουσιν αὐτὸ ἐν ἑπομινοῖς οἱ πολλαπλασιασθέντες ἀριθμοὶ παραλληλογράμμιον, εἰς τὴν ἐπιπέδῳ ἀπὸ τῶν ἐπὶ τῶν ἑξήκοντα, οἱ πολλαπλασιασθέντες ἀριθμοὶ ἀπὸ τῶν ἑξήκοντα, τὸ δὲ ὡς πηλικοὶ διδομένοι μὲν τὸ ἐναπολειπόμενον γράφουσιν ἐν τῷ κοινῷ παραλληλογράμμῳ τῶν πολλαπλασιασθέντων ἀριθμῶν. Οἱ οἱ πολλαπλασιασθέντες τῶν β' χαρακτηριστικῶν τῶν α β, χαρακτηριστικῶν τῶν α β, πλεονάζοντες ἐπὶ τὸν δ' χαρακτηριστικῶν τῶν α β, ἐπὶ ὁ γινόμενος ἑξήκοντα ὑπερέχει τὸν ἑξήκοντα τίσσαρα μονάδων, ὁ δὲ οἱ μίρα μίρα ἐπὶ αὐτῶν τῶν ἑξήκοντα, αἱ μὲν πηλικοὶ περιέχεται μονάδας, ἐναπολειπόμενα δὲ τίσσαρα, ταῦτα γὰρ γράφονται ἐν ὀρθογώνιον ἀπὸ τῶν πῶσα πῶσα, ὡς πῶσα καὶ τίσσαρα χαρακτηριστικῶν γὰρ τῶν ὀρθογώνιων καὶ ἐν τῷ κοινῷ ἀπὸ τῶν πῶσα πῶσα ἀριθμῶν, ὡς πῶσα καὶ τῶν λοιπῶν γινόμενων συστάται τὸ τῶν πῶσα πῶσα. οἷον τὸ α' ε' η' ζ', πολλαπλασιασθέντες δὲ ἑκάστον ἀριθμῶν τῆς α β, πλεονάζοντες ἀπὸ τῶν ἀριθμῶν τῆς β γ, ἢ τῶν γινόμενων μινόμενος ἐπὶ τὸν ἑξήκοντα, ἐγγράφουσιν ὁμοῖως ἐν τῷ κοινῷ ἀπὸ τῶν πῶσα πῶσα τῶν πολλαπλασιασθέντων ἀριθμῶν τῶν ἐναπολειπόμενον, καὶ τὸ ὡς πηλικοὶ

	60	59	58	57	56	55	54	53	52	51	50	49	48	47	46	45	44	43	42	41	40	39	38	37	36	35	34	33	32	31	30
	60	59	58	57	56	55	54	53	52	51	50	49	48	47	46	45	44	43	42	41	40	39	38	37	36	35	34	33	32	31	30
	59	58	57	56	55	54	53	52	51	50	49	48	47	46	45	44	43	42	41	40	39	38	37	36	35	34	33	32	31	30	
	58	57	56	55	54	53	52	51	50	49	48	47	46	45	44	43	42	41	40	39	38	37	36	35	34	33	32	31	30		
	57	56	55	54	53	52	51	50	49	48	47	46	45	44	43	42	41	40	39	38	37	36	35	34	33	32	31	30			
	56	55	54	53	52	51	50	49	48	47	46	45	44	43	42	41	40	39	38	37	36	35	34	33	32	31	30				
	55	54	53	52	51	50	49	48	47	46	45	44	43	42	41	40	39	38	37	36	35	34	33	32	31	30					
	54	53	52	51	50	49	48	47	46	45	44	43	42	41	40	39	38	37	36	35	34	33	32	31	30						
	53	52	51	50	49	48	47	46	45	44	43	42	41	40	39	38	37	36	35	34	33	32	31	30							
	52	51	50	49	48	47	46	45	44	43	42	41	40	39	38	37	36	35	34	33	32	31	30								
	51	50	49	48	47	46	45	44	43	42	41	40	39	38	37	36	35	34	33	32	31	30									
	50	49	48	47	46	45	44	43	42	41	40	39	38	37	36	35	34	33	32	31	30										
	49	48	47	46	45	44	43	42	41	40	39	38	37	36	35	34	33	32	31	30											
	48	47	46	45	44	43	42	41	40	39	38	37	36	35	34	33	32	31	30												
	47	46	45	44	43	42	41	40	39	38	37	36	35	34	33	32	31	30													
	46	45	44	43	42	41	40	39	38	37	36	35	34	33	32	31	30														
	45	44	43	42	41	40	39	38	37	36	35	34	33	32	31	30															
	44	43	42	41	40	39	38	37	36	35	34	33	32	31	30																
	43	42	41	40	39	38	37	36	35	34	33	32	31	30																	
	42	41	40	39	38	37	36	35	34	33	32	31	30																		
	41	40	39	38	37	36	35	34	33	32	31	30																			
	40	39	38	37	36	35	34	33	32	31	30																				
	39	38	37	36	35	34	33	32	31	30																					
	38	37	36	35	34	33	32	31	30																						
	37	36	35	34	33	32	31	30																							
	36	35	34	33	32	31	30																								
	35	34	33	32	31	30																									
	34	33	32	31	30																										
	33	32	31	30																											
	32	31	30																												
	31	30																													
	30																														
	29																														
	28																														
	27																														
	26																														
	25																														
	24																														
	23																														
	22																														
	21																														
	20																														
	19																														
	18																														
	17																														
	16																														
	15																														
	14																														
	13																														
	12																														
	11																														
	10																														
	9																														
	8																														
	7																														
	6																														
	5																														
	4																														
	3																														
	2																														
	1																														

A
B
C
D
E
F
G
H

πυλίκον ἐξ αὐτῶν παραγόμενον, καὶ ὕψω συνίσταται τρίγωνόν τι ὀρθογώνιον, οἷον τὸ Α' Β' Γ', οὗσι δὲ ταῖσι τοῖς χημῶσι χρώσται ἐπὶ τῷ Πολλαπλασιασμῷ τῶν λεπτῶν ἐφ' ἑαυτὰ ἢ πρὸς ἕτερα παραβαλλόμενον. Πικρία μὲν τοι τῶν διδομένων ἀριθμῶν ὑπερίχει ἑκάτερος τὸν τριάκοντα, τότε δὲ τῆτος ἀπὸ τοῦ τριγῶν λαμβάνουσιν. ὅτι δὲ ἀμφὶ ἐλλείπουσιν, ἢ ἄτερος μὲν ἐλλείπει, ἄτερος δὲ ὑπερίχει, τραπεζαία ἀπὸ τῆς τριγῶνίως τύτης λαμβάνουσιν.

Δεῖ δὲ σκοπεῖν ἐπὶ τῆς τῆτος χρίσεως ὁποῖα εἶδος ἐστὶν ἑκάτερος τῶν πολλαπλασιαζομένων ἀριθμῶν. Τῶν γὰρ ἔγνωσμένων γινώσκεται πάντως ἢ ὁ ἐξ αὐτῶν γινόμενος ὁποῖα εἶδος λεπτά καὶ αὐτὸς παρίσκειν. ἔγνωσται δὲ καὶ τοῦτου γινώσκεται καὶ τὰ ἐν τῇ κοινῇ τῶν πολλαπλασιαζομένων συνδρομῇ ὁποῖα ἐστὶν εἶδος. Ἐποικίδω ἔν τὸν μὲν 8: χαρακτῆρα τῆς Α' Ε', πλευρὰς πρώτων λεπτῶν εἶναι παρασκατικόν, τὸν δὲ τῆς Ε' Η', δευτέρων. ὁ γου γινόμενος ἐξ αὐτῶν τρίτα παρίσκει, καὶ τὰ προσημεία. Ἐπει δὲ μεμύρισται ἐπὶ τὸν ἔξηκοντα, καὶ αἰς μὲν πηλίκον παρέχει μονάδα, ἐναπολείψουσαν δὲ τέσσαρα, ὅλον ὅτι τῶν ἐν τῇ κοινῇ αὐτῶν συνδρομῇ ἀριθμῶν, ἡτοι τῶν ἐν τῷ ἔχειται τὸν ἀσπίσκον ὀρθογώνιον, ὁ μὲν 4: χαρακτῆρ τρίτα λεπτά παρίσκει, τὸ αὐτοῦ γὰρ εἶδος ἐστὶ τὰ ἐναπολειπόμενα τῷ ὅλῳ, ἢ δὲ μονὰς ἐν δευτέρον. Ὡσπερ γὰρ διὰ τῆς Πολλαπλασιαστικῆς τῶ ἔξηκοντα εἰς τὰ ἑλάττω τὰ λεπτά ἀναλύεται, ὕψω διὰ τῆς Διαρίσεως τῶ αὐτῷ εἰς τὰ μίξω ἀναγίνεται. Εἰς τραυατῆρ δὲ τῶν κατὰ πηλίκον ἔσω πολλαπλασιαστικῶν λεπτὰ α'. ἐξ ἢ τριάκοντα, ἐπὶ λεπτά γ'. δυοκαίδεκα. Ἀφθόγῳ γὺν ὁ ἐξ ἢ τριάκοντα ἀριθμὸς ἀπὸ τῆς Α' Ε', πλευρὰς, ὁ δὲ δυοκαίδεκα ἀπὸ τῆς Ε' Η'. εἶτα ζητηθῆτω ἡ κοινὴ τῶν συνδρομῶν, καὶ ἐπὶ ἐν ὑπὲρ κείναι ὅ,τε ἑπτὰ χαρακτῆρ, καὶ ὁ δυοκαίδεκα ἀριθμὸς, φανερὸν ὅτι τὰ ἐξ καὶ τριάκοντα πρώτα λεπτά πολλαπλασιαζόμενα ἐπὶ τὰ δυοκαίδεκα τρίτα, παρίσκει τῆταρτα μὲν δυοκαίδεκα, τρίτα δὲ ἑπτὰ. Τῶτον δὲ τὸν τρόπον διύση πολλαπλασιαζέειν καὶ ὅσους ἄλλω εἶδος λεπτά ἐφ' ἑαυτὰ ἢ ἐφ' ἕτερα τραυατῆρ μὲν τοι τὰ προσημεία.

Ἐπειδὴν δὲ πρόκειται σοι πολλαπλασιάζειν ἐφ' ἑαυτὰ μίρα πηλίκω τῷ ἔξηκοντα, καταμετρῶντα δηλ. αὐτὸν, φερ εἶπειν, τρίτα, πέμπτα, καὶ εἰκοσά, ὑψὸς λογίζω. Τὸ τρίτον τῷ ἔξηκοντα εἰς τὰ εἰκοσι, τὸ δὲ πέμπτον τὰ δυοκαίδεκα, καὶ τὸ εἰκοσὸν τὰ τρία: ἅτινα ἀδήλοισ συνάπτομενα πεινῶσι τὸν πῆτα καὶ τριάκοντα ἀριθμῶν. λαβὼν δὲ τῶτον ἐφ' ἑκατέρας τῶ ἔξηκοντάδος τριγῶντων πλευρὰς σκοπεῖ ἐν τῇ ὀρθογώνιῳ ἀμφὶ συντρέχουσι. καὶ ἐπὶ εὐρίσκειται συντρέχουσι ἔνθα τὸ λ': ὅλον ὅτι παρίσκει εἰκοσι καὶ εἰκοσιπίπτε, τὰ μὲν τῷ αὐτῷ εἶδος τῷ ἔξηκοντα, τὰ δὲ τῷ προσημείω. Ὅτι δὲ διὰ τὰ ταῦτα διαγράμματος ἔχει πολλαπλασιάζειν καὶ μοίρας πρὸς ἑαυτὰς καὶ μέρη, φανερὸν, ἀγέγονται γὰρ αἰτι μέραι καὶ μοίραι εἰς τὸν ἔξηκοντα ὡσπερ καὶ τὰ λεπτά, καθάπερ εἶρηται. ἔξηκοντα γὰρ μοίραι, ἢ μέραι, μίαν πρώτην ἀποπληρῶσι ἔξηκοντάδα.

Περὶ Διαρίσεως Ἀξρονομικῆς.

Ὅπως μὲν οὖν ἔχομεν πολλαπλασιάζειν τὸς τυχόντας Ἀξρονομικῶς ἀριθμοὺς ἐπὶ τὸς τυχόντας, ἐν τοῖς πρότερον ἤδη ἠρμήνευται. Ἐπὶ δὲ τοῖς Ἀξρονόμοις καὶ μερίζειν συμβαίνει, εἰ καὶ σπανίας, Ἀξρονομικῶς ἀριθμῶν ἐφ' ἑαυτῶν, ἢ ἐφ' ἑτέρω, καὶ τῆτος Ἀξρονομικῶς, ῥητίον ἐτι βραχία καὶ περι τῷ τρόπῳ τῆς Ἀξρονομικῆς Διαρίσεως. Δεῖ δὲ γινε εἰδέναι ὅτι ἐπὶ τῆς Ἀξρονομικῆς Διαρίσεως τῶναστὶν συμβαίνει τῷ ἐπὶ τῆς Ἀξρονομικῆς Πολλαπλασιαστικῆς. Ἐπ' ἐπίσης μὲν γὰρ πρώτα ἐπὶ πρώτα λεπτά, α' καὶ ἔξηκοντά ὁμοιάζεται παραβαλλόμενα, εἰτ ἔν πολλαπλασιαζόμενα δεύτερα ποιεῖ, τὰ δὲ διύτερα ἐπὶ τὰ διύτερα, τῆταρτα, ὡσπερ καὶ τὰ τρίτα, ἐπὶ τὰ τρίτα, ἔκτα. ἐπὶ ταῦτης δὲ καὶ τὰ β'. ἐπὶ τὰ β'. μερίζοντα μοίρας ποιεῖ, καὶ τὰ γ'. ἐπὶ τὰ γ'. ἐπὶ τὰ γ'. τὸ γὰρ παραχόμενον διὰ τῆς Διαρίσεως ὡς πηλίκον, πολλαπλασιαζόμενον ἐπὶ τὸν μερίσαντα ποίσει τὸν μερίσαντα, ὡς ἐν ἀρχῇ εἶρηται. Εἰ ἔν τὰ τε μερίζοντα καὶ τὰ μερίζοντα πρώτα εἰσὶν ἄμφω, ἢ διύτερα, ἢ τρίτα, ὅλον ὅτι τὸ πηλίκον μοίρας εἶναι παρασκατικόν. Αἰ γὰρ μοίραι ἐπὶ μὲν τὰ πρώτα πολλαπλασιαζόμεναι, πρώτα, ὡς πολλαπλῶς εἶρηται, ποιεῖ, ἐπὶ δὲ τὰ β'. δευτέρα, καὶ ἐπὶ τὰ γ'. τρίτα, ὡσαύτως καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων. δευτέρα δὲ ἐπὶ μὲν τὰ α'. μερίζοντα πρώτα ποιεῖ, ὅτι καὶ πρώτα ἐπὶ πρώτα πολλαπλασιαζόμενα διύτερα δίδωσι. ἐπὶ δὲ μοίρας δεύτερα, ὅτι καὶ αἱ μοίραι ἐπὶ διύτερα πολλαπλασιαζόμενα διύτερα παρίσκει. τρίτα δὲ ἐπὶ μὲν διύτερα μερίζοντα πρώτα δίδωσι, ὅτι καὶ τὰ πρώτα ἐπὶ τὰ διύτερα πολλαπλασιαζόμενα παρίσκει τρίτα, ἐπὶ δὲ τὰ α'. β'. διὰ τὴν αὐτὴν αἰτίαν, ἐπὶ δὲ μοίρας τρίτα, ὅτι καὶ αἱ μοίραι ἐπὶ τὰ τρίτα πολλαπλασιαζόμενα τρίτα ποίσει. Ὡσα ὁ βυλομόμος εἰδέναι ἐπὶ τῆς τῶν Ἀξρονομικῶν ἀριθμῶν Διαρίσεως ὁποῖα εἶδος εἶδος τὸ διδομένον ἐστὶν, ὅσους μέρη ἔχον τὸ τε μερίσαντος εἶδος σκοπεῖται τίσι τῶσι εἶδος παραβαλλόμενοι ποίσει διὰ Πολλαπλασιαστικῶν τὸ τε μερίσαντος εἶδος, καὶ αὐτῶν εἶσαι τὸ ζήτησεν.

Κεῖθε γὰρ μερισθῆναι πρώτα ἔξηκοντά ἐξ καὶ πεντηκοντα ἐπὶ μοίρας τέσσαρα σκαίδεκα, ὅτι μὲν ἔν τὸ πηλίκον εἶσαι τέσσαρα, ἐκ τῆς πράξεως ἔδωκεν, ἀμφιβάλλεται δὲ ὁποῖα εἶδος εἶσαι ταῦτα δὴ τὰ τέσσαρα. Ἐπὶ δὲ ἔγνωσμίον ἐστὶ τὸ εἶδος τῷ

56: | 4:
0
14:
δος τῷ

δος τῶ μρισαντος ἔλλοι: αἱ μοῖραι, ἢ εἰδόμεν ἐτι, ὡς αἱ μοῖραι ἢ δύναται ποιεῖσαι πρῶτα, ὅτι μὴ ἐπι πρῶτα πολλαπλασιαζόμεναι, ἐπι δὲ τῆς Διαρίσεως ὁμρισης ἐπι τὸ πηλίον πολλαπλασιαζόμενος ποιεῖ τὸν μρισθέντα, διὰ τὸ τοῖνον φαινῖν καὶ τὰ δοθέντα τέσσαρα ἐπι τὸ παρόντος πρῶτα εἶναι ἔξηκονα. Πολλαπλασιαζόμενα γὰρ ἐπι τὰς τέσσαρας ἢ δικά μοῖρας παρῖξεναι πρῶτα ἔξηκονα ἔξ ἢ πενήκοντα, ὅσα εἰσὶ ἢ τὰ μεριδίονα.

Ἐτι πρὸς τὸ εἶδέναι ὁποῖον ἀν εἶδος εἶν τα δίδόμενα ἐπι τῶ Μρισμῷ ἀφαιρητίον τὸν ἐλάττω α-ριθμῷ τῶν λιπτῶν ἀπὸ τῶ μρίζου, ἢ ὁ ἐναπολειπόμενος τῶ ζητουμένου εἶδους ἔσαι παρασατικός. Δίχεται δὲ ἐλάττω ἀριθμὸς ὁ τῶν μρίζων λιπτῶν, μρίζων δὲ ὁ τῶν ἐλαττωῶν. δαλ: τῶν μὲν α. ὁ ἀριθμὸς ἐλάττων λήγεται τὸ ἀριθμῷ τῶν δευτέρων, ὅτι καὶ ἡ μονὰς παρασατικῆ ὡσα τῶν πρῶτων ἐλάττων εἰς τῆς δυάδος παρασατικῆς τὰ β. ὁ δὲ τῶν β. ἀριθμὸς λήγεται ἐλάττων τῶ ἀριθμῷ τῶν γ. ὁ δὲ τῶν γ. τὰ τῶν δ. κρπὶ τῶν ἄλλων ὁμοίως. Μρισθέντων οὖν δευτέρων ἐπι πρῶτα, ἐπι τὰ μὲν πρῶτα παρίσκει μονὰς, ὡς εἴρηται, τὰ δὲ διύτερα δυὰς, ἀφελε τῆς δυάδος μονά-δα, ἢ ἐπι ἐναπολείπεται μονὰς γίνουσα ὅτι τὸ δίδόμενον διὰ τῶ Μρισμῷ ὡς πηλίον πρῶτα εἶσι λιπτά. ὡσα δὲ κρπ τρίτα ἐπι β. μρισθῶ, ἀφελε τὴν δυάδα ἀτὸ τὰ τρία, ἢ ἐπι ἐναπολείπεται μονὰς, πρῶτων ἔσαι κατὰυθα παρασατικὸν τὸ ὡς πηλίον δίδόμενον. Ἐὰν δὲ δ. ἐπι β. ὁμοίως μρισθῶ, ἀφελε τὴν δυάδα ἀπὸ τῆς τετραδος, ἢ ἐπι ἐναπολείπεται ἄλλοι δυὰς, δεύτερα πάντως ἔσαι τὰ δίδόμενα. Ὅτι δὲ τὸ αὐτῶ εἶδους λιπτά ἐπι λιπτά τῶ αὐτῶ μρισθῶσιν εἶδους, δὸς εἰπὲν εἴταρα ἐπι τέτταρα, ἐπι δὲ Ἀφαιρέσεως τῶ τέσσαρα ἀφ' αὐτῶ οὐδὲντι ἐναπολείπεται, τὸ δίδόμε-ιον ὄντων μοῖρας παρίσκει. Πηλίκῃ δὲ λιπτά ἐπι μοῖρας τύχουσι μρισθῆναι, ἐπι αἱ μοῖραι δι' ἑαυτῶ παρίστανται ἀριθμῷ, ἢ δι' αὐτὸ τὸ ὡς Ἀφαιρέσεως γίνεσθαι ἐνδύχεται, ταυκαυτα τὸ δίδόμενον ὡς πηλίον τῶ αὐτῶ εἶδους ἔσαι παρασατικὸν τοῖς μρισθῶσιν. Ἐὰν γὰρ, φέρ' εἰπὲν, διύ-τερα ἐπι μοῖρας μρισθῶ, ἢ τὸ δίδόμενον διύτερα παρίσκει λιπτά.

Καὶ ταυτα μὲν πρὸς ροτήρων τῶν ρηθισομένων κατάληψιν, γίνεται δὲ ἡ Ἀρρονομικὴ Διαρίσις ὡδι. Κομῖται τῶν ἀριθμῶν τῶ μὲν ὡς μρισσοτος τοῦ δὲ ὡς μεριθσομένου, σκοπιῶν πρῶ-τεροῦ ἑαυτεροῦ τῶν ἀριθμῶν ὁποῖον τινὸς εἶδους ἐσὶ. Κρπ μὲν εἶδος ἢ τῶ αὐτῶ ἢ διαφου ἑαυτεροῦ εὐ-ρισθῶ, μεριθῶ ὁ μρίζων ἐπι τὸν ἐλάττωα. εἶδὲ ἄτιρος μὲν ἰνὸς τινος ἐσὶν εἶδους παρασατικὸς ὡσον, ἄτιρος δὲ πηλίον, ἢ γιν ἑαυτεροῦ διαφου εἶδων περιπατικὸς ὑπάρχει, ἀμελιθῶτα τὰ πᾶσι μί-χρη τῶν ἐχάτων, ἢ τὰ ἐς ἑκατῶν ἀριθμῶ περιχόμενα πάντα ἰνὸς ἢ τῶ αὐτῶ εἶδους γίνουται, τὰ μεριδίονα ὁ μρίζων ἐπι τὸν ἐλάττωα, τὰ δὲ ἐναπολειπόμενα πολλαπλασιασθέντα ἐπι τῶν ἐξή-κοντα, ἢ ὁ γινόμενος μρισθῶ ἐπι τὸν μρισσοτα. Εἶδ' αὖτις ἐναπολειπόμενα τινὰ, πολλαπλα-σιασθέντα πάλιν κρκαῖνα ἐπι τὸν ἐξήκοντα, ἢ ὁ γινόμενος μρισθῶ ἐπι τὸν αὐτῶ, ἐφ' ὃν κρπ αὶ πρὸ αὐτῶ μεριθσοται, ἢ τὸ γινόμεν ἄχρη ἢ κατατήρη ἢ πρᾶξις εἰς εἴταρα, ἢ γιν εἰς ἔκτα, τὰ δὲ περαιτέρω περιύργα. Ὅσον ἔσω θελεῖν μοῖρας μὲν δευτῶ, λιπτά δὲ πρῶτα δυὸ ἢ τεσσαράκον-τα, ἢ διύτερα τέσσαρα ἢ τριάκοντα ἐπι μοῖρας μὲν ἔξ, λιπτά δὲ πρῶτα τρία ἢ πενήκοντα, ἢ δεύτερα ἄνα ἢ τεσσαράκοντα. Γραφομένων δὲ τα τῶ μρισθσομένου ἀριθμῷ ἢ μρισσοτος ἐν ε-ὐμν τὸ πρῶ χωρῖς, ὡς ὄρης, πολ-

λαπλασιασθέντων. αἱ ἐκτὰ μοῖ- ραι ἐπι τῶν ἐξήκοντα, ἢ ὁ γινόμε- νος αἱ ἀριθμὸς πρῶτα παρίσκει λιπτά. τούτων δὲ μρισθῶτα τὰ δύο ἢ τεσσαράκοντα πρῶτα λιπτά, ἢ γινέσται ὁ β: πρῶται τῶ αὐ- τοῦ παρασατικός λιπτῶν, ὁ τινος ἐπι τῶν ἐξήκοντα ὁμοίως πολλα- πλασιασθέντος γινέσθαι ὁ γ: ὡς τῆς δεύτερα πᾶσιως παρασατικῆς λι- πτῶν. Πρῶτα μρισθῶτα δὲ πρὸ γ: τῶν τεσσάρων ἢ τριάκοντα δεύτερον λι- πτῶν τῶ αὐτῶ μρισθσομένου ὁ γινόμενος δ: δευτέρων ἔσαι ἢ αὐ- τοῦ παρασατικῆς λιπτῶν. ἢ ἄτις ἀμελιθῶτα ὁ μρισθσομένος ἀ- ριθμὸς ἐπι λιπτά δεύτερα, ἢ τῶν ἐχάτων ἐν αὐτῶ ἐπίχρη χωρῖς. Τούτων δὲ τῶν τρόπων ἀναχθέντα ἢ ὁ μρισθῶν ἐπι τὰ ἐς κρπ ἐχάτα λιπτά δαλ: τὰ δεύτερα, ἢ ἔσω τῶν παρασατικῆς ὁ δ: τῶν δὲ γινόμενων μρισθῶτα ὁ δ: ἐ- πι τῶν ἔξ ἢ ἔσω πηλίον ἢ ζ': μονὰς ἢ τῶν μοῖρας παρίσκει. τὰ γὰρ δεύτερα λιπτά ἐπι τὰ δὲ τετρα μρισθόμενα μοῖρας παρίσκει, ὡς εἴρηται. ἐπι δὲ ἐναπολείπεται ὁ η': πολλαπλασιασθέντων	<table border="0"> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>8: 42: 34:</td><td>60:</td><td>53: 48:</td><td>η: 6526:</td></tr> <tr><td>60:</td><td>60:</td><td></td><td>60:</td></tr> <tr><td>α: 480:</td><td>360:</td><td>9:</td><td>391560:</td></tr> <tr><td>42:</td><td>53:</td><td></td><td>143280:</td></tr> <tr><td>β: 522:</td><td>413:</td><td>ε: 24828:</td><td>λ: 19140:</td></tr> <tr><td>60:</td><td>60:</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>γ: 31380:</td><td>24780:</td><td>κ: 15:</td><td></td></tr> <tr><td>34:</td><td>48:</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>δ: 31354:</td><td>ε: 24828:</td><td>λ: 19140:</td><td></td></tr> <tr><td>η: 6526:</td><td></td><td>60:</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>μ: 1148400:</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>155280:</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>ε: 6312:</td><td></td></tr> <tr><td>ζ: 1: 15: 48:</td><td></td><td>ρ: 40:</td><td></td></tr> </table>	0	0	0	0	8: 42: 34:	60:	53: 48:	η: 6526:	60:	60:		60:	α: 480:	360:	9:	391560:	42:	53:		143280:	β: 522:	413:	ε: 24828:	λ: 19140:	60:	60:			γ: 31380:	24780:	κ: 15:		34:	48:			δ: 31354:	ε: 24828:	λ: 19140:		η: 6526:		60:				μ: 1148400:				155280:				ε: 6312:		ζ: 1: 15: 48:		ρ: 40:	
0	0	0	0																																																										
8: 42: 34:	60:	53: 48:	η: 6526:																																																										
60:	60:		60:																																																										
α: 480:	360:	9:	391560:																																																										
42:	53:		143280:																																																										
β: 522:	413:	ε: 24828:	λ: 19140:																																																										
60:	60:																																																												
γ: 31380:	24780:	κ: 15:																																																											
34:	48:																																																												
δ: 31354:	ε: 24828:	λ: 19140:																																																											
η: 6526:		60:																																																											
		μ: 1148400:																																																											
		155280:																																																											
		ε: 6312:																																																											
ζ: 1: 15: 48:		ρ: 40:																																																											

ἢ ἕως ἐπὶ τὸν ἑξήκοντα, ἢ ὁ γινόμενος θ': τρίτων ὑπάρχων παρασατικός μερισθῆτω ἐπὶ τὸν ε': ἢ ἕως πηλίκον ὁ κ': ὅς ἐστι πρῶτα παρίσσει λεπτά. ὁ μὲν δὲ θ': τρίτων ἐστὶ παρασατικός, ὡς εἴρηται, ὁ δὲ ε': δεύτερον, τρίτα δὲ ἐπὶ δεύτερα μεριζόμενα πρῶτα παρίσσει, ὅτι καὶ τὰ δεύτερα ἐπὶ τὰ πρῶτα πολλαπλασιαζόμενα τρίτα, ὡς προδίδεται, ποιεῖ. Ἐπεὶ δὲ ἐναπολείπεται ὁ λ': πολλαπλασιασθῆτω κρυτός ἐπὶ τὸν ἑξήκοντα, ἢ ὁ γινόμενος μ': τετάρτων ὡν παρασατικός μερισθῆτω ἐπὶ τὸν ε': ἢ ἕως πηλίκον ὁ ν': ὅς ἐστι δεύτερα παρίσσει λεπτά. Τὰ γὰρ τέταρτα ἐπὶ τὰ δεύτερα μεριζόμενα δεύτερα παρίσσει, ὅτι καὶ τὰ δεύτερα ἐπὶ τὰ δεύτερα πολλαπλασιαζόμενα τέταρτα ποιεῖ. Ἐπεὶ δὲ αὐτὸς ἐναπολείπεται ὁ ξ': εἰδὼν ἢ τῶτον ἐπὶ τὸν ἑξήκοντα πολλαπλασιασθῆτω ἢ τὸν γινόμενον μερίσσει ἐπὶ τὸν ε': ἕξαις ἢ τρίτα λεπτά, τῶτον δὲ καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων τῶν ἐναπολειπομένων ποιών, ἕξαις ἢ τέταρτα, ἢ πέμπτα, ἢ ἕκτα.

Ἐῶς ὁ ἴτι διελθὼν ἄρας ὁ, λεπτά πρῶτα ἕξ: ἢ τριάκοντα, ἢ δεύτερα δύο καὶ πενήκοντα, ἐφ' ἄρας τέσσαρας λιπὶζὰ πρῶτα ἕξ: καὶ εἰκοσι, ἢ εὐτέρα τρία καὶ τεσσαράκοντα. Τῶτων οὖν κειμήτων πολλαπλασιασθῆσαν κριταῦθα

	ω:	ω:				λ: 4453:
	6:	36: 52:	4:	26: 43:	κ: 7809:	
	60:	60:			λ: 40:	λ: 4453:
α:	360:	2:0:	θ:	408540:	μ:	267180:
	36:	26:		148480:		107150:
β:	396:	266:	ε: 16003:	λ: 04453:	ε: 16003:	ξ: 11132:
	60:	60:				
γ:	23760:	15960:	κ: 29:		ν: 16:	
	52:	48:				
δ:	ε3812:	ε: 16003:				
κ:	07809:					
ι: 16003:						
ζ:	1: 29: 16: 41:					

αὶ ἕξ ἄραι ἐπὶ τὸν ἑξήκοντα, ἢ γινέσθω ὁ α': ἢ ἕται πάντως λεπτῶν πρῶτων παρασατικός, ὃ τινι προσεθῆσαν τὰ ἕξ ἢ τριάκοντα πρῶτα λεπτά τὰ ἐν τῇ μερισθῶσιν, καὶ γινέσθω ὁ β': πρῶτων ὡν ἢ αὐτὸς παρασατικός λεπτῶν, καὶ ἕτας ἀναλυθήσονται αἱ ἄραι εἰς πρῶτα λεπτά. Ἐῖτα πολλαπλασιασθῆτω ἢ ὁ β': ἀριθμὸς ἐπὶ τὸν ἑξήκοντα, ἢ ὁ γινόμενος γ': δεύτερα παρασῆσει λεπτά. τῶτον δὲ προσεθῆσαν τὰ δύο ἢ πενήκοντα δεύτερα λεπτά, ἢ γινέσθω ὁ δ': καὶ ἕτας ἀναλυθήσεται ὁ μερισθῶσιν ἀριθμὸς εἰς τὰ ἐν αὐτῷ ἕκτα. Τῶτον δὲ τὸν τρόπον ἀναχθῆτω ἢ ὁ μερίσων ἀριθμὸς εἰς δεύτερα ὁμοίως λεπτά, ἢ ἕως τῶτων παρασατικός ὁ ε': εἴθ' ὅτ μερισθῆτω ὁ δ': ἢ ἕως πηλίκον ἢ ζ': μίας ἄρας ἕσα παρασατικός, ἢ τὰ προσηρημένα, ἢ περὶ δὲ ἐναπολείπεται ὁ η': πολλαπλασιασθῆτω κρυτός ἐπὶ τὸν ἑξήκοντα, ἢ ὁ γινόμενος θ': μερισθῆτω ἐπὶ τὸν ε': ἢ τὸ πηλίκον κ': παρασατικῶν ἕσαι λεπτῶν πρῶτων. Ἐπεὶ δὲ πάλιν ἐναπολείπεται ἀπὸ τοῦ θ': ὁ λ': τρίτων ὡν ἢ αὐτὸς παρασατικός πολλαπλασιασθῆτω ἢ ἕτας ἐπὶ τὸν ἑξήκοντα, ἢ ὁ γινόμενος μ': τέταρτα παρασῆσει, ὅστις μεριζόμενος ἐπὶ τὸν ε': δώσει τὸν ν': δεύτερον ὅσα παρασατικῶν. Ἐναπολειπόμενοι τοῖς ἢ τῷ ξ': ἀπὸ τοῦ μ': εἰδὼν ἢ τῶτον ἐπὶ τὸν ἑξήκοντα πολλαπλασιασθῆτω, τὸν δὲ γινόμενον μερίσσει ἐπὶ τὸν ε': ἕξαις ἢ τρίτα. εἰδὲ καὶ παρατίρω προβῆς τῇ αὐτῇ χρωμῆος μεθῶν ἕξαις ἐπὶ κ. δ. ἢ ε. ἢ σ'.

Κ Ε Φ Α Λ Α Ι Ο Ν Ι.

Περὶ Εὐρέσεως ἡμίσεως, τοῖτε, τεταρτε, ἢ τῶν λοιπῶν πηλίκων ἡμερῶν εἴρωντε ἢ λεπτῶν.

Περὶ μὲν ὅν τῶν τεσσάρων τῷ ἀριθμῷ εἰδῶν ὅπως ἕκασον αἱ τῶν Ἀγρονομῶν μεθοδιούσιν Παιδες, ἀρκούσας οἶμαι ἐπιλέγειν, ὡς ἐνασθῆσαι τὸν βουλόμενον. Σαρρήντα τοῖσιν χρῆσθαι, ὅτε δὲ, ἢ μὴ τὰ σελῶν ἀποτυγχάνει. Ἐπεὶ δὲ ἢ περιτίτων ἄλλων προβάλλει εἰσάσαι, ῥητὸν ἢ δι καὶ περὶ αὐτῶν συντόμως. Πρὸς τοῖς ἄλλοις τοῖσιν Ἀγρονομικοῖς προβλήμασι, προβάλλεται ἔτι εἰς ζήτησιν ὑπὸ τῶν Ἀγρονομῶν ἢ τὸ ἕκτον, ἢ τρίτον, ἢ τέταρτον, ἢ ἄλλ' ὅτιον μέρος τῶν δεδομένων ἡμερῶν, ὡρῶν ἢ λεπτῶν τῶν αὐτῶν ὑρίσκειται δὲ τὸ ζητούμενον ἕτας. Ἀναλυθήσασιν πρῶτον αἱ δεδιῶσαι ἄραι εἰς τὰ ἕκτα λεπτά, ὡς προσηρημένα, ὅσα διαρισθῆτω ὁ γινόμενος ἀριθμὸς ἐπὶ τὸν ἀναλογητῶν τῇ ζητούμενῳ μέρει, ἢ τὸ πηλίκον ἕσαι τὸ ζητούμενον. Ἀναλογῆ δὲ τῇ μὲν ἡμίσει ὁ δύο, τῇ δὲ τρίτῳ ὁ τρία, τῇ δὲ τεταρτῶ ὁ τέσσαρα, ὡς περὶ ἢ τῇ πέμπτῳ

πέμπτῳ ὁ πίπτει, ὡς ἔτι καὶ ζητεῖται τὸ ἕμισυ μέρος μερισθῆς ἔσαι ὁ 2: ἔτι καὶ δὲ τὸ τρίτον ὁ 3: καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ἀναλόγως. Ζητηθῆτω δὲ τὸ ἕμισυ τῶν ἐν τῷ ἄρῳ, καὶ λεπτῶν πρώτων τίσσάρων καὶ τριάκοντα, ἕτινος εἰς εὐρίων πολυπλασιασθῆντων αἱ ἐντρία ἔσαι ἐπὶ τὸν ἔξικοττα, ὡς γὰρ ἀναλυθίσονται εἰς λεπτὰ πρῶτα καὶ γυγίδω ὁ 4: ἀριθμὸς. τῶν δὲ προσεδήσαντα τὰ τίσσα-ρα καὶ τριάκοντα πρῶτα λεπτὰ, καὶ ὁ γυγίδω β: ἴσος ἔσαι ταῖς ἐντρία ἄραις, καὶ τίσσαροι πρὸς τοὺς τριάκοντα πρῶτους λεπτοῖς, ὅς τις μερισθῆτω ἐπὶ τὸν 2: καὶ τὸ πηλίκον δηλ: ὁ γ: ἕμισυ ἔσαι μέρος τῶν δοθέντων ἄρων καὶ λεπτῶν.

Εἰδὲ τῶν αὐτῶν ἄρων καὶ λεπτῶν τὸ γ: ζητηθῆν μέρος, μερισθῆτω ὁ αὐτὸς β: ἐπὶ τὸν 3: καὶ τὸ πηλίκον δηλ: ὁ δ': ἔσαι τὸ ζητούμενον. Τῶν δὲ τὸν τρόπον εὐρίσκειται καὶ τὸ τέταρτον καὶ πέμπτον, καὶ ὅτι μὴ ἄλλο μέρος τῶν αὐτῶν ἄρων, καὶ λεπτῶν, ἢ καὶ ἄλλων τινῶν διὰ τὰ τίσσαρα ἢ πίπτει, ἢ ἄλλου τιδὸς ἀριθμῷ τῆς Διαρίσεως γυιομένης.

Ἰστέον δὲ ὅτι ὅποιος εἶδος λεπτῶν παραστατικὸς ἔστιν ὁ μερισθῆντος ἀριθμὸς, τοιού-τε εἶδος λεπτὰ ἐμφαίνει καὶ τὸ εὐρίθην μέρος, ὡς ἐπὶ τῷ παρόντος. Ἐπει δὲ ὁ β: πρῶτων λεπτῶν παραστατικὸς ἔστι, πρῶτα πάντως γα καὶ γ: παρίσκει, καὶ ὁ δ': ἂν ὁ μὴ ἕμισυ ταῦτ' ἔστιν, ὁ δὲ τρίτον. Ὅτε δὲ ἐναπολείπεται, τοῦ προσεχέστερον εἶδος λεπτὰ ἐμφαίνει, ὡς ἐπὶ τῷ δευτέρῳ συμβέβηκεν ὑποδείγμα-τος, τὰ γὰρ β: ἐπὶ τὸν τρία μερισθῆντος δίδεται μὲν αἰς πηλίκον ὁ δ': ἐναπολεί-φθη δὲ καὶ μονάς. ὡς ἐπὶ ὁ δ': πρῶτα παρίσκει λεπτὰ, δῆλον ὅτι ἡ μονάς δευτέρῳ ἔστι παραστατικὴ. Ἐπει δὲ πάλιν ὁ τρία ἐνταῦθα εἰληπται, ἂν δ' ἔσθ' ἰσὸς πρῶτον, ἢ τὸν διυτέ-ρων ἔξικοττα, ἢ ἐναπολειφθεῖσα πάντως μονάς ἐμφαίνει λεπτὰ διυτέρα εἰκοσι. τρίτον δὲ τοῦ ἔ-ξικοττα μέρος ἔστι καὶ ὁ εἰκοσι.

Εἰδὲ αἱ δοθεῖσαι ἄραι ἔχουσι καὶ λεπτὰ διυτέρα ἀναλυθῆναι δέον ταύ-τας εἰς διυτέρα. Οἷον προσκείσασαν ταῖς ἐντρία ἄραις καὶ λεπτοῖς 4. τίς-σαραι καὶ τριάκοντα λεπτὰ διυτέρα ἔξ ἡ εἰκοσι, καὶ ζητηθῆτω τὸ ἕμισυ αὐ-τῶν μέρος. Πολλαπλασιασθήσασα ἂν αἱ ἐντρία ἄραι ἐπὶ τὸν ἔξικοττα, ὡς πρότερον καὶ τὸ γυιομένην 4: προσεδήσαντα τὰ τίσσαρα καὶ τριάκοντα πρῶ-τα λεπτὰ, καὶ γυγίδω ὁ β: ἕτος δὲ πολλαπλασιασθῆτω ὁμοίως ἐπὶ τὸν ἔξικοττα καὶ τὸ γυιομένην γ: προσεδήσαντα τὰ ἔξ ἡ εἰκοσι διυτέρα λε-πτὰ ὅπως γίνονται ὁ δ': ὡς γὰρ ἀναλυθίσονται αἱ δοθεῖσαι ἄραι εἰς λε-πτά διυτέρα, ὡς πολλακίς ἔρρηται. Τῶν δὲ γυιομένων μερισθῆτω ὁ δ': ἐπὶ τὸν 2: καὶ τὸ πηλίκον ὁ ε': ἕμισυ μέρος ἔσαι τῶν ἐντρία ἄρων, λεπτῶν σφάραγας τίσσάρων καὶ τριάκοντα, καὶ δευτέρων ἔξ ἡ εἰκοσι. Εἰδὲ γὰρ ζητη-θῆν τὸ τρίτον τῶν αὐτῶν ἄρων καὶ λεπτῶν, μερισθῆν ὁ δ': ἐπὶ τὸν τρία, εἰδὲ γὰρ τέταρτον, ἐπὶ τὸν τίσσαρα ὡς καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων. Τῆ δ' αὐτῆ μεθόδῳ χροῖμας διυτέρῳ εὐρίων καὶ τὸ ἕμισυ, καὶ τρίτον, καὶ τέταρτον, καὶ ἄλλ' ὅτι μὴ μέρος πακτὸς ἀριθμοῦ ἄρων τε καὶ λεπτῶν οἰσθῆναι ποτε. Ὅτε γὰρ καὶ τρία, καὶ πένταρα λεπτὰ προσκείται ταῖς δοθείσαις ἄραις ἀναλυθῆναι ταύτας μέχρι τῶν ε-χάτων καὶ τὰ λοιπὰ ἡεκατῶν, ὡς προσημύνηται.

Εἰς τραυσίαν δὲ τῷ λόγῳ ἀνάπτυξιν, ζητηθῆτω καὶ τὸ τρίτον μέρος τῶν δο-θέντων ἄρων καὶ λεπτῶν πρώτων τε καὶ δευτέρων. Καὶ πρῶτον μὲν ἀναλυθῆσασαν αἱ αὐταὶ ἄραι εἰς λεπτὰ πρῶτων ἔξ ἡ εἰκοσι, ἔπειτα εἰς διυτέρα, ὡς καὶ πρότερον, ὁ δὲ γυγι-μένος δ': μερισθῆτω ἐπὶ τὸν τρία καὶ ἔσαι πηλίκον ὁ ε': ἐναπολειπόμενον τῶν δύο. ἀμείλασαι ὁ ε': ἀριθμὸς καὶ τὸ ζ' εὐκλείους τρίτον μέρος εἰς τῶν ἐν-τρία ἄρων καὶ λεπτῶν πρῶτων τίσσάρων καὶ τριάκοντα, διυτέρων δὲ ἔξ ἡ εἰκοσι. ἐπει δὲ ὁ δ': διυτέρα παρίσκει λεπτὰ, φανερὸν ἔσαι καὶ ὁ ε': διυτέρων ἔσαι παραστα-τικὸς. ὁ δὲ δύο καὶ τὸ μερισθῆν δύο τρίτα ἰσὸς διυτέρῳ, ταῦτον δ' εἰπὴν τρίτα πειθαρχεῖται. τὰ δὲ τίσσαρα καὶ τρία τρίτα μέρη τῶν ἔξικοττα περιέχει. Ὡ-τε βυλομένησθ' ὄφθαται ἡεκατὶ ἄραις καὶ πέντα πρῶτα ὁ διυτέρα λεπτὰ περιέχει τὸ εὐρίθην ἕμισυ μέρος ἢ τὸ τρίτον ἢ τὸ τέταρτον, ἀναλυθῆν τὰ λεπτὰ εἰς ἄρας ταῦτα δὲ γινώσκονται διὰ μερισμῶν καὶ αὐτὰ μέρος ἐναπολείπεται. καὶ μὴ ταῖς δοθείσαις ἄραις πρῶτα μόνον πρῶ-τα λεπτὰ, ἀλλὰ ὅτι εὐρίθην τὸ εὐρίθην μέρος μερισθῆται. εἰ δὲ ἐν τῶν πρώτων προσκείται καὶ διυτέρα, δισὶ τῶν ἑκατῶν πέντα, τρία, ὡς καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων.

Οἷον βυλομένησθ' ἡεκατὶ ἐπὶ πέντα εὐκλείους πέντα ἄραις, καὶ πέντα λε-πτὰ πρῶτα περιέχει τὸ ἕμισυ μέρος τῶν δοθέντων ἄρων καὶ λεπτῶν, δὲ ὁ γ: αἰ-μαρῶν αὐτῶν μερισθῆν ὁ ε': ἐπὶ τὰ περιέχεται πηλίκον ὁ ε': ἐναπολείπεται δὲ ἔπτα καὶ

ω:	
ρ:	34:
60:	
α:	540:
	34:
β:	574:
	17:
γ:	014:
	00
	287:

β:	574:
	270:
3:	004:
	001:
δ:	191:
	1:
	3:

0	
ρ:	34: 26:
60:	
α:	540:
	34:
β:	574:
	60:
γ:	3440:
	26:
δ:	14460:
	14466:
ε:	00000
ι:	17283:

δ:	34466:
	014:
3:	26:
	26:
	2:
ε:	11488:
	2: 2:
	8: 8:

γ:	287:
	47:
60:	
ω:	4: 47:

τίσσαρα

τεσσαράκοντα, δηλον ὅτι τὸ ἕμισυ μέρος τῶν ἐννία ὠρῶν, ἢ λιπτῶν πρώτων τεσσαρῶν ἢ τριάκοντα παρίσθην ὄρας μὲν τεσσαρας, λεπτά δὲ πρώτα ἐπὶ αὐτῆς τεσσαράκοντα.

Βαλομένως δὲ εἶδεναι καὶ ἐπὶ τῷ δευτέρῳ ὑποδείγματος ὅποσον ἔσαι τὸ τρίτον μέρος τῶν αὐτῶν ὠρῶν ἢ λιπτῶν μίρισσι τὸν δ': ἐπὶ τὸν ἑξήκοντα, ἢ ἐπὶ δίδωται πηλίκον ἐπὶ τῆς πράξεως. ὁ τρία, ἢ εἰσπολείονται ἑνδεκά, δηλον ὅτι τὸ τρίτον μέρος τῶν αὐτῶν ὠρῶν καὶ λιπτῶν περιέχει ὄρας μὲν τρεῖς, λεπτά δὲ πρώτα ἑνδεκά, ἐπὶ δὲ τῷ δ': προσκείται ἢ λεπτόν τὰ ε', τὴν δὲ ἰσὸν ἔστι εἰκοσι δευτέρως, γραφήσασαν ἢ τὰ εἰκοσι διύτιρα ἢ τῷ ἰδῶν τόμῳ, ἢ ἔσαι πένταως γι τὸ τρίτον μέρος τῶν ὀδοθισῶν ὠρῶν καὶ λιπτῶν περιεκτικῶν ὠρῶν μὲν τριῶν, λεπτῶν δὲ πρώτων ἑνδεκά, ἢ διύτιρων εἰκοσι.

Ἴνα δὲ ἢ τὸ ἕμισυ μέρος τῶν ἐννία ὠρῶν, λιπτῶν πρώτων τεσσαρῶν ἢ τριάκοντα, καὶ διύτιρων ἕξ ἢ εἰκοσι εἰς ὄρας ἀναχθῆ, μερισθῆτω τὸ μέρος αὐτὸ δηλ: ὁ ε' ὁ ἐπὶ τῷ γ'. ὑποδείγματος ἐπὶ τὸν ἑξήκοντα. ἢ ἐπὶ παρέχει πηλίκον τὸν η': μείζω τῷ ἑξήκοντα, εἰσπολείσεται δὲ ὁ δ': μερισθῆτω ἢ ὁ η': ἐπὶ τὸν ἑξήκοντα. διὰ μὲν γὰρ τῆς Διαίρεσιως τῶν ε' ἐπὶ τὸν ἑξήκοντα ἀνάσθην τὰ διύτιρα ἐπὶ τὰ πρώτα. διὰ δὲ τῆς τῷ η': Διαίρεσιως ἐπὶ τῶν αὐτῶν ἑξήκοντα ἀνάσθην τὰ πρώτα ἐπὶ τὰς ὄρας. Ὡστε ἐπὶ παρίχεται ἐπὶ τῆς διύτιρας Διαίρεσιως πηλίκον ὁ τεσσαρα, ἢ εἰσπολείσονται ἐπὶ αὐτῆς τεσσαράκοντα, πένταως γι τὸ ἕμισυ τῶν ἐννία ὠρῶν, ἢ λιπτῶν πρώτων τεσσαρῶν ἢ τριάκοντα, διύτιρων δὲ ἕξ ἢ εἰκοσι δίδωσιν ὄρας μὲν τεσσαρας, λεπτά δὲ πρώτα ἐπτά καὶ τεσσαράκοντα. ἐπὶ δὲ πάλιν εἰσπολείσονται ἐπὶ τῆς α. Διαίρεσιως ἢ λιπτὰ διύτιρα τρία πρὸς τοῖς δία, τὸ αὐτὸ ἄρα μέρος δίδωσι πρὸς τοῖς ἀλλοῖς ἢ λιπτὰ β. 13:

Τῶτον δὲ τὸν τρόπον γνωσθῆσεται ἢ τὸ γ'. μέρος τῶν αὐτῶν ὠρῶν ἢ λιπτῶν τὸ εὐρεθῆν ἐπὶ τῷ τεταρτῷ ὑποδείγματος, ἢ ὀπλικῶν ἀλλο. Ἐὰν δέποτε ἐπὶ τῶν Ἀστρονομικῶν προβλημάτων ἢ τῆς τῶν τριῶν Μεθόδου χρεια, πρῆκτον μὲν τῆν αὐτῶν τῶν ὀρων τάξην, ὡς προσημνύται περὶ τῆς αὐτῆς Μεθόδου, εἰσπλήκον δὲ τῆς τε πολλαπλασιασθῆσας ἀλλήλους τὸν β'. δηλ: καὶ γ'. ὁμοίου ἂν εἴναι εἶδος, ἐπὶ δὲ ἢ τὸν μερισθῆσας, ἴνα ὁ Πολλαπλασιασμός ἢ Μερισμός αὐτῶν τῆς Ἀστρονομικῆς γίνηται Ψηφορίας τρόπον. Ὡς ἔσω ἐπὶ παραδείγματος πρώτος μὲν ὀρος ὁ 365, 5: 48: 45: δεύτερος δὲ ὁ 360: ἢ τρίτος ὁ 365: ἢ γενήσεται ὁ 131400: ἐπὶ δὲ ὁ μὲν β. μοίρας παρίσθην, ὁ δὲ γ'. μίρας, πολλαπλασιασθῆτω ὁ ἕξ αὐτῶν ἐπὶ τὸν 24: ὅπως ἂν ὁ γινόμενος ὄρας παραστήσῃ, ἢ ἔσαι ἕτος ὁ 3153600: ἐπὶ δὲ ἐν τῷ α. ὀρων προσκείται ἢ λεπτά α. ἢ β. πολλαπλασιασθῆτω ὁ 3153600: ἐπὶ τὸν 60: ἢ γενήσεται ὁ 189216000: α. λιπτῶν παραστατικῶς, ἕτινος ἐπὶ τὸν 60: πολλαπλασιασθῆτω γινέσθην. ὁ 11352960000: β. λιπτῶν παραστατικῶς, ἢ ἕτος ἔσαι ὁ μερισθῆσόμενος. τὴν αὐτὴν γινέσθην ἢ ἐπὶ τῷ α. ὀρων, ἀναλυθῆτω δηλ: ὁ 365: εἰς ὄρας, ἢ τῷ γινόμενῳ προσεθῆσθῶσιν αἱ προσκείμεναι 5: ὄραι, ὁ δὲ συμπροσθεῖς ἀναλυθῆτω εἰς α. εἶτα ἢ εἰς β. καὶ γενήσεται ὁ 91556925: ἢ ἕτος ἔσαι ὁ μερισθῶν, ἐφ' ὃν μερισθῆτω ὁ 11352960000: ἢ τὸ πηλίκον μοιρῶν ἔσαι παραστατικῶν. ὅτι ἢ ὁ διύτιρος τῶν ὀρων τοιούτος, τὸ δ' εἰσπολείσθην πολλαπλασιασθῆτω ἐπὶ τὸν ἑξήκοντα, ἢ ὁ γινόμενος μερισθῆτω ἐπὶ τὸν αὐτὸν μερισθῆν, ἢ τὸ πηλίκον ἔσαι α. λεπτῶν παραστατικῶν. τὸ δ' εἰσπολείσθην αὐτῆς ἐπὶ τὸν 60: πολλαπλασιασθῆτω, καὶ ὁ γινόμενος μερισθῆτω ἐφ' ὃν ἢ ὁ πρότερον, ἢ τὸ πηλίκον δώσεισσι διύτιρα. ἔαν δὲ τὴν γίνηται ἢ ἐπὶ τῶν λοιπῶν, ἕξαις πάτας ἢ τρίτα λεπτά ἢ τέταρτα, ἢ τὰ λοιπά. Εἰδὲ γι ἢ τῷ διύτιρῳ ὀρων τὴ χασσι: λεπτά προσκείμενα, ἀναλυθῆτω πρώτος ὁ διύτιρος ὀρος ἐπὶ τὰ ἑξήκοντα λεπτά, ὁ δὲ τρίτος εἰς ὄρας ἢ οἱ γινόμενοι διὰ τῆς ἑκατέρου ἀναλύσεως πολλαπλασιασθῆσθῶσιν ἐπ' ἀλλήλους, ἢ ἕξαις τὸν μερισθῆσόμενος, τὰ δὲ λοιπὰ γινέσθην ὡς πρότερον, ἢ ἢ ἂν ἀμάρτης τὰ ἕλημμένα.

Καὶ τοσαῦτα μὲν περὶ τῆς Γεωμετρικῆς ἢ Ἀστρονομικῆς Ψηφορίας ἰκανῶς χάριν τῶν προβλημάτων, ἢ δὲ Θεὸς δίδῃ ἢ τῶν πράξεων σαφιστέρα πολλα μάλλον γινήσθην ἐπὶ τῆς τῶν Γεωμετρικῶν ἢ Ἀστρονομικῶν προβλημάτων Πραγμασίαις.

δ: { 191: 6: 1:
5: 3:
ω: , ,
3: 11, 20:
ε: { 17933:
593:
60: { 0433:
9: 013:
κ: { 87:
60: { 47:
ω
4: 47: 13:
π: α: "





BIBLION PRWTON ΠΕΡΙ ΤΟΥ ΘΕΩΡΗΤΙΚΟΥ ΤΗΣ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗΣ ΜΕΡΟΥΣ.

ΠΡΟΟΙΜΙΟΝ.

ΤΟΥ Πρώτου τῆς Ἀριθμητικῆς πληρωθέντος Μέρους, τῆ εἰς χρῆσιν ἀνήκοτος τῶν ἀριθμῶν, ἀπομνησθῆναι ἐστὶ διαλαβεῖν, καὶ περὶ τῷ δευτέρῳ ταύτης μέρει, τῷ τὴν φύσιν πᾶσι, καὶ ἐπιπέδῳ τῶν ἀριθμῶν, ἵτι γὰρ καὶ τὰς πρὸς ἀλλήλους τῶν αὐτῶν πολυπραγμοσύνης χρίσεις. Οὕτω δὲ ἐπιπέδου πᾶσι τὸ περὶ τῆς Ἀριθμητικῆς Ἐπιστήμης γινώσκται φιλοσοφώμα, ἥτις γὰρ ὅσοι μὲν χρίσιμος αὐτῶν καὶ ἀναγκαῖα παρ' ἀνθρώποις ἴσα διατελεῖ, εἴρηται ἐν Προοιμίῳ τῷ Α'. ταύτης Μέρους. ὅτι δὲ καὶ πρῶτον τῶν ἄλλων Μαθημάτων πρόκειται, ἔχει συναγαγεῖν, καὶ δι' ὧν ἐν ἀρχῇ συντετακμένως πάνυ εἴρηται, καὶ δι' ἄλλων ἐπιπέδου. νεκρῶσαι δὲ μάλλον ταῦτα περὶ τὸ ἐπιπέδου ταύτης υποκοίμιον, καὶ τὴν οἰκίαν ἀξίαν. εἰς δύο δὲ τὸ περὶ ὃ ἢ Μαθηματικῆ ἀπάσα καταγινώσκται Ἐπιστήμη διαιρημένη, εἰς τὴν ἐπιπέδου ποσῶν, ταυτὸν δ' εἰπὴν, τὰ μεγέθη, καὶ εἰς τὸ διαιρημένον, δηλ. τὸς ἀριθμῶν, ὡς ρηθῆσται ἐν τῷ οἰκίῳ τόπῳ, ἢ Ἀριθμητικῆ Ἐπιστήμῃ περὶ τῶν ἀριθμῶν, ὡς περὶ τὸ ἴδιον εἰρηται, τὴν αὐτῆς προβαλεῖται θεωρίαν, δι' ὧν τὰ πάντα συνίσταται πᾶσι καὶ ἀναπτύσσεται. Μὴ οὕτω γὰρ ἀριθμῶν, ἢ τριγώνων, ἢ τετραγώνων, ἀλλ' ὡς ἂν ὅστις τῶν γεωμετρῶν συστάται, ἢ τοῖς ἀνθρώποις γνωθεῖν. τίς δὲ ἔγνω τρίγωνον μὴ εἰδὼς τὸν 3: ἀριθμῶν; τρίγωνον δὲ ἐστὶ τὸ τρεῖς πλευρᾶς, καὶ γωνίας τρεῖς ἔχει. πᾶσι δὲ τετραγώνων τὴν ἑσάρτα ἀγνοοῦντες; ὅτι δὲ καὶ ἀναλογίας καὶ τάξεως πᾶσαι, αἷς τὰ ὅσα συντετακται καὶ διασώζειται, συναρρηκτο, τῶν ἀριθμῶν ἀναριθμῶν καὶ ἐστὶν ἀπίδαρον. συναρρηκθεῖσιν γὰρ αὐτῶν οἱ λόγοι, καθ' ἃς αὐτὰ συνίστανται. ὡς, συντέμνεις εἰπὴν, ἀναριθμῶν τῆς Ἀριθμητικῆς Ἐπιστήμης συναρρηκτοῦ καὶ αἱ λοιπῆς, καὶ μὴ δὲ καὶ ἀνάπαλιν. ἀναριθμῶν δηλ. τῶν ἄλλων Ἐπιστημῶν, συναρρηκτοῦ εἴσεται ταύτας καὶ ἢ Ἀριθμητικῆ. ἵτι δὲ τὸ συναρρηκτοῦ καὶ μὴ συναρρηκτοῦ, πρότερον ἐστὶ τῷ φύσει, ἢ Ἀριθμητικῆ πάντως πρότερον ἐστὶ τῷ φύσει, τῶν ἄλλων. ἐπὶ δὲ τοῖσιν καὶ πρότιμότερον, προτιμότερον ἀπὸ τῆς Ἀριθμητικῆς καὶ παρ' αὐτῷ τῷ τῶν ἄλλων Μαθημάτων, καὶ παρὰ τὸ ἴδιον ἵτι υποκοίμιον, περὶ ὃ καταγινώσκται. Εἰδέτε τις ἀκριβέστερον διαγινώσκται τὸ εἶδός, ἀναγινώσκται τὰ τῶν ἄλλων περὶ Ἀριθμητικῆς Ἐπιστήμης συγγραμμάτα, μάλλον δὲ τὰ παρὰ τὸ Νικομάχου εἰρηκτοῦ ἐν Προοιμίῳ τῆς Ἀριθμητικῆς αὐτῆς Εἰσαγωγῆς, ὅς καὶ κυριώτατος τῶν ἄλλων Μαθηματικῶν Ἐπιστημῶν τραπὼς ταύτων ἀποδείξας πρῆξις, ρίξας τε καὶ οἰοῖται μὲν πρὸς τὰς ἄλλας λόγους ἐπίχειρ εἶδός. ἐπεισοῖς μὲν δὲ καὶ τὸ λιγνὸν ἀποσώτερον, καὶ τὸ ἐπιπέδου ἀφθοσποραχίτερον. Ταῦτα δὲ ὡς ἐν τόπῳ Προοιμίου συντετακμένως πάνυ εἴρηται τῶν πρωτοτέρων χάριν, ἵνα μὴ τὸ χρίσιμον τὸ παρόντος ἀγνοοῦντες φιλοσοφώματος ἀθυρότεροι γίνωνται εἰς τὴν τῶν ρηθῆσμένων ἀερώσιν, ὡς τῶν τῶν τὸ διάφορον τῶν πρότερον προβληθέντων, ὅσοι καὶ θεωρία πρᾶξις ἀπαιτοῦσι. Πῶσαι δὲ αἱ κυριώταται τῆς Μαθηματικῆς Ἐπιστήμης ἐν ἄλλοις Θεῶν διδόντος δηλωθήσεται.

Διαιρηθῆσται δὲ καὶ τὸ Β'. ταῦτὸ Μέρους εἰς δύο τὰ καθολικώτατα. Ἐν ἐν μὲν τῷ Α'. περὶ τῶν συστατικῶν εἰδῶν τῶν ἀριθμῶν καὶ τῶν τῆτοις περιποιμῶν ὁ λόγος γινώσκται. Ἐν δὲ τῷ δευτέρῳ περὶ τῶν γραμμικῶν ἀριθμῶν, καὶ περὶ ἀναλογικῶν διαλεχόμεθα. Συνοματωτέρα δὲ ἢ ἐν ἑκατέρῳ γινώσκται Ἐρμηνεία, ἵνα μὴ τισὶ ἄσχετος εἴηαι δόξῃ, καὶ ταῦτα μάλλον ἀρχαίων περὶ ταῦτα ἀκριβέστερον τῶν λόγων πεποιτημένων, ὡς τὸ τῷ Νικομάχου τοῦ Γερασμοῦ περὶ Ἀριθμητικῆς Εἰσαγωγῆς βεβαίως φιλοσοφώμα. Πρὸς πρότερον δὲ τῶν ρηθῆσμένων καταλήψιν ἐκ τῶν τῶν λόγῳ ἀρξάμεθα.

Προδοιοκίσις.

Τὸ ποσὸν οἰοῖται τὸ μὲν συνεχῆς, τὸ δὲ διαιρημένον, καὶ συνεχῆς μὲν λέγεται τὰ μεγέθη, ὅσον τὸ μήκος, πλάτος, καὶ βάθος. διαιρημένον δὲ τὸ ἀριθμῶν, καὶ τὰ πλῆθος τι σημαίνοντα, ὡς ποίμνιον, δῆμος, χορδῆς, καὶ τὰ παραπλήσια. Ὅριζέται δὲ τὸ συνεχῆς ποσὸν ἔτω, καὶ τὸς πάλαι φιλοσοφώσαστας, συνεχῆς δηλ. ποσὸν εἶναι, ὡς περὶ τῆς ἐπ' ἀπειρον τοῦτον ἐπιδοχόμενον αὐξέται ἐπὶ τὸ ἑλαττον, ὃ καὶ πάλαι προσαγορεύεται, ὡς τὰ μεγέθη, ἐπ' ἀπειρον γὰρ αὐτῶν διαιρητὰ ὄντα, αὐξῶν μὲν ἐπιδοχῶνται τὰ πλῆθος τῶν μερῶν, ἐλαττωσιν δὲ τὰ μεγέθη. τὸ δὲ διαιρημένον, ὅτι εἶναι, ὡς περὶ τῶν ἐπ' ἀπειρον προδοικῶν ἐπιδοχόμενον αὐξέται ἐπὶ τὸ μείζον, ὃ καὶ αὐτὸ ταῦτο ποσὸν ἰδίως ονομαζέται ὡς

ται, ὡς οἱ ἀριθμοί. αἱ γὰρ αὐξανόμενοι ἢ καύουσι προχωρῦντες ἐπὶ τὸ μείζον. διὰ δὲ τὸ ἀριθμὸς, ὡς ἔν τῷ πρώτῳ, ἕτασι ὑπογράφεται. Αριθμὸς ἐστὶ πλῆθος ὀρισμῶν, ἢ μονάδων σύστημα, ἢ ποσότητος χύμα ἐκ μονάδων συγκείμενον. εἴρηται μὲν γὰρ πλῆθος, ἢ δὲ μονὰς ἀρχὴ, ἢ πηχὴ, ἢ ὀρισμῶν δὲ, ὅτι κἂν τὴν ἐπ' ἀπειρον ἐπιδέχεται προσθήκην, ἕδεις μὲντοι τῶν ἀριθμῶν ἐνεργεία ἀπειρὸς ἐστίν, σύστημα δὲ μονάδων, ὅτι πᾶς ἀριθμὸς ἐκ τούτων συγκείται μονάδων, ὅσων ἐστὶ παραστατικὸν χύμα διὰ ποσότητος, ὅτι ἐπὶ τὸ μείζον προκόπτει. ἐπεὶ δὲ καὶ τὸ συνεχὲς ποσότης ἐστίν, εἰς ἀσφιδιασολὴν τῆσι εἴληφε τὸ ἐκ μονάδων συγκείμενον, ἢ δὲ μονὰς ἀρχὴ, πηχὴ, ἢ ῥίζα παντὸς ἀριθμοῦ καθέστηκεν, ἂφ' ἧς καὶ τῶν ὄντων ἕκαστος ἀπλῶν τε καὶ συνθετῶν τὸ μοναδικόν κυκλῆσθαι. ὡσπερ ἦν ἡ μονὰς ἀδιαίρετος ἐστίν, ἕτα καὶ τῶν ὄντων ἕκαστος, ἢ τοιοῦτον ἐν λήγεται, διὰ τὸ μὴ εἰς ἕτερα, ὅσον αὐτὸ διαιρεῖσθαι. ἔδειν καὶ τοιούτων τετύχηκεν ὑπογραφῶν παρὰ τοῖς ἀρχαιοτέροις. τῆς μὲν ἦδ' ταύτης ἐστὶ ἀρίσταντο. μονὰς δηλ: ἐστίν, καθ' ἣν ἕκαστος τῶν ὄντων ἐν λήγεται. οἱ δὲ ἕτα, μονὰς ἐστὶ ἕτε ἀριθμῶ καὶ τῶν μορίων μεθόριον, λέγεται δὲ μεθόριον ἀριθμῶν τε καὶ τῶν μορίων, ὅτι ἀπ' αὐτῆς ὡς ἀπὸ σπέρματος, καὶ ῥίζης αἰδίου, καὶ τῶν Νικόμαχον. τὸ μὲν ποσὸν αὐξάνεται μεινταὶ διὰ τὸ πηλικόν, συμκρουομένης μὲν τῆς πηλικότητος τῶν αὐτοῦ μορίων, αὐξανομένη δὲ τῆ πλῆθους αὐτῶν καὶ τῆς παρονομασίας. εἰ γὰρ ὀρισμῶν τι μίγεδος εἰς δύο διαιρεθῆν ἑκατέρων μὲν τῶν τῆσ μορίων τῶν ἡμισίως ἄλλον πρὸς τὸ ὅλον ἔχει, καθ' ὃ καὶ παρονομάζεται, τῷ δὲ πλῆθει διπλασίῳ, τὰ γὰρ δύο τὰ εἶδος διπλασία. Ἐὰν δὲ αὐδὲς ἕκαστος τῶν μορίων εἰς δύο, ὅς ἐπιπείν, διαιρεθῆν, τὰ μόρια ταῦτα τῆ μὲν πηλικότητι ἐλάττωσάν ἐστι παρὰ μέρος τῶν τε προτέρων μορίων καὶ τῶ ὅλων, τῷ δὲ πλῆθει μείζονα. τὰ γὰρ τέσσαρα τῆ τε εἶδος καὶ τῶν δύο ὑπερίχει, τέταρτα δὲ παρονομάζεται. εἰδὲ καὶ ἐπὶ πλείον γίνονται ἢ διαστον, ὅλον ὅτι ἢ μὲν πηλικότης τῶν τῶ ὅλων μορίων συμκρουθήσεται, τὸ δὲ πλῆθος αὐτῶν καὶ παρονομασία μεγαλυθήσεται. Ἐπεὶ δὲ ἡ μονὰς ἔχαστος καὶ κοινὸν μέτρον τῶν ἀριθμῶν ἀπέδωκε καθέστηκεν, δυνάμει δὲ πᾶς καὶ ἕτα ταύτων ὑπογράφει. Μονὰς δηλ: ἐστίν ὑφ' ἧς ἕκαστος τῶν ἀριθμῶν μετρεῖται καὶ τὸ ἐλάχιστον.

Τίνα καὶ ποσα ἴδια τῆς Μονάδος τε Δυάδος.

Ἰδια δὲ ταύτης τὸ γεννητικὴν εἶναι παντὸς ἀριθμοῦ, τὸ τῆς κατ' αὐτὴν πολλαπλασιαζομένης ἀριθμοῦ μονάμωσ ἀλλοιῦσθαι, τὸ εἰς αὐτὴν ἕκαστος ἀριθμὸν ἔχαστος διαιρεῖσθαι. Ἐστὶ μὲν οὖν γεννητικὴ παντὸς ἀριθμοῦ, ἢ μὲν δὲ καὶ ἀριθμῶ. ὁ γὰρ ἀριθμὸς σύστημα μονάδων, ὡς εἴρηται, ἢ γὰρ τὸ ἐκ μονάδων πλῆθος. ἀφορμὴ γὰρ πλῆθους μονάας. Διὸ καὶ καὶ τὸν ψευδὸν εἰκόνα σώζειν Θεοῦ ἠξίωται λέγεσθαι. ὡσπερ γὰρ τὸ θεῖον μὴδὲν ὄν τῶν ὄντων, ποιητικόν πάντων πέφυκεν, ἀτρέπτου δὲ πάντῃ καὶ ἀπαλλοιώτου ὄν μεθίξει τοῖς ἄλλοις τὴν ἀντιψίαν δωρεῖται, ἕτα πως καὶ ἡ μονὰς μὲν ἕσα ἀριθμὸς προστιθέμενη ἢ ἀφαιρῶμένη τὰ τῶν ἀριθμῶν εἰδὴ πάντα συνίστησιν, ἀτρέπτου δὲ καθ' ἑαυτὴν ἢ ἀναλλοιώτως ὑπαρχουσα ἀτρέπτως διασώζει καὶ ἕσα ἀν ἀριθμῶς πολλαπλασιασθεῖσιν, ὡσπερ καὶ ἑαυτῆν. ἀπαξ γὰρ τὸ ἐν λαμβανόμενον, ἐν ἐστίν, ἀπαξ δὲ τὰ δύο, δύο, καὶ ἀπαξ τὰ τρία, τρία. ὡσαύτως καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων. Ἐστὶ πᾶς ἀριθμὸς ἡμισύς ἐστὶ τῶν παρ' ἑκάτερα αὐτῷ κειμένων, ἐμὲ μὲντοι λαμβανόμενων. παρ' ἑκάτερα γὰρ τῶ ε. ε. ἐστὶ καὶ ζ. τῶντων δὲ ἀλλήλοισι συναπτομένων συνίσταται ὁ β. ἢ ἡμισύς ὁ ε. καὶ ἡ μόνον τοῖς παρ' ἑκάτερα, ἀλλὰ καὶ τοῖς ὑπὲρ ἑτα ἐκατέρωθεν ὁμοίως ἔχει ὁ αὐτὸς ἀριθμὸς. Ὁ γὰρ ε. ἢ μόνον τῶν ε. καὶ ζ. ἡμισύς ἐστίν, ὡς εἴρηται, ἀλλ' ἐστὶ καὶ τῆ τέσσαρα καὶ ὀκτώ, καὶ τρία καὶ ἐπτά. ὁμοίως καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ἀριθμῶν. μόνη δὲ ἡ μονὰς τῶντων ἀπῆλλακται διὰ τὸ μὴδὲ ἔχειν ἐκατέρωθεν αὐτῆς ἀριθμῶς κειμένους, διὸ καὶ ἀριθμὸς ἐστίν, ἀλλ' ἀρχὴ ἀριθμῶν ἔχαστος δὲ εἰς αὐτὴν πᾶς ἀριθμὸς διαιρεῖται, ὅτι καὶ ἀδιαίρετος.

Ἡ δὲ Δυὰς πολὺ μὲν τῆς Μονάδος διετηγοχεν, ἢ μὲντοι ἀριθμῶς κυρίως ἐστίν, ἀλλὰ μίση πως λόγον ἐπέχει, ὅθεν καὶ τὴν ὄλων ὑποτυποῖ, καὶ ἐκ ἀριθμῶς ἀλλὰ δύοστον παρὰ τοῖς ἀρχαίοις ἐκαλείτο. πολλαπλασιαζομένη γὰρ ἐφ' ἑαυτὴν, καὶ συντιθέμενη τὴν αὐτὴν ἔχει ποσότητα. δις γὰρ τὰ δύο λαμβανόμενα τέσσαρα ποσῆ, καὶ δύο καὶ δύο συντιθέμενα ὁμοίως τέσσαρα ποσῆ. ἢ μὲν δὲ καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ἀριθμῶν ἕτως ἔχει. τρίς γὰρ τὰ τρία λαμβανόμενα ποσῆ τὸν ἐννέα. τρία δὲ καὶ τρία συντιθέμενα ἕξ συνίστησιν. Ἡ δὲ Τριάς ἀριθμῶς ἐστὶ κυρίως, καὶ ἀριθμῶν ὁ Α'. ἀρχὴν καὶ τέλος καὶ τὸν ψευδὸν καὶ μεσότητα ἔχων, πηλικύς μὲν ἕσα ἀρχὴ, δυάδος δὲ πρώτως μείζων.

Τίνα τὰ ὁλοσχερέεσσα τῷ Α' ἀριθμῷ Μέρη, ἢτοι Εἶδη.

Τὶ μὲν ἂν ἀριθμὸς καὶ ὅπως τοῖς πάλαι ὑπογράφεται, εἴρηται. Ἐπεὶ δὲ καὶ ὁ ἀριθμὸς ὡσπερ καὶ τὰ μετῆθε διχῶς εἰδέχεται διωρεῖσθαι, ἢ ἀπολύτως ὅλον: καὶ πρὸς ἕδεν ἄλλο ἀναφρομένως, ἢ χετικῶς, καὶ ἢ πρὸς ἑτέρῳ τι ἀναφίρεται, ἢ εὐτάκτως ὁ λόγος προβῆ, ἀπὸ τῶ ἀπλυστέρη πάντως προσήκει ἀρῶσθαι, τοῖστων δὲ τὸ ἀπολύτως διωρεῖσθαι. Διὸ καὶ καὶ τὸν ἀριθμὸν διελθῆν πρώτων εἰς ἂ ἀπολύτως λαμβάνεται, εἴτα καὶ εἰς ἂ πρὸς ἕτερον ἀναφίρεται.

Τὰ γὰρ ἀλοχρήσιμα τῷ ἀριθμῷ μέρη τὰ μὴ πρὸς ἕτερον ἀναριθμώμενα δύο εἰσὶν, ἄρτιον καὶ περιττόν, ὅθεν καὶ πᾶς ἀριθμὸς ἢ ἄρτιος εἶναι λέγεται ἢ περιττός. Ἐστὶ δὲ ἄρτιος ἀριθμὸς, κατὰ τὴν κοινὴν τῶν ἀρχαίων ὑπόληψιν ὁ εἰς δύο ἴσα διαιρεθῆναι δυναμὸς, μίσην μὴ παρεμπιπτόσης μονάδος, περιττός δὲ ὁ μηδέποτε δυναμὸς εἰς δύο ἴσα διαιρεθῆναι, διὰ τὸ παρεμπιπτεῖν μίσην μονάδα. Κατὰ δὲ τὴν Πυθαγόραν, ἄρτιος ἀριθμὸς εἶναι ὁ τὴν εἰς τὰ μέγιστα καὶ ἐλάχιστα τομὴν καὶ ταῦτὸ ἐπιδηχόμενος, μέγιστα μὲν πηλικύτητι, ἐλάχιστα δὲ ποσότητι, περισσὸς δὲ ὁ μὴ διαιρέσιμος τῷ παθῶν, ἀλλ' εἰς ἄλλα δύο εἶ τιμημένος. Λέγεται μὲν ἂν τῆν εἰς τὰ μέγιστα καὶ ἐλάχιστα τομὴν ἐπιδηχῆσαι τὸν ἄρτιον ἀριθμὸν, ὅτ. ἕτος μόνος εἰς δύο ἡμίση δύναται διαιρεῖσθαι μίση μίσην δὲ τῆν ἡμίσην καὶ εἶναι εὐρεῖν, ἕτα μὲν ἐλάττωτα ἀριθμὸν τῷ δύο, διὸ καὶ πρόσκειται τὸ καὶ ταυτὸ, καὶ γὰρ μίαν καὶ τὴν αὐτὴν τομὴν ὁ ἄρτιος ἀριθμὸς ταυτὶ πάσχει. ὁ γὰρ ὅκατ' εὐρ εἰπῶν, ἄρτιος ἐστὶν ἀριθμὸς ἀριθμῶν μίση τομῆ εἰς τέσσαρα καὶ τίσσασα καὶ τίσσασα. μῆζον δὲ τῆν τέσσαρα μέρος ἀδυνατῶν εὐρεῖν τὸν ὅκατ', τῶν δὲ δύο μέρων καὶ ἕξει διαιρεθῆναι εἰς ἐλάττωτα. πᾶν γὰρ τὸ διαιρούμενον εἰς δύο τελευτήσιον διαιρεθῆσεται. πρόσκειται δ' ἔτι καὶ τὸ μέγιστα μὲν πηλικύτητι, ἐλάχιστα δὲ ποσότητι, ὅτι τὰ δύο ταῦτα, πηλικύτητι καὶ ποσὸν εὐρεῖ ἀλλήλους ἀντιπεπώσασθαι. τὸ μὲν γὰρ εἰς ἑαυτὸν διαιρούμενον ἀυξάνεται ἐπὶ τὸ ἐλάχιστον, τὸ δὲ τὴν ἐπ' ἀπειρον ἐπιδηχόμενον ἔκτασιν ἀυξάνει, καὶ εἴρηται ἐπὶ τὸ μῆζον. Ἐξῆς ἂν τῆν πηλικύτην καὶ εἰς μέρος μῆζον τῆν ἡμίσην, τῆ δὲ ποσὴν καὶ εἶναι ἀριθμὸς ἐλάττων τῶν δύο, ἕτα καὶ τῷ ἄρτιου ἢ καὶ τὸ αὐτὸ τομῆ λέγεται γίνεσθαι εἰς μέγιστα καὶ ἐλάχιστα, μέγιστα μὲν τῆ πηλικύτητι, ἐλάχιστα δὲ τῆ ποσότητι. Ὁ δὲ περιττός ἀριθμὸς οὐ πάσχει ταυτὸ, ὅτι καὶ εἰς ἴσα δύναται τμήσεσθαι, ἀλλ' εἰς ἄλλα, διὰ τὸ τὴν μονάδα ἀδιαίρετον εἶναι. καὶ εἰς τρία, πέντε, ἑπτά, καὶ οἱ ὅμοιοι.

Παρα ταῦτα δὲ τὰς εἰρημίνας ὑπογράφας, καὶ ἄλλας τινας ἀποδείξεις τοῖς αὐτοῖς τῷ ἀριθμῷ εἴδεται. τὸν γὰρ ἄρτιον ὑπερὶ ὑπογράφαν. Ἄρτιος δὲ ἀριθμὸς εἶναι ὁ εἰς δύο ἴσα, καὶ εἰς ἄλλα δύο τμηθῆναι δυναμὸς, πλὴν τῆς ἐν αὐτῷ ἀρχαιοῦδος δυάδος, τὰ διχοτομήματα ὁμοιοῦ φυλάττων. τὸν δὲ περιττόν ὑπερῶν. Περιττός δὲ ἀριθμὸς εἶναι ὁ εἰς ἄλλα μόνον τμηόμενος, τὰ διχοτομήματα καὶ ἄποτε ἀκράτα ἀλλήλους φυλάττων, ἀλλὰ συναλλήλους. ὁ μὲν γὰρ ἄρτιος καὶ μίσην τμηόμενος ἴσα τὰ μίσην τέρει, καὶ ἔτι καὶ δὲ, ἄλλα ταῦτα ἔχει. Ὅσον ὁ ὅκατ' εἰς τέσσαρα μίση καὶ τέσσαρα τμηόμενος εἰς ἴσα πέντε διαιρεῖται μίσην, εἰς πέντε δὲ καὶ τρία, ἢ εἰς ἕξ καὶ δύο, ἢ γὰρ εἰς ἑπτά καὶ ἕν, ἄλλοι ὅτι εἰς ἄλλα. Ἡ δὲ δυὰς πρώτην χάραν ἐν τοῖς ἄρτιοις ἔχουσα καὶ ἀρχὴς λόγος, διότι καὶ ἀρχαιοῦδος ὁνομάσσεται, εἰς ἴσα μόνον τμήνεται. εἴρηται δὲ τὸν ἄρτιον ἀριθμὸν ὁμοιοῦ φυλάττειν τὰ διχοτομήματα, ὅτι ἂ μῶν ἄρτια ἔχει, ἢ ἂ μῶν περιττά. Τῷ γὰρ ὅκατ' εἰς δύο ἴσα τμηομένην ἑκάτερον τῶν αὐτῶν μέρων ἄρτιος εἶναι, εἰς ἄλλα δὲ ἢ ἑκάτερον ἄρτιον, ἢ ἑκάτερον περιττόν. καὶ γὰρ πέντε καὶ τρία περιττά εἰσὶν ἄμῶν, τὰ δὲ ἕξ καὶ δύο ἄρτια. ἕτα καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων. Τῷ δὲ περιττῷ ὁμοιοῦ διρημίνα ἑτέρον μὲν τῶν αὐτῶν μέρων ἄρτιος εἶναι, ἑτέρον δὲ περιττόν. τῷ γὰρ ἑπτά εἰς τέσσαρα καὶ τρία τμηομένη, ὁ μὲν τέσσαρα ἄρτιος εἶναι ἀριθμὸς, ὁ δὲ τρία περιττός. τμηομένη δὲ καὶ εἰς πέντε καὶ δύο πάλιν ὁμοίως ἔχουσι τὰ μέρη. ὁ μὲν γὰρ πέντε περιττός, ἄρτιος δὲ ὁ δύο. τὴν γὰρ καὶ μίσην τομὴν ἑδῶποτε ἐπιδηχεται καὶ εἴρηται.

Φηλοῦσι δὲ τινες καὶ δι' ἀλλήλων αὐτὰς ὑπογράφαι. Ἄρτιος γὰρ φασὶν ἀριθμὸς εἶναι ὁ μονάδι διαφεύρων ἐφ' ἑκάτερα τῷ περισσῷ ἀριθμῷ. Περιττός δὲ ὁ μονάδι διαφεύρων ἐφ' ἑκάτερα τοῦ ἄρτιου ἀριθμοῦ. Λέγεται δὲ ἑκάτερον διαφεύρων μονάδι ἐφ' ἑκάτερα, τὸν μὲν ἄρτιον τῷ περισσῷ, ταυτὸν δὲ τῷ ἄρτιῳ, ὅτι ἑκάτερον ἐν τῇ τῶν ἀριθμῶν εὐτακτῷ συνειπεῖα μίσην εἰ τῶν ἀνομοιοῦδων, ὁ μὲν ἄρτιος τῶν περιττῶν, ὁ δὲ περιττός τῶν ἄρτιων, καὶ τῷ μὲν ὑπερέχει μονάδι τῷ δὲ ἐλάττει. ὡς διαφεύρων εἴρηται ἢ ἄτερος, ἑτέρον ὑπερέχει ἢ ἐλάττει. Ὅσον ὁ δύο μίσην εἰς μονάδα, καὶ τῷ τρία, καὶ τῆς μίσην ὑπερέχει μονάδι, τῷ δὲ ἐλάττει. ὡσαύτως καὶ ὁ τέσσαρα ἄρτιος ἐστὶ μίσην, ὑπάρχει δύο περιττῶν τῷ τρία φημι καὶ πέντε, τῷ μὲν ὑπερέχειν τῷ δὲ ἐλάττειν μονάδι ἑνοσίως καὶ οἱ λοιποί. Ὅτι δὲ καὶ οἱ περισσῶν παρεμπιπτεῖσι τῶν ἄρτιων, ἄλλοι. ὁ γὰρ τρία μίσην εἰς δύοδος, καὶ τοῦ τέσσαρα, ὡς περ καὶ εἰς πέντε, καὶ τέσσαρα καὶ ἕξ τὸν μὲν ὑπερέχει τὸν δὲ ἐλάττειν μονάδι.

Περὶ τῶν Εἰδῶν τῶν ἄρτιων ἀριθμῶν, κατὰ πρώτην αὐτῶν διαίρεσιν.

Τίνα μὲν ἂν τὰ ἀλοχρήσιμα μέρη τῷ καθ' αὐτὸν διηρημένῳ ἀριθμῷ ἀκρίτως οἶμοι δεδιχλωται. Τῷ διαιρούμενῳ δὲ τῶν ἑκάτερον εἰς τρία. τῷ γὰρ ἄρτιῳ τὸ μὲν εἶναι ἀρτιάκις ἄρτιον, τὸ δὲ περισάρτιον, τὸ δ' ἀρτιοπερίττον. Τῶν δ' ἀρτιῶν τὸ μὲν ἀρτιάκις ἄρτιον, καὶ τὸ ἀρτιοπερίττον ἀλλήλους εἶναι ἀντιπώσασθαι, ὡς περ ἐνὶς ἀκρότητες, μίσην δὲ τῶν τῷ περισάρτιον. Διὸ δὲ ῥητοῦν ἐμὲ πρῶτον περὶ τὰ ἀρτιάκις ἄρτια, ἄτα καὶ περὶ τὰ ἀρτιοπερίττα, τῶν γὰρ ἀντιπώσασθαι ἢ αὐτῶν εἶναι ἑκαστῶν, καὶ τρίτον καὶ τελευταῖον περὶ τὰ περισάρτια.

Περὶ τῶ Ἀρτιακῆς ἀρτίω.

Ἀρτιακῆς ἢ ἀρτίος ἀριθμῶ· ἐστὶν ὁ εἰς δύο ἴσα, καὶ τὴν τῷ γένει φύσει, διχαθῆναι δυναμὸς κατὰ τε τὸ ὅλον, καὶ ἐποτιροῦν τῶν αὐτῶ μέρων μέχρις ἂν εἰς μονάδα καταβῆται. Οἷον ὁ ξδ· ἐπεὶ ἔχει ἡμισυ τὸν λβ· τότε δὲ ἡμισυ ἐστὶν ὁ ις· τότε δὲ ὁ η· τότε δὲ ὁ δ· τότε δὲ ὁ β· τὰ δὲ β· ἢ μονάδ' ἡμισία, καὶ φύσει ἀμνηστέα, δι' αὐτὸ ταῦτο ἐστὶ καὶ λήγεται ἀρτιακῆς ἀρτίος, ὡς περ καὶ οἱ τέρω παραπλήσιοι. Ἐχει μὲν ἔν ὁ ἀρτιακῆς ἀρτίος ἀριθμῶς τὸ εἰς δύο ἴσα διαίρεισθαι, καὶ τὸ ὅλον, ὅπερ κοινὸν καὶ τοῖς λοιποῖς δυσὶν εἰδίαι. ὅτι ὑπὸ τῶν ἀρτίων ἐστὶν ἀριθμῶν, ὡς ὑπὸ γένος κοινὸν, διὸ καὶ πρόσκειται, καὶ τὸ καὶ τὴν τῷ γένει φύσει. Ἐχει δ' ἔτι καὶ τὰ μέρη αὐτὰ, καὶ τὰ τῶν μέρων μέρη ταῦτο πάχειν μέχρι μονάδος, ἢ χάριν καὶ τὸ ἀρτιακῆς προστίθῃ, ἐξ ἧν συνάγεται καὶ τὸ α· αὐτῷ παρῑπόμινον, ὡς ὀφείμεθα.

Περὶ Γενέσεως τῶ ἀρτιακῆς ἀρτίω ἀριθμῶ.

Ἐστὶ δὲ ἡ τούτῃ γίνουσι· ἀπλευράτης αἶμα καὶ ῥῆση. Ἐὰν γὰρ ἀπὸ μονάδος ἀρχῆταιμι χωρησώμεν καὶ τὸν διπλασίον λόγον, ἔξομεν πάντα τὴς ἀρτιακῆς ἀρτίως ἀριθμῶς ἐπ' ἀπειρον προϊόντας, ὡς καὶ μηδὲν μᾶς διαφουρίν. Τῆς γὰρ μονάδος διπλασιασθείσης γινάσται ὁ β· τούτῃ δὲ διπλασιασζομένην γινάσται ὁ δ· ἐκ τούτῃ δὲ διπλασιαζομένη ὁ η· αναφύεται, ἐκ δὲ τῷ η· ὁ ις· καὶ τούτῃ ὁ λβ· καὶ ἐπὶ τῶν ἐξῆς ὁμοίως. Ὡς περ γὰρ τῷ ἀρτιακῆς ἀρτίω ἀριθμῶ ἡ Διαίρεισις μέχρι μονάδος κατεκίτῃ, καὶ τὸν τῷ ἡμισίως λόγον, ἔτω πάντως καὶ ἡ τούτῃ ἀξῆσις ἀπὸ μονάδος ἀρχομένη πρόσσειν ἐπ' ἀπειρον κατὰ τὸν τῷ διπλασίον λόγον. Καὶ ὁ μὲν τῆς γινέσεως τῷ ἀρτιακῆς ἀρτίω τρόπος τοῖστος.

Περὶ τῶν Παρεπομένων τῷ ἀρτιακῆς ἀρτίω ἀριθμῶ.

Παρέπειται δὲ τῷ ἀρτιακῆς ἀρτίω ἀριθμῶ πρῶτον, τὸ ὅτι, ἂν ἐν αὐτῷ μέρος λαβῆθῃ ἀρτιακῆς μὲν ἀρτιώμενον εἶναι τῆ προσγορία, ἀρτιακῆς δὲ ἀρτιοδύναμον τῆ τῶν ἐν αὐτῷ μονάδων ποσότητι, καὶ μὴ ποτε ἐτέρῃ γένει κοινωῖν, ὡς γὰρ ἀρτιοπύριτον ἔσαι, ὡς περιτάρτιον. Διὰ δὲ τὸ σαφῆσαι μὲν ἐστὶ μὲν ἀρτιώμενα μέρη ἀπλῶς τὰ ἀπὸ ἀρτίω ἀριθμῶ ὀνομαζόμενα, ὡς τὸ δύσον, ἥτοι τὸ ἡμισυ ἀπὸ τῷ δύο, τὸ τέταρτον ἀπὸ τῷ τέσσαρα, τὸ ἕκτον ἀπὸ τῷ ἕξ, τὸ ὄγδον ἀπὸ τῷ ὀκτώ καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ὁμοίως. Τῶν δὲ ὅσα ἀπὸ ἀρτιακῆς ἀρτίω ἀριθμῶ παρονομαζέται, ὡς τὸ δύσον ἀπὸ τῷ δύο, καὶ τὸ τέταρτον ἀπὸ τῷ τέσσαρα, καὶ τὸ ὄγδον ἀπὸ τῷ ὀκτώ, καὶ τὰ παραπλήσια, ταῦτα καὶ ἀρτιακῆς ἀρτιώμενα δύναται καλεῖσθαι. τὰ δὲ λοιπὰ ἀρτιώμενα μόνον ἀρτιοδύναμα δέ εἰσιν, ὡς ἡ τῶν ἐν αὐτοῖς μονάδων ποσότης ἀρτία ἐστὶν. Δύναμις γὰρ παντὸς ἀρτιῶς ἢ ποσότης ἐστὶ τῶν μονάδων τῶν συμπληρωσῶν αὐτόν. οἷον τῷ δ· δύναμις ἐστὶν ἡ τῶν ἐν αὐτῷ μονάδων ποσότης. ἐκ γὰρ τεσσάρων συμπληρωται μονάδων, ὡσαύτως καὶ τὰ ι· καὶ ε· καὶ τῶν ἄλλων ἡ δύναμις· ἢ ἐν ἄλλο ἐστὶν, ἢ ἡ τῶν ἐν αὐτοῖς μονάδων ποσότης. Εἰ ἔν ἡ ποσότης τῶν συμπληρωσῶν ἀριθμῶν τῶν μονάδων ἀρτία ἐστὶν, ἀρτιοδύναμος ὁ ἀριθμῶς ἐκείνης λήγεται, εἰδ' ἀρτιακῆς ἀρτία, καὶ ἀρτιακῆς λήγεται ἀρτιοδύναμος. Ὡς ἐκ τῶν ἄλλων, ὡς περ τὸ ἀρτιώμενον καὶ ἀρτιοδύναμον, ἐν τοῖς ἀρτιακῆς ἀρτίω ἀριθμοῖς, ἀντιπύριτον πρὸς ἄλληλα, ὅτι γὰρ ἐν ἐκείνῳ ἀρτιώμενον, ταῦτο καὶ ἀρτιοδύναμον. καὶ ὅτι ἀρτιοδύναμον, ταῦτο καὶ ἀρτιώμενον, ἔτω καὶ τὸ ἀρτιακῆς ἀρτιώμενον, καὶ ἀρτιακῆς ἀρτιοδύναμον ἐν αὐτοῖς δύναται ἀντιπύριτον. ὅσοι γὰρ τῶν ἀριθμῶν ἀρτιακῆς ἐστὶν ἀρτιώμενοι, ἐν τοῖς ἀρτιακῆς ἀρτίω, εἰσὶ πάντως καὶ ἀρτιακῆς ἀρτιοδύναμοι, καὶ τῆμαλιν, οἱ ἀρτιακῆς ἀρτιοδύναμοι εἰσὶ καὶ ἀρτιακῆς ἀρτιώμενοι. Τὸ μὲν ἐν πρῶτον τῷ ἀρτιακῆς ἀρτίω ἀριθμῶ παρῑπόμινόν ἐστι τὸ τὰ μέρη αὐτῷ καὶ ἀρτιώμενα εἶναι καὶ ἀρτιοδύναμα, ὡς εἴρηται.

Δοκίμ δὲ δεύτερον παρακολουθεῖν τῷ ἀρτιακῆς ἀρτίω ἀριθμῶ καὶ τὸ, πᾶν αὐτῷ μέρος ἀπότιος τῶν ἐν αὐτῷ ἀρτιακῆς ἀρτίω παρονομαζέσθαι ἀριθμῶν, καὶ τὸ, ἐν ἑκάστῳ αὐτῷ μέρει τοσούτων μονάδων σύστημα ὑπάρχειν, ὅσων ἐστὶν ἐκείνης τῶν εἰτὸς αὐτοῦ ἀρτιακῆς ἀρτίω. Οἷον ἐκείδωσαν ἐφεξῆς οἱ ἀπὸ μονάδος ἀρχόμενοι ἀρτιακῆς ἀρτίω ἀριθμοῖ, καὶ τὸν ἐπιρμήσον τρόπον, ἔτω α, β, δ, η, ις, λβ, ξδ, ρκη, ὁ γὰρ ρκη, ἀρτιακῆς ἀρτίος ἀριθμῶς, ἐπεὶ ἰχάτος ἐστὶ τῶν ἀπὸ μονάδος ἐκταῦθα ἐκτεθέντων ἀριθμῶν, καὶ τὸν διπλασίον λόγον, ἔχει πάντως μέρη ἕξ. δύσον, τέταρτον, ὄγδον, δικάκτον, τριακῶσδον, καὶ ἑξήκωστέταρτον. εἰτὸς δὲ αὐτῷ εἰσὶν ὁ ξδ, ὁ λβ, ὁ ις, ὁ η, ὁ δ, καὶ ὁ β, καὶ τὸ μὲν δύσον αὐτῷ μέρος συνίσταται ἐκ μονάδων τεσσάρων καὶ ἐξήκωστα, ἕξ ὁ δ, τὸ δὲ τέταρτον ἐκ δύο καὶ τριάκωστα, ἕξ ὅσων καὶ ὁ λβ, τὸ δὲ ὄγδον ἐξ ἕσων καὶ ὁ ις, τὸ δὲ δικάκτον ἐξ ὅσων ὁ η, τὸ δὲ τριακῶσδον ἐξ ὅσων ὁ δ, τὸ δὲ ἑξήκωστέταρτον ἐξ ὅσων ὁ β. Αὐτῶς τὸ μὲν ἡμισυ παρονομαζέται ἀπὸ τῷ δύο· τὸ δὲ τέταρτον ἀπὸ τῷ δ, τὸ δὲ ὄγδον ἀπὸ τῷ η, τὸ δὲ

τὸ δὲ δεκάκις ἐπὶ τὸ 15, τὸ δὲ τριακοσόδιον ἀπὸ τῆ λβ, ἢ τὸ ἑξακοσιτάριον ἀπὸ τῆ εδ, ἄ-
 σε ἐκ τῶν φαιερῶν, ὅτι πᾶν μέρος πῆ φκῆ, ἀρτιάκις ἀρτίου ἀριθμοῦ περιτομάζεται ἀπότιος
 τῶν ἐν αὐτῷ ἀρτιάκις ἀρτίων ἀριθμῶν. τὸ γὰρ ἡμισυ διλ: τὸ δὲ ὅσον ἀπὸ τοῦ β: τῆν παρονομα-
 σίαν, ὡς εἴρηται, ἔχει λαβῶν, τὸ δὲ ἑτάρον ἀπὸ τῆ δ: καὶ τῶν ἄλλων ἕκαστον ἀφ' ἑνὸς τῶν λα-
 πῶν. Ὅτι δὲ καὶ ἐν ἑκάστῳ μέρει τῆ αὐτῆ ρκῆ, ἀριθμοῦ τοσούτου μωσάδων σύστημα ὑπάρχει, ὅ-
 σων ἴσιν ἕως τις τῶν ἐπὶ αὐτῷ ἀρτιάκις ἀρτίων, ἢ χαλεπὸν ἀποδείξαι. Ἐν γὰρ τῷ ἡμισυ αὐ-
 τῷ μέρει συνυπάρχει μονεὶς τέσσαρες ἢ ἑξήκοντα, ὅσαι ἢ ἐν τῷ εδ, ἐν δὲ τῷ τετάρτῳ, δύο ἢ
 τριακοσιτα, ὅσαι ἢ ἐν τῷ λβ, ἢ ἐπὶ τῶν ἄλλων ὁμοίως, ὡς προεδείχθηται.

Ἐκ τούτων διημέρισα συναγωγῶν καὶ τῶν ποσῶντα ἔχων μέρη τῶν ἀρτιάκις ἀρτίων ἀριθμῶν, ὅσοι
 εἰσὶν οἱ πρὸ αὐτῶ τῶν πλῆθος ἐπὶ μονάδος καὶ γίνονται ἀρχόμενοι, ὡς προείρηται. Ἐπεὶ δὲ τὸ πλῆ-
 θος τῶν ἐκκειμένων ἀρτιάκις ἀρτίων ἀριθμῶν ἀπὸ μονάδος, ἢ ἀρτίον ἴσαι ἢ περιττὸν, ἴαν μὴ ἀρ-
 τίων εἴη, δύο πάντως ἔξει μισότητα, ἀφ' ὧν ἀρχομένη ἢ ἀντιπερίστασις καὶ ἀμοιβῆ μέρων πρὸς
 διτάμις, ἢ διτάμιος πρὸς μέρη καὶ τὴν Νικόμαχον, εὐτάκτως χωρεῖ καὶ ἐπὶ τῆς λοιπῆς ἀπὸ δύο
 μέρη τῶν ἀρτῶνται. Ὡσα ἐπὶ τῶν πραγμαθειῶν ἀριθμῶν ἀρτίων ἐστὶ τὸ πλῆθος. οὕτω γὰρ
 εἰσὶν οἱ πάντες, πάντως γο δύο εἰσὶν οἱ μίσοι ὁ ἢ, καὶ ἰς, οἱ τινες ἀλλήλοισ ἀμοιβᾶν ἀνταπο-
 κρίσονται, ἢ ὑπ' ἀλλήλων ἀντιπαρνομήνται. Ὁ γὰρ ἢ, δίκαιον ἕατον μέρος ἴσιν τῷ ρκῆ, ἢ τῶν
 δύναμις ὁ 15, ὁ δὲ ἰς, ὄδοον ἴσιν μέρος τῷ αὐτῷ, καὶ δύναμις τῶν ὁ ἢ, ἐφ' ἑκάτερα δι: τῶν εἰ-
 σὶν ὁ δ, καὶ λβ, οἱ τινες ἀλλήλοισ ἀντιπαρνομήνται. Ὁ
 μὴ γὰρ δ, λβ, ἐστὶ μέρος τῆ ρκῆ, ὁ δὲ λβ, δ, τῷ αὐτῷ. ἢ τῷ
 μὴ ὁ, δύναμις ἴσιν ὁ λβ, τῶν δι: ὁ δ, ὑπὲρ τῆς δι: εἰσὶν ὁ β,
 καὶ εδ, ἀλλήλοισ κρυπτός τοῦ αὐτῶν ἀντιπαρνομήνται τροπον. ὁ
 μὴ γὰρ β: εδ, μέρος τῆ ρκῆ, ἀρτιάκις ἀρτίου ὑπάρχει ἀριθμῶ.
 ὁ δὲ εδ: β: τῷ αὐτῷ. ἢ τῶν μὴ δύναμις ὁ β, τῷ δὲ β, ὁ εδ, ἀ-
 κροὶ δὲ τῶν ἐκτεθειῶν εἰσὶν ἢ τε μοιάς α, καὶ ὁ ρκῆ, ἀριθμῶς.
 ἀλλὰ ἢ ἔτσι καὶ τῶν αὐτῶν εὐρίσθηται. λθῶν ἀλλήλοισ ἀσταποκρινέ-
 μοις, καὶ ὑπ' ἀλλήλων παρνομήνται. ἢ γὰρ μοιάς ρκῆ, μέρος ἐστὶ τῷ ρκῆ, ἔτσι: δὲ ὅλοντι αἰς ἢ
 μοιάς. ἢ γὰρ ἢ μοιάς κατὰ τὸν Πράξιον ἀδιαίρητον ὡσα αἰς ὅλοντι ἴσιν, λέγεται δ' ἴσι ὁ ρκῆ, ὅλον
 πρὸς τῆς πρὸ αὐτῶ. πάντες γὰρ αὐτῶ μέρη εἰσὶν τῷ αὐτῷ αἰς εἴρηται. Δῆλον ἔν ἐκ τῶν ἐκκειμένων,
 ὅτι ἐφ' ἑκάστης συζυγίας τῶν ἐκτεθειῶν ἀριθμῶν ἴσικα ἀτερος ὡς μέρος λαμβάνεται, ἀτερος δὲ
 τῆς ἑκείνου ἴσιν.



Εἰδὲ περὶ τὸ πλῆθος τῶν ἐκκειμένων ἀρτιάκις ἀρτίων εἶν ἀριθμῶν μίαν μισότητα ἔξει.
 Ἐκείθωσαν γὰρ εἰς παράδειγμα οἱ μὲχρι τῷ εδ, ὡς περ τὸ πλῆθος περὶ τὸν. ἐπὶ γὰρ εἰσὶν
 οἱ πάντες, διὰ ἢ εἰς μέρος ἴσιν ἐν αὐτοῖς, ὁ ἢ: ἢ αὐτὸς ἐν ἑαυτῷ ἀσταποκρίσεται, ἢ ὅδ' αὐτῷ πα-
 ρνομήνται μέρος μὴ ὁ αὐτὸς καὶ δύναμις. ἢ γὰρ ὑπάρχει μέρος τῷ εδ, ἢ ἐκ μονάδων οὕτω συ-
 ζίσταται. Οἱ δὲ τῶν ἐκτεθειῶν ὡς περ ἢ οἱ πρὸ αὐτῶν ἀλλήλοισ ἢ ἀσταποκρίσονται, ἢ παρνο-
 μήνται ὑπ' ἀλλήλων, ὡς προεδείχθηται.

Πρὸς τούτοις ἴαν τὸ πλῆθος τῶν ἀρτιάκις ἀρτίων ἀριθμῶν ἀρτίον ἢ, ἔπιται αὐτοῖς καὶ τὸ ἴσον
 τῶν ὑφ' ἑκάστης συζυγίας γινόμενον τῶν ὑπὸ τῶν μίσων, εἰσὶ περὶ τὸν ἀπὸ τῶ μίσου. Ἐπὶ μί-
 νῳ πρῶτῳ ὑποδείγματος τῶ ὑπὸ τῷ ἢ: ἢ ἰς: γινόμενον ἀριθμῶ ἴσος ἐστὶ ἢ ὁ ὑπὸ τῷ δ: ἢ λβ:
 ἢ ὁ ὑπὸ τῷ β: ἢ εδ: ἢ ὁ ὑπὸ τῶς μονάδος ἢ τῷ ρκῆ: ἐπὶ δὲ τῷ δευτέρῳ τῶ ἀπὸ τῷ ἢ: γινόμενον ἐφ'
 ἑαυτῶν πολλαπλασιαζομένη ἴσος ἐστὶν. ἢ ὁ ὑπὸ τῷ δ: ἢ ἰς: ἢ ὁ ὑπὸ τῷ β: ἢ λβ: ἢ ὁ ὑπὸ
 τῆς μονάδος ἢ εδ.

Παραπολεῖται δ' ἴσι τοῖς ἀρτιάκις ἀρτίους ἀριθμοῖς, τοῖς ἀπὸ μονάδος ἐκκειμένοις καὶ τὸν δεκά-
 σιον λόγον, ἢ τὸ αἰ περιττὸν εἶναι τὸ γινόμενον ἐκ τῆς συνδίστασις τῶν αὐτῶν, ἴαν ἢ συνδίστασις ἀ-
 πὸ τῆς μονάδος ἀρτῶται, καὶ μονεὶς ἰθαίπιον τοῦ ἑξῆς ἀρτιάκις ἀρτίου. Εἰλήθη γὰρ τὸ πρῶτον
 παράδειγμα εἰς τριακτῶν το λόγο σαφηνίσαι. Ἐὰν ἐν ἢ μοιάς τῶ β: συναρθῆ, γίνονται ὁ γ:
 περιττός ὡν, ἢ μοιάς τῷ δ: ἰθαίπιον. ἴαν δὲ ὁ γ: τῶ δ: πάλιν συναρθῆ γίνονται ὁ ζ': πε-
 ριτός κρυπτός ὑπάρχων, ἢ μοιάς ἰθαίπιον τῷ ἢ: ἔτσι καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων, καὶ ἐπ' ἀπείρῳ ἢ ἐκ-
 θεσίς τῶν ἀρτιάκις ἀρτίων γίνονται ἀριθμῶν. Τῶν δὲ χρησιμῶν τῶ μὲγιστα πρὸς εὐρίσθαι τῶ τε-
 λείκ ἀριθμῶ, αἰς ὄφειμα.

Περὶ τῷ Ἀρτιοπερίττω.

Ἀρτιοπέριττος δὲ, ἢ ἀρτιάκις περιττός ἀριθμῶς ἴσιν ὁ τὴν εἰς δύο ἴσα τομῆ ἀπαξ ἐπιδαχόμε-
 νος, ἀδίχατα δὲ τὰ μέρη ἔχων, ὁ ε: ὁ ἴ: ὁ δ: ὁ π: ὁ κβ: ὁ κς: καὶ οἱ ὁμοιοι. Τούτων
 γὰρ ἕκαστῶ τὰ μέρη καὶ τῶν εἰς δύο τῶ ὅλων διαιρέσιν, ἀμῶσα κατ' αὐτῶν εὐρίσθηται. Ἐκ τούτων δὲ
 ἢ τὸ πρῶτον αὐτῶ συναγεται παρπολέμενον, ὡς ὄφειμα.

Περὶ Γενέσεως τῆ αὐτῆ.

Η' δὲ γένεσις τῶ ἀρτιοπερίττω ἀριθμῷ τοιαύτη. Ἐκείδωσαν εὐτάκτως οἱ ἀπὸ μοιάδος δυάδι δια-
φορίτες, ταύτην δ' ἐστὶν ἀπέναι οἱ περιττοὶ ἄχρις ἕ βάλει. Κἄτα διπλασιασθέντων τῶν ἑκα-
στος. οἱ γὰρ γινόμενοι ἐξ αὐτῶν διπλασιαθέντων ἀρτιοπερίττω πάντως ἴσονται. Ἐκκειμένων ἔν
τῶν ἀπὸ μοιάδος περιττῶν δηλ: α: γ: ε: ζ: θ: ια: ιγ: ιε: ιζ: κ' τῶν ὁμοίων, κ' ἑκάστου τῶν δι-
πλασιαθέντος γινέσονται δι β: ε: ι: ιδ: ικ: κβ: κγ: λβ: λδ: ἀρτιοπερίττοι ὅστις ἀριθμοὶ, οἱ τινες
κ' ἀρτιάκις περιττοὶ λέγονται. Τῶν τὸν τρόπον ἔχεις γινόμενους κ' τὴν λοιπὴν εὐτάκτως.

Περὶ τῶν παρεπομένων τῶ ἀρτιοπερίττω ἀριθμῷ.

Παρίπτεται δὲ πρῶτον τῶ ἀρτιοπερίττω ἀριθμῷ τὸ ἑαυτῶς ἔχειν τὸνομα ὁποιοῦντος μίρος
αὐτῶ τῆ δυνάμει, κ' τὴν δύναμιν τῶ ονόματι. εἰ γὰρ τὸ μίρος ἀρτιόνομον εἴη, ἢ δυνάμει ἴσαι περι-
ττῆ. κ' ἀνάπαλιν, εἴγε ἢ δύναμις ἀρτία εἴη, τὸ τῆ μίρος ὄνομα περιττόν ἔσαι. τῷ γὰρ, δὲς εἰπέν,
ια: ἰάν τὸ ἡμισυ λαβώμεν ἀρτιόνομον πάντως ἴσαι ἀπὸ τῶ β: παρηνυμύμιον. δυοσον γὰρ τὸ ἡ-
μισυ λέγεται, ἢ δὲ τῶ ποσοῦτις περιττῆ. συνίσταται γὰρ ἐκ μοιάδων εἰρία. λαμβανόμενοι δὲ τὸ
τρίον περιττωμένοι ἐστὶ. παρηνυμύμιαι γὰρ ἀπὸ τῶ γ: ἢ δὲ τῶ ποσοῦτις ἀρτία. συνίσταται γὰρ
ἐκ μοιάδων ἐξ. ὁ δὲ ἐξ ἀριθμῶς ἀρτίας ἐστὶ.

Διῦτερον δὲ παρίπτεται τοῖς ἀρτιοπερίττοις ἀριθμοῖς, ἕκαστος ἐν τῆ φυσικῇ κ' εὐτάκτῳ αὐτῶν ἐκ-
θέσει τῆ μὲν πρὸ αὐτῶ τετραδὶ ὑπερέχει, τῶ δὲ μετ' αὐτὸν τετραδὶ ἔλλείπει. ὁ γὰρ ε': φέρει πέν
τὸ μὲν β: τετραδὶ ὑπερέχει, τῶ ἰ: δὲ τετραδὶ ἔλλείπει, ἕτω κ' ἐπὶ τῶν ἄλλων. τὸ δ' αἰτίον σαφές.
Οἱ γὰρ περιττοὶ ἐξ ἑν ἢ δυῶν γινώσκονται δυάδι ὑπερέχουσι, κ' δυάδι ἔλλείπουσι. ὁ γὰρ γ: δυάδι μὲν
ὑπερέχει τῶ μοιάδος α: δυάδι δὲ ἔλλείπει τῶ ε: ὁμοίως κ' οἱ λοιποὶ· καλεῖ δὲ τῶν γινώσκων ὁ
Νικεμάχος, ὡς μετρούτας τῶ ἀρτιοπερίττω. τὰ γὰρ μέτρα γινώσκων ἑκάστην οἱ ἀρχαῖοι· εἰ ἢν οἱ
περίττοι δυάδι ὑπερέχουσι, κ' δυάδι ἔλλείπουσι, τούτων δὲ διπλασιαζομένων γινώσκονται οἱ ἀρτιο-
περίττοι, διότιν ὅτι κ' ἢ δυῶν διπλασιασθήσονται. ταύτης δὲ διπλασιασθείσης γινώσκονται ἢ τετράς, τε-
τραδὶ ἄρα οἱ ἀρτιοπερίττοι ἀριθμοὶ ὑπερέχουσι κ' τετραδὶ ἔλλείπουσι.

Πρὸς ταῖς δὲ οἱ ἀρτιοπερίττοι ἀριθμοὶ ἐν τῶ τῶν ἀριθμῶν φυσικῷ χύματι πέμπτοι ἄλλων
εὐρίσκονται, τριὰς μὲν ὑπερβαίνοντες, δυάδι δὲ τῶν περιττῶν μικροτέρων γινόμενοι ὁ γὰρ ε': τοῦ
β: πέμπτος ἐστὶ. μὴ γὰρ τὸν β: ὁ γ: μὴ τὸν δὲ ὁ δ: μὴ θ: ὁ ε': εἴτα ὁ ε': ἴδω τοῖων πρῶ-
τος· μὲν ὁ β: διῦτερος δὲ ὁ γ: τρίτος· δὲ ὁ δ: τέταρτος· δὲ ὁ ε': κ' πέμπτος· ὁ ε': τὸτο κ' ἐπὶ τῶν
ἄλλων εὐρίσκει τῶς ἐν μίση ἐκδέμενος· κατὰ τὴν εὐτάκτον αὐτῶν ἀλλήλοισ ἐπακολούθησιν. Ἐπὶ
δὲ μίσον τῶν ἀρτιοπερίττων τρεῖς παρῆμπίπτουσι ἀριθμοὶ, ὡς ἐν τῶ β: κ' ε: ὁ γ: κ' ὁ δ: κ' ὁ ε':
κ' ἐν ἄλλων ἄλλοι τινες, δι' αὐτὸ τῶτο κ' τριὰς ὑπερβαίνειν ἑτοί λέγονται, αἵτι δὲ μὴ τῶς παρῆμ-
πίπτουσι· αὐτοὶ τρεῖς ἀρτιάκις ἐπὶ αὐτῶν ὑπερχόντες. λέγεται δὲ ἐκ αὐτῶν κ' τὸ δυάδι τῶν περι-
ττῶν μικροτέρων γινέσθαι, ὅτι ὡς εἴρηται, οφείλει ἕκαστος τῶν περιττῶν ἐπὶ τὴν δυάδα πολλαπλα-
σιάζεσθαι, ἵνα τὸν ἐξ αὐτῶ ποιῆσιν ἀρτιοπερίττον. Συγκαταλέκεται δὲ ὁ β: κ' τοῖς ἀρτιοπερί-
τοις, ὅς τις πρῶτον χῆρα ἔχει ἐν τοῖς ἀρτιάκις ἀρτίοις, ὅτι ἢ μὲν εἰς δύο ἴσα διαιρέμενος εἰς
μοιάδας καταλήγει, ἀρτιάκις ἐστὶν ἀρτίος. ἢ δὲ ἀπαξ τὴν εἰς δύο τομὴν ἐπιδέχεται ἀδίχασα τῶ
μὲν ἔχων, συνίσταται τοῖς ἀρτιοπερίττοις.

Τῶν ἀρτιοπερίττων ἐπὶ ἀριθμῶν ἕκαστος· πλὴν τῶ β: περιττῶν μὲν εὐρίσκειται εἶναι μίρος τῶν
μετ' αὐτῶν, κ' ὑπερβαίνει μίντοι. ὁ γὰρ ε': τρίτον μὲν εἶναι μίρος· τῶ ἰ: πέμπτον δὲ τῶ κ': ἑβ-
δόμη δὲ τῶ μβ: ἔγνατον δὲ τῶ ε: ἕτω κ' ὁ ι: κ' οἱ λοιποὶ πρὸς τῶς μετ' αὐτῶς ἔχουσι, τῶς ὑπερ-
βάσκειν κατὰ πρῶτον δυάδος γινόμενους. Ἐπει γὰρ ὁ ε': τρίτον μίρος ἐστὶ τῶ ἰ: ὑπερβαίνειν δύο
τὸν ἰ: κ' ἰδ: ὁ ἰ: τρίτον μίρος· εὐρίσκειται ὁμοίως τῶ κ': ὑπερβαίνειν μίντοι τέσσαρας τὸν ιδ': εἴ:
κβ: κγ: ὁ δὲ ιδ': εὐρίσκειται κ' αὐτῶ· τρίτου μίρος τῶ μβ: ἀλλ' ὑπερβαίνειν ἐξ τὸν ἰη: κβ: κγ: κ:
λδ: λη: ὡσαύτως κ' ἐπὶ τῶν ἄλλων. ὡς γὰρ ἔχουσι πρὸς ἀλλήλους οἱ περιττοὶ, ἕτω κ' οἱ ἐξ αὐ-
τῶν γινόμενοι ἀρτιοπερίττοι.

Εἴρηται δὲ ἐν τοῖς πρότερον ἀντικειμένους ἔχειν τὸν ἀρτιοπερίττον ἀριθμὸν τῶ ἀρτιάκις ἀρτίω,
ὅτι τῶν μὲν τὸ μέγιστον ἄκρον, δηλ: αὐτὸ τὸ ὅλον μίον ἐστὶ διαρτῶν, ἐκεῖνα δὲ τὸ ἐλάττωον, ἢ
τοῖ ἢ μοιάς μόνον ἀείριετον, κ' ἐν μὲν τῆ ἐκδέσει τῶν ἀρτιάκις ἀρτίων τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων ἴσον εἶ-
σι τὸ ὑπὸ τῶν μίσεων, εἰ δὲ τὸ πλῆθος αὐτῶν ἀρτίων ἢ, ἢ τῶ ἀπὸ τῶ μίση, εἰ δὲ τὸ πλῆθος ἢ πε-
ριττόν. Ἐν δὲ τῆ τῶν ἀρτιοπερίττων ἐκδέσει, εἰ μὲν τὸ πλῆθος ἀρτίων εἴη, τὰ δύο μίσα συντιθε-
μένα ἴσάσει τοῖς δυοῖν ἄκροις συντιθεμένοις. εἰ δὲ περιττόν, ὑποδιπλασίον ἐστὶ τὸ μίσον τῶν δύο
ἄκρων συντιθέντων. Ἐκείδωσαν γὰρ οἱ β: ε: ἰ: ὡν τὸ πλῆθος περιττόν ἐστι, κ' συναφθέντων
ἀλλήλοισ οἱ δύο ἄκροι, ὁ β: δηλ: κ' ἰ: κ' τῶ γινόμενῳ ἐξ αὐτῶν ἰβ: παραβλήθητω ὁ ε: μίρος
ἦν,

ὧν, ἢ εὐρεθῆσεται πάντως ὑποδιπλασίως. προσκείσθω δι' ἐφεξῆς τῷ γ': ὁ ιδ': ἴσα γίνονται τὸ πλῆθος αὐτῶν ἀρτίων, ἔτα συναρθεῖταισαν ἀλλήλοις οἱ τε δύο ἀκροὶ ὁ β': δηλ: ἢ ὁ ιδ': ἢ οἱ δύο μέσοι ὁ ε': ἢ ὁ ι': ἢ τῶ γενομένῳ ἐκ τῶν ἀκρῶν παραβληθῆτω ὁ γενομένος ἐκ τῶν μέσων, ἢ εὐρεθῆσεται πάντως ἴσος. ὁ ε': γὰρ ἢ ι': τὸν ιε': ποικίσαν, ὃς ἢ ὁ β': ἢ ἰδ': διηγήτοχε δὲ ταῦτο ἐκείνη, ὅτι ἐκῆ μὴν ἢ ἐξέτασις γίνεσται κατὰ πολλαπλασιασμόν, ἔταυθα δὲ κατὰ πρόσθεσιν.

Περὶ τῶ περισσάρτιου ἀριθμοῦ.

Περὶσάρτιος δὲ, ἢ περισάρτιος ἀρτίος ἀριθμὸς εἶναι ὁ εἰς δύο ἴσα διαιρεθῆναι δυνάμενος, διαίρομενα ὁμοίως καὶ τὰ αὐτῶ μέρη ἔχει. Ἐστὶ δ' ὅτι χ': τὰ τῶν μέρων μέρη, ἢ μὴν γὰ μίχρη μοσάδος, οἷος ὁ ιβ': κ': κδ': μ': ἢ οἱ ὁμοιοι. Τύτων γὰρ ὁ μὴν ιβ': ἢ κ': ἢ ἡμισυ ἔχει ἐκάτερος, καὶ τῶ ἡμίσιως ἡμισυ, ὁ δὲ κδ': ἢ μ': καὶ ἐπὶ πλῆρον τὸν διχασμὸν τῶν μέρων ἐπιδίδχονται, ὑδὲς μῆντοι μίχρη μοσάδος. Εἰρηται δὲ μῆσον χῶραν ἔχων τῶν λοιπῶν δύο τοῦ ἀρτίου εἶδων, τούτ' ἀρτιάκις ἀρτίου δηλοῖ: ἢ ἀρτιοπερίττω, ὅτι ἢ μὴν πλείονας εἰς δύο ἴσα τομάς τῆς μίας ἐπιδίδχεται, οἰκνῆται μὴν τῶ ἀρτιάκις ἀρτίῳ, διηγήτοχε δὲ τῶ ἀρτιοπερίττω, μίας τοιαύτην ἐπιδίδχόμενυ τομάς, εἰς ἑρηται. ἢ δὲ μίχρη μοσάδος ἢ ἐπιδίδχεται τὰς τομάς, προστηγίλλει μὴν τῶ ἀρτιοπερίττω, ἀφίσταται δὲ τῶ ἀρτιάκις ἀρτίῳ, τῶ τῆν μοσάδα μόνην ἀτμητον ἔχοτος. Ὅθεν συμπίδχεται αὐτῶ ἔχειν τῶτι ἰδίως ἐν ἐκατέρῳ ἐκείνων παρακολυθῶντα, ἢ τὰ μνδιτέρῳ. ὁ μὴν γὰρ ἀρτιοπερίττωσ ἀριθμὸς τὸ μίχρισον μόνον μῆρος, οἷος τὸ ἡμισυ ἀτμητον ἔχιν. ὁ δὲ ἀρτιάκις ἀρτίος: τὸ ἐλάχισον, ἢ τις ἐστὶ μ' ἄς. ἔτος δὲ ὁ περισάρτιος φημι ὑδέντερον τύτων ἔχει. ἢτε γὰρ τὸ μίχρισον αὐτῶ μῆρος ἀδιαίρετο, ἢτε τὸ ἐλάχισον μόνον ἢ μοσάς. ἢ πάλιν τῶ μῆν ἀρτιάκις ἀρτίῳ τὰ μῆρη ἀρτιοῦντα μᾶ εἰσι ἢ ἀρτιοδύναμα, τῶ δὲ ἀρτιοπερίττω ἰνατῆως ἔχει ἢ τὰ μῆρη ταις δυνάμεισ, καὶ αἱ δυνάμεις τοῖς μῆρησι. τύτω δὲ τῶ περισσάρτιῳ τὰ μῆν ἀρτιοῦντα ἢ ἀρτιοδύναμα, κατὰ μῆμισυ τῶ ἀρτιάκις ἀρτίῳ, τῶ δὲ ἰνατῆως ἔχοντα ταις δυνάμεισ. ὡσπερ ἢ αἱ δυνάμεις τοῖς μῆρησι, κατ' εἰκῆνα τῶ ἀρτιοπερίττω. τῶ γὰρ κδ': τὸ ἡμισυ δ. ε'. ἢ ἰβ'. ἀρτιοῦντα εἰσι ἢ ἀρτιοδύναμα. τὸ δὲ γ'. ἢ ἢ κδ'. ἀντικειμένως ἔχιν ταις ἰδίαις δυνάμεισ.

Περὶ Γενέσεως τῶ περισσάρτιῳ ἀριθμοῦ.

Ἡ δὲ τύτω γένεσις ποικιλωτέρα πως ἐστὶ τῆς τῶν ἄλλων γένεσεως. Οἱ μῆν γὰρ ἀρτιάκις ἀρτίοι ἀπὸ μοσάδος ἀρχόμενοι κατὰ τὸν διπλασίον χῶρων λόγον ἐπὶ τὸ μίχρον. οἱ δὲ ἀρτιοπερίττωι ἐκ τῶν περιττῶν συνίσταντο ἐπὶ τὸν δύο πολλαπλασιαζόμενῳ. ἔτος δὲ, ὁ περισάρτιος φημι, ἔτος τῶ ἀρτιάκις ἀρτίῳ καὶ περιττῶ τῆς σύστασις ἔχει, εἰς μῆση χῶραν ἐν ἑαυτοῖς ἔχων. Ἐκκείσθωσαν ἢν διὰ τὸ σαφέστερον οἱ ἀπὸ τριάδος περιττοὶ ἀριθμοὶ ἑαυτάτωσ ἐν ἐπὶ εἴχῳ, οἷος γ', ε', ζ', σ', ια', ογ', ιθ', ἐν ἑτέρῳ δὲ εἴχῳ οἱ ἀπὸ τετραδὸς ἀρτιάκις ἀρτίοι, δ', ἡ, ιε', ιβ', εξ', ρκν, σις'. Εἰτα πολλαπλασιασθῆτω ἑκάτος τῶν ἀρτιάκις ἀρτίων ἐφ' ἑκατον τῶν περιττῶν, ἢ καὶ ἀναπάλιν, ἢ οἱ γενομένοι πάντες περισάρτιοι ἔσονται. ἀπὸ γὰρ τῶ δ': ἐπὶ τὸν γ': πολλαπλασιαζόμενυ γίνεσται ὁ ιβ': ἀπὸ δὲ τῶ ε': ἐπὶ τὸν αὐτὸν γ': ὁμοίως πολλαπλασιαζόμενυ γίνεσται ὁ κδ': ἀπὸ δὲ τῶ ιε': ὁ μμ': ἀπὸ δὲ τῶ ιβ': ὁ ις': ἀπὸ δὲ τῶ εξ': ὁ ρμβ': ἀπὸ δὲ τῶ ρκν: ὁ τπδ': καὶ ἀπὸ τῶ σις': ὁ ιξκ': καὶ ἑκατος τύτων ἡμισυ τε ἔχει, ἢ τῶ ἡμίσιως ἡμισυ, διδ ἢ περισσάρτιος εἶδ' ἐστὶ. πολλαπλασιαζόμενῳ δὲ τῶν αὐτῶν ἀρτιάκις ἀρτίων ἀριθμῶν ἢ ἐπὶ τὸν ε': συσθεῖσονται ἄλλοι τῆς περισάρτιοι ἀριθμοὶ μίχρονσ μὴν τῶ ποσότητι, ἰσοπληθεῖσ δὲ τοῖς προτέροις. Ὅμοίως δὲ καὶ ἐπὶ τὸν ζ': σ': καὶ τὰς λοιπὰς πολλαπλασιασθῶσι περιττῶσ ἀριθμῶσ οἱ ἀρτιάκις ἀρτίοι μίχρονσ τῶν προτέρων γινῆσονται περισάρτιοι ἀριθμοὶ, ὡς ἐπὶ τὰ ἀβ' γ' δ', Διαγράμματος καθοραται.

α	γ:	ε:	ζ:	δ:	ια:	ιγ:	ιε:	ιζ:
	δ:	κ:	ιε:	λβ:	εξ:	ρμσ:	σσε:	σις:
	ιβ:	κδ:	μμ:	νε:	ρηβ:	σσε:	ιξκ:	ρρκ:
	κ:	μ:	σι:	ρηξ:	σκα:	χκμ:	ρσσ:	βρξ:
	κσ:	σε:	ρηβ:	σκδ:	υκμ:	σνε:	ρλεβ:	γρσδ:
	κσ:	οβ:	ρηδ:	σπε:	ρεσ:	ρημ:	βσδ:	δ:χπ:
β	μδ:	σπ:	ρεσ:	τρεβ:	ιδ:	ρμσ:	βσις:	ε:κλβ:

Ἡ δὲ τύτω γένεσις ποικιλωτέρα πως ἐστὶ τῆς τῶν ἄλλων γένεσεως. Οἱ μῆν γὰρ ἀρτιάκις ἀρτίοι ἀπὸ μοσάδος ἀρχόμενοι κατὰ τὸν διπλασίον χῶρων λόγον ἐπὶ τὸ μίχρον. οἱ δὲ ἀρτιοπερίττωι ἐκ τῶν περιττῶν συνίσταντο ἐπὶ τὸν δύο πολλαπλασιαζόμενῳ. ἔτος δὲ, ὁ περισάρτιος φημι, ἔτος τῶ ἀρτιάκις ἀρτίῳ καὶ περιττῶ τῆς σύστασις ἔχει, εἰς μῆση χῶραν ἐν ἑαυτοῖς ἔχων. Ἐκκείσθωσαν ἢν διὰ τὸ σαφέστερον οἱ ἀπὸ τριάδος περιττοὶ ἀριθμοὶ ἑαυτάτωσ ἐν ἐπὶ εἴχῳ, οἷος γ', ε', ζ', σ', ια', ογ', ιθ', ἐν ἑτέρῳ δὲ εἴχῳ οἱ ἀπὸ τετραδὸς ἀρτιάκις ἀρτίοι, δ', ἡ, ιε', ιβ', εξ', ρκν, σις'. Εἰτα πολλαπλασιασθῆτω ἑκάτος τῶν ἀρτιάκις ἀρτίων ἐφ' ἑκατον τῶν περιττῶν, ἢ καὶ ἀναπάλιν, ἢ οἱ γενομένοι πάντες περισάρτιοι ἔσονται. ἀπὸ γὰρ τῶ δ': ἐπὶ τὸν γ': πολλαπλασιαζόμενυ γίνεσται ὁ ιβ': ἀπὸ δὲ τῶ ε': ἐπὶ τὸν αὐτὸν γ': ὁμοίως πολλαπλασιαζόμενυ γίνεσται ὁ κδ': ἀπὸ δὲ τῶ ιε': ὁ μμ': ἀπὸ δὲ τῶ ιβ': ὁ ις': ἀπὸ δὲ τῶ εξ': ὁ ρμβ': ἀπὸ δὲ τῶ ρκν: ὁ τπδ': καὶ ἀπὸ τῶ σις': ὁ ιξκ': καὶ ἑκατος τύτων ἡμισυ τε ἔχει, ἢ τῶ ἡμίσιως ἡμισυ, διδ ἢ περισσάρτιος εἶδ' ἐστὶ. πολλαπλασιαζόμενῳ δὲ τῶν αὐτῶν ἀρτιάκις ἀρτίων ἀριθμῶν ἢ ἐπὶ τὸν ε': συσθεῖσονται ἄλλοι τῆς περισάρτιοι ἀριθμοὶ μίχρονσ μὴν τῶ ποσότητι, ἰσοπληθεῖσ δὲ τοῖς προτέροις. Ὅμοίως δὲ καὶ ἐπὶ τὸν ζ': σ': καὶ τὰς λοιπὰς πολλαπλασιασθῶσι περιττῶσ ἀριθμῶσ οἱ ἀρτιάκις ἀρτίοι μίχρονσ τῶν προτέρων γινῆσονται περισάρτιοι ἀριθμοὶ, ὡς ἐπὶ τὰ ἀβ' γ' δ', Διαγράμματος καθοραται.

Τύτων δὲ τῶν τρόπων δύστην, ὅταν βυλεῖ, αὐξῆσαι τὸ πλῆθος τῶν περισσάρτιων ἀριθμῶν κατὰ τὴν πλάτος ἢ βάθος. ἔξεται δὲ ἢ ἀπλῆστερον πως τύτες γενῆσθαι. Ἐὰν γὰρ ἐν ἐπὶ εἴχῳ τῶσ περιττῶσ εἰς πρότερον ἐκδης ἀριθμῶσ, ἢ ἐφ' ἑκατον τύτων τὸν δ': πολλαπλασιασθῆσ, ὃς ἢ α'. ἔχιν χῶραν ἐπὶ τῶν ἀρτιάκις ἀρτίων, τῶσ δὲ γενομένωσ ὑπ' ἀλλήλωσ, καὶ βάθος, τῶξησ, ἔτα ἐφ' ἑκατον τύτων, ἀρχόμενοι ἀπὸ τῶ α. κατὰ τὸν διπλασίον χωρήσῃσ λόγον, καὶ τῶσ γενομένωσ ἐφεξῆσ, κατὰ πλά-

πλάτος τάξης, γίνονται οἱ αὐτοὶ ὡς καὶ πρῶτον. τὰ γὰρ ἰβ' διπλασιαζομένη ἀπαρτίζονται κατὰ τὴν αὐτὴν ἀρτιότητα ὡς ἀπὸ τῆς ἀρτιότητος τῆς αὐτῆς. τὸ δὲ διπλασιαζομένη συσάθεται τὴν αὐτὴν τρόπον διὰ τὴν αὐτὴν πολλαπλασιαστικὴν ἑκάστη τῶν ἀρτιότητος ἀρτιότητος, ὡς ὁ ἰβ', τὸ τῷ ἑδ', ὁ τῷ κ', τὸ τῷ ρκ', καὶ ὁ φξ', τὸ τῷ σς', ὅθεν ἀρτίζονται αὐτοὶ, καὶ μὴ πλάτος τῶν περιττῶν φημι, τὸ πλῆθος περιττῶν δὲ τὸ ὑπὸ τῶν ἀρτιῶν ἴσται τῶ ἀπὸ τοῦ μίση, ἢ τῷ ὑπὸ τῶν μίση, ἴση ἀρτιῶν ἢ. καὶ δὲ τὸ βᾶθος τὸ τῶν ἀρτιοπερίττων. ἴση γὰρ τὸ πλῆθος τῶν αὐτῶν περιττῶν ἢ, ὁ μίσησ ὑποδιπλασιῶσ ἴσται τῶν ἀρτων συττιθεμένων. εἰδ ἀρτιον, οἱ μίσησ ἴσται κατὰ σύνθεσιν, τοῖς ἀρτιοῖς.

τὰ γὰρ ἰβ' διπλασιαζομένη ἀπαρτίζονται κατὰ τὴν αὐτὴν ἀρτιότητα ὡς ἀπὸ τῆς ἀρτιότητος τῆς αὐτῆς. τὸ δὲ διπλασιαζομένη συσάθεται τὴν αὐτὴν τρόπον διὰ τὴν αὐτὴν πολλαπλασιαστικὴν ἑκάστη τῶν ἀρτιότητος ἀρτιότητος, ὡς ὁ ἰβ', τὸ τῷ ἑδ', ὁ τῷ κ', τὸ τῷ ρκ', καὶ ὁ φξ', τὸ τῷ σς', ὅθεν ἀρτίζονται αὐτοὶ, καὶ μὴ πλάτος τῶν περιττῶν φημι, τὸ πλῆθος περιττῶν δὲ τὸ ὑπὸ τῶν ἀρτιῶν ἴσται τῶ ἀπὸ τοῦ μίση, ἢ τῷ ὑπὸ τῶν μίση, ἴση ἀρτιῶν ἢ. καὶ δὲ τὸ βᾶθος τὸ τῶν ἀρτιοπερίττων. ἴση γὰρ τὸ πλῆθος τῶν αὐτῶν περιττῶν ἢ, ὁ μίσησ ὑποδιπλασιῶσ ἴσται τῶν ἀρτων συττιθεμένων. εἰδ ἀρτιον, οἱ μίσησ ἴσται κατὰ σύνθεσιν, τοῖς ἀρτιοῖς.

ἰβ' φξ' κ' ρκ' σς'

{ Εἰς ἀρτιῶν ἀρτιῶν, εἰσι ὡς αἰ εἰς ἴση ἴσησ, καὶ τὴν αὐτὴν ἢ π μίσησ, μίσησ μὴδὲ ἰστέχεται
Εἰς ἀρτιοπερίττων, εἰσι, καὶ τὴν αὐτὴν ἢ π μίσησ ὡς αἰ εἰς ἴση ἰστέχεται ἀρτιῶν, ἰμῶσ μίσησ μὴδὲ
Εἰς ἀρτιοπερίττων, εἰσι ὡς αἰ εἰς ἴση ἴσησ ἰστέχεται ἀρτιῶν μίσησ αἰ μίσησ ἴση.

Περὶ τῷ περιττῷ.

Ὅταν μίσησ, καὶ ὅποια τὰ εἶδη τῷ ἀρτιῷ ἀρτιῶν, ὅπως τὴν αὐτὴν ἑκάστον γίνονται, καὶ τίνα ἔχει τὰ περιττομένη αὐτῷ ἀρτιότητος, οἶμαι, διδάσκει. Τῷ δὲ περιττῷ αὐτῆς τρία καὶ αὐτὴ τὰ εἶδη. τὸ Λ' καὶ ἀσύνθετον, τὸ δευτέρου καὶ σύνθετον, καὶ τὸ καθ' αὐτὸ μὴ δευτέρου καὶ σύνθετον, πρὸς ἄλλο δὲ πρῶτον καὶ ἀσύνθετον. ἴση τὰ μὴ δύο τὸ πρῶτον φημι καὶ ἀσύνθετον, καὶ δευτέρου καὶ σύνθετον ἀλλήλοισ ἀρτίζονται. τὸ δὲ τρίτον, τὸ καθ' αὐτὸ μὴ δευτέρου καὶ σύνθετον, πρὸς ἄλλο δὲ πρῶτον καὶ ἀσύνθετον μίσησ χώραν ἔχει. Καὶ ὡς ἐν μεταχειμῖσ ἀμφοῖν θεωρεῖται, δίκην μισθότητος εἰσ ἀκρότησ κατὰ ἐκατέρῃ κοινοῦσ.

Περὶ τῷ πρώτῳ καὶ ἀσυνθέτῳ.

Πρῶτον μὴσ καὶ ἀσύνθετόσ εἰσι τὸ ὑπὸ μονάδσ μόνησ μετράμενον ὑπ' αὐτῆσ δ' ἄλλου, ὡς οἱ γ, ε, ζ, ια, ιγ, ιε, ιδ, ιγ, κδ, λα, καὶ οἱ παραπλήσιοι. Τῶν δὲ ἑκάστον, ἀμμίαν ἐσιν εὐρησ ἔχοντα ἄλλοσ μίτρον, ἀλλὰ μίτρον τὸ αὐτῷ παρανύμωσ, δηλ: τὴν μονάδα. ὁ γὰρ γ: τρίτουσ μόνησ ἔχει μίτροσ, ὁ δὲ ε: πέμπτουσ. καὶ ὁ ζ: ἑβδόμουσ, καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ἀναλόγωσ. Διὸ δὲ πρῶτοσ καὶ ἀσύνθετοσ πάντοσ οἱ τοιοῦτοὶ ὀνομάζοντα ἀριθμοί. πρῶτοσ μὴσ ὡς τῷ κοινῷ πάντων μίτρον καὶ προτέρωσ τῇ μονάδῃ μίτρον, ἀλλὰ μίτρον, ἀλλὰ δὲ αὐτῷ. ἀσύνθετοσ δὲ, ὡς ὑπ' αὐτῆσ ἀρτιῶν γίνονται, ἀλλὰ μόνησ τῆσ μονάδσ. αὐτῶν δὲ αὐτῶσ συττιθέτωσ δυνατόσ ἄλλωσ, ὡσ ἀπὸ πηγῆσ τιοσ καὶ ῥιζῆσ γίνονται, πρὸσ ὡσ καὶ λόγουσ ἀρχῆσ ἔχουσι. Εἰ δὲ τῆσ ἀρχῆσ τῆσ προτέρωσ εἶσαι τῶν ἄλλων, καὶ τὸ εἶσ αὐτῆσ τ' ἄλλω γίνονται, καὶ τὸ εἶσ αὐτῆσ ἔχοντα ἀναλύονται, εἰκότωσ τῷ ὄντι γε καὶ οἱ τοιοῦτοὶ πρῶτοσ καὶ ἀσύνθετοσ ὀνομάζονται.

Περὶ τῷ δευτέρου καὶ συνθέτου.

Δεύτεροσ δὲ καὶ σύνθετοσ ἀριθμοῖσ: ὁ μὴ μόνον τῷ κοινῷ πάντων μίτρον τῇ μονάδῃ μετράμενοσ, ἀλλὰ καὶ ἄλλωσ τινι, ἢ ἄλλοισ τισιν ἀριθμοῖσ, ὡσ ὁ δ, ιβ, κβ, κγ, λγ, λδ, καὶ οἱ ὅμοιοι. τῶν δὲ ἑκάστοσ καὶ παρανύμωσ αὐτῷ ἔχει μίτροσ τὴν μονάδα, ἔχει δ' ἐπὶ καὶ ἑτεράνωμωσ. ὁ μὴ γὰρ δ: δύο ἔχει μίτρον ἑταροσ καὶ τρίτοσ, τὸ μὴ αὐτῷ παρανύμωσ, ὅπωσ ἐστὶ μονάδσ, τὸ δὲ ἑτεράνωμωσ, δηλ: τῷ γ: ὁ δὲ ιβ: τρία ἔχει μίτρον ἑκατοσ πέμπτουσ, πέμπτουσ, καὶ τρίτοσ, τὸ πρῶτον αὐτῷ παρανύμωσ, ὅπωσ ἐστὶ μονάδσ, τὸ δὲ πέμπτουσ, καὶ τρίτοσ ἑτεράνωμωσ, καὶ ταυτάεσιν ὁ γ: καὶ ὁ ε: ὁμοῖωσ δὲ καὶ τῶν ἄλλων ἑκάστοσ πρὸσ τῷ παρανύμωσ αὐτῷ μίτρον, καὶ ἑτεράνωμωσ ἢ ἑτεράνωμα ἔχει μίτρον. ὅθεν καὶ β'. λήγεται, ὡσ μὴ μόνον τῷ πρῶτῳ καὶ κοινῷ πάντων μετράμενοσ μίτρον, τῇ μονάδῃ φημι, ἀλλὰ καὶ ἄλλωσ τινι, ἢ ἄλλοισ τισιν ἀριθμοῖσ. σύνθετοσ δὲ, ὅτι τῶν πρῶτων καὶ ἀσυνθέτων τιοσ πρὸσ αὐτῶσ ἢ πρὸσ ἑτεροσ συττιθέτοσ, ἔτοσ γίνονται. εἴσ δὲ συττιθετοσ εἰσ τῆσ καὶ ἀναλύονται. ὅπωσ ὁ δ: ἐκ τῷ γ: συττιζεται αὐτῷ συττιθεμένοσ, καὶ εἰσ αὐτὸν ἀναλύεται.

Περὶ τῷ καθ' αὐτὸ μὴ συνθέτου πρὸσ ἄλλο δὲ ἀσυνθέτῳ.

Τὸ δὲ τρίτον τῷ περιττῷ ἀριθμῷ εἶδοσ, ὁ καὶ μίσησ χώραν ἐπὶ ἔχει ἐν τοῖσ λοιποῖσ δισιν, ὡσ εἴρηται, ὡσ ἀρχῆσ τὸ καθ' αὐτὸ μὴ σύνθετοσ, πρὸσ ἄλλο δὲ ἀσύνθετοσ. Εἰσὶ δὲ τῶν τῶ εἶδοσ ὅσοι τῶν ἀριθμῶν ἄλλοισ μὴ παραβαλλόμενοι καὶ ἀντιβληζόμενοι ὅτι κοινῶν ἔχουσι μίτρον, πλὴν τῆσ μονάδσ, ἑκάστοσ δὲ



τος δι' αὐτῆς καθ' ἑαυτὴν θεωρούμενος πρὸς τῆ ὁμοιότητος αὐτῆς μέρει τῆ μονάδος, εὐρίσκεται ἔχειν καὶ ἑτεροίμοιον, ἢ ἑτεροίμοια μέρη, οἷον εἰς 5, καὶ πῆ, ἑκάτερος δὲ καὶ τῆ μονάδος καθ' ἑαυτὴν θεωρούμενος, καὶ ἑτέρω τῶν μετρήται ἀριθμῶν, ὁ μὲν τῶ γ': ὁ δὲ τῶ ε': πρὸς ἀλλήλους δι' ἀντιθέτως ὁμοιοί, ὡς εἶναι κοινὸν μέτρον ἔχουσιν. ἡ γὰρ ὁ γ': τὸν κῆ: μετρεῖ, ὡς μὲν ὁ δ': τὸν 5: ἀλλ' ἢ μορῆς μόνη. ἢ ἑτέρω μὲν τοῖς αὐτῆ, ὡς κοινὸν λαμβανομένη μέτρον, ὁμοιότητες εἶναι, εἰδικασί: δι' οἱ ποῖα τοῖς, καὶ τὸν Προκλον, τοῖς πρὸς τῆ καὶ ἀντιθέτως κατὰ τὴν τῶν ὁμοίων ἀντιστοιχίαν. Ἐπειὶ γὰρ ὁ φίλος φίλων λέγεται φίλος, καὶ ὁ ἀδελφὸς ἀδελφῶ ἀδελφός, ὡτω καὶ ὁ 5: πρὸς τὸν κῆ: ἔχει ὡς ὁ κῆ: πρὸς τὸν 5:

Περὶ Γενέσεως τῶν τριῶν Εἰδῶν τῆ περιττῶ.

Περὶ μὲν ὡς τῶν τριῶν τῶ περιττῶ Εἰδῶν, ὅποιοι ἕκαστος, καὶ τίς τῶν ἄλλων διηγήσεται ἰκανὰ καὶ ταῦτα τῆ μετ' ἀγαθῆς θεωρήσονται. Πρῶτον δ' εἶτι ὀλίγα καὶ περὶ τῆς Μεθόδου τῆς τούτων Γενέσεως. καλεῖται δ' αὕτη ὑπὸ τῆ Ερατοδότης, ὡς Νικημαχὸς φησι, Κόσκιον. Ἐπειὶ γὰρ διὰ κοσμίαν ἔχουμιν διαχωρίζειν, σίτοι φερόμενοι ἀχυρα, καὶ ψάμμοι τῆς μὲν ὑποσιππύσεως, τῶν δὲ ὑπερκειμίνων, ὡτω πως καὶ διὰ τῆς αὐτῆς Μεθόδου ἀναπαυρούμενος λαβόντες τὰς περιττοὺς ἀριθμῶν, καὶ ἀδιακρίτως, εἴς αὐτῶν τὰ τρία ταῦτα εἴδη διακρίνομενος συλλήγομεν. Ἴσι δὲ ἢ Μέθοδος τοιαῦτη. Ἐπειὶ δὲ ὡσαν ἔφασκεν, κατὰ τὴν πρὸς ἀλλήλους ἀκολουθίαν, οἱ ἀπὸ τριάδος περιττοί, ὡσαν ἔξῃσιν ἐν ἐπὶ εἴχη, εἰ δὲ τοῦτο δυωχίρῃ σοι φανῆται, ἐν πλείοσι εἴχησι ἀνθ' ἑνὸς λαμβανομένοις, ὡς ἐπὶ τοῦ ἐπ' ἀφῆν καθόραται διαγράμματος. Εἴτα ἀρξάμενος ἀπὸ τῶ α. ἐπιστάσομαι ἀκριβῶς τίνας τῶν ἐπιτιθέτων οἷος τε οὗτος καταμετρεῖν, καὶ εὐρήσεις αὐτὸν τοὺς δύο μέσους διαλείποντας καταμετρήσαν, τὸν 5: διὰ τὸν ἰῆ, τὸν κῆ, καὶ ἢ λοιπῶς. Ἐν ὁ μὲν τὸν ἰῆ: καὶ ζ': διαλείπει, ὁ δὲ τὸν ἰῆ: καὶ γ': ὁ δὲ τὸν ἰῆ: καὶ ἰ5: καὶ ἄλλος ἄλλος. Μεταβάς δὲ ἐπὶ τὸν διῦτερον, ὅς εἰσιν ὁ δ': ἐπιστάσομαι ὁμοίως, πόσους καὶ ὅπως δύναται καταμετρεῖν, καὶ εὐρήσεις αὐτὸν μετρήσαντάς πάντας τῶν τετραδῶ διαλείποντας, λίγων δὲ τὸν ἰῆ, τὸν κῆ, τὸν λῆ, τὸν μῆ, καὶ τῶν ὁμοίων, ὡς ἕκαστος τίνας καὶ ὑπερβαίνει ἀριθμῶς. ὁ μὲν τὸν ζ': τὸν 5: τὸν ἰῆ: καὶ τὸν γ': ὁ δὲ τὸν ζ': ἰ5: καὶ κα: καὶ ὁ δὲ τὸν κῆ: καὶ λῆ: καὶ λγ': ὁ δὲ τὸν λῆ: λ5: καὶ καγ': ὁμοίως καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων.

γ:	ε:	ζ:	δ:	ια:	ιγ:	ιδ:	ιε:
ιδ:	ιζ:	ιη:	ιθ:	ικα:	ικβ:	ικδ:	ικε:
ε:	λα:	λε:	μα:	με:	μη:	μι:	μζ:
ζ:	κα:	κε:	καδ:	καε:	καε:	καε:	καε:
δ:	λα:	λε:	μα:	με:	μη:	μι:	μζ:
ια:	ιγ:	ιδ:	ιε:	ια:	ια:	ια:	ια:
ιε:	ιζ:	ιη:	ιθ:	ικα:	ικβ:	ικδ:	ικε:
ε:	λα:	λε:	μα:	με:	μη:	μι:	μζ:
ζ:	κα:	κε:	καδ:	καε:	καε:	καε:	καε:
δ:	λα:	λε:	μα:	με:	μη:	μι:	μζ:
ια:	ιγ:	ιδ:	ιε:	ια:	ια:	ια:	ια:
ιε:	ιζ:	ιη:	ιθ:	ικα:	ικβ:	ικδ:	ικε:
ε:	λα:	λε:	μα:	με:	μη:	μι:	μζ:
ζ:	κα:	κε:	καδ:	καε:	καε:	καε:	καε:
δ:	λα:	λε:	μα:	με:	μη:	μι:	μζ:
ια:	ιγ:	ιδ:	ιε:	ια:	ια:	ια:	ια:
ιε:	ιζ:	ιη:	ιθ:	ικα:	ικβ:	ικδ:	ικε:
ε:	λα:	λε:	μα:	με:	μη:	μι:	μζ:
ζ:	κα:	κε:	καδ:	καε:	καε:	καε:	καε:
δ:	λα:	λε:	μα:	με:	μη:	μι:	μζ:
ια:	ιγ:	ιδ:	ιε:	ια:	ια:	ια:	ια:
ιε:	ιζ:	ιη:	ιθ:	ικα:	ικβ:	ικδ:	ικε:
ε:	λα:	λε:	μα:	με:	μη:	μι:	μζ:
ζ:	κα:	κε:	καδ:	καε:	καε:	καε:	καε:
δ:	λα:	λε:	μα:	με:	μη:	μι:	μζ:
ια:	ιγ:	ιδ:	ιε:	ια:	ια:	ια:	ια:
ιε:	ιζ:	ιη:	ιθ:	ικα:	ικβ:	ικδ:	ικε:
ε:	λα:	λε:	μα:	με:	μη:	μι:	μζ:
ζ:	κα:	κε:	καδ:	καε:	καε:	καε:	καε:
δ:	λα:	λε:	μα:	με:	μη:	μι:	μζ:
ια:	ιγ:	ιδ:	ιε:	ια:	ια:	ια:	ια:
ιε:	ιζ:	ιη:	ιθ:	ικα:	ικβ:	ικδ:	ικε:
ε:	λα:	λε:	μα:	με:	μη:	μι:	μζ:
ζ:	κα:	κε:	καδ:	καε:	καε:	καε:	καε:
δ:	λα:	λε:	μα:	με:	μη:	μι:	μζ:
ια:	ιγ:	ιδ:	ιε:	ια:	ια:	ια:	ια:
ιε:	ιζ:	ιη:	ιθ:	ικα:	ικβ:	ικδ:	ικε:
ε:	λα:	λε:	μα:	με:	μη:	μι:	μζ:
ζ:	κα:	κε:	καδ:	καε:	καε:	καε:	καε:
δ:	λα:	λε:	μα:	με:	μη:	μι:	μζ:
ια:	ιγ:	ιδ:	ιε:	ια:	ια:	ια:	ια:
ιε:	ιζ:	ιη:	ιθ:	ικα:	ικβ:	ικδ:	ικε:
ε:	λα:	λε:	μα:	με:	μη:	μι:	μζ:
ζ:	κα:	κε:	καδ:	καε:	καε:	καε:	καε:
δ:	λα:	λε:	μα:	με:	μη:	μι:	μζ:
ια:	ιγ:	ιδ:	ιε:	ια:	ια:	ια:	ια:
ιε:	ιζ:	ιη:	ιθ:	ικα:	ικβ:	ικδ:	ικε:
ε:	λα:	λε:	μα:	με:	μη:	μι:	μζ:
ζ:	κα:	κε:	καδ:	καε:	καε:	καε:	καε:
δ:	λα:	λε:	μα:	με:	μη:	μι:	μζ:
ια:	ιγ:	ιδ:	ιε:	ια:	ια:	ια:	ια:
ιε:	ιζ:	ιη:	ιθ:	ικα:	ικβ:	ικδ:	ικε:
ε:	λα:	λε:	μα:	με:	μη:	μι:	μζ:
ζ:	κα:	κε:	καδ:	καε:	καε:	καε:	καε:
δ:	λα:	λε:	μα:	με:	μη:	μι:	μζ:
ια:	ιγ:	ιδ:	ιε:	ια:	ια:	ια:	ια:
ιε:	ιζ:	ιη:	ιθ:	ικα:	ικβ:	ικδ:	ικε:
ε:	λα:	λε:	μα:	με:	μη:	μι:	μζ:
ζ:	κα:	κε:	καδ:	καε:	καε:	καε:	καε:
δ:	λα:	λε:	μα:	με:	μη:	μι:	μζ:
ια:	ιγ:	ιδ:	ιε:	ια:	ια:	ια:	ια:
ιε:	ιζ:	ιη:	ιθ:	ικα:	ικβ:	ικδ:	ικε:
ε:	λα:	λε:	μα:	με:	μη:	μι:	μζ:
ζ:	κα:	κε:	καδ:	καε:	καε:	καε:	καε:
δ:	λα:	λε:	μα:	με:	μη:	μι:	μζ:
ια:	ιγ:	ιδ:	ιε:	ια:	ια:	ια:	ια:
ιε:	ιζ:	ιη:	ιθ:	ικα:	ικβ:	ικδ:	ικε:
ε:	λα:	λε:	μα:	με:	μη:	μι:	μζ:
ζ:	κα:	κε:	καδ:	καε:	καε:	καε:	καε:
δ:	λα:	λε:	μα:	με:	μη:	μι:	μζ:
ια:	ιγ:	ιδ:	ιε:	ια:	ια:	ια:	ια:
ιε:	ιζ:	ιη:	ιθ:	ικα:	ικβ:	ικδ:	ικε:
ε:	λα:	λε:	μα:	με:	μη:	μι:	μζ:
ζ:	κα:	κε:	καδ:	καε:	καε:	καε:	καε:
δ:	λα:	λε:	μα:	με:	μη:	μι:	μζ:
ια:	ιγ:	ιδ:	ιε:	ια:	ια:	ια:	ια:
ιε:	ιζ:	ιη:	ιθ:	ικα:	ικβ:	ικδ:	ικε:
ε:	λα:	λε:	μα:	με:	μη:	μι:	μζ:
ζ:	κα:	κε:	καδ:	καε:	καε:	καε:	καε:
δ:	λα:	λε:	μα:	με:	μη:	μι:	μζ:
ια:	ιγ:	ιδ:	ιε:	ια:	ια:	ια:	ια:
ιε:	ιζ:	ιη:	ιθ:	ικα:	ικβ:	ικδ:	ικε:
ε:	λα:	λε:	μα:	με:	μη:	μι:	μζ:
ζ:	κα:	κε:	καδ:	καε:	καε:	καε:	καε:
δ:	λα:	λε:	μα:	με:	μη:	μι:	μζ:
ια:	ιγ:	ιδ:	ιε:	ια:	ια:	ια:	ια:
ιε:	ιζ:	ιη:	ιθ:	ικα:	ικβ:	ικδ:	ικε:
ε:	λα:	λε:	μα:	με:	μη:	μι:	μζ:
ζ:	κα:	κε:	καδ:	καε:	καε:	καε:	καε:
δ:	λα:	λε:	μα:	με:	μη:	μι:	μζ:
ια:	ιγ:	ιδ:	ιε:	ια:	ια:	ια:	ια:
ιε:	ιζ:	ιη:	ιθ:	ικα:	ικβ:	ικδ:	ικε:
ε:	λα:	λε:	μα:	με:	μη:	μι:	μζ:
ζ:	κα:	κε:	καδ:	καε:	καε:	καε:	καε:
δ:	λα:	λε:	μα:	με:	μη:	μι:	μζ:
ια:	ιγ:	ιδ:	ιε:	ια:	ια:	ια:	ια:
ιε:	ιζ:	ιη:	ιθ:	ικα:	ικβ:	ικδ:	ικε:
ε:	λα:	λε:	μα:	με:	μη:	μι:	μζ:
ζ:	κα:	κε:	καδ:	καε:	καε:	καε:	καε:
δ:	λα:	λε:	μα:	με:	μη:	μι:	μζ:
ια:	ιγ:	ιδ:	ιε:	ια:	ια:	ια:	ια:
ιε:	ιζ:	ιη:	ιθ:	ικα:	ικβ:	ικδ:	ικε:
ε:	λα:	λε:	μα:	με:	μη:	μι:	μζ:
ζ:	κα:	κε:	καδ:	καε:	καε:	καε:	καε:
δ:	λα:	λε:	μα:	με:	μη:	μι:	μζ:
ια:	ιγ:	ιδ:	ιε:	ια:	ια:	ια:	ια:
ιε:	ιζ:	ιη:	ιθ:	ικα:	ικβ:	ικδ:	ικε:
ε:	λα:	λε:	μα:	με:	μη:	μι:	μζ:
ζ:	κα:	κε:	καδ:	καε:	καε:	καε:	καε:
δ:	λα:	λε:	μα:	με:	μη:	μι:	μζ:
ια:	ιγ:	ιδ:	ιε:	ια:	ια:	ια:	ια:
ιε:	ιζ:	ιη:	ιθ:	ικα:	ικβ:	ικδ:	ικε:
ε:	λα:	λε:	μα:	με:	μη:	μι:	μζ:
ζ:	κα:	κε:	καδ:	καε:	καε:	καε:	καε:
δ:	λα:	λε:	μα:	με:	μη:	μι:	μζ:
ια:	ιγ:	ιδ:	ιε:	ια:	ια:	ια:	ια:
ιε:	ιζ:	ιη:	ιθ:	ικα:	ικβ:	ικδ:	ικε:
ε:	λα:	λε:	μα:	με:	μη:	μι:	μζ:
ζ:	κα:	κε:	καδ:	καε:	καε:	καε:	καε:
δ:	λα:	λε:	μα:	με:	μη:	μι:	μζ:
ια:	ιγ:	ιδ:	ιε:	ια:	ια:	ια:	ια:
ιε:	ιζ:	ιη:	ιθ:	ικα:	ικβ:	ικδ:	ικε:
ε:	λα:	λε:	μα:	με:	μη:	μι:	μζ:
ζ:	κα:	κε:	καδ:	καε:	καε:	καε:	καε:
δ:	λα:	λε:	μα:	με:	μη:	μι:	μζ:
ια:	ιγ:	ιδ:	ιε:	ια:	ια:	ια:	ια:
ιε:	ιζ:	ιη:	ιθ:	ικα:	ικβ:	ικδ:	ικε:
ε:	λα:	λε:	μα:	με:	μη:	μι:	μζ:
ζ:	κα:	κε:	καδ:	καε:	καε:	καε:	καε:
δ:	λα:	λε:	μα:	με:	μη:	μι:	μζ:
ια:	ιγ:	ιδ:	ιε:	ια:	ια:	ια:	ια:
ιε:	ιζ:	ιη:	ιθ:	ικα:	ικβ:	ικδ:	ικε:
ε:	λα:	λε:	μα:	με:	μη:	μι:	μζ:
ζ:	κα:	κε:	καδ:	καε:	καε:	καε:	καε:
δ:	λα:	λε:	μα:	με:	μη:	μι:	μζ:
ια:	ιγ:	ιδ:	ιε:	ια:	ια:	ια:	ια:
ιε:	ιζ:	ιη:	ιθ:	ικα:	ικβ:	ικδ:	ικε:
ε:	λα:	λε:	μα:	με:	μη:	μι:	μζ:
ζ:	κα:	κε:	καδ:	καε:	καε:	καε:	καε:
δ:	λα:	λε:	μα:	με:	μη:	μι:	μζ:
ια:	ιγ:	ιδ:	ιε:	ια:	ια:	ια:	ια:
ιε:	ιζ:	ιη:	ιθ:	ικα:	ικβ:	ικδ:	ικε:
ε:	λα:	λε:	μα:	με:	μη:	μι:	μζ:
ζ:	κα:	κε:	καδ:	καε:	καε:	καε:	καε:
δ:	λα:	λε:	μα:	με:	μη:	μι:	μζ:
ια:	ιγ:	ιδ:	ιε:	ια:	ια:	ια:	ια:
ιε:	ιζ:	ιη:	ιθ:	ικα:	ικβ:	ικδ:	ικε:
ε:	λα:	λε:	μα:	με:	μη:	μι:	μζ:
ζ:	κα:	κε:	καδ:	καε:	καε:	καε:	καε:
δ:	λα:	λε:	μα:	με:	μη:	μι:	μζ:
ια:	ιγ:	ιδ:	ιε:	ια:	ια:	ια:	ια:
ιε:	ιζ:	ιη:	ιθ:	ικα:	ικβ:	ικδ:	ικε:
ε:	λα:	λε:	μα:	με:	μη:	μι:	μζ:
ζ:	κα:	κε:	καδ:	καε:	καε:	καε:	καε:
δ:	λα:	λε:	μα:	με:	μη:	μι:	μζ:
ια:	ιγ:	ιδ:	ιε:	ια:	ια:	ια:	ια:
ιε:	ιζ:	ιη:	ιθ:	ικα:	ικβ:	ικδ:	ικε:
ε:	λα:	λε:	μα:	με:			

Τατο δι ποιήσαντες, ἴαν περ τὸς ὑφ' ἑκάστου μετρημίως ἀποσημειώσωμεν σημείοις τισίν, ὡς γε-
 ιώσκων τίνας μὲν ὁ πρῶτος τῶν περιττῶν μετρεῖ, τίνας δὲ ὁ δεύτερος, καὶ τίνας ἄλλος, ἢ διὰ τὸ εὐ-
 σύγγχον ἰάν ἑφ' ἑκάστῃ τῶν μετρημάτων τὸς μετρητάς αὐτῶν τάξωμεν, ὑπὸσημαι πάντας ἐν αὐ-
 τοῖς καὶ τὰ τρία τῶ περιττῶ εἶδη. Ὅσοι μὲν γὰρ ὑπ' ἑκείνου μετρεῖται ἀριθμῷ πλὴν μονάδος μόν-
 ης, πρῶτοι καὶ ἀσύνθετοὶ εἰσιν, ὡς ὁ γ': ε': ζ': ια': ιγ': καὶ οἱ ὅμοιοι. Ὅσοι δὲ καὶ ὑπόπιος ἢ τριῶν
 μετρεῖται ἀριθμῶν, δεύτεροι καὶ σύνθετοι, ὡς ὁ ς': ιε': κα: κε: κζ': λγ': καὶ οἱ ὅμοιοι. Ἔσοι δὲ τε-
 λουταὶ πρὸς ἀλλήλους παραβαλλόμενοι ὑφ' ἑνὸς μὲν ἑκατέρου εὐρίσκονται ὑποσημειοί, ἢ μὲν δὲ ὑ-
 πό τῶ αὐτῶ, ὡς ὁ ς': κα: ὡν ἄτερος μὲν ὑπὸ τῶ γ': ἑφ' αὐτὸν πολλαπλασιασθέντος γέγονεν, ὑφ'
 ἑ καὶ μετρεῖται παρωνύμως, ἄτερος δὲ ὑπὸ τῶ ε': ἢ γὰρ ὑπὸ πλεόντων, ὑδὲρ μίτροι κοινὸν μέτρον ἔ-
 χουσιν, ἔτε δὴλον: τὸν πολλαπλασιασθέντα, ἔτε μὲν καθ' ἑνὸς ὁ πολλαπλασιασμός γίνεται, ὡς ὁ λγ':
 καὶ ζε': ὁ μὲν γὰρ ἔχει τρίτον καὶ ἑνδέκατον μέρος, ὁ δὲ πέμπτον καὶ δέκατον τρίτον, ὁ μὲν γὰρ ὑπὸ τοῦ
 γ': καὶ ια': μετρεῖται, ὁ δὲ ὑπὸ τῶ ε': καὶ ιγ': ἔτοι εἰσι καθ' ἑαυτῶς μὲν δεύτεροι καὶ σύνθετοι, πρὸς
 ἀλλήλους δὲ πρῶτοι καὶ ἀσύνθετοι. Ἀλλὰ καὶ ὅσοι γίνονται ἐκ τῶν πρώτων καὶ ἀσυνθέντων πρὸς ἀλ-
 λήλους πολλαπλασιασθέντων ἑφ' αὐτοῦς, ἢ ἐπὶ τὸς οἰκείας γνώμας, τοῖσιν αὐτοῖς εἰσιν, ὡς περ ὁ
 κζ': καὶ ρκ': ὁ μὲν γὰρ γέγονεν ἐκ τῶ ς': ἐπὶ τὸν γ': πολλαπλασιασθέντος, ὁ δὲ ἀπὸ τῶ κε': ἐπὶ τὸν ε':
 ὁμοίως πολλαπλασιασθέντος. Ἐπεὶ γὰρ ὁ ς': καὶ κε': πρῶτοι καὶ ἀσύνθετοὶ εἰσι πρὸς ἀλλήλους, καὶ οἱ
 ἑφ' αὐτῶν ἐηλοῦσι, ὁ κζ': καὶ ρκ': πρῶτοι καὶ ἀσύνθετοι πρὸς ἀλλήλους εἰσι.

Ὅπως εὐρίσκων ἔχομεν τῆς τε πρώτης καὶ ἀσυνθέτους,
 καὶ τῆς δευτέρους καὶ συνθέτους.

Ἐπειδὴ δὲ τυχασί δύο περιττοὶ ἀριθμοί, καὶ ζητήσασί τις πότιρος ἔτοι πρῶτοι καὶ ἀσύνθετοὶ εἰσιν,
 ἢ δεύτεροι καὶ σύνθετοι, ἀφαιρέσει μὲν τὸν ἐλάττω ἀπὸ τῶ μείζονος ὅσαυς δυνατὸν, κἄν εἰς μονά-
 δα κατατήσῃ ἢ ἀφαιρέσῃ, δεῖ τῆς ἀποφαίνων πρώτους καὶ ἀσυνθέντους, εἰδὴ εἰς ἄλλο τινα ἀρι-
 θμὸν, δεύτερος καὶ συνθέτους, καὶ τὸν ἀριθμὸν ἑκείνου, ἑφ' ὃν κατέληξεν ἢ ἀφαιρέσῃ κοινὸν εἶναι μέ-
 τρον τῶν προβληθέντων ἀριθμῶν. Ὅσον ὑποκείδωσας πρῶτον εἰς ἑρῖων ὁ κγ': καὶ μί: ἀφαιρέθη-
 τω δὲ ὁ ἐλάττω, δηλ: ὁ κγ': ἀπὸ τῶ μί: μείζονος. καὶ ἐπὶ ἐναπολείπεται ὁ κβ': ἀφαιρέθητω ἔ-
 τος ἀπὸ τοῦ κγ': ἐπεὶ δὲ ἐναπολείπεται μονάς, ἥτις ὅσαυς ἂν ἀφαιρέθῃ ἀπὸ τοῦ κβ': εἰς μονάδα
 αὐθις κατατήσῃ, τέτα χάριν οἱ προκειμένοι ἀριθμοί, ὁ κγ': καὶ μί: πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσι,
 καὶ κοινὸν ἔχουσι μέτρον τῆν μονάδα. Ἐποκείδωσας δ' ἔτι ὁ κβ': καὶ μς': καὶ ἀφαιρέθητω τῶ μς': ὁ
 κπ': καὶ ἐπὶ ἐναπολείπεται ὁ κη': ἀφαιρέθητω πάλιν ὁ κβ': ἀπὸ τῶ κη'. Ἐπεὶ δὲ ἐναπολείπεται ὁ ζ':
 ἀφαιρέθητω ἔτος ἀπὸ τῶ κη': καὶ ἐναπολείπεται πᾶσις ὁ ἰδ': τῶσιν δὲ ἀφαιρέθητω ὁ ζ': καὶ ἐ-
 πὶ ἐναπολείπεται αὐθις ἡ ζ': ὅστις ἀπὸ τῶ πρότερον ἐναπολελυθέντος ζ': ἐκ ἀφαιρέται, ἰσθι ὅ-
 τι οἱ προβληθέντες ἀριθμοί, ὁ κβ': καὶ μς': δεύτεροὶ εἰσι καὶ σύνθετοί, καὶ κοινὸν ἔχουσι μέτρον τῶν ζ':.

Περὶ τῶν τριῶν εἰδῶν τῶ ἀρτίου ἀριθμῶ κατὰ
 δευτέραν αὐτῶ διαίρεσιν.

Κατὰ μὲν ἂν πρώτῃ διαίρεσιν τῶ τε ἀρτίου καὶ περιττῶ ἀριθμῶ τρία εἰσιν ἑκατέρου τὰ εἶδη ὡς
 ἔγνωμεν. Ἐπει δὲ ὁ ἀρτίος καὶ δευτέραν ἐπιδέχεται διαίρεσιν, καὶ τρία αὐθις παρὰ πᾶσιν ὁμολογῶ-
 νται εἶναι τὰ τῆτου εἶδη, εἰκὸς εἶναι καὶ περὶ τῶν ὀλίγων εἰπεῖν. Τῶν τοίνυν ἀρτίων ἀριθμῶν, καὶ
 δευτέραν διαίρεσιν, οἱ μὲν εἰσιν ὑπερτελοῦς, οἱ δὲ ἀτελεῖς, οἱ δὲ τέλειοι. τῶν δὲ πάλιν τῶν τριῶν
 εἰδῶν οἱ μὲν ὑπερτελοῦς καὶ ἀτελεῖς ἀλλήλους ἀντίκεινται, καὶ τὸ πλεόν καὶ ἐλάττω. οἱ μὲν γὰρ ἐν ὑπερ-
 βολῇ, οἱ δὲ ἐν ἐκείνῃσι θεωρούμενοι εὐρίσκονται ὡς ὁμοιομεθᾶ. Διὸ καὶ παρὰ τῶ Νικομάχῳ εἰς τῶν
 τῶς ἀσιστότους ἀνάγονται χίσειν, οἱ δὲ τέλειοι ἀναμίστου ἀμφοτέρων εἰσιν ἐν συμμετρίας τῶν οἰκείων
 συνημίονα μέρων. Ὅθεν τέλειοι ἀριθμοὶ ὀλίγοι εἰσιν, ὡς περ καὶ τῶν ἀσθράπων οἱ κάλισοι. ἀ-
 τελεῖς δὲ καὶ ὑπερτελεῖς πάμπολλοι, ὅτι πολλοὶ καὶ οἱ χίραιοι τῶν ἀσθράπων.

Περὶ τῶ ὑπερτελεῶ ἀριθμῶ.

Ἐπερτελεῖς μὲν ἂν ἀριθμῶς εἰσιν, ἢ τὰ μέρη συνημίονα εἰς ἂν μίξωσα αὐτῶ ποιῶσιν ἀριθμὸν.
 ἢ ὑπερτελεῖς εἰσιν, ὁ ἐλάττω τῶν αὐτῶ μέρων εἰς ἐν συναχθέντων, οἷος ὁ ἰβ': κδ': καὶ οἱ ὅμοιοι.
 τῶ μὲν γὰρ ἡμισυ μίρος ἐστὶν ὁ ς': τρίτον ὁ δ': τέταρτον ὁ γ': ἔκτον ὁ β': δωδέκατον ἢ μονάς, ἄτιμα
 συνημίονα ἀλλήλους ποιῶσι τὰν ἰβ': μίξωσα ὅττα τῶ ἰβ': τῶ δὲ ἡμισυ μὲν ὁ ἰβ': τρίτον ὁ κ': τέ-
 ταρτον ὁ ς': ἔκτος ὁ δ': ὅγδοον ὁ γ': δωδέκατον ὁ β': εἰκοσιτέταρτον ἢ μονάς, ἄπερ συνημίονα
 ποιῶσι

ποιῶσι τὸν λζ: μίζονα τὴ ἀδ: διὸ ἢ Νικόμαχος παραβάλλει τέτρες τοῖς κατὰ πλειοσύνθετον τῶν μέρων, ἢ μιλιῶν τελευτηρημένους ζώοις. οἷον τὸ δέκα μίλι γλώσσας ἔχον, κατὰ τὸν Ποικίτην, δέκα δὲ σόματα. ἢ τὸ ὑπεράχειλον, ἢ ἑκατόγχερον, ἢ τὰ παραπλήσια.

Περὶ τῶ ἀτελεῶς ἀριθμῶ.

Α' τίλος δὲ ἀριθμὸς ἐστὶν ἔ τὰ μέρη συντιθέμενα τὴναρτίον ποιῶσι τοῖς τῷ ὑπερτιλῶς. ἢ ὁ μίζον τῶν ἑαυτῷ μέρων εἰς ἐν συγκαταλειμμένων. τὸ γὰρ ἐκ τῶν συνποσούμετων ἰλαττόν ἐστι τὸ ἕ εἰς μίρη τὰ συντιθέμενα, οἷος ὁ δ': ὁ β': ἢ οἱ ὅμοιοι. τὰ μὲν γὰρ ἕμισυ μίλι ὁ β': τέταρτον δὲ ἢ μισιάς, ἄτινα συντιθέμενα ἀπάλους ποιῶσι τὸν γ': ἐλάττοια ἔντα τὸ δ': τὸ δὲ ἕμισυ μίλι ὁ δ': τέταρτον δὲ ὁ β': ἢ ὄγδοον ἢ μισιάς, ἔξ ἢ συντιθέμενων συνίσταται ὁ ζ': ἐλάττωι ἢ ἢ αὐτὸς τῷ ἡ: ἔδιν ἢ τοῖς ἐσὸς ἢ πλείων μέρων τε ἢ μιλιῶν ἰσηρημένους ζώοις ὁ Νικόμαχος τέτρες παρεκάζει. Οἷος ὁ μοιροθάλαμος, ὁ μοιροχέρ, ὁ τετραδάκτυλος, ἢ οἱ παραπλήσιοι.

Περὶ τῶ τελείου ἀριθμῶ.

Τίλειος δὲ ἀριθμὸς ἐστὶν, ὁ τοῖς ἑαυτῷ μέρειν ἴσος ἢν, ἢ μίτη ἐλάττωι, τῷ ἐκ τῶν μέρων αὐτῷ συνισαμένου, ἢ τὸ πλειοσύνθετον. τοιῶτός ἐστιν ὁ ε': ὁ κ': ἢ οἱ παραπλήσιοι. τοῦ μὲν γὰρ ἕμισυ μέρος ὁ γ': τρίτον ὁ β': ἢ ἔκτον ἢ μισιάς. ταῦτα δὲ συντιθέμενα τὸν ε': ποιεῖ. οὐ ἢ μίρη εἰσὶ. τὸ δὲ ἕμισυ μίλι ἐστὶν ὁ ἰδ': τέταρτον δὲ ὁ ζ': ἕβδομον δὲ ὁ δ': τεταρτακοσάδικατον δὲ ὁ β': ἢ εἰκοσὸγδοον ἢ μισιάς. ἄπειρ εἰς ἐν συγκαταλειμμένα τὸν κ': ποιεῖται, ἕντιος εἰσὶ μίρη, ἢ χάρην ἢ τοῖς καλοῖς ἢ κατ' ἀρετὴν οἱ τοῖτοιο ἰοίκασι, διὸ ἢ σπάνιοι, ὡς εἰρηται, ἐν γὰρ ταῖς μισιάσιν εἰς μισιάς εὐρίσκειται τίλειος ἀριθμὸς ὁ ε': ἕτερος δὲ μόνος ἐν ταῖς δέκασι ὁ κ': ὡσαύτως καὶ ἐν ἑκατοστάσιν ὁ υγ': μόνος, ὡσαύτῃ ἢ ἐν χιλιάσιν ὁ ρηκ': ὁμοίως ἢ ἐπὶ τῶν λοιπῶν βαδμῶν. καὶ τῶν ἑκατος ἢ εἰς ἑξάδα καταλάξει, ἢ εἰς ὄγδοάδα.

Περὶ Γενέσεως τῶν τελείων.

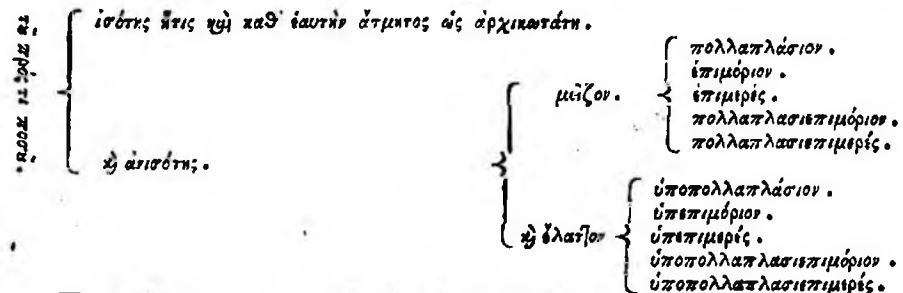
Ἡ δὲ τῶν τελείων ἀριθμῶν Γένεσις γλαφυράτε ἢ ἀσφαλῆς παρὰ τῷ Νικόμαχῳ ὀνομάζεται. ἐστὶ δὲ τοιαῦτα. Ἐκπύδουσαν ἀπὸ μονάδος ἀρτίοι ἀριθμοὶ ἐφεξῆς ἐν ἐν εἶχον, ὅσον ἔχει, καὶ τὴν εὐτακτικὸν αὐτῶν ἰσακολύθουσι. ἔντα ἀρχαίμως ἀπὸ τῷ β': ἐπισφύρωσον τὰς λοιπὰς καὶ πρόσθεσις ἴσος. καὶ ἑαυτῶν δὲ ἐπισφύρωσον σὺν ἑαυτῷ, οἷος ἐστὶν ὁ γινόμενος. καὶ μὲν εὐρεῖ αὐτὰς πρῶτον ἔντα ἢ ἀσύμμετρον, πολλαπλασιασῶν ἐπὶ τὴν ποσότητα τῷ ἐχάτως λαφθέντος, ἢ ὁ γινόμενος τίλειος πάντας ἔσαι. εἰδὶ γὰρ δεύτερος ἢ σύνθετος εὐραδείη, ἐπισφύρωσον αὐτῶ τὸν ἔξος, τότε δὲ γινόμενος ἐπισφύρωσον πάλιν ὅποῖος ὁ ἀποτελέμενος, καὶ μὲν εὐραδῆ αὐτὸς πρῶτος ἢ ἀσύμμετρον, πολλαπλασιασῶν αὐτὸν ἐπὶ τὴν τῷ ἐχάτως, καὶ τὴν ἐπισφύρωσον, ποσότητα. Εἰδὶ γὰρ δεύτερος ἢ ἀσύμμετρον ἐπισφύρωσον αὐτῶ πάλιν τὸν ἔξος, ἢ τὰ λοιπὰ ποιεῖ ὡς πρότερον. Τῶτο ἢν φυλάττων ἔξος πάντας τὰς τελείους ἀριθμῶς. Οἷον ἐκκεμῆτων, ὡς εἰρηται, τῶν ἀπὸ μονάδος ἀρτίων ἀριθμῶν, α, β, δ, γ, ε, ζ, η, θ, ρηκ, ἢ τῶν λοιπῶν ἐπισφύρωσον τῇ μονάδι τὸν β': ἢ γινόμενος ὁ γ': ἢ ἐπὶ ἕτος ἰσηρημένους πρῶτος εὐρίσκειται ἢ ἀσύμμετρον, πολλαπλασιασῶν αὐτὸν ἐπὶ τὸν β': ὅτος γὰρ ἐστὶν ὁ ἐχάτως εἰλαμμένος, καὶ γινόμενος ὁ ε': πρῶτος ἢν τῶν τελείων ἀριθμῶν. Βυλομένος δὲ εὐρεῖν ἢ τὸν δεύτερον, τὸν ἐν δέκασι ἐπισφύρωσον τῇ γ': τὸν δ': ἢ γινόμενος τὸν δ': ἐπὶ δὲ ἢ ἕτος πρῶτος ἢ ἀσύμμετρον, πολλαπλασιασῶν αὐτὸν ἐπὶ τὸν ἐχάτων δαλ: τὸν δ': ἢ ἔξος τὸν κ': δεύτερον ὅτα τῶν τελείων. Εἰδὸς ἐν βυλομένῳ ἢ τῷ τρίτῳ τυχεῖν, τὸ ἐν ἑκατοστάσιν ἐπισφύρωσον τῇ ζ': τὸν ἡ: ἢ γινόμενος ὁ εἰ: ἐπὶ δὲ ἕτος κα ἔς πρῶτος καὶ ἀσύμμετρον, πρὸς ἢ τῷ παραπλήσιον αὐτῷ μίρη ἔχου ἢ ἕτερον μόνον, τρίτον θημὶ ἢ πέμπτον, ἐπισφύρωσον αὐτῶ εἰς τὸν ιε': καὶ ἐπὶ ὁ ἀποτελέμενος λα: Α. ἐστὶ ἢ ἀσύμμετρον, πολλαπλασιασῶν αὐτὸν ἐπὶ τὸν ἐχάτως εἰλαμμένον τὸν ιε': ἢ γινόμενος ὁ υγ': τίλειος ἢν ἢ αὐτὸς τῶν ἐν ἑκατοστάσιν.

Τῷ αὐτῇ μεθόδῳ εὐρίσκειται ἢ οἱ λοιπὰ πάντες. ἢ δὲ μονάς ἐπὶ πρῶτη ἐστὶν, ἢ ἔχει τίμη ἢ ἐπισφύρωσθ, ἀλλ' ἐφ' αὐτὴν πολλαπλασιασθήσεται αὐτὴν ποιεῖ, διὸ ἢ δύναμις, καὶ δὲ ἢ ἑτερῶς τίλειος ἐστὶν ἀριθμὸς. ὡσαύτῃ αὐτῇ ἢ τρίγωνον ἐστὶ ἢ τετραγώνον ἢ παν ὅτιον ἄλλο χῆμα καὶ δύναμις.

Εἰς ὑπερτιλῶ, ἢ τὰ μέρη συντιθέμενα ἕως ἐν μίζονα αὐτῷ ποιῶν ἀριθμῶν. Εἰς ἐλάττω, ἢ τὰ μέρη συντιθέμενα τὴναρτίον ποιῶσι τοῖς τοῦ ὑπερτιλῶς. ἢ ἀτελεῖ, ἢ τὰ μέρη συντιθέμενα τὴναρτίον ποιῶσι τοῖς τοῦ ὑπερτιλῶς. Εἰς τίλειον, δὲ γὰ ἴσος ἢν τοῖς μέρειν αὐτῷ μίτη ἐλάττωι τῷ ἐκ τῶν μέρων αὐτῷ, μίτη πλειοσύνθετον.

Περὶ τοῦ Πρὸς ἰ ποσοῦ.

Πληρωθεὶς ἦδ' ἰσῶς τῆς περὶ τῶ καθ' αὐτὸ, καὶ πρὸς ἕδ' ἄλλο ἀναφορῶν ποσῶ Ἐρμηνείας. καὶ τῶν κυριωτέρων ταῦτα εἶδ'ον, κατ' ἄμφω τὰς διαιρέσεις ἀναπτυχθέντων, λείπεται ἡμῖν μίσηβναι καὶ εἰς τὴν τῶ πρὸς τὴ ποσῶ διασφῶσιν. Ὅτι δὲ τὸ ποσοῦ μὴ μόνον ὡς ἀπόλυτον τι δύναται ἐκλαμβάνεσθαι, ἀλλὰ καὶ ὡς πρὸς τι, ἄλλοι ἐν τῆς τῶν πρὸς τι διαιρέσεις. οὕτω γὰρ τὰ μὲν κατ' ἰσότητα λέγεται πρὸς τι, ὡς πατὴρ καὶ υἱός, τὰ δὲ καὶ ποσότητα, ὡς μείζων καὶ ἑλάττω. τὰ δὲ κατ' ἰσότητα, ὡς λευκότερον καὶ χυλότερον. τὰ δὲ κατὰ τόπον, ὡς δεξιὸν καὶ ἀριστερόν. τὰ δὲ κατὰ τύχην, ὡς δούλος καὶ δεσπότης. τὰ δὲ κατ' ἐνέργειαν ἢ πάθος, ὡς τυπῶν καὶ τυπτόμενος. τὸ τοιοῦτον δὲ ποσῶ τῶ πρὸς τι ἐμφαί δύο αἰ γενικώταται διαιρέσεις, ἰσότης καὶ ἀισότης. Πᾶν γὰρ τὸ διαίρημιον ἢ εἰς ἰσότητα, ἢ εἰς ἀισότητα διαιρῶνται μέρη, ὡσπερ καὶ πᾶν τὸ πρὸς ἄλλοτι παραβαλλόμενον, ἢ ἰσον ἐκείνῳ εὐρίθνηται ἢ ἀισον. Ὡς τε, καὶ ταῦτα, διήρη καὶ τὸ ποσῶ χείρισ, ἢ μὴν κατ' ἰσότητα διαίρημιον, ἢ δὲ κατ' ἀισότητα. ἀλλ' ἢ μὴν τῆς ἰσότητος χείρισ ἀντιπὸς εἰς καθ' αὐτὸν καὶ ἀδιαίρητος, ὡς ἀρχικωτάτη. καὶ ἦ καὶ τὴν λεξιμῶν συνείδειαν, δύναμιθα λέγειν μᾶλλον, ἢ ἕτων ἰσον ἢ ἀισον, ὡς ἐν ταῖς κατηγορίας εὐρίσκομεν, ἢ ἰσότης μὴν τοῖ ἐν ἀδιαίρητῶ συνείκειν. Ἰσα ἦδ' λέγεται, ὡν ἑκάτερον ἢτε ἔλειπε, ἢτε ὑπερίκει τὰ λοιπῶ, καὶ τὴν πρὸς ἐκείνο παραβολὴν, ὡς οὐ δίκαι πρὸς τὸν δίκαι καὶ ἢ μὴ πρὸς τὴν μὴν, καὶ τὸ τάλαντον πρὸς τὸ τάλαντον, καὶ ὅτιον ἄλλο πρὸς ὅτιον ἄλλο τύχη παραβαλλόμενον. διὸ καὶ τὰ ἰσα ἀλλήλοισ συνωμει. τῶν ἦδ' πρὸς τι πάλιν τὰ μὲν καθ' ὁμωνυμίαν λέγεται, ὡς φίλος πρὸς φίλον, καὶ ἀδελφὸς πρὸς ἀδελφόν, καὶ γείτων πρὸς γείτονα, καὶ σφραγῆς πρὸς σφραγῆδον, καὶ τὰ παραπλήσια. τὰ δὲ καθ' ἑτερονυμίαν, ὡς δεσπότης πρὸς δούλον, καὶ διδάσκων πρὸς μαθητὴν, καὶ πατὴρ πρὸς υἱόν, καὶ τὸ μείζων πρὸς τὸ ἑλάττω, καὶ τὸ διπλάσιον πρὸς τὸ ἡμισυ, καὶ τὰ ὅμοια. τῆς δὲ κατ' ἀισότητα χείρισ δύο τὰ εἶδη μείζων καὶ ἑλάττω ἀλλήλοισ ἀντικείμενα, ὅταν καὶ ἀντανυμείται ἀλλήλοισ, ὡς πατὴρ καὶ υἱός, καὶ διδάσκων καὶ μαθητῶν, καὶ τὰ τοιαῦτα. τὸ ἦδ' μείζων ἑλάττωτος μείζων λέγεται, καὶ τὸ ἑλάττω μείζωτος ἑλάττω. Ὡσπερ καὶ ὁ πατὴρ ἦδ' πατὴρ, καὶ ὁ υἱός πατρός, καὶ τὸ μὴν μείζωτος πάντε εἰς τὰ εἶδη, τὸ πολλαπλάσιον, τὸ ἐπιμόριον, τὸ ἐπιμερὲς, τὸ πολλαπλασιασπιμόριον, καὶ τὸ πολλαπλασιασπιμερὲς. Τῶν δὲ πρῶτισόν εἰς φύσει τῶν ἄλλων τὸ πολλαπλάσιον, ὡς ὁ ψίμαθα. Ὡσπερ δὲ τὸ μείζωτος πάντε εἰς τὰ εἶδη, ἢτε καὶ τὸ ἑλάττωτος τοσαῦτα εἶναι εὐρίσκονται, ἀντικείμενα ἢτοι τοῖς τὰ μείζωτος ἕκατον ἐκάτω μὴ τῆς ὑπὸ προφορῶμεθα προδείσεως, καὶ ταῦτη ἐκείνων ἀντιδιασπῶμενα. τὸ μὴν ἦδ' ὑποπολλαπλάσιον λέγεται, τὸ δὲ ὑπιπιμόριον, τὸ δὲ ὑπιπιμερὲς, τὸ δὲ ὑποπολλαπλασιασπιμόριον, καὶ τελευταῖον ὑποπολλαπλασιασπιμερὲς. Περὶ ὡν ἀπάντων ἐν τοῖς ἐξῆς διαληφόμεθα, ἀπὸ τῶ πρῶτη ἀρχόμεθα. Κρίθωσαν δὲ, εἰ δοκεῖ, διὰ τὸ σαφῆς ερον καὶ ἐπὶ διαγράμματι τὰ εἶδη τῶ τε μείζωτος καὶ ἑλάττωτος.



Περὶ τῶ Πολλαπλασίῳ καὶ τῶν τῆτου Εἰδῶν.

Πολλαπλάσιος ἔν ἀριθμὸς εἶναι ὁ ἔχων τινὰ ἀριθμὸν ἐν αὐτῷ ὅλον πλειονάκις ἢ ἀπαξ. ἢ ὁ ὑπὸ τινος ἀριθμῶ πλειονάκις μετρήμενος, ὡς ὁ 5: ὁ ὑπὸ τῶ 3: ἕτος γὰρ τρίς ἐν αὐτῷ τὸν 3: ἔχει. ὅφ' ἢ καὶ μετρήται τρίς. ἐπεὶ δὲ τὸ πολλαπλάσιον ἀντίκειται τὸ ὑποπολλαπλάσιον, ὅλον ὅτι ὑποπολλαπλάσιος ἀριθμὸς εἶναι ὁ ἔν τινι ἀριθμῶ πλειονάκις ὅλος περιχόμενος, ἢ ὁ πλειονάκις ἀριθμὸν τινὰ μετρῶν ὡς ὁ 3: τὸν 5: μέρος αὐτῶ καὶ μὴ μέρη ὑπάρχων. ἕτος γὰρ ἐν τῶ 5: τρίς περιχεται, καὶ τρίς αὐτὸν μετρεῖ. τρίτον τῶ αὐτῶ μέρος ὑπάρχων. μέρος δ' ἐστὶν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ καὶ τὸν Ευκλείδων, ὁ ἑκάστων τῶ μείζωτος, ὅταν καταμετρηῖ τὸν μείζωτα. ὡς ὁ 3: τὸν 5: καὶ 5: τὸν μὴν γὰρ δις καταμετρεῖ, τὸν δὲ τρίς. μέρη δὲ ὅταν ἢ καταμετρηῖ, ὡς ὁ 5: τὸν 5: καὶ 5: τὸν μὴν γὰρ ἀπαξ μετρῶν ἑλλίπει δύο, τὸν δὲ δις ὁμοίως μετρῶν ἑλλίπει μοιδα. Εἶδη δὲ τῶ πολλαπλάσιον,

πλασίον, τὸ διπλάσιον, τριπλάσιον, τετραπλάσιον, πενταπλάσιον, καὶ λοιπὰ ἐκ ἄπειρον. γινώσκοντες δὲ ταῦτα οἱ ἀπὸ ὁλοκλήρου ἀρχόμενοι ἀριθμοὶ ἐν τῇ φυσικῇ αὐτῶν χύματι πρὸς τὴν μονάδα παραβαλλόμενοι. ὁ μὲν γὰρ δύο τῆς μονάδος διπλάσιός ἐστιν. ὁ δὲ γ': τριπλάσιος, ὁ δὲ δ': τετραπλάσιος, καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ἀναλόγων. Ἐπειρ δὲ τῶν φύσει ἐκκειμένων ἀριθμῶν πρὸς τὴν μονάδα ἐκείνου παραβαλλόμενοι τὰ τῶν πολλαπλασίων γινώσκονται εἴδη, ὅταν καὶ τῆς μονάδος πρὸς ἑαυτοὺς τῶν τοιούτων ἀριθμῶν ἐν αὐτοῖς παραβαλλομένους γινώσκονται τὰ εἴδη τῶν υποπολλαπλασίου. τὸ μὲν γὰρ β': υποδιπλάσιός ἐστι, ὅτοι ἡμισυ, τὸ δὲ γ': υπερτριπλάσιος, τὸ δὲ δ': υποτετραπλάσιος, καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ὁμοίως, καὶ τὸ ἐν αὐτοῖς ἀνάλογον. Ἐπειρ δ' αὖθις τὰ τῶν πολλαπλασίων εἶδη ἐκ ἄπειρον πρόβεισι καὶ τὸ μείζον, ὅταν καὶ τῶν υποπολλαπλασίων ἐκ ἄπειρον χωριστοί, κατὰ τὸ ἐλάττω.

Περὶ Εὐρέσεως τῶν τῶν πολλαπλασίων εἰδῶν.

Ἐξῆσι ὁδοῖσι εὐρίσκειν τὰ τῶν πολλαπλασίων εἶδη, ἴαν τοὺς ἀπὸ μονάδος ἐκείνης ἀριθμοὺς εὐτάτω, καὶ τὴν φυσικὴν αὐτῶν Πρόδοσιν, ἐφ' ἧσιν βύβησι. ἀρχόμενος γὰρ ἀπὸ τοῦ β': καὶ ἴνα παρ' ἑαυτὸν λαμβάνων τὰς ἀριθμῶν εὐρήσεις πάντας τὰς διπλασίων ἀρτίων τε καὶ περιττῶν. ὁ γὰρ β': διπλάσιός ἐστι τῆς μονάδος, ὁ δὲ τὸ β': ὁ δ': τὸ γ': ὁ π': τὸ δ': ὁ ι': τὸ ε': καὶ ταῦτα ἐκ ἄπειρον. Λύθεις ἀρχόμενος ἀπὸ τοῦ γ': καὶ δύο παραλείπειν τῶν ἐξῆς εὐρήσεις πάντας τὰς τριπλάσιους. ὁ γὰρ γ': τριπλάσιός ἐστι τῆς μονάδος, παραλιπομένων δὲ τῶν δ': καὶ π': ὁ ε': πάλιν τριπλάσιός ἐστι τοῦ β': παραλιπομένων δὲ τῶν ζ': καὶ π': ὁ θ': ὁμοίως τριπλάσιός ἐστι τοῦ γ': ὥσπερ καὶ ὁ ιβ': τὸ δ': καὶ ὁ ιι': τὸ ε': καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ὁμοίως, δύο γὰρ παραλιπομένων. Ἀρχόμενος δὲ ἀπὸ τοῦ δ': τρεῖς παραλείπειν εὐρήσεις τοὺς τετραπλάσιους ἀπαντας. ὁ γὰρ δ': τῆς μονάδος ἐστὶ τετραπλάσιος, καὶ ὁ π': τὸ β': καὶ ὁ ιβ': τὸ γ': καὶ ὁ ιε': τὸ δ': τριῶν γὰρ παραλιπομένων. Τὸς δὲ πενταπλάσιους εὐρήσεις ἀπὸ τοῦ ε': ἀρχόμενος καὶ ἑξαπλάσιους παραλείπειν. τὰ δὲ ἑξαπλάσιους, ἴαν ἀπὸ τοῦ ε': ἀρχόμενος παραλείπειν πέντε. Ἐπειρ δὲ ἄλλοι, ὅσους ἀνὸσπρωτοὺς ἑκάστη εἶδη παραλείπειν, τοσούτους καὶ ὁ δεύτερος τῶν αὐτοῦ εἶδους. ἐπειδὴ γὰρ ὁ β': τὴν μονάδα μόνον παραλείπει. δεύτερος γὰρ ἐστὶ τὴν τρίτην, διὰ τοῦ τῶν καὶ ὁ δ': ἑνα παραλείπει, τὸν γ': καὶ ὁ ε': τὸν π': καὶ οἱ λοιποὶ τῶν αὐτῶν εἰδῶν ὁμοίως. Λύθεις ἐπὶ ὁ γ': δύο παραλείπει, τὸν β': καὶ τὴν μονάδα, διὰ τῶν καὶ ὁ ε': τῶν αὐτῶν ὡς εἶδους τῶν γ': τὸ τριπλάσιον γὰρ συνίστησι ἑκάτερος, παραλείπει δύο τῶν δ': καὶ ε'. ὅταν καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων.

α	β	γ	δ	ε	ς	ζ	η	θ	ι
β	δ	ς	η	ι	ιβ	ιδ	ισ	ιν	κ
γ	ς	θ	ιβ	ισ	ιη	κα	κδ	κε	λ:
δ	η	ιβ	ις	κ	κδ	κη	λβ	λς	μ:
ε	ι	ισ	κ	κε	λ	λε	μ	με	ν:
ς	ιβ	ιν	πδ	λ	λς	μβ	μν	νδ	ξ:
ζ	ιδ	κα	κη	λε	μβ	μθ	νς	εγ	ο:
η	ισ	κδ	λβ	μ	μν	ις	εδ	οβ	π:
θ	ιν	κε	λς	μθ	νδ	εγ	οβ	πα	υ
ι	κ	λ	μ	ν	ξ	ο	π	υ	ρ:

διπλάσιον.
 τριπλάσιον.
 τετραπλάσιον.
 πενταπλάσιον.
 ἑξαπλάσιον.
 ἑπταπλάσιον.
 οκταπλάσιον.
 ἐνιαπλάσιον.
 δεκαπλάσιον.

Ἰσίου δ' ὅτι τοῖς μὲν διπλασίοις συμβιβαστικῶς πάντας ἀρτίους εἶναι, ὡς κατὰ τὸ διπλάσιον προχωρήσας ἐπὶ τὸ μείζον. τοῖς δὲ τριπλάσιους περιττοὺς καὶ ἀρτίους ἑνα παρ' ἑνα, τοῖς δὲ τετραπλάσιους πάντας ἀρτίους καὶ αὐτοὺς εἶναι, ὥσπερ καὶ τοὺς διπλασίους. τοῖς δὲ πενταπλάσιους ἑνα παρ' ἑνα περιττοὺς καὶ ἀρτίους, τοῖς δὲ ἑξαπλάσιους πάλιν πάντας ἀρτίους εἶναι, ὥσπερ καὶ τοῖς ἑπταπλάσιους ἑνα παρ' ἑνα ἀρτίους, ὡσαύτως καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων εἰδῶν. Ἐπειρ δὲ πᾶσι οἱ τοῦτοι ὅτι τοῖς ἀπλῶς ἀρτίοις συμβιβαστικῶς διπλασίοις μὲν πᾶσιν εἶναι, τοῖς κατὰ δυάδα τῶν ἀπὸ μονάδος προήσων, τετραπλάσιους δὲ ἑνα παρ' ἑνα, ἑξαπλάσιους δὲ ἑνα παρὰ δύο, οκταπλάσιους δὲ ἑνα παρὰ τρεῖς, καὶ τοῦτοι ἐκ ἄπειρον.

Περὶ Ἐπιμορίου.

Ἐπιμήριος δὲ ἀριθμὸς ἐστίν, ὁ ἔχων ἐν ἑαυτῷ τὸν συγκριτέμενον ὅλον καὶ ἐν τῷ αὐτοῦ μέρει, καὶ ὁ ὑπὲρχει τὸν πρὸς ὃν ἀνατίθεται μέρος τι τοῦ μέρους αὐτοῦ, καὶ ὁ ἀπὸ τῆς ὑπότιδος ἀριθμοῦ μετρώμενος, καὶ ἐν ἑαυτῷ ἔχων μέρος τοῦ μέρους αὐτοῦ μετροῦν. ὡς ὁ γ': πρὸς τὸν β': παραβαλλόμενος. οὗτος γὰρ ὅλον ἔχει τὸν β': ἐν ἑαυτῷ, καὶ ἡμισυ αὐτοῦ μέρος, καθ' ὃ καὶ ὑπὲρχει τὸν αὐτὸν, ἔξω καὶ μετροῦμενος ὑπὸ τοῦ β': ἀπὸ τῆς ἔχει καὶ μέρος αὐτοῦ ἑπὶ ἡμισυ. εἶδη δὲ τοῦτου τὸ ἡμιόλιον, ὁ καὶ

ὃ καὶ ἐφήμισυ λέγεται, τὸ ἐπίτριτον, ἐπιτίταρον, ἐπιπίμπητοι, ἐπίπικτοι, ἐπιίβδομον, ἐπέγδοοι, ἐπίπικτοι, ἐπίδικατοι, καὶ τὰ λοιπὰ ἐπ' ἀπειρον προϊόντα καὶ τῆς φυσικῆς τῶν ἀριθμῶν Πρόδοσι. Ἐπεὶ δὲ τῆς ἀντικειμένης τὸ ὑπεπίμοριον, δηλοῖ ὅτι καὶ τῆς τὰ εἶδη ἐπ' ἀπειρον πράξεσι, μετὰ τῆς ὑπὸ λεγόμενα προθέσεως. τὸ μὲν γὰρ αὐτὸ ὑφημιόλιον, ἢ ὑφημισυ λέγεται, τὸ δὲ ὑπεπίτριτον, καὶ τῶν ἄλλων ἕκαστον ὁμοίως καὶ τὸ ἀνάλογον.

Τῆρσι δὲ τὰ τῆ ἐπιμορίας εἶδη τὴν αὐτὴν τοῖς ἀριθμοῖς τάξιν, διὸ καὶ πρώτιστον αὐτῶν τὸ ἐφημιόλιον, ὡς ἔχον πρὸς τὴν ὅλην καὶ μέρος ἡμισυ ὑπὸ τοῦ β: παρωνομαζόμενον ὡς ἔρηται. διύτερον δὲ τὸ ἐπίτριτον, τρίτον τὸ ἐπιτίταρον καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ἀναλόγως. Ὅτι καὶ τοῖς ἀριθμοῖς πρώτιστός ἐστιν ὁ β: μετὰ δὲ ὁ γ: εἶτα ὁ δ: καὶ ἐφεξῆς οἱ λοιποὶ εὐτάκτως κείμενοι, ὥστε φανερὸν ἐκ τούτων, ὅτι ἐπίτριτος ἀριθμὸς ἐστίν, ὁ πρὸς τὴν ὅλην ἔχων καὶ μέρος αὐτῆ γ'. ὡς δ' δ: πρὸς τὴν γ': ἐπιτίταρτος: διὸ ἔχων πρὸς τὴν ὅλην καὶ μέρος δ'. ὡς ὁ ε: πρὸς τὸν δ': καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ὁμοίως.

Ἰσίου δ' ὅτι οἱ πρώτοι ἐν ἑκάστῳ εἶδει τῆ ἐπιμορίας ἀριθμοὶ πυθμένες ἕκαστα, ὡς τὸ ἡμιόλιον ὁ γ: καὶ β: τὸ ἐπίτριτον ὁ δ: καὶ γ: τὸ ἐπιτίταρον ὁ ε: καὶ δ: καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ἀσάκτως. συμβιβαστικὸν δὲ πάσι τοῖς μὲν πυθμένεσιν αὐτῶν ἰσχύς, ἀλλήλων εἶναι ἐν τῷ φυσικῷ χύματι, τοὺς δὲ διυτέρους ἕνα μόνον διαλείπειν ἀριθμῶν. τὴς τρίτης δύο, τὴς δὲ τετάρτης τρεῖς, τῆς δὲ πέμπτης τέσσαρα, καὶ τὸ ἐπ' ἀπειρον. Οἷον ἐπὶ τῷ ἡμιόλιῳ, ὁ γ: πρῶτος: ὡς τῶν ἄλλων ἰσχύς: ἐπὶ τῷ β: ὁ δὲ ε: διύτερος: ὑπάρχων διαλείπει τὸν δ: ὁ δὲ ε: τρίτος: ὡς διαλείπει δύο τὸν ζ: καὶ κ: ἀναλόγως δὲ καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων. ἐπὶ δὲ τῷ ἐπίτριτῳ, ἐπὶ πρῶτος ἐστὶν ὁ γ: ἰσχύς ἐπὶ τῷ γ: διύτερος: δὲ ὡς ὁ δ: διαλείπει ἕνα τὸν ζ: ὁ δὲ τρίτος: ἰβ: διαλείπει δύο τὸν ι: καὶ ια. Τῶν αὐτῶν εὐρησις καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων εἰδῶν τῆς ἐν ἑκάστῳ ἀριθμοῦ ἀκριβολογύμειος.

* ἡμιόλιον αλ	ἡμιόλιον.	* ἡμιόλιον αλ	ὑφημιόλιον.
	ἐπίτριτον.		ὑπεπίτριτον.
	ἐπιτίταρον.		ὑπεπιτίταρον.
	ἐπιπίμπητοι.		ὑπεπιπίμπητοι.
	ἐπίπικτοι.		ὑπεπίπικτοι.
	ἐπιίβδομον.		ὑπεπιίβδομον.
	ἐπέγδοοι.		ὑπεπέγδοοι.
	ἐπίπικτοι.		ὑπεπίπικτοι.
	ἐπίδικατοι.		ὑπεπίδικατοι.
	καὶ τὰ λοιπὰ.		καὶ τὰ λοιπὰ.

Περὶ Εὐρέσεως τῶν τῆ ἐπιμορίας Εἰδῶν.

Ἐπιτύχη δὲ τῶν ἀριθμῶν ἕκαστου εἶδος τῆ ἐπιμορίας, ἵαν ἐκδῆς πρώτων ἐν ἐνὶ εἰσῆν τῆς ἀπὸ τοῦ β: ἀρτίης ἀριθμῆς ἐφ' ὅσον βύλην. εἶτα τῆς ἀπὸ τῆς γ: περιττῆς ἐν ἑτέρῳ εἰσῆν ἕκαστον ἕκαστω συσσεύεται. ἐν δὲ τρίτῳ τῆς ἀπὸ τετάρδος πάλιν ἀρτίης, καὶ ἐν τετάρτῳ τῆς ἀπὸ τοῦ τ: περιττῆς. ὡτα καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων. Οἱ γὰρ ἐν τῷ διυτέρῳ εἰσῆν πάντες ἡμιόλιοι εἰσίν, οἱ δὲ ἐν τῷ τρίτῳ ἐπίτριτοι. οἱ δὲ ἐν τῷ τετάρτῳ ἐπιτίταροι, καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ἀναλόγως. Ὡς ἐπὶ τῷ ἐνωτέρῳ καθορίζεται διαγράμματα.

Περὶ Ἐπιμερῆς.

Ἐπιμερῆς δὲ ἀριθμῶς ἐστίν, ὁ τὸν συγκρινόμενον ἀριθμὸν ἐν αὐτῷ ὅλον ἔχων, καὶ προσέτι αὐτῷ μέρη πλείονα ἐστίν. ἢ ὁ ὑπότινος ἀριθμῶ ἀπαξ μετρημένος, ἔχων δὲ καί τινα αὐτῶ μέρη μείζονα καταμετρήματα ἀριθμῶν. Ἐπεὶ δὲ τὸ πλῆθος ἀρχεται ἀπὸ τοῦ β: τα γὰρ β: ἐλάχιστα μὲν ἐν πλῆθους, μέγιστον δὲ πεσότῃτι, ὡς ἔρηται, καὶ πρώτιστον ἐπ' ἀπειρον καὶ τῆς φυσικῆς τῶ ἀριθμῶ Πρόδοσι, πάντως γὰρ καὶ τὸ πρώτιστον τῆ ἐπιμερῆς εἶδος, δύο ὀφείλει πρὸς τῆ ὅλην ἔχειν μέρος, τὸ δὲ διύτερον τρία, καὶ τὸ τρίτον τέσσαρα, ἐπὶ δὲ τῶν ἄλλων κατὰ τὸ ἀνάλογον. Ὅθεν καὶ ἀπὸ τῶν ἐν αὐτῷ μερῶν ἕκαστον παρονομαζέται. τὸ μὲν γὰρ πρώτιστον καλεῖται ἐπιδιμερῆς δύο ἔχων μέρος πρὸς τῆ ὅλην, τὸ δὲ διύτερον ἐπιτριμερῆς. τὸ δὲ τρίτον ἐπιτετραμερῆς, καὶ τὸ τέταρτον ἐπιπενταμερῆς, καὶ τὰ λοιπὰ ὁμοίως κατὰ τὸ ἀνάλογον.

Ἰσίου δ' ὅτι καὶ ἐπὶ τῶν ἐπιμερῶν ἀριθμῶν τὸ τῶν μερῶν πλῆθος ἀρχεται ἀπὸ τοῦ β: ἢ τοῦτε μὲν τὸ παρωνομαζόμενον λαμβάνεται ἀπὸ τοῦ γ: ὡς ἀπὸ βίβης: τίσις καὶ ἀρχῆς. Ἰσίου καὶ τὸ πλῆθος τῶν μερῶν ἀρτίον ἢ περιττωνομοῦ ἐστὶν τὸ εἶδος, καὶ ἀνάπαλιν περισῶν ὅπως τῷ πλῆθους τὸ εἶδος ἐστὶν ἀρτιωμοιο, πρώτιστον μὲν γὰρ εἶδος τῆ ἐπιμερῆς ἀριθμῶ ἐστίν ὁ ἐπιδιμερῆς, οἷος ὁ β: πρὸς τὸν γ: α: τοὶ γὰρ τῶν ἐν τῷ αὐτῷ λογῶ ἀντοῖς ἐλάχιστοι εἰσίν. τῆς δὲ τὰ μέρη τρία εἰσίν. ἔχει γὰρ ὁ ε: ὅλον τὸν γ: καὶ δύο αὐτῶ μέρη παρωνομα εαυτῶ. διύτερον δὲ τῆ ἐπιμερῆς εἶδος ἐστίν ὁ ἐπιτριμερῆς, οἷος ὁ ζ: πρὸς τὸν δ: ἔχει γὰρ ἐν αὐτῷ ὅλον τὸν δ: καὶ τρία αὐτῶ μέρη ἄτινα εἰσὶ τέταρτα. τρίτον δὲ εἶδος τῆ αὐτῆ ἐστίν ὁ ἐπιτετραμερῆς, οἷος ὁ θ: πρὸς τὸν ε: ἔχει γὰρ ἐν αὐτῷ ὅλον τὸν ε: καὶ τέσσαρα αὐτῶ μέρη. ταῦτα δὲ εἰσὶ πέμπτα. τὸ δὲ τέταρτον εἶδος ἐστίν ὁ ἐπιπενταμερῆς, οἷος ὁ ια: πρὸς τὸν σ: ἔχει γὰρ ἐν αὐτῷ ὅλον τὸν σ: καὶ πέντε αὐτῶ ἕκτα μέρη. Ἐκ τούτων δὲ δηλοῖ, ὅτι ἐπὶ

τῆ τῆ

τι τῶ ἐπιδιμερῶς, ἢ ἐπιτριμερῶς τὸ μὲν πλῆθος τῶν μερῶν ἄρτιον ἐστίν, ὡς περ καὶ ὁ β', καὶ δ': τὸ δὲ εἶδος περιττάκιον, ὡς περ καὶ ὁ γ': καὶ ε': ἐπὶ δὲ τῶ ἐπιτριμερῶς, ἢ ἐπιτετραμερῶς τὸ μὲν πλῆθος ὁμοίως τῶν μερῶν περιττόν ἐστιν, τὸ δὲ εἶδος ἄρτιον. ταῦτ' αὐτὸ εὐρίσκειν ἐπιτετραμῶς ἐν τοῖς λοιποῖς τῶ ἐπιμερῶς εἰδήσιν. Ὁ δὲν ἕκασον τέτων καὶ δευτέρων ἐπιδηχεται ἰσομασίαν. ὁ μὲν γὰρ ἐπιδιμερῶς λέγεται καὶ ἐπιδίτριτος, ὁ δὲ ἐπιτριμερῶς ἐπιτριτίτατος. ὁ δὲ ἐπιτετραμερῶς ἐπιτετραπέμπτος, ὁ δὲ ἐπιτετραμερῶς ἐπιτετραπέμπτος, ὁ δὲ ἐπιτετραμερῶς ἐπιτετραπέμπτος, καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ὁμοίως, δι' ὧν ἢ τὸ πλῆθος τῶν μερῶν πρὸς τὸ εἶδος τῶν αὐτῶν διαφορά συντεταγμένως πως δηλεῖται.

Ὅτι δὲ τὸ τοῦτον παρεπίμνητον τοῖς μέρεσι τῶν τῶ ἐπιμερῶς εἰδῶν ἀναγκαῖον, ἀναμφισβήτητον ἐστίν. Οὐδὲν γὰρ εἶδος συσταθῆναι ἠδύνατο τῶ ἐπιμερῶς εἶδη τὸ πλῆθος τῶν μερῶν ἕκασον καὶ τὸ εἶδος τῶν αὐτῶν ἐμογαθῆ ἴσων. δύο γὰρ δευτέρα ὄλον παρίσσει, δύο δὲ τέταρτα ἡμισυ, δύο δὲ ἕκτα τρίτον, καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ἀναλόγως. Ἐἴς τε εἰς ὁ ἐπιδιμερῶς δύο δευτέρα μέρη πρὸς τῶ ὄλην εἶχε διπλασίως ἢ ἐπὶ τῶν ἄλλων. αἰδὲ δύο τέταρτα εἶχεν, ἡμιόλιος ἢ. εἰ οὖν δύο ἕκτα, ἐπιτρίτος. αἰσαύτως καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων. πάλιν τρία τρίτα ὄλον παρίσσει, τρία οὖν ἕκτα ἡμισυ, τρία δὲ ἑνὰ τρίτον. ἄς δὲ ἐπιτριμερῶς εἰ εἶχε πρὸς τῶ ὄλην καὶ τρία γ', διπλασίως ἢ ἢ. εἰ δὲ τρία ἕκτα ἡμιόλιος. εἰδὲ τρία ἑνὰ τρίτον. ἐπιτρίτος. καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ὁμοίως. Διὸ δὴ τὸ α'. εἶδος τῶ ἐπιμερῶς ἀρχόμενον ἀπὸ τοῦ β', καὶ εἰρηται, πρόσει δια τῶν ἡριττῶν πάντων, δύο τρίτα ἔχοντα μέρη, ἢ δύο ε'. ἢ δύο ζ'. ἢ δύο ἑνὰ ἑκτα, ἢ δύο ια'. καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ἀναλόγως. Ἐπεὶ δὲ τῶ ἐπιμερῶ ἀντίκειται ὁ ὑπεπιμερῶς, ὅσα ἐκείνη τὰ εἶδη, τούσαυτα πάντως καὶ τοῦτ' ὑπὸ λιγύμην προδίσιως. τὸ μὲν γὰρ ὑπεπιδιμερῶς λέγεται, ἢ ὑπεπιδίτριτος. τὸ δὲ ὑπεπιτριμερῶς, ἢ ὑπεπιτριτίτατος. τὸ δὲ ὑπεπιτετραμερῶς, ἢ ὑπεπιτετραπέμπτον, καὶ τὰ λοιπὰ ἀναλόγως.

του ἐπιμερῶς	}	ε, γ: ἐπιδιμερῶς.	ἢ ἐπιδίτριτος.	}	του ὑπεπιμερῶς	ὕπεπιδιμερῶς.
		ζ, δ: ἐπιτριμερῶς.	ἢ ἐπιτριτίτατος.			ὕπεπιτριμερῶς.
		θ, ε: ἐπιτετραμερῶς.	ἢ ἐπιτετραπέμπτον.			ὕπεπιτετραμερῶς.
		ια, ς: ἐπιτετραμερῶς.	ἢ ἐπιτετραπέμπτον.			ὕπεπιτετραπέμπτον.
		ιγ, ζ: ἐπιτετραμερῶς.	ἢ ἐπιτετραπέμπτον.			ὕπεπιτετραπέμπτον.
		ιδ, η: ἐπιτετραμερῶς.	ἢ ἐπιτετραπέμπτον.			ὕπεπιτετραπέμπτον.
		ιε, θ: ἐπιτετραμερῶς.	ἢ ἐπιτετραπέμπτον.			ὕπεπιτετραπέμπτον.
		ισ, ι: ἐπιτετραμερῶς.	ἢ ἐπιτετραπέμπτον.			ὕπεπιτετραπέμπτον.
		ια, ια: ἐπιτετραμερῶς.	ἢ ἐπιτετραπέμπτον.			ὕπεπιτετραπέμπτον.
		κα, ιβ: ἐπιτετραμερῶς.	ἢ ἐπιτετραπέμπτον.			ὕπεπιτετραπέμπτον.

Περὶ Γενέσεως ἐπιμερῶς τε καὶ ὑπεπιμερῶν.

Γινώσκοντες δὲ καὶ τὰ τῶ ἐπιμερῶς εἶδη εἰς ἐκκεῖναι τῶν ἀπὸ τῶ γ': ἀριθμῶν ἐν ἐπὶ εἶχον, ἐφ' ὅσον βούλει, ἢ δυοῖ, κατὰ τὴν φυσικὴν αὐτῶν Πρόδοσιν, λάβης τοὺς ἀπὸ τοῦ ε': περιττοὺς μόνους, καὶ τούτους παραβάλης πρὸς ἐκείνους, πρῶτον πρὸς πρῶτον. δευτέρον πρὸς δευτέρον. τρίτον πρὸς τρίτον, καὶ τοὺς λοιποὺς εὐτάκτως. Ὅσον ἐκείδωσαν ἐν δυοῖ εἶχον οἱ γ', δ, ε, ς: καὶ λοιποὶ ἀριθμοὶ μέχρι τῶν ιδ': ἐπάνω δὲ τούτων τιτάχθωσαν οἱ ε', ζ, θ, ια: καὶ λοιποὶ περιττοὶ μέχρι τοῦ κζ': ἰσοπληθεῖς διὰ τοῖς πρώτοις, καὶ ὁ μὲν ε': τετάχθω ἐπὶ τῶ γ': ὁ δὲ ζ': ἐπάνω τῶ δ': ὁ δὲ θ': ἐπάνω τῶ ε': καὶ οἱ ια: ἐπάνω τῶ ς': καὶ τῶν λοιπῶν ἕκαστος εὐτάκτως ἐπάνω ἐπὶ τῶν προτέρων. καλοῦνται δὲ οἱ μὲν ἀπὸ τοῦ γ': ἀρχόμενοι ὑπόλογοι, οἱ δὲ ἀπὸ τοῦ ε': πρόλογοι. Διὸ οὗτοι μὲν προτάσσονται, καίτοι οἱ ὑποτάσσονται. Τούτων δ' οὕτως ἐκτεταγμένως, ἕξομιν πάντως ἕκασον εἶδος ἐπιμερῶς, ὁ μὲν γὰρ ε': πρὸς τὸν γ': παραβαλλόμενος εὐρίσκειται ἐπιδιμερῶς τοῦ πρώτου εἶδους ὑπάρχων. ὁ δὲ ζ': πρὸς τὸν δ': ἐπιτριμερῶς τὸ δευτέρον εἶδος. ὁ δὲ θ': πρὸς τὸν ε': ἐπιτετραμερῶς τὸ τρίτον εἶδος:

ε	ζ	θ	ια	ιγ	ιδ	επιμερῶς.
γ	δ	ε	ς	ζ	η	ὕπεπιμερῶς.
ιζ	ιδ	κα	κγ	κδ	κε	επιμερῶς.
θ	ι	ια	ιβ	ιγ	ιδ	ὕπεπιμερῶς.
ε	ιδ	ιη	ιβ	κς	ις	Γενέσεως. Γενέσεως. ὑπεπιμερῶς.
ς	η	ι	ιβ	ιδ	ις	
λδ	λη	μβ	μς	νδ	νε	Γενέσεως. Γενέσεως. ὑπεπιμερῶς.
ιη	κ	κβ	κδ	κς	κε	
ιβ	κα	κζ	λγ	λθ	μδ	Γενέσεως. Γενέσεως. ὑπεπιμερῶς.
θ	ιβ	ις	ιη	κα	κδ	
να	ιζ	εγ	εθ	οδ	πα	Γενέσεως. Γενέσεως. ὑπεπιμερῶς.
κζ	λ	λγ	λς	λθ	μβ	
κ	κη	λς	μδ	νβ	ες	Γενέσεως. Γενέσεως. ὑπεπιμερῶς.
ιβ	ις	κ	κδ	κβ	λβ	
εη	ος	πδ	υβ	ρ	ρκ	Γενέσεως. Γενέσεως. ὑπεπιμερῶς.
λς	μ	μδ	μη	νβ	ις	

ἐμφαίνων. ὁμοίως οὖν καὶ τῶν ἄλλων ἕκαστος ἔντι εἶδος συνίσκισιν, οὗτοι δὲ πάντως πρῶτοι εἰσιν. καὶ ἐλάχιστοι τῶν τετῶν αὐτῶν ἐχθίστων αὐτοῖς λόγον, οἳ καὶ πυθμένεις ἐνομαζόμενοι. διπλασιαζομένων δὲ ἢ τριπλασιαζομένων, ἢ ἄλλως πως πολλαπλασιαζομένων τῶν τε προλόγων καὶ ὑπολόγων, ἑξαπλασιαζομένων καὶ ἄλλοι τινὲς ἀριθμοὶ τῶν αὐτῶν ἐκείνοις εἶδος. καὶ εἰσὶ μῆντοι ἐλάχιστοι. τῶν γὰρ πρῶτον εἶδος εἰσὶ καὶ ὁ π̄: πρὸς τὸν ε̄: καὶ ὁ ῑ: πρὸς τὸν ε̄: καὶ ὁ κ̄: πρὸς τὸν ῑ: ἕκαστος γὰρ ἐπιδιμερὴς εἶναι, μέγιστος μῆντοι τῶν ῑ. Τῷ δευτέρῳ δὲ ὁμοίως εἰσὶν ὁ ιδ̄: πρὸς τὸν η̄: ὁ κᾱ: πρὸς τὸν ιβ̄: ὁ κπ̄: πρὸς τὸν ιε̄: ἀλλὰ καὶ τῶν ἕκαστος μέγιστος εἶναι τῷ ζ̄: ὁμοίως δὲ καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων εἰδῶν εὐρηθῆσονται ἄλλοι τινὲς ἀριθμοὶ μέγιστος τῶν ἐκείνων.

Περὶ Πολλαπλασιασπιμορίας.

Πολλαπλασιασπιμορίας δὲ ἀριθμὸς εἶναι, ὁ πλεονάκει ἢ ἀπᾶξ ἐν αὐτῷ ἔχων τὸν ἐλάχιστον, καὶ προεἶτι μορίον τι αὐτῷ ἐν οἷσι δῆποτε, ὡς ὁ π̄: τὸν ιβ̄: ἔχει ἢ αὐτὸν ἐν αὐτῷ δις, καὶ μέρος αὐτῷ ἑνὶ ἡμισυ καὶ οἱ ὅμοιοι. Ἐπεὶ δὲ ὁ πολλαπλασιασπιμορίας συνδεδεῖται εἶναι τῷ πολλαπλασίου καὶ ἐπιμορίας, καθὰ καὶ τετὸνμα διλοῖ. τῆτι χάριν καὶ κατ' ἀμφω τὰ μέρη αὐτῶν ποικίλλεται, τότε πολλαπλασίον ζημι καὶ ἐπιμορίον. Ὡς τε καὶ τῶν τετῶν εἰδῶν ἕκαστος συνδεδεῖται εἶναι συμβαίνει, καὶ συνδεδεῖται προεἶρεσθαι ὁμοίως. ποικίλλεται δὲ τριχῶς. ἢ γὰρ τῷ πολλαπλασίῳ ἀμεταβλήτῳ μισοτος αὐξεται τὸ ἐπιμορίον. ἢ αὐξανόμενῳ τῷ πολλαπλασίῳ ἀμετάβλητον μῆναι τὸ ἐπιμορίον. ἢ γὰρ ἀμφω αὐξονται, τότε πολλαπλασίον καὶ ἐπιμορίον. Κατὰ μὲν ἐν τῷ πρώτῳ τρόπῳ ὑποδείγματα ἔχομεν τὸν διπλασιζήμιον, διπλασιπῆντρον, διπλασιπῆντετάρτον, διπλασιπῆντεμπτῶν καὶ λοιπῶν, ἃν τὸ τετραπλάσιον μόνον κοινόν. Τῆς αὐτῆς εἰσὶ τάξεις καὶ ἐτριπλασιζήμιος, τριπλασιπῆντρον, τριπλασιπῆντετάρτος, τριπλασιπῆντεμπτῶν, καὶ οἱ ἄλλοι, ἃν τὸ τριπλάσιον μόνον κοινόν. Ὁμοίως καὶ ὅσοι ἀπὸ τῶν τετραπλάσιον ἀρχόμενοι, ἢ πενταπλασίον, ἢ ἑξαπλασίον, ἢ ἄλλῳ τινὲς τῶν τῷ πολλαπλασίῳ εἰδῶν μεταβλήσονται καὶ τὸ ἐπιμορίον. οἷοι ὁ τετραπλασιζήμιος, ὁ τετραπλασιπῆντρον, ὁ τετραπλασιπῆντετάρτος, ὁ τετραπλασιπῆντεμπτῶν καὶ λοιποὶ. ὁμοίως δὲ καὶ ὁ πενταπλασιζήμιος, πενταπλασιπῆντρον, πενταπλασιπῆντετάρτος, πενταπλασιπῆντεμπτῶν, καὶ οἱ ἄλλοι. Κατὰ δὲ τὸν δευτέρου τρόπῳ ἔχομεν ὑποδείγματα τὸν διπλασιζήμιον, τριπλασιζήμιον, τετραπλασιζήμιον, πενταπλασιζήμιον καὶ λοιπῶν. ἢ τὸν διπλασιπῆντρον, τριπλασιπῆντρον, τετραπλασιπῆντρον, πενταπλασιπῆντρον, καὶ ἄλλῶν. Ταύτης δὲ τῆς φαρείας εἰσὶ καὶ ὁ διπλασιπῆντετάρτος, τριπλασιπῆντετάρτος, τετραπλασιπῆντετάρτος, πενταπλασιπῆντετάρτος, καὶ λοιποὶ ὅσοι κοινὸν ἔχουσιν μόνον ἐν τῷ ἐπιμορίῳ εἶδος, τὸ δὲ τῷ πολλαπλασίῳ διάφορον. Κατὰ δὲ τὸν τρίτου τρόπῳ ποικιλιμῶν εἰσὶν, ὁ διπλασιζήμιος, τριπλασιπῆντρον, τετραπλασιπῆντετάρτος, πενταπλασιπῆντεμπτῶν, καὶ ὅσοι ἄλλοι κατὰ τὸ τῷ πολλαπλασίῳ καὶ ἐπιμορίῳ διειρηθῆσιν εἶδος.

ἢ τῷ πολλαπλασίῳ μισοτός τὸ ἐπιμορίον αὐξεται.	}	ε̄: β̄: ὁ διπλασιζήμιος, ἢ τριπλασιζήμιος.
		ζ̄: γ̄: ὁ διπλασιπῆντρον, ἢ τριπλασιπῆντρον.
		ε̄: δ̄: ὁ διπλασιπῆντετάρτος, ἢ τριπλασιπῆντετάρτος.
ἢ αὐξανόμενῳ τῷ πολλαπλασίῳ μῆναι τὸ ἐπιμορίον.	}	ε̄: β̄: ὁ διπλασιζήμιος, ἢ διπλασιπῆντρον.
		ζ̄: β̄: ὁ τριπλασιζήμιος, ἢ τριπλασιπῆντρον.
		ε̄: β̄: ὁ τετραπλασιζήμιος, ἢ τετραπλασιπῆντρον.
ἢ ἀμφω αὐξονται τὸ, τε πολλαπλασίον, καὶ τὸ ἐπιμορίον.	}	ε̄: β̄: ὁ διπλασιζήμιος, ἢ διπλασιπῆντρον.
		ε̄: γ̄: ὁ τριπλασιπῆντρον, ἢ τριπλασιπῆντετάρτος.
		ε̄: δ̄: ὁ τετραπλασιπῆντετάρτος, ἢ τετραπλασιπῆντεμπτῶν.

Περὶ Γενέσεως τῶν τῷ Πολλαπλασιασπιμορίας Εἰδῶν.

Γινώσκται δὲ τὰ τῷ πολλαπλασιασπιμορίας Εἶδη, ἂν ἐκδέμενος εὐτάκτως τῶς ἀπὸ δυάδος ἀρτίως τε καὶ περιττῶς παραβάλλωμεν τῆσι τῶς ἀπὸ τῶν ε̄: περιττῶς μόνως. τὸν πρῶτον διλοῖ: τῷ πρώτῳ, τὸν δευτέρου τῷ δευτέρῳ. τὸν τρίτου τῷ τρίτῳ, καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ἀναλόγως. Οἷον ἐκείθεσσαν οἱ β̄, γ̄, δ̄, καὶ λοιποὶ εὐτάκτως μέχρι τῶν ῑ: ἐπᾶνω δὲ τῶν μῆν β̄: τετάχθω ὁ ε̄: τῶ δὲ γ̄: ὁ ζ̄: τῶ δὲ δ̄: ὁ σ̄:

δ' ε: τδ' δ' ε: ο ια: τδ' δ' ε: ο ρ: η: τδ' τδ' λοιπών εφ' εκάστου ο τής αυτής είνην τάξως περιττός. επί μιν τδ' ζ': ο ζ'. επί δε τδ' η: ο η: η: επί των άλλων αναλόγως. Τούτων δ' ετω εκτεθέντων έδωκεν ότι ο μιν ε: διπλασιούμεος επί τδ' β': ο δ' ζ': τδ' γ': διπλασιούμεος. ο δ' ε: τδ' δ': διπλασιούμεος. ο δ' ια: τδ' ε: διπλασιούμεος, η: οι λοιποί των λοιπών η' το αναλόγως. Ούτοι δ' πρώτοι εισίν οι η' τδ' πρώτοι ποικιλόμοιοι τρόποι.

Έστιν δ' ότι ιάν μιν τδς από τδ' β: δυάδι διαφέρουτας εθδης άρτίως εν ενί είχη, επ' αυτών δε εν ετέρω είχη τδς από τδ' ε: πεντάδι διαφέρουτας τάξως ενάκτας, διπλασιούμεους ίσοιται καθ' αρα, οί η: διπλασιούμεοι λίγονται. Έάν δε τδς από τδ' γ': τριάδι διαφέρουτας ενθήμερος τάξως επ' αυτών εντάκτως τδς από τδ' ζ': έβδομάδι υπερίχοντας έξως πάστας τδς διπλασιούμεος. οίδδ' τδς από τδ' ε: τετραδάδι υπερίχοντας ενθήμερος τάξως επ' αυτών τδς από τδ' ε: εννάδι υπερίχοντας, έξως τδς διπλασιούμεος, η: ύτως επ' αρα.

Ειδί σοι βυλιότεν εύρησιν η' τδ' τδ' β'. ποικιλόμοια τρόποι είνε, τδ' πολλαπλασιούμεου ενθήμερος: τδς από τδ' δύο δυάδι διαφέρουτας τάξως επ' αυτών ενάκτως τδς από τδ' ζ': έβδομάδι διαφέρουτας, η' έξως πάστας τδς τριπλασιούμεοις, ως όρας επί τδ' υποδείγματος.

Έάν δε ενθήμερος τδς από τδ' γ': τριάδι υπερίχοντας τάξως επ' αυτών τδς από τδ' ε: δεκάδι υπερίχοντας, έξως τδς τριπλασιούμεοις άπαντας. προς εύρησιν δε η' των λοιπών τδ' πολλασιούμεου είνων κατά τι τδ' α. η' β. η' γ. τρόπον, ενθήμερος τδς από τδ' β': αρχομένης άρτίως τε η' περιττός, κατά τδ' φυσικόν αυτών πρόεδον, σάκτου μιν ακριβώς τδς των εκτεθέντων τδ' ζητούμενον έχου μέρος. ότα λάβη τούτον σάκτου οφείλεται κατά τδ' ζητούμενον είδος, η' τδ' γινόμενον πρόδες τδ' ζητούμενον μέρος, κριτικής έσαι ο ζητούμενον. εάν δε ύτος διπλασιασθ', τριπλασιασθ', η' άλλως πως πολλαπλασιασθ', όμοίως η' ο ύπ' αυτόν, έξομν η' τδς λοιπών εν αυτώ είδος. Οίον ζητούμενον οί πενταπλασιούμεοις, η' πενταπλασιούμεοις. Επει δ' προς εύρησιν τδ' α. ζητείται τδ' ήμμου λάβη τδ' β'. εθως γάρ πρώτος εν είνε δύο διχαζόμενων, επεί δ' αυθις ύτος ζητεί αριθμός, ότε έχην αυτόν πεντάκις η' ήμμου αυτώ μέρος, πολλαπλασιασόν τδ' β': επί τδ' ε: η' γινώσεται ο ε: τούτω πρόδες η' μονάδα, η' ο γινόμενος ια: προς τδ' β': πενταπλασιούμεος έσαι τδ' ε. Προς εύρησιν δε τδ' δευτέρου, επεί ζητείται αριθμός έχον μέρος ε. λάβη αυτ' αυτου τδ' ο: ούτος γάρ πρώτος των είνε πέντε διαμεριζόμενον. επεί δ' πάλιν ζητείται αριθμός έχων τδ' υπόλογον εν εαυτώ πεντάκις, η' προς τούτω πύκτων αυτώ μέρος, πολλαπλασιασόν τδ' ε: εφ' ίαυτόν, η' γινώσεται ο κ: τούτω δε πρόδες μονάδα, η' ο γινόμενος κε: πενταπλασιούμεος έσαι τδ' ε. είνε δε διπλασιούμεος εκατέρω, γινώσεται οί ιβ': η' ε: εν τδ' αυτδ λόγω όστις τοίς κε: η' ε: όμοίως δε η' επί των άλλων. ταυτα δε ευκρινέστερον εύρίσκονται εν τω προεκτεθέντι διαγράμματι προς εύρησιν των τδ' πολλαπλασιούμεου είνων η' μικρόν επισήσασθαι. Επει δε τδ' πολλαπλασιούμεου υποκειται τδ' υποπολλαπλασιούμεοις, τάτω χάριν όσα ενήντη τα είδη, ταυτα η' τάτω, μ' τδς υπό αυτονομάζόμενα προδίδως, κατά τδν εκάστου προσηγορίαν. Διό των ελαττώων αριθμών ο μιν λέγεται υποδιπλασιούμεος, ο δε υποδιπλασιούμεος, ο δ' υποδιπλασιούμεος, η' επί των άλλων όμοίως.

Περί τδ' Πολλαπλασιούμεου.

Πολλαπλασιούμεος είνε μιν ο έχων εν εαυτώ όλον τδς συγκριόμενον πλειονάκις, η' άρα, η' προσίτη άμην τινα αυτώ πλειονα ενός. επί δε η' ύτος σύνθετος είνε εν τδ' πολλαπλασιού η' επόμενος, κατ' άμην πάστας γα η' ύτος ποιείται. κατά τε τδ' πολλαπλασιού η' επόμενος τριχώς η' τδς αυτώ γινόμενης ποιουλίας, ως η' επί τδ' προ αυτώ. Μίστος γάρ τδ' πολλαπλασιού, η' μεταβαλλόμενα τδ' επόμενος, επείμν πρώτιστον είδος τδ' πολλαπλασιού είνε τδ' έπλάσιον, πρώτων χείρων έχου εν τοίς τδ' πολλαπλασιούμεου είδωσιν ο διπλασιούμεος. δευτέρων δε ο διπλασιούμεος, η' μεταβαλλόμενα τδ' πολλαπλασιού, τδ' πρώτων χείρων έχου, η' κατά τούτο, ο διπλασιούμεος. ο γάρ επόμενος πρώτου είδός είνε τδ' επόμενος. δευτέρων δε ο τριπλασιούμεος. τρίτων δε ο τετραπλασιούμεος. τετάρτων δε ο πενταπλασιούμεος, και επί των άλλων αναλόγως. Μεταβαλλόμενων δε η' των δύο, τδ' πολλαπλασιού όμοι η' επόμενος μ' τδ' διπλασιούμεου

ε: ζ: ε: ια: ιγ: ιι: ιδ: ιε: κα:
 β: γ: δ: ε: ς: ζ: η: θ: ι:
 διπλασιούμεος.
 κ: λ: μ: ν: ξ: ο: π: ρ: σ: τ: υ: φ: χ: ψ: ω:
 β: δ: ς: η: ι: ιβ: ιδ: ιε: ιζ:
 διπλασιούμεος.
 ζ: ιδ: κα: κκ: λλ: μμ: μδ:
 γ: ε: θ: ιβ: ιι: κ: κα:
 διπλασιούμεος.
 ε: κ: ιζ: λς: μν: εδ: εγ:
 δ: κ: ιβ: ις: κ: κδ: κκ:

τριπλασιούμεος.
 ζ: ιδ: κα: κκ: λλ: μμ: μδ: ες:
 β: δ: ς: η: ι: ιβ: ιδ: ιε: ιζ:
 τριπλασιούμεος.
 κ: κ: λ: μ: ν: ε: ο: π:
 γ: ε: θ: ιβ: ιι: κ: κκ: κδ:

Μεταβαλλόμενων δε η' των δύο, τδ' πολλαπλασιού όμοι η' επόμενος μ' τδ' διπλασιούμεου

μὴν ἴσται ὁ τριπλασιπιτετραμερῆς, εἴτα ὁ τετραπλασιπιτετραμερῆς, καὶ οἱ λοιποὶ κατὰ τὸ ἀνάλογον.

Διὶ δὲ κριταῦθα τὰ λαμβανόμενα μέρη μὴ μυστρίν τὸ ὅλον, ἢ ἰσομίαν μὲν ἡμῶν εἶναι, μὲν τρίτον, μὲν τέταρτον, μὲν γὰρ ἄλλοτε τῶν πηλίκων, ὡς ἐπὶ τῷ ἰπιμερῶς εἶναι. τίνες δὲ οἱ τοῖστοι ἀριθμοὶ ἐν τοῖς ἕξαι διελθούσιν, ἴσθα περὶ Γενέσεως τῶν τῷ πολλαπλασιπιμερῶς εἰδῶν εἶναι ὁ λόγος. Διὰ δὲ τὸ σαφέστερον ἐκείδωσαι, ἢ τὰ τῷ πολλαπλασιπιμερῶς εἶδη ἐπὶ διαγράμματος ἢ τῶν τριῶν τῆς ποικιλίας αὐτῶν τρόπος, ὡς περὶ ἢ τὰ τῷ πολλαπλασιπιμερῶς.

<p>ἢ μίσητος τῷ πολλαπλασίῳ μεταβάλλεται τὸ ἰπιμερῆς.</p> <p>ἢ μίσητος τοῦ ἰπιμερῶς μεταβάλλεται τὸ πολλαπλασίον.</p> <p>ἢ ἰκἀτέρον μεταβάλλεται, τὸ τῷ πολλαπλασίῳ, ἢ ἰπιμερῆς.</p>	<p>{ διπλασιπιδιμερῆς.</p> <p>{ διπλασιπιτριμερῆς.</p> <p>{ διπλασιπιτετραμερῆς.</p> <p>{ διπλασιπιπενταμερῆς.</p> <p>{ ἢ τὰ λοιπὰ.</p> <p>{ διπλασιπιδιμερῆς.</p> <p>{ τριπλασιπιδιμερῆς.</p> <p>{ τετραπλασιπιδιμερῆς.</p> <p>{ πενταπλασιπιδιμερῆς.</p> <p>{ ἢ τὰ λοιπὰ.</p> <p>{ διπλασιπιδιμερῆς.</p> <p>{ τριπλασιπιτριμερῆς.</p> <p>{ τετραπλασιπιτετραμερῆς.</p> <p>{ πενταπλασιπιπενταμερῆς.</p> <p>{ ἢ τὰ λοιπὰ.</p>	<p>{ τριπλασιπιδιμερῆς.</p> <p>{ τριπλασιπιτριμερῆς.</p> <p>{ τριπλασιπιτετραμερῆς.</p> <p>{ τριπλασιπιπενταμερῆς.</p> <p>{ διπλασιπιτριμερῆς.</p> <p>{ τριπλασιπιτετραμερῆς.</p> <p>{ τετραπλασιπιτριμερῆς.</p> <p>{ πενταπλασιπιτριμερῆς.</p> <p>{ τριπλασιπιτριμερῆς.</p> <p>{ τετραπλασιπιτετραμερῆς.</p> <p>{ πενταπλασιπιπενταμερῆς.</p> <p>{ ἕξαπλασιῆξαμερῆς.</p>
--	--	---

Περὶ Γενέσεως τῶν τῷ πολλαπλασιπιμερῶς Εἰδῶν.

Γινώσκται δὲ οἱ μὲν διπλασιπιδιμερῆς εἶδη ἐκείδωσαι τὰς ἀπὸ τῷ γ': τριῶν διαφίροντας παραβάλλωμεν πρὸς αὐτὰς τὰς ἀπὸ τῷ β': ὅθεν διὰ διαφίροντας πρῶτον πρὸς πρῶτον, δεῦτερον πρὸς δεῦτερον, τρίτον πρὸς τρίτον, ἢ ἐπὶ τῶν ἄλλων ἀναλόγως, ὡς ἐπὶ τῷ παρόντος καθοράται διαγράμματος. Οἱ δὲ διπλασιπιτριμερῆς, εἶδη ἐκείδωσαι τοὺς ἀπὸ τοῦ δ': τετραδὶ διαφίροντας παραβάλλωμεν πρὸς αὐτὰς τοὺς ἀπὸ τῷ β': ἐν δευτέρῳ διαφίροντας ὑτάτατος. οἱ δὲ διπλασιπιτετραμερῆς, εἶδη πρὸς τὰς ἀπὸ τῷ δ': ἀρχομίνας, ἢ πρὸς τὰς ἀπὸ τῷ δ': ἀρχομίνας, ἢ ἐπὶ τῷ δ': ὑπερέχοντας ὁμοίως ἢ ἐπὶ τῶν ἄλλων.

Εἶναι δὲ λόγῳ ὁ βυλόμωμος εὐρῶν εἶδεται τῷ πολλαπλασιπιμερῶς, σκοπεῖται ὅποια ζητεῖται μέρη ἔχον ἰσάσαι ἀριθμῶς, ἢ πολλαπλασίονος εἶναι ὁ ζητούμενος. Κατὰ λαμβανόμενα τοσάκις τὸν ἀριθμὸν τῶν ἔχοντα τὰ ζητούμενα μέρη ἐκ τῶν ἀριθμῶν τῶν ἀπὸ τοῦ γ': ἢ τῶν φυσικῶν αὐτῶν ἰσομίαν Πρόδοσι, ἢ τῶν γινόμενων προτιθέτω τὰ διδόμενα μέρη, ἢ ἕξει τὸ ζητούμενος. Λέγονται δὲ κριταῦθα οἱ εἰδήσεις μὴ τῆς ὑπὸ προτίθεως. Καὶ ταῦτα μὲν ἰκανὰ περὶ τῶν δίκων Ἀριθμητικῶν χρίσεων, ῥητίον δ' ὀλίγα τινα ἢ περὶ τῆς τῶν τῆς ἐξέως ἢ εἰρημῶ.

Τίνα μὲν ἔν τῷ τῷ πρὸς τὸν ποσῷ Εἶδη ἐν τοῖς προσημύτοις διδύλωται. οἷοι δὲ τὰ πάντα ἴσθα, ἐν μὲν τῆς ἐπίσης, τὰ λοιπὰ δὲ τῆς ἀνεπίσης. ἢ ἢ ἰσότης ἀτμῶς ἔσα ἐν εἶδος ἀποταλῆ, ἢ δ' ἀνεπίσης κατὰ τὸ μῆκος ἢ ἰσότης θεουμένη πλείονα ἔχει ἢ τὰ κατ' αὐτὴν εἶδη, ὡς εἴρηται. πῖντε ἢ τὰ τῷ μῆκος, ἢ πῖντε τὰ τῷ ἰσότητος, ὅθεν ἢ οἷς πῖντε συζυγίας, ἢ κρήνην εἴπειν χρίσεως ἀνάστασι. τῷ ἢ πολλαπλασίῳ ὑποκίεται τὸ ὑποπολλαπλασίον, τῷ δὲ ἐπιμορῶν τὸ ὑπεριμέρωσι. τῷ δὲ ἰπιμερῶν τὸ ὑπιπιμερῶς. τῷ δὲ πολλαπλασιπιμορῶν, τὸ ὑποπολλαπλασιπιμορῶν, ἢ τῷ πολλαπλασιπιμερῶν τὸ ὑποπολλαπλασιπιμερῶς. Προτίθηται δὲ πάντα τὸ ἴσον, τῶν δὲ λοιπῶν τὸ πολλαπλασίον, εἶτα τὸ ἰπιμορῶν, εἶτα τὸ ἰπιμερῶς, μὴ δ' τὸ πολλαπλασιπιμορῶν, ἢ τῶν τῶν τὸ πολλαπλασιπιμορῶν.

Λύδης τῶν μὲν τῷ πολλαπλασίῳ εἰδῶν εἰληπται πρῶτον τὸ διπλασίον, εἶτα τὸ τριπλασίον, εἶτα τὸ τετραπλασίον, ἢ τὰ λοιπὰ εὐτάτατος. Τῷ δὲ ἐπιμορῶν ὁμοίως πρῶτον μὲν εἰληπται τὸ ἡμέλει, δεῦτερον δὲ τὸ ἐπιτέτατος, τρίτον τὸ ἐπιτέτατος, ἢ ὅραξ ἢ τὸ ἀνάλογον. Ὡσαύτως δὲ ἢ τῶν λοιπῶν τριῶν, τῷ ἰπιμερῶς θημῶν, πολλαπλασιπιμορῶν, ἢ πολλαπλασιπιμορῶς τάξις τῆς ὀδοται, τοῖς εἴπεσι. Ὅτι δὲ ἢ τάξις αὐτῶ ἐδίδου ἢ ἴσην ἀνθρωπίνῳ, ἀλλὰ ζῶσει ἰσχυρῶν τοῖς τῷ πρὸς

διπλασιπιδιμερῆς.	ν:	ε:	δ:	λβ:	μ:	μν:
	γ:	ς:	θ:	ιβ:	ιι:	ιν:
						διπλασιπιτριμερῆς.
	ικ:	κβ:	λγ:	μδ:	νε:	εξ:
	δ:	π:	ιβ:	ς:	κ:	κδ:
						διπλασιπιτετραμερῆς.
	ιδ:	κν:	μς:	ο:	οδ:	
	ε:	ι:	ιν:	κ:	κε:	λδ:

οι επιδιμερείς, εἴτα οἱ λοιποὶ ἰσοῦς. τὴν δὲ τετάρτην ἔχουσι χάραν οἱ πολλαπλασιεπιμερείοι, καὶ τὴν πημπτην οἱ πολλαπλασιεπιμερείς. Ὅσον ἐκείδωσαν ἐν ἐνὶ εἴχῃ μονάδες τρεῖς, ἐν ἐτέρῳ δὲ δυάδες τρεῖς, καὶ ἐν ἐτέρῳ τριάδες τρεῖς. Εἴτα εἰλήφθη ἀπὸ τῶν μονάδων ἀπὸ τῆς μὲν τῆς πρώτης ὄρου μονάς, οἷτι δὲ τὸ δευτέρου ὁ β': ἀπὸ δὲ τῆς γ'. ὁ δ': ἐν δὲ τῷ τρίτῳ ἀπὸ τῆς πρώτης εἰλήφθη ὁμοίως μονάς, ἀπὸ δὲ τῆς β'. ὁ γ': ὁ δὲ πρώτος τῆς δευτέρου εἴχῃ ὄρος μὲν τῆς δευτέρου ὄρου τὸν γ': ποιήσιν. Αἰτεῖ οἱ τὸ τρίτου ὁ δ': εἶτος γὰρ ἰσός ἐστι τῷ τε πρώτῳ ὄρου τῷ δευτέρῳ εἴχῃ, καὶ δυοὶ δευτέρους, αἰτεῖ δὲ τὸ τρίτου. Τὸ αὐτὸ γινώσκουσι καὶ ἐπὶ τῶν λοιπῶν εἴχων ἐφ' ἑσσο βύλας. καὶ ὅτι ἐν μὲν τῷ αὐτέρῳ εἴχῃ ὄστας τοὺς διπλασίους, ἐν δὲ τῷ τρίτῳ τῶν τριπλασίους, ἐν δὲ τῷ τετάρτῳ τῶν τετραπλασίους, καὶ ἐν τοῖς ἄλλοις τῶν ἀναλογον ἔχῃς ἐπομένους. Τὴν δὲ μόνον ἐπὶ τῶν μονάδων ἐπιμερείς, ἀλλὰ καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ἰσοτήτων, εἰς καὶ ἐπ' αὐτῶν τὰ αὐτὰ ποιήσας. Ὡς δὲ δῆλον ὅτι ἐκ τῆς ἰσοτήτος τὸ πρώτῳ εἶδος τῶν πρώτων ποσὴ δηλ: οἱ πολλαπλασίαι ὡς ἀπὸ τῆς ῥίζης ἀναζῶνται, καὶ ταῦτα φυσικῶς κελεύονται.

Ὅτι δὲ καὶ τὸ δευτέρου εἶδος δῆλον: οἱ ἐπιμερείς ἐκ τῆς ἰσοτήτος; γινώσκουσι τῶν αὐτῶν φυλαττομένων πως καθόλου, φανερόν. ἀνασφραγίστως γὰρ οἱ ὄροι τῶν πολλαπλασίων εὐτάκτως, καὶ ἐφ' ἑκάστῃ εἰδῆς τῶν αὐτῶν ληφθέντων ἐν ἐτέρῳ εἴχῃ ὁ μὲν πρώτος ὄρος ἴσος τῷ πρώτῳ, ὁ δὲ δευτέρος ἴσος τῷ τε πρώτῳ καὶ δευτέρῳ, καὶ ὁ τρίτος ἴσος τῷ τε πρώτῳ καὶ δυοὶ δευτέρους, ἐπὶ δὲ καὶ τῷ τρίτῳ, καὶ ὅτι ἐκ μὲν τῶν διπλασίων γινώσκουσι τῶν ἡμιολίων, ἐκ δὲ τῶν τριπλασίων τῆς ἐπιτρίτης, ἐκ δὲ τῶν τετραπλασίων τῆς ἐπιτετάρτης, καὶ ἐκ τῶν λοιπῶν τῆς λοιπῆς καὶ τὴν προσήκουσαν αὐτῶν ἀκολουθίαν.

Εἰδὶ οἱ βέλτηρον καὶ τὴν τῶν λοιπῶν μαθῶν γίνουσι, ἀνασφραγίστως οἱ ὄροι τῶν ἐπιμερείων, καὶ γινώσκουσι τὰ αὐτὰ, ἃ καὶ ἐπὶ τῆς τῶν προτέρων εἰδῶν γινώσκουσι γινώσκουσι, καὶ ὅτι ἐπὶ τῆς ἐπιμερείων ἐκ τῶν ἐπιμερείων γινώσκουσι. Ἐκ μὲν τῶν ἡμιολίων τῆς ἐπιδιμερείς, ἐκ δὲ τῶν ἐπιτρίτων τῆς ἐπιτριμερείς, ἐκ δὲ τῶν ἐπιτετάρτων τῆς ἐπιτετραμερείς, καὶ ἐκ τῶν ἄλλων τῆς ἄλλης, καθά τὴν εὐταχίαν αὐτῶν καὶ ἀναγκαίαν ἀκολουθίαν.

Ἐκ δὲ τῶν αὐτῶν ἐπιμερείων μὴ ἀνασφραγίστως τῶν ὄρων ἀλλ' ὁρῶν: ἢ ἐκ ἐκκενμένων ὅτι γινώσκουσι τοὺς πολλαπλασιεπιμερείους τῶν αὐτῶν φυλαττομένων προσημνῶν. Ἐκ τῶν ἡμιολίων μὲν τοὺς διπλασιεπιμερείους, ἐκ δὲ τῶν ἐπιτρίτων τῆς διπλασιεπιτρίτης, ἐκ δὲ τῶν ἐπιτετάρτων τοὺς διπλασιεπιτετάρτους, καὶ ἐκ τῶν λοιπῶν τῆς λοιπῆς εὐτάκτως.

Ὡς περὶ δὲ ἐκ τῶν ἐπιμερείων τῶν ὄρων μὴ ἀνασφραγίστως γινώσκουσι οἱ πολλαπλασιεπιμερείοι, ὅτι καὶ ἐκ τῶν ἐπιμερείων τῶν αὐτῶν φυλαττομένων παραγλημάτων γινώσκουσι οἱ πολλαπλασιεπιμερείς τῶν ὄρων ὁμοίως μὴ ἀνασφραγίστως. καὶ ἐκ μὲν τῶν ἐπιδιμερείων γινώσκουσι οἱ διπλασιεπιδιμερείς, ἐκ δὲ τῶν ἐπιτριμερείων οἱ διπλασιεπιτριμερείς, ἐκ δὲ τῶν ἐπιτετραμερείων οἱ διπλασιεπιτετραμερείς. καὶ ἐκ τῶν λοιπῶν οἱ λοιποὶ εὐτάκτως. ἀνασφραγίστως δὲ τῶν ὄρων καὶ τῶν ἐπιμερείων γινώσκουσι τὸν αὐτὸν τρόπον καὶ οἱ ἐτερογενεῖς, ταῦτον δὲ εἰπεῖν, οἱ διαφόροι εἰδῆς ἐπιμερείς: καὶ ἐκ μὲν τῶν ἐπιδιμερείων, οἱ ἐπιδιτρίτοι, λέγονται γινώσκουσι οἱ ἐπιτριπτεμπτοί, ἐκ δὲ τῶν ἐπιτρίτων δηλ: τῶν ἐπιτριτετάρτων, οἱ ἐπιτετραβέδομοι, ἐκ δὲ τῶν ἐπιτετραμερείων, δηλ: τῶν ἐπιτετραπέμπτοι οἱ ἐπιπεντάβδομοι, καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ἐπ' ἀπειρον.

Ἰσὸν δὲ ἐπὶ πασῶν τῶν ἡμέσων τῶν τε κατ' ὀρθότητα τῶν ὄρων γινώσκουσι καὶ τῶν κατ' ἀντιστροφήν οἱ ἄλλοι τετραγώνιοι εἶδος, καὶ τὸ ἐντυθεῖν δῆλον. Ἐπὶ μὲν γὰρ τῶν ἡμιολίων ὅτι δ': καὶ σ': ἄκροι

α:	α:	α:	β:	β:	β:	γ:	γ:	γ:
α:	β:	δ:	β:	δ:	κ:	γ:	σ:	ιβ:
α:	γ:	θ:	β:	σ:	ιη:	γ:	θ:	κζ:
α:	δ:	ις:	β:	κ:	λβ:	γ:	ιβ:	μκ:
α:	ι:	κκ:	β:	ι:	ι:	γ:	ιη:	οκ:

δ:	β:	α:	κ:	δ:	β:	διπλασίαι.
δ:	σ:	θ:	κ:	ιβ:	ιη:	ἡμιόλιοι.
θ:	γ:	α:	ιη:	σ:	β:	τριπλασίαι.
θ:	ιβ:	ις:	ιη:	κδ:	λβ:	ἐπιτρίτοι.
ις:	δ:	α:	λβ:	κ:	β:	τῆτραπλασίαι.
ις:	κ:	κκ:	λβ:	μ:	ι:	ἐπιτετάρτοι.

θ:	σ:	δ:	ἡμιόλιοι.
θ:	κ:	κκ:	ἐπιδιμερείς.
ις:	ιβ:	θ:	ἐπιτρίτοι.
ις:	κκ:	μθ:	ἐπιτριμερείς.
κκ:	κ:	ις:	ἐπιτετάρτοι.
κκ:	μ:	πα:	ἐπιτετραμερείς.

δ:	σ:	θ:	ἡμιόλιοι.
δ:	ι:	κκ:	διπλασιεπιμερείς.
θ:	ιβ:	ις:	ἐπιτρίτοι.
θ:	κκ:	μθ:	διπλασιεπιτρίτοι.
ις:	κ:	κκ:	ἐπιτετάρτοι.
ις:	λς:	πα:	διπλασιεπιτετάρτοι.
θ:	ιη:	κ:	ἐπιδιμερείς.
θ:	κδ:	ξδ:	διπλασιεπιδιμερείς.
ις:	κκ:	μθ:	ἐπιτριμερείς.
ις:	μδ:	ρκα:	διπλασιεπιτριμερείς.
κκ:	μα:	πα:	ἐπιτετραμερείς.
κκ:	ο:	ρμς:	διπλασιεπιτετραμερείς.
κκ:	ιη:	θ:	ἐπιδιτρίτοι.
κκ:	μ:	ξδ:	ἐπιτριπτεμπτοί.
μθ:	κκ:	ις:	ἐπιτριτετάρτοι.
μθ:	οζ:	ρκα:	ἐπιτετραβέδομοι.
πα:	μ:	κκ:	ἐπιτετραπέμπτοι.
πα:	ρκς:	ρμς:	ἐπιπεντάβδομοι.

Πρὸς τριπλασίαν δὲ τῶν λογι-
 μῶν κατὰ τὴν ἑκείδωσαν ἰ-
 φηῆς πρῶτον τὰ δύο πρῶτα τῆ
 ἐπιμορίου εἶδη ἡμιόλιον καὶ ἐπι-
 τρίτον, ἑστέρον ἑστέρου ἡμίλιον,
 ἢ ἑστέρον ἑστέρου ἰσόμε-
 νον, καὶ ὅφει ἐκ τούτων τὸ διπλα-
 σιον συνιστάμενον. Ἐἴτα ἐκεί-
 δωσαν ὁμοίως τὸ πρῶτον εἶδος
 τῶν τε πολλαπλασίου καὶ ἐπιμορίου
 διπλασίων δηλ. καὶ ἡμιόλιον, καὶ
 ὅφει ἐκ τούτων συνιστάμενον τὸ
 τριπλασίον. Ἐκείδωσαν δ' ὡ-
 σαύτως καὶ τὸ τριπλασίον καὶ ἐπιτρίτον, δῦτερον ὅν τῆ τάξεσιν ἑκάτερον, τὸ μὲν ἐν τοῖς πολλαπλασίοις,
 τὸ δὲ ἐν τοῖς ἐπιμορίου, καὶ συσθεθῆσται ἐξ αὐτῶν τὸ τετραπλασίον. Ἐξ ὧν ὅλον, ὅτι καὶ τὰ λοιπὰ
 ἐκ τῶν λοιπῶν συσθεθῆσονται, ἰσάκτως συσθεθῆσονται, τρίτον δηλ. τρίτον, τέταρτον, πένταρον,
 πένταρον πένταρον καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ὁμοίως. Ἐπεὶ δ' ἕκαστον εἰς τὰ ἐξ ὧν συνιστάται εἰς ταῦτα καὶ δια-
 λύεται, καὶ τὸ κοινὸν ἄξιωμα, πάντως γὰρ καὶ τὸ μὲν διπλασίον εἰς ἡμιόλιον καὶ ἐπιτρίτον διαλυθῆσ-
 ται λόγον. μίτος ἢ τὸ β'· καὶ δ'· ὁ γ'· ἐστίν, ἡμιόλιος μὲν ὧν πρὸς τὸν β'· ἐπιτρίτος δὲ πρὸς
 τὸν δ'· τὸ δὲ τριπλασίον εἰς διπλασίον καὶ ἡμιόλιον. μίτος γὰρ τὸ β'· καὶ δ'· ὁ δ'· ἐπιπίπτει. διπλα-
 σιος μὲν ὧν πρὸς τὸν β'· ἡμιόλιος δὲ πρὸς τὸν δ'· ὁμοίως καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ἕκαστον εἰς ὧν συσ-
 θεθῆσται εἰς ταῦτα καὶ διαλύεται.



Πόρισμα.

Ἐκ τούτων δυάμιθα σαφῆσαι καὶ τὸν ἰ. ὅρον τῶν ε'. τῶν στοιχειωτῶ. Λόγος γὰρ φησὶν ἐκ λόγων
 συγκείσθαι λέγεται, ὅταν αἱ τῶν λόγων πληρότητες ἐφ' ἑαυτὰς πολλαπλασιασθεῖσαι ποιῶσι τι-
 νά. Ὡς καὶ τὸν στοιχειωτῶν ἐπὶ συγκείσθαι ὁ μὲν τῶ διπλασίῳ λόγος ἔσται τῶ ἡμιόλιῳ καὶ ἐπιτρί-
 τῶ. ὁ δὲ τῶ τριπλασίῳ ἔσται τῶ διπλασίῳ καὶ ἡμιόλιῳ. ὁ δὲ τῶ τετραπλασίῳ ἔσται τῶ τριπλασίῳ καὶ
 ἐπιτρίτῶ, καὶ τῶν ἄλλων ἕκαστος ἐξ ἄλλων τῶν, πάντως γὰρ καὶ τούτων ἕκαστος τῶν λόγων γίνεται
 τῶν πληρότητας ὧν ἐν αὐτῶ λόγων ἐφ' ἑαυτὰς πολλαπλασιασθεῖσῶν. Ὅθεν προργαίετατος εἶδεναι
 τίνας αἱ τῶν λόγων πληρότητες, καὶ ὅπως ἐκ τούτων πολλαπλασιασθεῖσῶν ἐφ' ἑαυτὰς οἱ συγκείμενοι
 ἐξ αὐτῶν γίνονται λόγοι.

Πληρότητες τοῖνυ λόγων ἐστίν οἱ ἀριθμοί, ἀφ' ὧν οἱ λόγοι παρονομαζέονται. παρονομαζέονται δὲ
 ὁ μὲν τῶ διπλασίῳ λόγος ἀπὸ τῶ β'· ὁ δὲ τῶ τριπλασίῳ ἀπὸ τῶ γ'· ὁ δὲ τῶ τετραπλασίῳ ἀπὸ τοῦ
 δ'· καὶ τῶν ἄλλων τῶ πολλαπλασίου λόγων ἕκαστος ἀπότιτος αὐτῶ ἀναλογούτος παρονομαζέεται ἀ-
 ριθμῶ. Διὸ δὴ ὁ μίτος β'· πληρότης λέγεται τῶ διπλασίῳ, ὁ δὲ γ'· τῶ τριπλασίῳ, ὁ δὲ τίςατα τῶ
 τετραπλασίῳ, ὁ δὲ ε'· τῶ πενταπλασίῳ, ὁ δὲ ε'· τῶ ἑξαπλασίῳ, καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ἀναλόγως. ὁ δὲ
 τῶ ἡμιόλιῳ ἀπὸ τῶ ἰσός καὶ μίτος, ὁ δὲ τῶ ἐπιτρίτῳ ἀπὸ τῶ ἰσός καὶ τρίτου μίτους, ὁ δὲ ἐπιπέτατος
 ἀπὸ τῶ ἰσός καὶ τετάρτου μίτους, καὶ οἱ λοιποὶ ἀναλόγως.

Τῶν ὀρων τοῖνυ τῶν λόγων ὡς δὲ ἐπιθεμίνων λεπτοῖν ἡμῖν πρῶτον τὰς ἀριθμῶς, ἀφ' ὧν οἱ
 προκείμενοι παρονομαζέονται λόγοι. Ἐἴτα ἐφ' ἑαυτὰς πολλαπλασιάζειν δεῖ, καὶ ὁ γινόμενος ἀριθμῶς
 τῶν λόγων τῶν ἀπῶν ἰσθαίρει ὀρων. Ἐπεὶ δὲ ἢ τῶν ὀρων τάξιν τριχῶς μάλιτα δύναται ποικίλε-
 σθαι. ἢ γὰρ εὐτάκτως οἱ ὀροι κοίσονται, ὡς οἱ π, δ, β, ἢ ὁ μείζων ἴσται
 μίτος, ὡς οἱ μ, τ, β, ἢ ὁ ἐλάττω, ὡς οἱ ε, τ, ιβ, καὶ κδ· γινώσκω
 καὶ Ἐρμηνεία καὶ τῆς τριπλῆς τῆς τῶν ὀρων τάξεως ποικιλίας. Εἰ μὲν γὰρ οἱ ὀ-
 ροὶ συστατῶς κείνται, ὡς ὁ π, δ, β, καὶ οἱ τῶν λόγων τῶ πολλαπλασίου
 οἱσὶν εἶδος, ὁ δὲ οἱσὶν ἡμιόλιος ἀμφο, εἰσθῶν ὁ β'· ἀριθμῶς, ἀφ' οἱ
 παρονομαζέεται ἑκάτερος τῶν λόγων, καὶ πολλαπλασιάζειν ἐφ' ἑαυτὸν, καὶ
 ἐπὶ γίνονται ἀπ' αὐτῶ ὁ δ'· παρονομασῆσ ὧν τῶ τετραπλασίῳ, διὰ τοῦ ὅτι ὁ
 π· τῶ β'· τετραπλασίος ἐστίν. ἢ καὶ ἄρα ἐπὶ ὁ β'· ἡμισύς ἐστι τῶ δ'· ὡσπρ
 ἡμισύς τῶ π· εἰληθῶν τῶ ἡμισυ τῶν πρῶτων ἐξῆ· δηλ. τὰ λ'· καὶ ἐφ' ἑαυτὰ
 πολλαπλασιάζειν, καὶ ὁ γινόμενος ἰσθαίρει ἀπὸ τῶν ἐξήκοντα,
 καὶ ἐπὶ παρέχει πληροῦ τῶν ἰσ'· τετάρτου. ὅταν τῶ ε'· φασκεῖ ὅτι ὁ π· τε-
 τραπλασίος ἐστίν τοῦ β'· καὶ λέγεται συγκείσθαι ἐκ δύο λόγων διπλα-
 σίων.



Ἐάν· δὲ ἄτερος μὲν εἴη διπλασίος, ἄτερος δὲ τριπλασίος, ὡς οἱ ιβ'· ε'· β'· εἰληθῶ ἀπὸ τοῦ
 διπλα-

B I B Λ Ι Ο Ν Π Ρ Ω Τ Ο Ν .

διπλασίον ὁ β̄: αὐτὶ δὲ τῷ τριπλασίῳ ὁ γ̄: καὶ πολλαπλασιασθέντων πρὸς ἀλλήλους, καὶ ἐπὶ ποιῶσι τὸν ε̄: δις γὰρ τῷ γ̄: λαμβανόμενῳ γίνεται ὁ ε̄; δι-
 λον ὅτι οὐμίλων ὄρος τῶν ἀκρῶν ἐξαπλασίος ἐστὶ τε ἐλάττωτος, ὡς ὁ ιβ̄: τῷ
 β̄: ἢ ὁ ιη̄: τῷ γ̄: καὶ σύγκειται ἐκ δύο λόγων, τοῦ μὲν διπλασίῳ, τῷ δὲ τρι-
 πλασίῳ. Τὸ αὐτὸ γινώσκω καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων τῶν πολλαπλασίων εἰδῶν, ἵπαι-
 δὲν οἱ ὄροι εὐτάκτως κείνται.

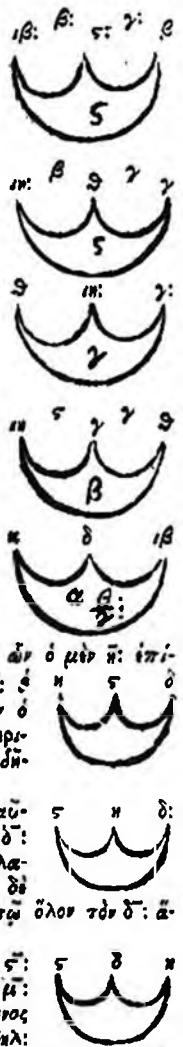
Ἡ δὲ αὖ δ' ὁ μῆκος τῶν ὄρων μίζων εἰν ἑκατέρῃ τῶν ἀκρῶν, ὡς ὁ ιη̄: τῷ τε
 ε̄: καὶ γ̄: τῷ μὲν ἐξαπλασίῳ ὡν τῷ δὲ διπλασίῳ, εἰλήφθω ἀπὸ μὲν τῷ μί-
 ζοιο; λόγῳ, δηλ: τῷ ἐξαπλασίῳ, τὸ ἕκτον τοῦ ε̄: δηλ: ὁ ιη̄: ἀπὸ δὲ τοῦ
 ἐλάττωτος ἡτοῦ τοῦ διπλασίῳ, ὁ παρονομασῆς αὐτοῦ δηλ: ὁ β̄: καὶ πολλα-
 πλασιασθέντων ὁ ιη̄: ἐπὶ τῶν β̄: καὶ ἐπὶ ὁ γενόμενος κ: τρίτου μέρους ἐστὶ τοῦ
 ε̄: δηλ: ὑποτριπλασίος, φαιρὸν ὅτι καὶ ὁ γ̄: τῷ ε̄: ὑποτριπλασίος ἐστὶ, ὁ δὲ
 ε̄: τῷ γ̄: τριπλασίος.

Εἰδὼς ὁ μῆκος ἐλάττων ἐστὶν, ἑκατέρῃ τῶν ἀκρῶν, ὡς ὁ γ̄: τῷ τε ιη̄: καὶ
 ε̄: ὡν ὁ μὲν ἐξαπλασίος ἐστὶ τοῦ γ̄: ὁ δὲ τριπλασίος, εἰλήφθωσαν οἱ ἀρι-
 θμοὶ ἀφ' ὧν ἑκάτερος τῶν λόγων παρονομάζεται, ἀπὸ μὲν τῷ ἐξαπλασίῳ
 ὁ ε̄: ἀπὸ δὲ τοῦ τριπλασίῳ ὁ γ̄: εἴτα μερισθέντων ὁ μίζων δηλ: ὁ ε̄: ἐπὶ
 τῶν ἐλάττωτα γ̄: καὶ ἐπὶ παρέχεται πηλίκον ὁ β̄: παρονομασῆς ὡν τῷ δι-
 πλασίῳ ἄλλον, ὅτι ὁ ιη̄: διπλασίος ἐστὶ τῷ ε̄: Διὰ δὲ τὸ σαφέστερον ἐκείνηθα-
 σαν ἐπὶ οἱ κ: ὁ δ: ιβ̄: καὶ ἐπὶ ὁ κ: τῷ δ: πενταπλασίος ἐστὶν, εἰλήφθω ὁ
 ε̄: Ἐπὶ δὲ ὁ ιβ̄: τῷ αὐτῷ δ: τριπλασίος ἐστὶν ληφθέντων ὁ γ̄: εἴτα μερισθῆ-
 ναι ὁ ε̄: ἐπὶ τῶν γ̄: καὶ ἐπὶ παρέχεται πηλίκον ἢ μονάς, μὲν δύο τρίτων, ἵ-
 σθησθαι ὅτι ὁ κ: τῷ ιβ̄: ἐπιδιτρίτος ἐστὶν. Ἔχει γὰρ ἐν ἑαυτῷ ὅλον τὸν ιβ̄: καὶ
 δύο τρίτα αὐτῷ μέρῳ.

Καὶ ταῦτα μὲν περὶ τῶν πολλαπλασίων. ἐπειδὴ δὲ τύχασιν ὄντες οἱ λό-
 γοι ἐπιμύριοι, ἵπαι καὶ τῶν ἢ τάξις τριχῶς ἐνδέχεται ποικίλισθαι, ὡς καὶ
 οἱ τῶν πολλαπλασίων, κείσθωσαν πρῶτον οἱ ὄροι εὐτάκτως, ὡς οἱ η̄: ε̄: δ: ὡν
 τρίτος ἐστὶν τῷ ε̄: ἕτος δὲ τῷ δ: ἡμόλιος, εἴτα εἰλήφθω ἀπὸ τῷ ἐπιτρίτῳ ὁ μῆ: ὁ
 γὰρ ε̄: πρὸς τὸν μῆ: ἐπιτρίτος ἐστὶν. Ἀπὸ δὲ τῷ ἡμόλιῳ ὁ μῆ: ἡμόλιος γὰρ ἐστὶν ὁ
 ε̄: τῷ μῆ: καὶ πολλαπλασιασθέντων ἀλλήλοις καὶ ὁ γενόμενος εἰ αὐτῶν φ.ω: μερι-
 σθέντων ἐπὶ τὸν ε̄: καὶ ἐπὶ παρέχεται πηλίκον ὁ λ: ὁ δὲ λ: ἡμισύς ἐστὶ τῷ ε̄: δὴ-
 λον ὅτι καὶ ὁ δ: τῷ η̄: ἡμισύς ἐστὶ, ὁ δὲ η̄: τῷ δ: διπλασίος.

Εἰδὼς ὁ μῆκος μίζων εἰν τῶν ἀκρῶν, ὡς ὁ η̄: τῷ ε̄: καὶ δ: ζητηθέντων καὶ ταῦ-
 θα αἱ τῶν λόγων πηλικότητες. Ἐπὶ δὲ τῷ μὲν ε̄: ἐπιτρίτος ἐστὶν ὁ η̄: τῷ δὲ δ:
 διπλασίος, εἰλήφθω ἀπὸ τῷ ἐπιτρίτῳ ὁ μῆ: ἀπὸ δὲ τῷ διπλασίῳ ὁ β̄: καὶ πολλα-
 πλασιασθέντων ὁ μῆ: ἐπὶ τὸν β̄: καὶ ὁ γενόμενος γ: μερισθέντων ἐπὶ τὸν ε̄: ἵπαι δὲ
 παρέχεται πηλίκον μονάς καὶ λ: τῶν ε̄: δηλ: ἡμισυ, ἴσθ' ὅτι ὁ ε̄: ἔχει ἐν ἑαυτῷ ὅλον τὸν δ: ἄ-
 παξ, καὶ ἡμισυ αὐτῷ μέρῳ. Τῦτο δ' ἐστὶν εἰπεῖν ἡμόλιος τὸν ε̄: τῷ δ:.

Εἰδὼς ὁ μῆκος ἐλάττων εἰν τῶν ἀκρῶν, ὡς πρὸς ὁ δ: τῷ ε̄: καὶ η̄: ἐπὶ ὁ μὲν ε̄:
 ἡμόλιος ἐστὶν τῷ δ: ὁ δὲ η̄: διπλασίος τῷ αὐτῷ δ: εἰλήφθω ἀπὸ τῷ ἡμόλιῳ ὁ μῆ:
 αὐτὶ δὲ τῷ διπλασίῳ ὁ β̄: καὶ πολλαπλασιασθέντων ὁ μῆ: ἐπὶ τὸν β̄: ὁ δὲ γενόμενος
 π: μερισθέντων ἐπὶ τὸν ε̄: καὶ ἐπὶ παρέχεται πηλίκον μονάς, καὶ κ: τῶν ε̄: δηλ:
 ἐν τρίτῳ, φαιρὸν ὅτι ὁ η̄: περιέχει ἐν ἑαυτῷ ὅλον τὸν ε̄: ἀπαξ καὶ ἐν αὐτῷ τρίτου μέρους. Ταῦ-
 τῶν δ' ἐστὶν εἰπεῖν ὅτι ὁ η̄: ἐπιτρίτος ἐστὶ τῷ ε̄. Τὰ αὐτὰ γινώσκω καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων καὶ εὐρεθίση-
 ναι εὐχερῶς ὅτι ἐκ δύο λόγων συγκείμενος λόγος. Εἰκότως ἄρα ὁ στοιχειωτὴς ἔφη, ὅτι λόγος ἐκ
 δύο λόγων συγκείσθαι λέγεται ὅταν αἱ τῶν λόγων πηλικότητες ἐφ' ἑαυτὰς πολλαπλασιασθένται ποιῶ-
 σι τινά. Καὶ ταῦτα μὲν περὶ τῶν ἐκαστῶν ἐπὶ τῷ παρόντος, ἢν δὲ Θεὸς εὐδοῖ ἀκριβέστερον ἐν ἄλ-
 λοις ἔργῳν.



δηλ: τῷ γ: ἢ γινέσθαι ο δ': δεύτερος ἐνεργεία τριγωνικῶς ἢ αὐτὸς χηματιζόμενος. τῷ δ' ε': ἐπισώρευσι τὸν δ': ἢ ἔσται σοι ὁ ε': τρίτος. τῷ δ' ε': ἐπισώρευσι τὸν ε': ἢ γινέσθαι ο ι': τέταρτος. τῷ δ' ε': ἢ ο ι': ἐπι-
 σαθίσεται ὁ κᾶ: πέμπτος. Ἐκ τούτων δὲ ἢ τῷ ζ': συντιθεμένη ἀλλήλοις γινέ-
 σεται ὁ κη: ἕκτος. Τὸν αὐτὸν δὲ τρόπον ἢ οἱ λοιποὶ πάντες ὅσοι τριγωνικῶς
 τὰς ἐν αὐτοῖς χηματίζουσι μονάδας ἐκυσθίσονται. ὡς ἢ τὰς πλευρὰς ἐκάστω
 ἴσας εἶσαι, ἢ ἐκ τριῶν μονάδων, ὅπως ἀριθμοὶ συντιθέσθων εἰς τὰς αὐ-
 τῶ γίνονται. Ἐπι γὰρ πρὸς τὸ γινέσθαι τῷ γ: συντιθέθῃ ἡ μοιάς τῷ β': διὰ
 τούτου καὶ ἐκάστω τῷ γ: πλευρὰ ἐκ δύο σύγκριται μονάδων. Ἐπι δὲ ἴσα γίνω-
 ται ὁ ε': συντιθέσθων ἀριθμοὶ τρεῖς ἀλλήλοις, ἢ μοιάς ὁ β': ἢ ὁ γ': τῆτι
 χάριν ἢ ἐκάστω τῶν αὐτῶ πλῦρων ἐκ τριῶν συνίσταται μονάδων, ἐμοίως ἢ ἐπι
 τῶν ἄλλων.

a
 a a
 a a a
 a a a a
 a a a a a κα.
 a
 a a
 a a a
 a a a a
 a a a a a
 a a a a a a κη.

Περὶ Τετραγώνων ἀριθμῶν.

Τετράγωνος δὲ ἀριθμὸς ἐστὶν ὁ εἰς τετραγῶνα ἰσοπλευροῦ χηματιζόμενος
 μονάδων, ἑσάσθων καὶ τὰς πλευρὰς καὶ τὰς γωνίας ἐμφανῶν, ὡς ὁ δ', ε', ιε', κε', λς', μς',
 ξε', πα', ρ, καὶ οἱ παραπλήσιοι. Δυνάμει δὲ πρώτης ἐστὶ καὶ τῆτις ἢ μοιάς, δι' ἣν εἴρηται αἰ-
 τίαν, ἐνεργεία δὲ ὁ δ': συμβέβηκε δὲ ἢ αὐτοῖς τὴν τῶν πλευρῶν αὐξάνειν, καὶ τὴν φυσικὴν τῶν ἀ-
 ριθμῶν γινέσθαι Πρόδοσι, ὡσπερ καὶ τοῖς τριγώνοις. τῷ γὰρ δυνάμει πρώτῃ δηλ: τῆς μοιάδος ἢ
 πλευρὰς μοιάς ἐστὶ, τῷ δὲ ἐνεργείᾳ πρώτῃ, ὅς ἐστιν ὁ δ': δύος, τῷ δὲ μετ' αὐτῆς δηλ: τῷ ε': τριάς.
 τῷ δὲ τρίτῃ ἐνεργείᾳ δηλ: τῷ ιε': τετράς ἢ ἐπι τῶν ἄλλων ἐφεξῆς ἀναλόγως.

Περὶ Γενέσεως τῶν Τετραγώνων ἀριθμῶν.

Γινώσκονται δὲ ἢ οἱ τετράγωνοι ἀριθμοὶ, καὶ τὸν Νικόμαχος μὲν ἐκ τῶν φυσικῶν ἀρι-
 θμῶν εἰρηδὸν ἐκτεθέντων, ἢ τῇ μοιάδι ἐπισωρευομένων, ἢ μετ' οἱ τῶν ἐφεξῆς πάν-
 των ἀλλὰ τῶν παρ' ἑαυτῆς τῶν περιττῶν. Οἷον ἐκκείδωσαν οἱ α, β, γ, δ, ε, ζ, η, θ, ι, κ, λ, μ, ν, ξ, ο, π, ρ, σ, τ, υ, φ, χ, ψ, ω, ἢ οἱ λοιποὶ ἐφεξῆς εὐτάκτως ἐφ' ὁ-
 σοῖ σοι βυλιῶν. Εἶτα λαβὼν τὴν μονάδα ὡς πρῶτον δυνάμει, καὶ παραλιπὼν τὸν
 ἐφεξῆς δηλ: τὸν β': πρόσθεσις αὐτῇ τῷ γ: καὶ ὁ γινόμενος δ': πρῶτος ἐστὶ ἐνεργεία
 τετραγώνος. τῷ γὰρ δὲ παραλιπὼν τὸν δ': πρόσθεσις τῶν ε': ἢ γινέσθαι πάντως ὁ ε':
 ὡς ὅλον τῷ κ' ἢ μικρὸν ἐπιπέσαντι, ἢ ἕτος ἐσαι δεύτερος τῶν ἐνεργείᾳ τετραγῶνων ἰ-
 σόπλευρον χηματίζομένων διὰ τῶν ἐν αὐτοῖς μονάδων. Παραδραμῶν δὲ ἢ τὸν ε': ἐπι-
 σώρευσι τῷ ε': τὸν ζ': καὶ συσαθίσεται σοι ὁ ιε': τρίτος τῶν ἐνεργείᾳ τετραγῶ-
 νων. ἐὰν δὲ τῶν προδῆς, τὸν ε': παραλιπὼν τὸν η': γινέσθαι ὁ κᾶ: τέταρτος ὡς
 τετράγωνος ἐνεργεία. ἕτως δὲ ἢ τὰς λοιπὰς εὐρήσεις, εὐτάκτως ποιῶν τὴν ἐπισώρευ-
 σιν τῶν φυσικῶν ἀριθμῶν εἰρηδὸν ἐκτεθέντων καὶ τὸν Νικόμαχος. Κατὰ δὲ τὸν τύπον
 Ἑρμηνευτὴν Πρόδοσι διττῆς ἔξομι τῆς τῶν τήραγῶνων ἀριθμῶν γινέσεως μέθοδον, ὡς
 ἢ μία Διούλος οἰομάζεται, ἐστὶ δὲ τοιαύτη.

a
 a a
 a a
 a a a
 a a a
 a a a a
 a a a a
 a a a a
 a a a a a
 a a a a a
 a a a a a
 a a a a a
 a a a a a

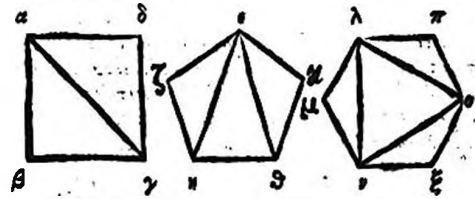
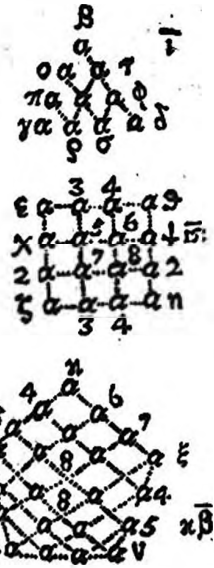
Ἐκδη πρὸς ἀπὸ μονάδος φυσικῶς πρώτης ἀριθμῶς εἰρηδὸν. Εἶτα ἀρχάμενος ἀπὸ τῆς μονάδος
 συντιθεὶ τὴς ἐφεξῆς ἀριθμῶς ἀλλήλοις ὅσως βυλκι μνησὸς τῶν ἐν μίσῳ παραλειπομένων, ἢ εἰς ὁ-
 λῆξιν ἀριθμῶν ἐκείνος ἐσαι σοι πλευρὰ τῷ γινόμενῳ τετραγῶνῳ, καὶ δὲ τὴν σύνθεσιν πρόσθεσις
 τῷ γινόμενῳ πάντας τὰς προτέρους πλὴν τῷ ἑαυτῷ, ἢ ὁ ἐκ τῆς προδίσεως ἐσαι τετράγωνος. Οἷον
 ἀρχόμενος ἀπὸ τῆς μονάδος συναφῶν ταύτῃ τῷ β': ἢ γινέσθαι ὁ γ': τῷ γὰρ πρόσθεσις αὐτῆς τῆς
 μονάδας μνησ, ἢ γινέσθαι ὁ δ': ἢ ἕτος ἐσαι πρῶτος ἐνεργείᾳ τετραγώνος, ἢ πλευρὰ ὁ β': ὅτι
 εἰς αὐτὸν κατέλιξας συντιθεῖς. Αὐτῆς λαβὼν τὴν μονάδα, τὸν β': ἢ γ': ποίησον ἐξ αὐτῶν συν-
 τιθεμένων τὸν ε': τῷ γὰρ πρόσθεσις τὸν τε β': ἢ τὴν μονάδα, καὶ γινέσθαι ὁ ε': δεύτερος τετρα-
 γῶνος ἀριθμὸς πλευρὰν ἔχων τὸν τρία, εἰς ὅν κατέλιξα; τῆς συνδέσεως. Τῷ δ' αὐτῷ ποιῶν ἢ
 ἐπι τῶν ἄλλων εὐρήσεις καὶ τὰς λοιπὰς τετραγῶνους ἀριθμῶς καὶ τῶν πλευρῶν αὐτῶν ἀφ' ὧν συντι-
 θεται.

Κατὰ δὲ τὴν δευτέραν Μέθοδον συντιθεὶ τὰς ἀριθμῶς ὡς πρότερον μνησὸς παραλειπομένης, τῶν
 δὲ ἐξ αὐτῶν διπλασιασῶν πρόσθεσις τῷ γινόμενῳ τὸν ἐφεξῆς, ἢ ὁ ἐκ τῆς προδίσεως τετράγωνος ἔ-
 σαι, ἔχων πλευρὰν τὸν προσληθῆντα. Οἷον ἀρχόμενος ἀπὸ τῆς μονάδος διπλασιασῶν ταύτῃ ἢ
 γινέσθαι ὁ β': τῷ γὰρ πρόσθεσις τὸν ἐφεξῆς δηλ: τὸν β': ἢ ὁ γινόμενος δ': τετράγωνος ἐσαι ἔχων
 πλευρὰν τὸν προσληθῆντα β'. Αὐτῆς σύνθεσις τῇ μονάδι τὸν β': ἢ τὸν γινόμενον γ': διπλασιασῶν,
 ἢ ἔξεις τῶν ε': τῷ γὰρ πρόσθεσις τὸν ἐφεξῆς τῶν συντιθέτων, ὅς ἐστιν ὁ γ': ἢ γινέσθαι ὁ ε': τε-
 τράγω-

τραγώναι αι πλευραι συνίστανται εκ τεσσάρων μονάδων, διαιρεθῆτω ἑκάστη πλευρά τοῦ ε' ζ' η' θ': σχήματος εἰς τρία, καὶ ἐπιπέδωσαν αι γ' δ': α' β': γ' δ': ε' ζ': η' θ': τεμνομένη ἀπὸ κλίμακας α' β' γ' δ' ε' ζ' η' θ': εἴτα ἐφ' ἑκάστῃ σημείου των κοινῶν τομῶν γραθῆτω ὁμοίως α': ἢ ἄλλοι ἀπὸ τῶν μονάδων καὶ εἴσαι τὸ ζῆτιμονον. Ἐπει δὲ καὶ τὸ κβ': πεντάγωνοι αι πλευραι εκ τεσσάρων σύγκεινται μονάδων, διαιρεθῆτω ὁμοίως ἑκάστη πλευρά καὶ τὸ κλ' μν' ε': εἰς τρία καὶ ἐπιπέδωσαν αι 44: 55: λν': 66: 77: μξ': εἴτα γραθῆτω α': ἐφ' ἑκάστῃ των κοινῶν τομῶν των συστοιχῶντων τὰς των πλευρῶν τομαῖς, καὶ ἴξῃς εἰς πεντάγωνισμοὶ τὸν προκείμενον ἀριθμὸν ἰσημιτισμῶν ἀκριβῶς, ὡς ὄρας. Ἐπὶ δὲ των θθ': κοινῶν τομῶν των παραλλήλων γραμμῶν μῆδιν τάττε, ὅτι οὐδὲ συστοιχῶσιν αὐτὰ ὑδμιᾶς πλευρᾶς καὶ κατὰ τὸ μέσον τομῆ. Τῶτοι τὸν τρόπον σχηματογράφεις καὶ τὴν λοιπῆς ἀριθμῶς ἑκάστον κατὰ τὸ ἀναλογῶν αὐτῶ πολύγωνοι σχῆμα.

Καὶ ταῦτα μὲν ἰκανῶ περι τῆς των ἀριθμῶν ἐπιπέδου Σχηματογραφίας. Ὅτι δὲ ἀναλόγως ἔχουσιν τοῖς γραμμικοῖς σχήμασι ὅλον. Ἐκείναι γὰρ ἑκάστον ἐκ τριγώνων, ὡς ἱερῆται, σύγκειται, καὶ εἰς τριγώνια διαλύεται. τὸ μὲν ἄρ τετραγώνον εἰς δύο διαφεύεται τρίγωνα, ὡς τὸ αβ' γ' δ': διαγωνίως τῆς γραμμῆς ἀπὸ κεντρομῆτικῆς. τὸ δὲ πεντάγωνον εἰς τρία, ὡς τὸ ε' ζ' η' θ' α': τὸ δὲ ἑξάγωνον εἰς τέσσαρα, ὡς τὸ λ' μν' ξ' οπ': καὶ των ἄλλων ἑκάστον ἀναλόγως. ταῦτα δὲ ἐπιπέδους καὶ ἐπὶ των ἀριθμῶν εὐρήσεις. Ἐπειδὴ γὰρ τρίγωνοι μὲν ἀριθμοὶ εἴσιν οἱ α', γ', ε', η', ι', κβ', καὶ οἱ ὁμοιοι, τετράγωνα δὲ οἱ α', δ', ε', ις', κτ. λς', μξ': καὶ οἱ λοιποὶ. πεντάγωνα δὲ οἱ α', θ', ιβ', κβ', λν', ςα, καὶ οἱ παραπλίτιοι, ἑξάγωνοι δὲ ἄλλοι τινὲς, καὶ ἑπτάγωνα ἄλλοι, καὶ ἄλλοι ὀκτάγωνα, ἴδο ἐκ τριγώνων ἰσῆξῃς κειμένων, δύο συστοιχῆς, ὡς αὖ βύλοι, λάβης, ποίσις τετραγώνων. ἢ γὰρ μονὰς αὐτῶν γ': τὸν δ': ποιῆ ὄντα τετράγωνα. ὁ δὲ γ': καὶ ε': τὸν θ': ὁ δὲ ε': καὶ η': τὸν ις': τετραγώνως καὶ αὐτὰς ὄντας. Ἀδθις εἰν ὁ πρῶτος δύναμις τρίγωνος, ἴτοι ἡ μονὰς σωμαθρ τῶ πρῶτῶ ἰεργεία τετραγώνω διὰ: τῶ δ': ποιῆσι πάντως τὸν πρῶτον ἰεργεία πεντάγωνον. α': γὰρ καὶ δ': ποιῆι. ὁ δὲ πρῶτος των τριγώνων ἰεργεία, καὶ δεύτερος των τετραγώνων ποιῆσι τὸν δεύτερον πεντάγωνον. ἐκ γὰρ τῶ γ': καὶ ε': γίνονται ὁ ιβ': εἰ δὲ τῶ ε': καὶ ις': ὁ κβ': καὶ ἰσῆξῃς οἱ λοιποὶ. Ὡσπερ δὲ μξ' των τετραγώνων οἱ τρίγωνοι γίνωσι τὰς πεντάγωνους, ἢ τῶ καὶ μξ' των πεντάγωνων οἱ αὐτοὶ γίνωσι τὰς ἑξάγωνους, μξ' δὲ των ἑξάγωνων τὰς ἑπτάγωνους, καὶ μξ' τῶτα τὰς ἰσῆξῃς, καὶ τῶτο ἐκ ἀπαιρον. Ἐπὶ δὲ ἐκ τριγώνων ἑκάστον εἶδος των ἐπιπέδων ἀριθμῶν σύγκειται καὶ εἰς τρίγωνα διαλύεται, ὁ τρίγωνος ἀρα ἀριθμῶς πρῶτισός εἴσιν ἐν τοῖς ἐπιπέδοις ἀριθμοῖς, ὡσπερ καὶ τὸ τρίγωνον ἐν τοῖς ἐπιπέδοις των σχημάτων.

Εἰς φρασεῖαι δὲ των ἰερῆσεων κατάληψι, καὶ μνημῆς διαμορῆ, καὶ κεισθῶσαν οἱ των πολυγώνων ἀριθμῶν εἴχου παραλλήλως ἐπὶ διαγράμματός ἑκάστου των ἀριθμῶν τούτων συστοιχῶνται ἑκάστῳ καὶ ὄψι τὰς πολυγωνοῦντρος συνίστασθαι ἐκ των συστοιχῶντων αὐτῶν, ὑπερκειμένων καὶ των τριγώνων. Οἷον ἀρξάμενος ἀπὸ των τετραγώνων εὐρήσεις πάντως τὸν πρῶτον ἰεργεία τετραγώνων δ': γινόμενοι ἐκ των συστοιχῶντων αὐτῶ πρῶτῳ ἰεργεία τρίγωνου τῶ γ': καὶ τὰς μονάδας, τὸν δὲ δεύτερον θ': ἐκ των δευτέρῳ ἰεργεία τρίγωνου τῶ ε': καὶ γ': τὸν δὲ τρίτον τετραγώνων ις': ἐκ των τριγώνων, τῶ ι': καὶ των προκείμενῶν ε': ὁμοίως καὶ ἐπὶ των ἄλλων. Ἐταβὴς δὲ ἐπὶ τὰς



τρίγωνοι	α	γ	ε	ι	κβ	κν	λς	μξ	ρ:
επτάγωνα	α	δ	θ	ις	κε	λς	μξ	ξδ	κα
πεντάγωνοι	α	ε	ιβ	κβ	λε	σα	ο	υβ	ριζ
ἑξάγωνοι	α	ς	ιε	κη	μξ	ξς	υθ	ρη	ρηγ
ἑπτάγωνα	α	ζ	π	λδ	νε	κα	ριβ	ρμν	ρηθ

ταῦτα τριγώνων, τῶ ι': καὶ των προκείμενῶν ε': ὁμοίως καὶ ἐπὶ των ἄλλων. Ἐταβὴς δὲ ἐπὶ τὰς

τὴν πενταγώνου, εὐρήσεις ὁμοίως τὸν πρῶτον μὲν ἐπιπέδου
ἐπιπέδου τετραγώνου ἢ τῆς μονάδος, τὸν δὲ δεῦτερον 15: ἐπὶ
ἐπιπέδου τριγώνου τὸ γ: τὸν δὲ τρίτον πενταγώνου, τὸν
τὸ 15: ἢ τὴν διυτέρα τῶν τριγώνων τὸ 5: ἢ ἐπὶ τῶν ἄλλων
σχότας τὰς τετραγώνου, πενταγώνου ἢ λιπέας. Ὡς δὲ ἄλλοι ...
συγκρίναι, ἢ εἰς αὐτῆς διαλύσει. Ὁ τρίγωνος ἀρα ἀριθμὸς Στοιχειώδης ἐστίν, ὡς ἢ ἐν τοῖς ἐξῆς
εἶτι δηλωθήσεται.

ωνος εἰ γίνεσθαι ἐκ τῶ πρῶτου
ἐπὶ τετραγώνου 5: ἢ τοῦ πρῶτου
τῷ τρίτῳ τῶν τετραγώνων δηλ:
ωνος. Τὸτο δ' αὐτὸ εὐρήσεις πᾶ
... τας τῆς ἀριθμὸς ἐκ τῶν τριγώνων

Περὶ Στερεῶν ἀριθμῶν.

Περὶ μὲν ἂν τῶν Ἐπιπέδων ἀριθμῶν τίτις εἰσὶ, ἢ ὅποια ἡ ἐκάστῳ πολυγώνῳ γίνεσθαι, εἰ ἢ συντέ
μῶς γίνονται ἢ Ἐπιπέδου, εὐκλειπτος μῖνοι εἶσαι τοῖς μετ' ἀκριβείας τὴν περὶ αὐτῆν ποιουμένης Δια
ριαν, ὁπόμοτον δ' εἶσι διαλαβεῖν ἢ περὶ τῶν Στεριῶν. Ἐστὶ δὲ Στερεὸς ἀριθμὸς ὁ τὰς τρεῖς ἐν ἑαυ
τῷ διαστάσεις μῖκας, πλάτος, ἢ βάθος ἔχων, ὡσπερ ἢ Ἐπιπέδου ὁ τὰς δύο μόνον ἐν ἑαυτῷ δια
στάσεις ἔχων, μήκος δὲ: ἢ πλάτος. Καθάπερ δὲ ἐν τοῖς Ἐπιπέδοις πρῶτος ἢ ὁ Τρίγωνος, ἔτω
κᾶν τοῖς Στεριῶσι ἢ Πυραμίδι πρατίση. Διὸ ἢ ἀπ' αὐτῆς διόν ἀρξάσαι.

Περὶ Πυραμίδος.

Ἡ μὲν ἂν Πυραμὶς Σχήμα ἐστὶ Στεριῶν, ἢ τὸν Στοιχειωτῆν, ἐπιπέδου περιεχόμενον, ἀφ' ἐνὸς ἑ
πιπέδου πρὸς τὴν ἐπιπέδου συνείδος. Ταύτης τῆς ὑπογραφῆς τὸ μὲν Σχήμα στεριῶν γίνεσθαι χάραν ἐπί
χει, τὸ δὲ ἐπιπέδου περιεχόμενον πρὸς διαφορὰν τῶν ἐπιπέδων Σχημάτων γραμμαῖς περιεχομένων
εἴρηται. Ἐπεὶ δὲ τὸτο κοινὸν ἢ τοῖς λοιποῖς στεριῶσι Σχήμασι. πάντα ἢ ἐπιπέδου τισὶ περιέχ
εται, προστίθει εἰς ἀντιδιαστολὴν τῶν τῶ, ἀφ' ἐνὸς ἐπιπέδου πρὸς τὴν συνείδος σημείου. Κατὰ γὰρ
τὸν Νικόμαχον συνίσταται αἱ Πυραμίδες ἐκ πλατυτέρων βάσεων εἰς ὀξείαν μειωζόμενα κορυφῇ.
παρομοάζονται δὲ ἐκ τῶν βάσεων. εἰ γὰρ ἢ βάσις τρίγωνος εἴη, τρίγωνος ἢ ἢ πυραμὶς ὀνομάζε
ται, ἢ ἐκ τετραγῶν συνίσταται τρίγωνον. εἰδὲ τετράγωνος ἢ βάσις ἢ, τετράγωνος λέγεται ἢ ἢ
Πυραμὶς, ἢ ὑπὸ πῖντε περιέχεται ἐπιπέδων, ἐνὸς μὲν τετραγώνου, τριγώνου δὲ τῶν λοιπῶν. Πεν
τάγωνος δὲ λέγεται ἢ Πυραμὶς, ἢ ἢ βάσις ἔχει πενταγώνου, περιέχεται δὲ ὑφ' ἐνὸς μὲν πεντα
γώνου τῆς βάσεως, τριγώνου δὲ πῖντε ὁμοίως ἢ ἐπὶ τῶν ἄλλων ἐκ ἀπειροῦ. Ὅσαι ἢ αἱ τῆς βά
σεως πλευραὶ, τούσασιν ἢ τῆν Πυραμίδα περιέχοντα τρίγωνα. Τὰ τυχόντος γὰρ Κατοικῆ πο
λυγώνου σχήματος αὐτῆς βάσεως ὑποκειμένη, ἐὰν ἀφ' ἐκάστου αὐτοῦ γωνίας γραμμαὶ εἶσαι τὰς πε
ριεχούσας αὐτῷ ἐπιπέδου καθ' ὕψος ἐφ' ἐν σημείοι συνειύσαι, πυραμὶς ἀποτελεθῆσεται. Ὡσπερ
δὲ ἐπὶ τοῖς μεγέθεσι, αἱ μὲν γραμμαὶ ἀπὸ τῶ σημείου ἀρχόμεναι ἢ μῖκας μόνον ἐπιτείνονται,
αἱ δὲ ἐπιτείνονται ἐκ γραμμῶν συνίστανται, ἢ τὰ σώματα ἐκ τῶν ἐπιτείνων, ἔτω κᾶν τοῖς ἀρι
θμοῖς, οἱ μὲν γραμμικοὶ ἀπὸ μονάδος, ὡς ἀπὸ σημείου ἀρξονται, ἐκ τῶν δὲ ἐπισωριωμένων ἀλ
λῆλοις πολυτρόπως, ὡς προκρίμνεται, συνίστανται οἱ πολυγώνου. ἐκ δὲ τῶν πολυγώνων οἱ στεροί.
Ὅθεν ἢ αἱ Πυραμίδες ὡς στεροὶ ἰσομῖνται ἀριθμοὶ ἐκ τῶν αὐτῶν συσταθῆσονται πολυγώνων ἀ
ριθμῶν, ἐκ μὲν τῶν τριγώνων αἱ τρίγωνοι ἀλλήλοις ἐπισωριωμένων, ἢ εὐτάκτως ἐπιτείνων.
Ἐκ δὲ τῶν τετραγώνων αἱ τετράγωνοι. ἐκ δὲ τῶν πενταγώνων αἱ πενταγώνου, ἢ ἐπὶ τῶν ἄλλων ἀ
βαλόγως.

Διὸ δὲ αἶτι τὸν μείζονα ἀριθμὸν ὑποκείσθαι τῶν ἄλλων ἢ βάσεως χάραν πληρῶν, τὸν δ' αὐτῷ
προστίθεισιν ἀμείζονα ἐπιτίθεισθαι, εἴτα τὸν ἐπιπέδου, ἔχοντος δὲ τὴν μονάδα ἐπὶ τῆς κορυφῆς. Διὰ
δὲ τὸ εὐκρινέστερον ὑποκείσθαι πρῶτον
τρίγωνοι. α: γ: 5: 6: 11: κκ: κκ: λ5: μ5:
εὐρεῖν τὰς τὰς τριγώνων παριστώσας Πυ
πυραμίδος. α: δ: 6: κ: λ5: 15: πδ: ρα: ρ5:
ραμίδας. Ἐκείσθωσαν ἂν οἱ τρίγωνοι
ἀριθμοὶ ἰσῆς: ἀπὸ μονάδος ἐφ' ὅσον βύλει εἴτα ἀρξάμενος ἀπὸ τῶ γ: πρῶτου ὄντος ἐπιπέδου τρι
γώνου ἐπίθει αὐτῷ τὴν μονάδα, ἢ γίνεσθαι πρῶτη ἐπιπέδου πυραμὶς ὁ δ: μεταβὰς δὲ ἐπὶ τὸν
5: ἐπισωριωσιν αὐτῷ τὸν γ: ἢ τὴν μονάδα, ἢ γίνεσθαι οἱ 6: διυτέρα ἐπιπέδου τριγώνου
Πυραμίδος. ἐπισωριώσθαι δὲ ἢ τῶ 6: τρίτῳ ἐπιπέδου τριγώνου ἀριθμῷ πρῶτον τὸν 5: εἴτα τὸν γ:
ἔχοντος τὴν μονάδα ἔξει τὸν 6: τρίτῳ ἐπιπέδου τριγώνου πυραμίδα. Τῶτο δὲ γινόμενον ἢ ἐπὶ
τῶν ἄλλων, συσταθῆσεται τετάρτη τρίγωνος πυραμίδος, ὁ λ5: πέμπτη δὲ ὁ 15: ἔπειτα δὲ ὁ πδ: ἢ
αἱ λοιπαὶ ἰσῆς.

Ἐστὼ δὲ πάλιν εὐρεῖν τὰς τὰς τετραγώνων παριστώσας Πυραμίδας. Ἐκείσθωσαν δὲ οἱ τετράγ
νοι ἀριθμοὶ ἢ ἀρξάμενος ἀπὸ τῶ πρῶ
τῶ τετραγώνου δ: ἐπίθει αὐτῷ τὴν μον
νάδα, ἢ συσταθῆσεται πρῶτη ἐπιπέδου
τετράγωνοι. α: δ: 9: 15: κκ: λ5: μ5: 2δ:
πυραμίδος. α: 6: 1δ: λ: 16: 2α: 3δ:
Πυραμίδος

πυραμίδος ὅς: μεταβάς δὲ ἐπὶ τὸν δεύτερον τετράγωνον τὸν ε: ἐπιπέσειον αὐτῷ τὸν τε δ: ἢ τὴν μονάδα, ἢ γινέσθαι δεύτερα τετράγωνα πυραμίδος ὅ ιδ: ἰδὸν δὲ τὸ τρίτον τετράγωνον τὸν ις: ἐπιπεσειον τὰς πρὸ αὐτοῦ πάτας μέχρι μονάδος ἕξαις τὸν λ: παραστατικὸν τρίτην τετραγωνὶ πυραμίδος. Ὡσαύτως καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων.

Ταῦτα δὲ τὴν τρόπον συνίσταται, ἢ αἱ πεντάγωνοι, ἕξάγωνοι, καὶ αἱ λοιπαὶ πυραμίδες, ὡς ὅρας ἐπὶ τῷ ἑβ: Διαγραμματος.

πεντάγωνοι.	α:	ε:	ιβ:	κβ:	λε:	να:	ο:	ηβ:
πυραμίδες.	α:	ε:	κ:	μ:	οσ:	ρσ:	ρυσ:	σπκ:
ἕξάγωνοι.	α:	ε:	ιι:	κκ:	μμ:	ες:	ινα:	ρκ:
πυραμίδες.	α:	ε:	ξ:	κβ:	κ:	ιγ:	ρβα:	σιβ:

Ἰσθον δ' ὅτι καθάπιν ἐπὶ τῶν πολυγώνων ἀριθμῶν αἱ μονάδες ἐπιπίδω: ὑποτίθεται, ἢ τῶν ἐπὶ τῶν σειρῶν ἀριθμῶν σειρῶ: ἰσοισθῆαι δεῖ. ὁμοίως δὲ καὶ τῆς λοιπῆς ἀριθμῆς. Ὅθεν καὶ ἐπὶ τῶν πυραμίδων, τῶν μὲν τριγώνων ἢ μονάδ, ὡς τρίγωνος ἰσοίται πυραμὶς, ἐπὶ δὲ τῶν τετραγώνων, ὡς τετράγωνος, ἐπὶ δὲ τῶν πενταγώνων, ὡς πενταγώνος, καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ἀναλόγως. Τῶς δὲ λοιποὺς ἀριθμοὺς ἕξ ων συντίθεται ἡ πυραμὶς ὡς πρίσματα ὁμοίαν ἔχοντα τὴν βάσιν τῆ κορυφῆ, ἢ μὴ δὲ καὶ ἴση. Διότι ἂν καὶ ἐκ τῶν ἡδὴ εἰρημίτων, ὅτι τὸ τρίγωνον ἀρχοκαδέκατόν ἐστι. Ἐξ αὐτῆ γὰρ καὶ τὸ πρώτιστον τῶν Στεριῶν συνίσταται σχήματων ἢ Πυραμίδος.

Περὶ Κόλυρον, Δικόλυρον, καὶ Τρικόλυρον Πυραμίδων.

Τίτις μὲν ἂν τῶν ἀριθμῶν δύναται πυραμίδας παρῆσιν, καὶ ὅπως ἐκ τῶν ἀριθμῶν αἱ πυραμίδες γίνονται, συτόμοις ἡδὲ διδύλωται. Ἐπὶ δὲ καὶ ταῖς πυραμίδι πάσα τιὰ ἴδια συμβαίνει, καὶ δ' αὖ τὸ κόλυρον, δικόλυρον καὶ τρικόλυρον λέγεται ἔχουσι, ἵνα καὶ τῶν γινέσθιν τιὰ ἐπὶ τῆ παρότις λάβωμιν, καὶ ἡ περὶ αὐτῶν θεωρία ἐν ἄλλοις ἐστὶν ἰδιαιτέρως ἐπισημνίως πρώτου τῆν λέξιν. Οὕτω γὰρ σαφέστερος ὁ περὶ αὐτῶν γινέσθαι λόγος. Τὸ γὰρ κόλυρον ἀσπίρ καὶ τὸ μείζον, καὶ μεταφορὰ ἀπὸ τῶν ζῶων μετελήθη ἐπὶ τὰς πυραμίδας. τὸ μὲν γὰρ μείζον οὕτως δύναται γραφεῖσθαι, καὶ διὰ τὴν η: καὶ διὰ τῆς ε: καὶ μὲν εἰς οὗ: γραφῆ ἀπὸ μεταφορᾶς οὕτως τῶν μῶν, ἐμφαίνει δὲ ἡ λέξις τῆς τῶν πυραμίδων ἀποκορύφωσι. Τοιαῦτα γὰρ καὶ τὰ τῶν μῶν κρία. Εἶδε δὲ τῆς ο: ἀρδουγγ, τῆν καὶ μικρὸν τῆν πυραμίδων μείωσιν καὶ εἰς τὸ ὀξυτάτον ἀποκατάληξιν. τὸ δὲ κόλυρον ἐπὶ τῶν τὰς κρᾶς κολοβαμῆτας ἔχουσι οὐκ οὐκ ἀρδου. Ὡσπερ δὲ τῶν ζῶων ὅσα τὰς κρᾶς ἔσιν ἢ ἀλγυσσας ἔχουσι, μὴτε γὰρ ἐπιπέται, ἀλλὰ καὶ λυθωμῆτας κολορα ὀνομάζονται, ὅτω καὶ τῶν πυραμίδων ὅσαι μὲν εἰς οὗ ἀπολήσιν, ἀλλ' ὑστέρηται πῶς τῆς φυσικῆς αὐτῶν κορυφῶσας, κόλυρον ὀνομάζονται. Ἐπὶ δὲ ἡ πυραμὶς δύναται ἐκ πλείονων συνίστασθαι ἀριθμῶν, καὶ αὐτῆς ἡδὲ τῆς μονάδος, ὡς προειδύλωται, ἰδόντις τὴν μονάδα μόνον ἀφίλη, κόλυρος αὐτῆ ἢ πυραμὶς λέγεται. Ἐὰν δὲ καὶ τὴν μῶν τῆν μονάδα ἀριθμῶν, δικόλυρος. Ἐὰν δὲ καὶ τὴν ἕξαι, τρικόλυρος. καὶ τὸ πρὸ ἐπ' ἀπειρον. Ὅσον ὑποκίσθω τρίγωνο πυραμὶς ὁ πδ: συνιστάται ἐκ τῆς μονάδος καὶ τῶν γ, ε, η, ιι, κ, κ, κ: τριγώνων ἀριθμῶν. Ἐὰν ἂν ἀφίλη: τὴν μονάδα ἀπὸ τῆ πδ: ἀριθμῶν ἔγκυατληθῆσθαι ὁ πγ: καὶ εἰσι ἅμα καὶ λέγεται κόλυρος πυραμὶς. Ἐὰν δὲ τῆν ἀφίλη: τὸν πρώτου ἰσοίται τρίγωνον τὸν ε: ἰναποληθῆσθαι ε π: δικόλυρος πυραμὶς. Ἐὰν δὲ προσαφίλη: καὶ τὸν δεύτερον δηλ: τὸν ε: ἔγκυατληθῆσθαι ὁ οδ: τρικόλυρος πυραμὶς. ἀφαιρῆσθαι δὲ καὶ τὴ ι: τὸν καταλειθῆν τετρακόλυρος ἔσται πυραμὶς. Καὶ ὕτω εἰρηξαι ἕως ὅτου ἰναποληθῆν ἢ βᾶσι: μονά, ὅσπερ εἰρηται περὶ τῶν τριγώνων πυραμίδων, ταῦ αὐτὸ συμβαίνει καὶ ἐπὶ τῶν λοιπῶν τετραγώνων, πενταγώνων, καὶ τῶν ἄλλων.

Περὶ Κύβων, Σφηνίσκων, Παραλληλεπίπεδων, Δοκίδων, Πλινθιδῶν, καὶ Σφαιρικῶν ἀριθμῶν.

Τῶς τῶν Πυραμίδας καλεῖται ἀριθμῶς, καὶ τὴν τῶν Γένεσιν καὶ τὰ πάσα ἐκ τῶν ἀνωτέρω γινέσθαι ἔχουσι. Ἐπὶ δὲ οἱ ἀριθμοὶ καὶ ἄλλων τῶν Στεριῶν σχημάτων τῶν ὀνομασθῆν ἐπιδύλωται. Ὅθεν οἱ μὲν Κύβοι λέγονται, οἱ δὲ Σφηνίσκοι, οἱ δὲ Παραλληλεπίπεδα, οἱ δὲ Δοκίδες, οἱ δὲ Πλινθίδες, καὶ ἄλλοι Σφαιρικοὶ, ἵνα μὴ καὶ τῶν αὐτῶν ὀνομασθῆν, ἢ ταῖς τῶν αὐτῶν ἐπισημνίως προστηθῆσθαι. ἐν τοῖς τῶν Ἀρχαιοτέρων Συγγραμμάσι διαπορώμεν, μὴ εἰδόντις τί ἂν τοῖς εἰσῆτας βέλοσθαι σημαίνην εἰσῆτας, ῥητοῖς εἶσι καὶ περὶ αὐτῶν. Ἐπει δὲ πάλιν ἐν τοῖς Στεριῶσι τὸ τρίχῃ θεωρεῖται διαστατὸν μῆκος, πλάτος, καὶ βάθος, ὥσπερ καὶ ἐν τοῖς Ἐπιπέδοις τὸ διχῆ διαστατὸν μῆκος καὶ πλάτος, τριχῆς πάντως δύναται περιλήσθαι καὶ τὰ σειρά τῶν Σχημάτων. Ὅσα μὲν γὰρ καὶ τὰ τρία διαστατὰ μῆκος, πλάτος, καὶ βάθος ἴσα ἔχουσι Κύβοι λέγονται. ὅσα δ' ἄλλα πᾶσι, Σκαλιῶς ἀπλῶς ὀνομάζονται. Καὶ ὅσα μὲν πάντε ἴσα μὲν πάντε ἄλλοσθαι, καὶ ὀνομασθῆν Παραλληλεπίπεδα προσαγορεύονται. Τῶν δὲ οἱ μὲν Κύβοι καὶ τὰ Σκαλιῶς καὶ ἀλ.

τά ἀλλήλους αντίκεινται ὡς ἀερότητες, τὰ δὲ παραλληλεπίπεδα μίση ἔχουσιν ἐν αὐτοῖς ἴ-
χουσι.

Περὶ Κυβου.

Οἱ μὲν ἂν κύβοι, καὶ τὰς τρεῖς διαστάσεις ἴσας ἔχοντες παρίστανται ὑπὸ τῶν γινόμενων ἀριθμῶν ἐκ
τῶν τετραγώνων, ἐπὶ τῶν ἰσῶν πλευρῶν ἑκάστου πολλαπλασιαζομένου. Οἱ γὰρ τετραγῶνοι ἀριθμοὶ
ἐπίπεδοι ὅτις ἐκ τεσσάρων ἴσων συνίστανται πλευρῶν, καὶ σιγάρων γωνιῶν ὀρθῶν. Ἐὰν δὲ τῶν
ἑκαστοῦ ἐπὶ τῶν οἰκίαν πολλαπλασιασθῇ πλευρῶν κύβου ποσῆν. Οἷον ἐκκεῖθεν ἐφ' ἑνὸς τῆρου
οἱ ἀπὸ μονάδος τετραγῶνοι, ἐπάνω δὲ

} α, β, γ, δ, ε, ζ, η, θ, ι. } α, β, γ, δ, ε, ζ, η, θ, ι, κ, λ, μ, ν, ξ, ο, ρ. } α, β, γ, δ, ε, ζ, η, θ, ι, κ, λ, μ, ν, ξ, ο, ρ, σ.	α, β, γ, δ, ε, ζ, η, θ, ι.
	α, β, γ, δ, ε, ζ, η, θ, ι, κ, λ, μ, ν, ξ, ο, ρ.
	α, β, γ, δ, ε, ζ, η, θ, ι, κ, λ, μ, ν, ξ, ο, ρ, σ.

Εἶτα πολλαπλασιασθέντες ἑκαστος τετρα-
γωνος ἐπὶ τὴν πλευρὰν αὐτοῦ, καὶ οἱ γινόμενοι κύβοι ἴσονται ὡς ὀρθοί. Δις γὰρ εἶδ' ἑλκεθαι
ποιοῦ τὸν η̄: κύβου, τρεῖς δὲ εἶδ' τὸν αζ': τετραγῶν δὲ εἶδ' τὸν ξδ': πυτάκις δὲ εἶδ' τὸν ρα:
καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ὁμοίως. Διὸ καὶ ὑπογράφεται αἰδί, κύβος ἑστίν ὁ ἰσῶν ἰσῶν ἰσῶν, ὡς καὶ ἐν ἀρ-
θῷ εἴρηται. Ὡσπερ δὲ ἐν τοῖς τετραγῶνοις ἡ μονὰς πρῶτος τετραγῶνος δυάμις ἐστίν, καὶ αἱ ἐπίπε-
δοι ἐπιπέδοι, ἅτα καὶ ἐν τοῖς κύβοις πρῶτος δυάμις κύβος ἡ αὐτὴ ὑπάρχει μονὰς, καὶ ὡς τριῶν ἐπι-
πέδων. Ἐπιπέδα δὲ πρῶτος κύβος ἐστίν ὁ η̄: ὡσπερ καὶ ἐπιπέδα πρῶτος τετραγῶνος ὁ δ': τετρα-
γῶν δὲ μονάδων αἱ πλευραὶ ἑκάστου κύβου περιματτικαὶ αἰσιν, ὅσον καὶ αἱ τῶν τετραγῶνων, ἐξ ὧν τὰν γέ-
νησιν ἔχει. τὴν δὲ τίασαρα πρῶτος τετραγῶν ἐπὶ ἑκάστῳ τῶν πλευρῶν ἐκ δύο συνίσταται μονάδων,
πάντα καὶ καὶ τὴν ᾱ: πρῶτος ἐν κύβοις ἐπιπέδα ἐκ δύο ἑκάστῳ πλευρῶν σύγκειται μονάδων, ὁμοίως καὶ
ἐπὶ τῶν ἄλλων. Ἀλλ' ὁ μὲν τετραγῶνος ἐπίπεδος ἐστίν, σύγκειται δὲ ἐκ τεσσάρων πλευρῶν ἴσων,
καὶ τεσσάρων γωνιῶν ὀρθῶν, ὡς εἴρηται, ὁ δὲ κύβος ἔχει ἐπίπεδα εἶ: πλευρῶν δὲ ἰβ': καὶ γωνίας
σφαιρῆς η̄:.

Περὶ Γενέσεως Σκαληνῶν.

Τὰ δὲ Σκαληνὰ Σφαιρὰ Σχήματα ἐπὶ καὶ τὰς τρεῖς διαστάσεις ἀνίσως ἔχουσι, παρίστανται πάντως ὁ-
πόταν γινόμενων ἀριθμῶν ἐκ τριῶν γραμμικῶν ἀρίστων, οἵτινες σκαληνοὶ ἀριθμοὶ σφαιρῶν ἔχουσι
ταῖς, οἷος: ὁ ἐκ τῶν δις γ': τετραγῶν, καὶ ὁ ἐκ τῶν δις δ': οὐτάκις, καὶ ὁ ἐκ τῶν τρις ι': διπλασις, ἢ κατὰ
τινα ἄλλην ἀνισότητα. Οἷον ἐκκεῖθεν διὰ τὸ σαφές ὅτι οἱ ἀπὸ τῶν β': ἐφ' ἑξῆς ἀριθμοὶ ἐκ ὅσων
βῆλα: ἐκ τῶν εἶδ' ἔχουσι, ἐν ἑτέρῳ δὲ ἐκ τῶν γ': ἢ ἀπό τρις
ἄλλω ἰσάρθμοι τοῖς προτέροις. Εἶτα πολλαπλασιασθέντες ἑ-
καστος τῶν ἐν τῷ διυτέρῳ εἶχῳ ἐφ' ἑκαστῶν τῶν ἐν τῷ ᾱ. οἱ δὲ
γινόμενοι γραφῆτωσαν ἐν εἶχῳ τρίτῳ συστοιχῆται τοῖς πρὸ
αὐτῶν. γραφῆτωσαν δὲ καὶ ἐν τεταρτῳ εἶχῳ οἱ ἀπὸ τῶν δ': ἢ
ἄλλω τρις, καὶ πολλαπλασιασθέντες ἑκαστος τῶν ἐν τῷ τρίτῳ
εἶχῳ ἐφ' ἑκαστῶν τῶν ἐν τῷ τεταρτῳ, καὶ οἱ γινόμενοι ἴσονται σφαιρῶν τὰ σκαληνὰ σφαιρὰ παρὰ ὅτις
χρηστὰ, ὡς: ὁ κδ', εζ', ρα, καὶ λοιποὶ. ὑπογράφονται δὲ καὶ ὕτω, σκαληνοὶ σφαιρῶν ἀριθμοὶ εἶσιν,
οἱ ἀνίσως αἰσιν ἀνίσως, καλῶνται δὲ ὑπό τιναν μὲν Σφαιρῶν διὰ τὴν πρὸς τὰς σφαιρῶν ὁμοί-
τητα. Τοιαῦται γὰρ αἱ τεκτονικαὶ, καὶ οἰκοδομικαὶ, καὶ χαλκευτικαὶ, καὶ αἱ τῶν ἄλλων τῶν ἔργων σφαι-
ραι. Ἀπὸ ὁξυτέρου γὰρ ἀρχόμεναι ἀτομοίως καὶ πάντα πλατυίνονται τὰ διαστήματα. Ἐπὶ δὲ ἄλλω
Σφαιρῶν λόγῳ διὰ τὸ ἔχειν τινα πρὸς τὰς Σφαιρῶν ὁμοιότητα. Οἱ γὰρ Σφαιρῶν καὶ τὸ μίση ἀπο-
σφαιροῦνοιοι, ἀφ' ὧν καὶ τὸ τοῦτο τετυχῆκασιν ὀνόματος, ἀνωμαλῶς ἔχουσι, καὶ τὰν τῶν σφαιρῶν ἐπι-
ται θῆσιν. Ἐπ' ἄλλων δὲ ἄλλως.

β, γ, δ, ε, ζ, η, θ, ι.
γ, δ, ε, ζ, η, θ, ι, κ, λ, μ, ν, ξ, ο, ρ, σ, οβ:
δ, ε, ζ, η, θ, ι, κ, λ, μ, ν, ξ, ο, ρ, σ, ιβ:
ε, ζ, η, θ, ι, κ, λ, μ, ν, ξ, ο, ρ, σ, ιβ, ρα:
ε, ζ, η, θ, ι, κ, λ, μ, ν, ξ, ο, ρ, σ, ιβ, ρα, σι:
ε, ζ, η, θ, ι, κ, λ, μ, ν, ξ, ο, ρ, σ, ιβ, ρα, σι, τλς:
ε, ζ, η, θ, ι, κ, λ, μ, ν, ξ, ο, ρ, σ, ιβ, ρα, σι, τλς, ρδ:

Περὶ Γενέσεως Παραλληλεπιπέδων.

Τὰ δὲ παραλληλεπίπεδα μίση ἔχουσι χεῖρας τῶν ἐκ κύβων τῶν πάντῳ ἴσων, καὶ τῶν σκαληνῶν
τῶν πάντῳ ἀρίστων παρίστανται ὑπὸ ἀρίθμων ἐκ τετραγῶνων καὶ αὐτῶν γινόμενων, ἀφ' ἑτέρου μίση
τοῖ ἀριθμοῖς μείζονας ἢ ἐλάττωνας τῶν ἐπιπέδων πλευρῶν πολλαπλασιαζομένων. Οἷος: ὁ ιβ': καὶ ὁ
ᾱ: ἐ μὲν γὰρ γινάσται ἐκ τῶν δ': τετραγῶν ἐπὶ τῶν γ': πολλαπλασιαζομένου μείζονα ὅσα τὰς ἐπι-
πέδων πλευρῶν τῶν β': ὁ δὲ ἐκ τῶν εἶδ' ὅσα ἐστὶν τετραγῶν, ἐπὶ τῶν β': πολλαπλασιαζομένου, ἐλάττωνα
τῶν ἐπιπέδων ὑπάρχοντα πλευρῶν, δηλ: τὸ γ': καλῶνται δὲ καὶ ὕτω οἱ ἀριθμοὶ παραλληλεπίπεδοι. Ἐ-
πιπέδα δὲ τὰ ἐπίπεδα τῶν παραλληλεπιπέδων σφαιρῶν χρημάτων ἐπιπέδων εἶσιν, πάντως καὶ καὶ τῶν
παραλ-

παραλληλεπίπδων ἀριθμῶν τὰ ἐπιπέδα ἑτερομήκεις ὑπάρχουσιν ἀριθμοί. Ὅθεν δι' ἄνω πρῶτον περὶ τῶν διαλαθῶν, εἴτα σφηνίσαι καὶ πῶσα τὰ τῶν παραλληλεπίπδων εἶδη.

Ἐτερομήκεις μὲν ἂν ἀριθμοὶ εἴη καὶ τὸν Νικόμαχον, ἢ ἐπιπέδως χηματογραφῆτος τετραπλευρος γίνονται, καὶ τετραγώνος ἢ καταγραφῆ, ἢ μὲν καὶ ἴσαι ἀλλήλαις αἱ πλευραὶ εἴσιν, ἀλλὰ παρὰ μωάδα, ταυτὸν δ' εἴην εἰπεῖν μονάδι το μῆκος τῶν πλατύς διαφέρειν. οἷος ὁ β': ὁ ε': ὁ ιβ': ὁ κ': καὶ οἱ παραπλήσιοι. γινώσκται δὲ καὶ ἔτι ἐκ τῶν φυσικῶν ἀριθμῶν ἀπὸ μονάδος ἐκασμῶν, καὶ ἐκαστὸν τὸν προσοχῆ πολλαπλασιαζόμενος. Οἷοι ἐκασθῶσαν οἱ ἀπὸ μονάδος φυσικοὶ ἀριθμοὶ μέχρι τῶ τ': ἢ ἐφ' ὅσων βύλη, ἐν εἰς εἴχῃ. εἴτα ἀρχόμενος ἀπὸ τῆς μονάδος πολλαπλασιασῶν μὲν ἐπ' αὐτὸν τὸν εἴξης, ἢ τὸν ιβ': καὶ γινώσκται ἀδδῖς ὁ β': τῆς δὲ μονάδος ἴσους τὸ μῆκος αἰσθῶν τῆς ἐπ' αὐτὸν πολλαπλασιαζόμενης ἀριθμῶς, ὡς προείρηται, ἐπὶ δὲ τὸν β': πολλαπλασιασῶν τὸν γ': καὶ γινώσκται ὁ ε': ἐπὶ δὲ τὸν γ': πολλαπλασιασῶν τὸν δ': καὶ γινώσκται ὁ ιβ': τῶν αὐτῶ ποίων καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων εἴξης ἑτερομήκεις γινόμενης ἀριθμῶς ἐπ' ἀπειρον, ἂν αἱ πλευραὶ μονάδι διαφέρουσιν, καὶ τῶ μὲν πρῶτῃ ἢ μείζων πλευρᾷ, δυάς, τῶ δὲ δευτέρῃ τριάς, τῶ δὲ τρίτῃ τετράς καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ἀναλόγως. εἰάν δὲ αἱ πλευραὶ πλείους μονάδος, δυάδι διηλοῖ: ἢ τριάδι, ἢ ἄλλῃ τινὶ διαφέρουσιν ἀριθμῶν, οἱ γινόμενοι προμήκεις λέγονται, οἷος ὁ π', ἢ, καὶ οἱ ἑμοιοί. ὁ μὲν γὰρ ἐκ τῶ τ': ἐπὶ τὸν γ': πολλαπλασιαζόμενος γίνονται, ὁ δὲ ἐκ τῶ ε': ἐπὶ τὸν αὐτὸν γ': καὶ ἴδῃ τῶ μὲν αἱ πλευραὶ δυάδι, τῶ δὲ τριάδι διαφέρουσιν. τῆς δὲ ἑτερομήκεις, καὶ τετραγώνως εἰάν ἐν εἰς εἴχῃ ἐκθῶμεν ἕνα παρ' ἕνα ἀπὸ μονάδος ἀρχόμενοι, καὶ ἀνὰ τρεῖς διέλωμεν, τὸν ὑπερὶ τῶν προτέρων ἀρχῆν τῶν ὑπερὶ τειόμενοι, ἐξομν ἀπὸ τῶ διπλασίῳ τὰ τῶ ἐπιμορίου εἶδη εἴξης. Οἷοι ἐκασθῶσαν οἱ α, β, δ, ε, ζ, θ, ιβ, ιγ, κ, λ, λς, τῶν γὰρ οἱ α, β, δ, ἐν διπλασίῳ εἰσὶ λόγῳ, οἱ δὲ δ, ε, ζ, ιβ, ιγ, ις, ἐν μισλίῳ, οἱ δὲ ιβ, ιβ, ις: ἐν ἐπιτρίτῳ, οἱ δὲ ις, κ, κί: ἐν ἐπιτετάρτῳ, καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ἀναλόγως.

α, β, γ, δ, ε, ζ, η, θ, ι, κ, λ, μ, ν, ξ, ο, π, ρ, σ, τ, υ, φ, χ, ψ, ω, α, β, γ, δ, ε, ζ, η, θ, ι, κ, λ, μ, ν, ξ, ο, π, ρ, σ, τ, υ, φ, χ, ψ, ω

Τίτεις μὲν ἂν τῶν παραλληλογράμμων ἐπιπέδων ἀριθμῶν ἑτερομήκεις λέγονται, καὶ τίτεις προμήκεις συντόμοις ἴδῃ εἴρηται. τῶν δὲ παραλληλεπίπδων οἱ μὲν κλιθίδες λέγονται, οἱ δὲ δοκίδια, καὶ κλιθίδες μὲν λέγονται, ὡς τῆς μῆκος καὶ πλάτος ἴσον, τὸ δὲ ὕψος ἴσασιν, ἢ δυάδι ἢ τριάδι, ἢ ἄλλῃ τινὶ τῶν ἐφεξῆς ἀριθμῶν, ὡς ὁ τετράκις δ': δίς, ἢ ὁ λβ': καὶ ἐξάκις ε': τρίς, διηλοῖ: ὁ ρα': καὶ ἐπτάκις ζ': τετράκις, διηλοῖ: ὁ ρυς': καὶ οἱ ὅμοιοι. τοιαῦται γὰρ εἴσιν αἱ κλιθίδες. τὸ μῆκος μὲν καὶ πλάτος ἴσον ἔχουσι, τὸ δὲ βάθος ἴσασιν. διδ καὶ ὕψος ὑπογράφονται. κλιθίδες δὲ καλοῦν: εἰσὶ οἱ ἰσάκις ἴσαι ἐλασσονάκις. δοκίδια δὲ λέγονται, ὡς τῶ μῆκος αἰ πλάτος ἴσον, εὐὸ δὲ βάθος μείζων δυάδι ἢ τριάδι, ἢ ἄλλῃ τῶ ἀριθμῶ οἷος ὁ τετράκις δ': ἐξάκις, διηλοῖ: ὁ ης': καὶ ὁ πιντάκις ι: αἰτάκις, ἄτοι ὁ ε': καὶ οἱ παραπλήσιοι. τοῖντον γὰρ ἔχουσι καὶ οἱ δοκίδια τὸ σχῆμα. ὅθεν καὶ ὑπογράφονται αὐτῶ. δοκίδια εἰσὶ οἱ ἰσάκις ἴσαι μειζονάκις. ἐκ τῶν δὲ διπλαζόμεναι τραυτέρων καὶ τῶν παραλληλεπίπδων διαφορὰ πρὸς τῆς κύβους καὶ σφηνίσκας. οἱ μὲν καὶ κύβοι ἰσάκις ἴσαι ἰσάκις εἰσὶν, οἱ δὲ σφηνίσκας ἀισάκις αἰσάκις εἰσὶν. ἔτοι δὲ τῆς παραλληλεπίπδους θυμὶ, ἰσάκις ἴσαι ἀισάκις εἰσὶν. τῶ δὲ χῆρῖν καὶ τῶν κύβων παραλληλεπίπδων ὄντων, καὶ ἄλλων, ἄτοι μόνον ἰδιαζόμενως παραλληλεπίπδοι ὀνομάζονται, ἢ ἔτι οἷτοι κύβοι καὶ σφηνίσκας ἰδίῳ τετυχῆσασιν ὀνόματος, καὶ γινώσκονται, τῶν δὲ οἱ μὲν κλιθίδες λέγονται οἱ δὲ δοκίδια, διὸ καὶ ἴδου αὐτοῖς γίγῃσι τὸ παραλληλεπίπδους ὀνομάζεσθαι, ἕνα κοινῶ περιληφθῶσιν ὀνόματι.

Καὶ οἱ μὲν παραλληλεπίπδοι εἰς τσακῶτα διακρίνται εἶδη, ὅσοι δὲ καὶ τῶν κύβων αὐτῶν πρὸς τῆς ἰσάκις ἴσαι ἰσάκις εἴσαι, ἔχουσι καὶ τὸ ἕν πασαν πολλαπλασιάζουσιν εἰς τὸ αὐτὸ καταλήγουσιν, ἀφ' ἡ πρὸς ἄλλῶτο, σφαιρικοὶ καλῶνται. τοῖντον εἰσὶν ὅτε ἀπὸ τῶ τ': καὶ ὁ ἀπὸ τῶ ε': ἔτοι γὰρ μόνον τῶν ἐντὸς μονάδος ρίζα ὑπάρχουσιν τῶν σφαιρικῶν ἀριθμῶν, ὡσπερ καὶ τῶν κυκλικῶν. εἰ μὲν γὰρ ὁ τ': ἐφ' αὐτὸν πολλαπλασιασθῆ, ποιήσει τετράγωνον τὸν κί: ὁ δὲ ε': τὸν λς: ὅθεν ἐκάτερος κυκλικῶς λέγεται. ὁ μὲν γὰρ ἀπὸ τῶ τ': ἀρχόμενος, ὡς ἀπὸ ρίζης, εἰς τὸν ε': καταλήγει. ὁ δὲ ἀπὸ τῶ ε': ὁμοίως εἰς τὸν ζ'. Ἐάν δὲ αὐτῶ οἱ εἴς αὐτῶν γινόμενοι ἐπὶ τῆς αὐτῆς πολλαπλασιασθῶσιν, ποιήσουσι κύβους εἰς τὸν αὐτὸν καταλήγουσας ἀριθμοὶ. πιντάκις γὰρ ὁ κί: ποιεὶ τὸν ρκ': ἐξάκις δὲ ὁ λς': ποιεὶ τὸν σις': οἱ δὲ καὶ ἔτοι πάλιν ἐπὶ τὰς οἰκίας πολλαπλασιασθῶσιν ρίζας, οἱ γινόμενοι εἰς τὸν αὐτὸν αὐτῶ καταλήγουσιν. πιντάκις γὰρ ὁ ρκ': ποιεὶ τὸν χκ': ἐξάκις δὲ ὁ σις': ποιεὶ τὸν ρμς': καὶ ταῦτο ἐπ' ἀπειρον. ἰτυχῶν δὲ τοιαύτης παρουσιάζειας οἱ τοῖντον ἀριθμοὶ, καὶ ὅτι γινώσκται ἢ ποῶσιν, ἀλλ' ὅτι ἐμωσότητάτια, οἱ μὲν πρὸς τῆς κύβους οἱ δὲ πρὸς τῆς σφαιρας ἔχουσι. ὡσπερ γὰρ οἱ κύβοι καὶ οἱ σφαιραὶ ἀπὸ τῶ αὐτῶ σημείῳ ἀρχόμενοι εἰς τὸ αὐτὸ ἀποκαταναύουσιν, ὡσπερ καὶ ἔτοι ἀπὸ τῶ αὐτῶ ἀρχόμενοι ἀριθμῶ εἰς τὸν αὐτὸν καταλήγουσιν, διὸ καλῶνται ἔτι καὶ ἀποκαταναύοι. ἀλλ' ἔτοι μὲν ἰσηγίαι εἰσὶ τοῖντον, οἱ μὲν κυκλικοὶ, οἱ δὲ σφαιρικοὶ. ἢ δὲ μωάδα δυάδι εἰς πιντάκις καὶ σφαιρικῶν, ὡσπερ καὶ τ' ἄλλα τῶν χημάτων. καλῶνται δὲ οἱ τετραγώνως πάντες ἀριθμοὶ καὶ ταυτομήκεις. ὡς ἔχουσι τὸ αὐτὸ μῆκος καὶ πλάτος. Ὅθεν οἱ μὲν τετραγώνως

τετραγώνως

γράφωι ἐν τοῖς ἐπιπέδοις, οἱ δὲ κύβοι ἐν τοῖς στερεοῖς ἐπιδικτικοὶ εἰσι ταυτότητος ἢ ἰσότητος ἢ ἀρισμίου. οἱ δὲ ἐπιρομικαὶ ἐτερότητος, ἀπορίας τε ἢ ἀοριστίας. ἢ τὰς πλεονασίας αὐτῶν ἀορίστως ἔχοντες. Καὶ τοσαῦτα μὲν ἐκείνῃ καὶ περὶ τῶν στερεῶν ἀριθμῶν χέριον τῶν φιλομαθῶν, ἄρα δὲ καὶ περὶ τῶν Ἀναλογιῶν ὀλίγ' ἄττα διαλαβείν.

Περὶ Ἀναλογιῶν.

Ἡ τοίνυν περὶ τῶν Ἀναλογιῶν Σκέψις χρησιμωτάτη ἐστίν, ἵνα μὴ καὶ ἀναγκαῖα εἶπω, μὴ μόνον εἰς τὰς Φυσικολογίας, καὶ τὰ Μυσικὰ, ἐπι δὲ καὶ Σφαιρικὰ τε καὶ Γραμμικὰ Θεωρήματα, ἀλλ' ἢ καὶ ἕως καὶ εἰς τὰς τῶν Παλαιῶν ἀναγωγίσεις. Ὅτε καὶ ἦδ' Πλάτων ἐν Τιμαίῳ, καὶ Ἀριστοτέλης ἐν τοῖς Φυσικοῖς, ἐμφανῶς τὴν Πυθαγόρειον ἐλήγησεν ὄψαν, τὴν τὰς ἡμετέρας δογματικῶν ψυχῶν πάντα τὰ τῶν ζῶων ἀμφιπέσσειν σώματα, ἀναλογίαις ἐκτρέφεται. ὡς ἀγνοῦντες ταύτας οὐδὲ τὰ ἐκείνοις λεχθέντα ἀκριβῶς τοῖσιν εὐνοούμεθα. Ὅτι δὲ καὶ οἰκία τῶν διητήρων ταῦτα τῆς Ἀριθμητικῆς μίσην, ὄψλον. ἢ ἦδ' ἀναλογία ἐν λόγοις, οἱ λόγοι δὲ ἐν ἀριθμοῖς μάλιστα θεωρεῖνται, καὶ δι' ἀριθμῶν παρίσταται.

Ἀναλογία μὲν ἢ τὰς πάλαι ἐστὶ δύοι ἢ πλείονων λόγων σύλληψις εἰς τὸ αὐτὸ, ἢ λόγων τριῶν σύγκρισις καθ' ὁμοιότητα. λόγος δὲ δύο ὄραν πρὸς ἀλλήλους χέρις, ἢ γὰρ σύγκρισις, ἐπειδὴ δὲ ἐν τρισὶ τελευτῆσιν ὅροι δύναται λόγοι δύο περιληφθῆναι, ὡς ἐξήμιδα, φαινόει ὅτι καὶ ἢ ἀναλογία ἐν τρισὶ τελευτῆσιν ὅροι περιέχεται. δύνατον μὲν τοι καὶ ἐν πλείοσι θεωρεῖνται. Ὅσον κηθῶσαι ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ὅροι τρεῖς οἱ α, β, δ, ἢ γὰρ μόνος ἐν ταῖς παραβαλλομένῃ τῷ β: εὐρίσκωται ὑποδιπλασίως, καὶ αὐτὰ ἢ χέρις ἐστὶν σύγκρισις λόγος εἰς ἑ. ἐπειδὴ καὶ ὁ β: παραβαλλόμενος πρὸς τὸν δ: εὐρίσκωται καὶ αὐτὸς ὁμοίως ὑποδιπλασίως, εἰ δύο ἔστω λόγοι ἄτε τῆς μονάδος πρὸς τὸν β: καὶ ὁ τῷ β: πρὸς τὸν δ: ἀναλογίαι ἐστὶ, καὶ ἰδὴ περιέχεται ἐν ὅροι τρισὶν, ἀδύνατον δὲ ἐν ἐλάττωσι, καὶ ἔστι σύλληψις δύο λόγων. Ἐάν δὲ προσεθῆ καὶ τέταρτος ὅρος ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ὡς ὁ κ: καὶ ἢ τῶν τριῶν τούτων λόγων σύλληψις ἀναλογία ἐστὶν ἐν τίσσασιν περιεχομένῃ ὅροι. Ἐάν δὲ καὶ πέμπτος αὐθὶς προσεθῆ ὅρος, τίσσασιν μὲν ἔσονται λόγοι ὅμοιοι, ἢ ἀναλογία ἐν πέντε περιεχομένησιν ὅροις, καὶ ταῦτο ἴπ' ἀπειροῖ.



Ἐκ τούτων δὲ ὄψλον, ὅτι τὸ μὲν σύλληψις ἢ σύγκρισις γίνεσθαι χάρων ἐπέχει ἐπι τῆς ὑπογραφῆς, τὸ δὲ δύο λόγων ἢ πλείονων διαφοράς. Σύλληψις ἦδ' ἢ σύλλαβη, ἢ μίσην λόγου, ἀλλὰ σοικωίων. καὶ δὲ, εἰς τὸ αὐτὸ ἢ καθ' ὁμοιότητα προσετίθει, ὅτι ἢ τὴν ἀναλογίαν συνιστῶντες λόγοι ὅμοιοι ἐφ' ἑαυτῶν εἶναι πάντες, ταυτὸν δ' ἐστὶν εἰπεῖν τὰ αὐτὰ εἶδος, διπλασίως, θημί, ἢ μολίον, ἢ ἄλλο τινος. Τῶν δὲ ὄραν ἐν οἷς λόγος τις θεωρεῖται, ὁ μὲν ἐλάττων ὑπόλογος λέγεται, ὁ δὲ μίσην πρόλογος. ὁ μὲν γὰρ δ: ἐπὶ τῷ παρόντος μίσην ὦν παραβαλλόμενος πρὸς τὸν β: λέγεται διπλασίως, ὁ δὲ δ: ἐλάττων ὦν τῷ δ: λέγεται πρὸς αὐτὸν ὑποδιπλασίως.

Ἐστὶ δὲ ἀναλογία διττὴ, συνειχῆς καὶ διεξουγιμένη, καὶ συνειχῆς μὲν, ἥτις καὶ συνιμμένη λέγεται, ἐστὶν, ἢς ὁ μίσην ὅρος τῆς ἀπρὸς συνάπτει, πρὸς ἑκάτερον ἀναπερόμενος, πρὸς μὲν τὸν μίσην ὡς ὑπόλογος, πρὸς δὲ τὸν ἐλάττων ὡς πρόλογος ὡς ἐπὶ τῶν β, δ, ἢ: ὅν ἦδ' ὁ λόγος ἔχει ὁ ἢ: πρὸς τὸν δ: ἔχει καὶ ὁ δ: πρὸς τὸν β: καὶ ἀνάπαλιον, ὡς ὁ β: πρὸς τὸν δ: ἔστω ὁ δ: πρὸς τὸν κ: διεξουγιμένη δὲ, ἢς οἱ ὅροι καὶ συνάπτονται μίσην τινὶ ὄρω, ὡς ἐπὶ τῶν β, δ, ε, ἢβ: ὡς ἔχει γὰρ ὁ εἰβ: πρὸς τὸν ε: ἔχει καὶ ὁ δ: πρὸς τὸν β: καὶ μὴν δὲ καὶ ὁ ε: πρὸς τὸν δ: ἢ μίσην ἦδ', ἐκείνοι δὲ διπλασίως, ὁμοίως δὲ καὶ ἀνάπαλιον, ὡς ὁ β: πρὸς τὸν δ: ἔστω καὶ ὁ ε: πρὸς τὸν ἢβ: καὶ ὁ δ: πρὸς τὸν ε: ὡς ὄψλον, ὅτι ἢ μὲν συνειχῆς ἀναλογία ἐν τρισὶ τελευτῆσιν περιέχεται ὅροις, ἢ δὲ διεξουγιμένη ἐν τίσσασιν. δύναται δὲ ἑκάτερα, καὶ ἐν πλείοσι ἐπεκτείνεσθαι.



Εἰσὶ δὲ Ἀναλογίαι εἴκοσι αἰ πάσαι. πρῶτισται μὲν καὶ τὰς Ἀρχαιοτέρης, Πυθαγόρου θημί Πλάτωνος, καὶ Ἀριστοτέλην τρεῖς. Ἀριθμητικῆ, Γεωμετρικῆ, καὶ Ἀρμονικῆ, καὶ τρεῖς αἰ ταύτας ὑπενωτίζται, δ. ε. καὶ ε'. καὶ δὲ τῆς Νεωτέρης καὶ αἰ λοιπαὶ τίσσασιν, καὶ ἕως ἀναπληρῆται ὁ ἰ: ἀριθμὸς, ὡς τελεωτάτος καὶ τὸ Πυθαγόρειον Δόγμα. Κοιρότερον δὲ αἰ ἀναλογίαι μισότητες λέγονται, πρῶτον γίνεσθαι μὲν τοι τῶν ἄλλων ἢ Ἀριθμητικῆ Ἀναλογία, ὅτι τε ἐν τῇ τῶν ἀριθμῶν Φυσικῇ συνίσταται Ἐκείνη, ὡς ὄψομεθα, καὶ ὅτι ἢ Ἀριθμητικῆ Ἐπιστήμη φύσει πρῶτέρα τῶν ἄλλων διδύκται Ἐπιστήμῃν, σωματικῶσα μὲν, οἱ μὴ δὲ σωματικῶσιν, καὶ Εἰσαγωγῆς λόγος ἔχει πρὸς τὰς ἄλλας Ἐπιστήμας. Διὸ δὲ καὶ ἀπ' αὐτῆς ἀρχαῖαι προσηδύερον.

Περί Αριθμητικής Αναλογίας.

Αριθμητικῶ μὲν ὡς Μετέωρα, ἴσως ἂν τριῶν ἢ πλείων ὄρων ἰσοζυγῆς ἀλλήλοις κοιμῆται, ἢ ἐπινομήται, ἢ αὐτὰ εὐρίσκονται πρὸς ἀλλήλους καὶ ποσότητα διαφορὰ, ἢ μὴ γὰρ ἢ λόγος ὁ αὐτός. Οἷον κοιμῆται τῶν α, β, γ, δ, ε, ζ, η, θ, ι: καὶ λοιπῶν ἀριθμῶν καὶ τῆν φυσικῶν αὐτῶν Πρόδοτον ἐφ' ὅσον βύλαι, ἰάν τούτοις πρὸς ἀπάλως παραβάλλει συνηχῶνται καὶ ἀσυνηχῶνται, εὐρίσκειν ἑαυτὴν τῆν αὐτὴν διαφορὰν πρὸς τὸν ἰσοζυγῆς ἔχοντα κατὰ τὴν ὑπεροχὴν καὶ ἑλλείπειν, μὴ μὲν τοὶ καὶ λόγῳ τὸν αὐτόν. Ὡσπερ ἡ δ' ι: μονάδι ὑπερέχει καὶ ποσότητα τῷ θ: ὡς τῷ ε' δ' θ: καὶ ἡ: καὶ ὅσος τῷ ζ: καὶ τῷ αὐτῷ μέχρι μονάδος. Ὡσπερ δὲ καὶ ἀνάπαλι ἢ μοιὰς μοιᾶδι ἑλλείπει τῷ β: ὡς τῷ δ' β: τῷ γ: καὶ ὁ γ: τῷ δ: καὶ ὁ δ: τῷ ε: καὶ τῷ αὐτῷ ἐκ' ἀπειροῦ. καὶ ὡς τῷ δὲ καὶ καὶ ποσότητα. ὁ μὲν ἡ γ: ὁ δὲ εἰσὶν, τῷ β: ἡμιμόλιος ἔστιν, ὁ δὲ β: τῆς μονάδος διπλάσιος. καὶ ἀνάπαλι ἢ μοιὰς τῷ β: ἡμισύ ἐστιν, ὁ δὲ β: τῷ γ: ὡσημόλιος, ἢ τρίτος. Ὡσαύτως καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων καὶ ὁ αὐτὸς, ἀλλὰ διαφορὰς εὐρίσκονται λόγος.

Ἐπεὶ δὲ καὶ αὐτὰ ἢ συνηχῶν, ἢ διζευγμένῳ, καὶ ἀσυνηχῶν μὲν ἢ τὰς ὄρας συνηχῶν ἔχουσα, ἢ τὰς α, β, γ, δ, ε, ζ, η, θ, ι: ἢ πρὸς τὴν ποσότητα ὑπόλογος δὲ τῷ γ: ὅσον ἡ ὑπερέχει ὁ αὐτός β, καὶ μοιᾶδι, τούτων ἑκάστη τῷ γ: διζευγμένης δὲ ἢς οἱ ὄροι διζευγμένοι εἰσιν, καὶ τῶν α, β, δ, ε, ὅσον γὰρ ὑπερέχει ὁ β: τῆς μονάδος, τούτων ὑπερέχει καὶ ὁ δ: τῷ δ: καὶ ὁ δ: καὶ ὁ ε: καὶ ὁ δ: τῷ β: καὶ ἀνάπαλι, ὅσον ἑλλείπει ἢ μοιὰς τῷ β: ἑλλείπει καὶ ὁ δ: τῷ δ: καὶ ὁ ε: καὶ ὁ δ: τῷ δ:.



Ἐπιπέσειν μὲν τοὶ ἄριστοι, ὡς τῆ ἀναλογίᾳ ταύτῃ ἢ αὐτῇ διαφορὰ ἢ ἑκάστης εὐρίσκονται ἐν παντί τοῖς ὄροις. κοιμῆται γὰρ τῶν ὄρων τούτων καὶ καὶ συνηχῶν καὶ οἱ α, β, γ, δ, ε, ζ, η, θ, ι: καὶ λοιπῶν, ἢ κατὰ διαζευξίαν ὡς α, β, δ, ε, ζ, η, ι, καὶ γ, δ, ἢ κατὰ ἑκάστην ἀφ' ἑαυτῆς πρὸς ἀπάλως μολιῶς παραβληκομένην ἰσορροπίαται ἐν παντί διαφορὰ μοιὰς. Ἐὰν δὲ παραρτῆα λαμβάνωμεν ἑκάστην εὐρίσκειται, ἰάν δὲ παραρτῆα τριᾶς, καὶ τῷ αὐτῷ ἀπειροῦ, Ὡσπερ καὶ Αριθμητικῶ λέγεται Ἀναλογία, ὡς ἐν τῇ κατὰ ποσότητα διαφορὰ διαρρηθῆται.

Πόσα τὰ τῆς Αριθμητικῆς Αναλογίας ἴδια.

Ἰ' δια. δι' ταύτης τίναρα, πρῶτον μὲν ὅτι τὸ κατὰ εὐρίσκειν τῶν ἀρῶν ἐν μὲν τῇ συνημίῳ ἀναλογίᾳ διπλάσιος ἔστι τῷ μίσει, ἐν δὲ τῇ διζευγμένῳ ἴσον τοῖς μίσει. Ἐπιπέσειν ἡ κατὰ μὲν τῆν συνημίῳ ἀναλογίᾳ οἱ β δ ε: κατὰ δὲ τῆν διζευγμένῳ οἱ β, δ, η, ι: τὰ γὰρ β: καὶ ε: συνημίῳ τῆν ποίσειν ἢ ταῦτα δὲ τῷ δ: διπλάσιος ἔστι, τὰ δὲ β: καὶ ε: ὡσημίῳ τῆν ποίσειν ἢ ταῦτα δὲ ἴσα ἔστι τοῖς δ: καὶ ἡ: συνημίῳ τῆν ποίσειν γὰρ καὶ τὰ η: καὶ ὁ δ: ἢ β: ποίσειν. Δι' τούτων δὲ ὅτι αἱ τῶν ὄρων διαφοραὶ τὸν αὐτὸν ἔχουσι λόγῳ πρὸς ἀπάλως, καὶ τῶν ὄρων ἴσως πρὸς ἑαυτὴν, ταῦτα δὲ ἔστιν οἷον ἴσως ἀλλήλοις ὄροις. Ἐκαστος γὰρ ἑκάστην ἑαυτῇ παραβάλλομενος ἴσος πάντως ἔστι.



Τρίτον δὲ ὅτι τὸ ὑπὲρ τῶν ἀρῶν, ἐν μὲν τῇ συνημίῳ ἀναλογίᾳ, ἑλάττω ἔστι τῷ ἀπὸ τῷ μέσῳ, ἐν δὲ τῇ διζευγμένῳ τῷ ὑπὸ τῷ μέσῳ, τῇ ὑπὸ τῶν διαφορῶν. Οἷον ἐπιπέσειν ἐν συνημίῳ ἀναλογίᾳ Αριθμητικῆς, οἱ β, ε, δ: ἐν ὅσῳ διαφορὰ ο γ: τὸ γὰρ ὑπὸ τῶν β: καὶ ε: ἔστι ε: δὲ γὰρ τὰ β: λαμβανόμενα ε: ποίσειν. τὸ δὲ ἀπὸ τῶν ε: καὶ δ: ποίσειν γὰρ τὰ δ: καὶ ποίσειν. Ἐπιπέσειν δὲ τῶν ἀρῶν πρὸς τὰ ε: δ: ὅστις γίνεται ὑπὸ τῶν διαφορῶν. τριᾶς γὰρ τὰ γ: ε: ποίσειν. ἐπιπέσειν δὲ καὶ ἐν διζευγμένῳ οἱ β, ε, δ: τὸ γὰρ ὑπὸ τῶν ἀρῶν ἔστιν ε: δὲ γὰρ τὰ β: καὶ ποίσειν. τὸ δὲ ὑπὸ τῶν μέσῳ ἔστιν μὲν: πάντως γὰρ τὰ ε: μὲν ποίσειν. ὑπεροχὴ δὲ τῶν μίσει πρὸς τὰ ε: καὶ, ἄτινα ἴσα ἔστι τῷ ὑπὸ τῶν διαφορῶν. αὐτὴ δὲ ἐπὶ τοῖς διζευγμένοις τὰς ἴσας λαμβάνειν διαφορὰς, ἀλλὰ τὰν τῷ μέσῳ πρὸς τὸν προσηχῶ ἑλάττω, καὶ τὴν τῷ ἑλάττωτος ταῦτα πρὸς τὸν ἐλάττωτος ὡς ἑσταῖθα. Τῆ γὰρ ἢ: πρὸς τὸν ε: ὑπεροχὴ ἔστιν ο γ: τὰ δὲ ε: πρὸς τὸν β: ο ζ: τριᾶς ἔν τὰ ζ: λαμβανόμενα κα: ποίσειν.



Τέταρτον δὲ ὅτι ταυταίον, ὅτι οἱ ἐν τοῖς ἑλάττωσι ὄροις λόγοι μείζονες τῶν ἐν τοῖς μείζονσι. Οἷον ἴσως ἐν συνημίῳ ἀναλογίᾳ οἱ δ, ε, η, ἐν δὲ διζευγμένῳ οἱ δ, ε, ι, ἢ β, ἢ γ γὰρ τὰ ε: πρὸς τὸν δ: λόγοι ἡμιόλιος ἔστιν, ὁ δὲ τὰ η: πρὸς τὸν ε: ἐπίτριτος. μείζων δὲ ὁ ἡμιόλιος τῷ ἐπίτριτῳ. καὶ ὁ μὲν ἔστιν ἐν τοῖς ἑλάττωσι ὄροις, ὁ δὲ ἐν τοῖς μείζονσι. Ἀδύς ἐν τῇ διζευγμένῳ ὁ μὲν τῷ ε: πρὸς τὸν δ: ἡμιόλιος, ὁ δὲ τῷ ἢ: πρὸς τὸν ε: ἐπίτριτος, ὁ ἡμιόλιος ἀρα πολλῶν.

λῶ μίλων τὰ ἐπιπέμπτα. καὶ τοῦτο μὲν ἐν τῇ Ἀριθμητικῇ, ἐν δὲ τῇ Ἀρμονικῇ τεταρτῶν, ὡς εἰρήνευσα. Διὸ καὶ ἡ Ἀρμονικὴ ἀντεπειμίνως ἔχει πρὸς τὴν Ἀριθμητικὴν, ἢ δὲ Γεωμετρικὴ μίση, ὅτι ὁ αὐτὸς εὐρίσκειται ἐπ' αὐτῆς λόγος, ἐν τε τοῖς ἐλάττοις καὶ ἐν τοῖς μείζονσι ὄροις.

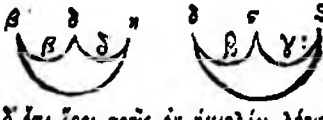


Περὶ Γεωμετρικῆς Ἀναλογίας.

Γεωμετρικὴ δὲ Ἀναλογία ἐστίν, ὅταν τριῶν ἢ πλείονων ὄρων κειμένων ἢ αὐτῆ πρὸς ἀλλήλους εὐρίσκονται χίσις καὶ τὰν τῶν λόγων ποσότητα. οὐ μὲν δὲ καὶ ἢ αὐτῆ καὶ ποσότητα διαφορά. Οἷον ἐκείθωσαν οἱ ἀπὸ μοιάδος προχωρῶντες ἀριθμοὶ καὶ τὸ διπλασίον, ἢ τριπλασίον, ἢ τετραπλασίον, ἢ κατὰ τινα ἄλλων εἰδικῶν τῶ ἀριθμῶν διαφορὰν, ἐφ' ὅσον βύλαι, ὡς ἐπὶ τῶν τεταρτῶν τῶτων καθορῶνται εἴχων, αἰ βῆ δῆ κῆ ιςῆ λβῆ Ἐδῆ ὡν ἐν μὲν τῷ α. οἱ πάντες εἰσι διπλασίον, ἐν δὲ τῷ β. αἰ γῆ δῆ κῆ ιςῆ λβῆ Ἐδῆ τριπλασίον, ἐν δὲ τῷ γ. τετραπλασίον, καὶ ἐν τῷ τεταρτῶ μισθίον. Ἀρχοῦται δὲ οἱ ἐν ἡμιολίῳ λόγῳ ἀπὸ τῆ Ἐδῆ: ὅτι ἀπὸ μονάδος ἡδὲ ποτὲ οἱ τοιοῦτοι ἀρχοῦται, διὰ τὸ ἀτμῶνται εἶναι ταύτην. ἔτι μὲν ἀπότινος ἀλλυ ἀρχόμενοι ἐλάττοιος τῆ Ἐδῆ: δύναται ἀν' ἐκτανθῆναι μέχρι τῆ ιβῆ: ὡς ἰσαριθμῶς εἶναι τοῖς τῶ πολλαπλασίῳ εἰδὺς ἕκτα ἔσι τῷ πλῆθει. Ἐπεὶ ἂν ἐν ἑκάστῳ εἴχῳ, ὡς ἔχει ὁ μέγιστος ἀριθμὸς πρὸς τὸν προσεχῆ αὐτῆ ἐλάττονα, ὡτὼ ἀρκείως ἔχει πρὸς τὸν πρὸ αὐτῆ, καὶ τῶτο μείχρη μοιάδος, καὶ ἀνάπαλι, ὡς ἢ μοιάς πρὸς τὸν πρὸσεχῆ αὐτῆς μείζονα ὡτὼ ἀρκείως πρὸς τὸν μὲν αὐτῆν, καὶ τῶτο ἐπ' ἀπείρου. ἢ τοιοῦτη ἀναλογία Γεωμετρικὴ ἐστίν, καὶ κυρίως ἀναλογία λέγεται, διὰ τὸ ἐν τῷ αὐτῷ θεωρεῖσθαι λόγῳ. ἢ ἢ οἱ πρῶτος διπλασίον, εἴ τι βῆ. ἢ υποδιπλασίον, καὶ οἱ λοιποὶ πάντες, διπλασίον ὁμοίως ἢ υποδιπλασίον ἴσονται τῷ προσεχῆς. ἰδὲ ὁ πρῶτος τριπλασίον ἢ, τριπλασίον καὶ οἱ λοιποὶ ἴσονται. ὡσαύτως καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων, καὶ τῶτο θεωρεῖσθαι τῆς Ἀριθμητικῆς. Ὅτι ἐκεῖνη μὲν καὶ τὴν ποσότητα τῆς τῶν ὄρων πρὸς ἀλλήλους ὑπεροχῆς θεωρεῖται, αὐτῆ δὲ καὶ τὴν τῶν λόγων ποσότητα. Κοινῶν δὲ ἐκεῖνη, ὅτι καὶ ἐπὶ ταύτης μὴ μόνον συνεχῶς καὶ ἀδιακόπως λαμβανομένων τῶν ὄρων ἢ ταυτότης τῶν λόγων εὐρίσκειται, ἀλλὰ καὶ παρ' ἑνα, ἢ δύο, ἢ τρεῖς, ἢ πλείονας, ὡς καὶ ἐπ' ἐκείνης.

Πόσα τὰ τῆς Γεωμετρικῆς Ἀναλογίας ἴδια.

Τέσσαρα δὲ καὶ ταύτης τὰ ἴδια. Α'. μὲν τὸ τὰς διαφορὰς τῶν ὄρων ἐν τῷ αὐτῷ εἶναι λόγῳ πρὸς ἀλλήλους, ἐν ᾧ καὶ οἱ ὄροι. Οἷον ἐκείθωσαν τρεῖς ὄροι οἱ βῆ, δῆ, ηῆ: ἐν διπλασίῳ λόγῳ, καὶ εὐρίθνησαν αἱ τῶτων διαφοραὶ, καὶ ἴσαι τῶ μὲν ηῆ: πρὸς τὸν δῆ: διαφορά ὁ αὐτὸς δῆ: τῶ δὲ δῆ: πρὸς τὸν βῆ: ὁμοίως ὁ αὐτὸς βῆ: ἐπεὶ τοίνυν ὁ δῆ: τῶ βῆ: διπλασίον ἐστίν, ὅλον ὅτι αἱ διαφοραὶ τῶν ὄρων ἐν τῷ αὐτῷ εἰσι λόγῳ πρὸς ἀλλήλους, ἐν ᾧ καὶ οἱ ὄροι. Κεῖθωσαν δ' ἑτεῖ τρεῖς ἐν ἡμιολίῳ λόγῳ οἱ δῆ, εῆ, ζῆ: καὶ εὐρίθνησαν αἱ διαφοραὶ αὐτῶν, καὶ ἴσαι τῶ μὲν ζῆ: πρὸς τὸν εῆ: διαφορά ὁ γῆ: τῶ δὲ εῆ: πρὸς τὸν δῆ: ὁ βῆ: ἐπεὶ δὲ ὁ γῆ: τῶ βῆ: ἡμιολίον ἐστίν, φανερόν ὅτι κἀνταῦθα καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσι τοῖς ὄροις. Δεῖ δὲ τῆς ὄρας συνεχῆς εἶναι.



Β. δὲ τῆς αὐτῆς ἀναλογίας ἴδιον, τὸ τοῖς μείζονας ὄρους τῶν ἐλαττόνων ὑπερίχειν, ἐν μὲν διπλασίῳ λόγῳ τοῖς αὐτοῖς, ἐν δὲ τριπλασίῳ τοῖς διπλασίον τῶν ἐλαττόνων, ἐν δὲ τετραπλασίῳ τοῖς τριπλασίον, ἐν δὲ πενταπλασίῳ τοῖς τετραπλασίον, καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ἀναλόγως. Κεῖθωσαν γὰρ οἱ μὲν βῆ, δῆ, ηῆ: ἐν διπλασίῳ λόγῳ, οἱ δὲ βῆ, εῆ, ζῆ: ἐν τριπλασίῳ, οἱ δὲ βῆ, ηῆ, λβῆ: ἐν τετραπλασίῳ, καὶ εὐρίθνησαν ἐν ἑκάστῳ λόγῳ αἱ τῶν ὄρων διαφοραὶ. Καὶ ὅτι ἐν μὲν τῷ διπλασίῳ λόγῳ ὑπερίχων τὸν μὲν ηῆ: τῶ δῆ: αὐτῶ δῆ: τὸ δὲ δῆ: τῶ βῆ: τῶ αὐτῷ βῆ: ἐν δὲ τῷ τριπλασίῳ ὑπερίχων τὸν μὲν ηῆ: τῶ εῆ: τῶ ιβῆ: διπλασίῳ ὅτι τῶ εῆ: αὐτὸν δὲ τὸν εῆ: ὑπερίχων ὁμοίως τῶ βῆ: τῶ δῆ: διπλασίῳ ὅτι καὶ αὐτῶ τῶ βῆ: ἐν δὲ τῷ τετραπλασίῳ λόγῳ εὐρίσκει τὸν μὲν λβῆ: ὑπερίχοντα τῶ ηῆ: τῶ κδῆ: τριπλασίῳ ὅτι τῶ ηῆ: τὸν δὲ ηῆ: τῶ βῆ: τῶ εῆ: τριπλασίῳ ὅτι καὶ αὐτῶ τῶ βῆ: Τρίτον δὲ ἴδιον καὶ ἑξαιρίτων ταυτοῖς τῆς ἀναλογίας, διὰ τὸ ἐν πάσαις σαζεῖσθαι, τὸ ἐν τῇ συνεχῆ ἐκείθωσαν τῶν ὄρων περιττῶ ὅπως τὰ πλῆθους ἴσον εἶναι τὸ ὑπὸ τῶν ἀμῶν τῶ ἀπὸ τῶ μίσου. Ἐν δὲ τῇ διζευγμένῃ τῶ ὑπὸ τῶν μίσου, ἄρτιον ἢ ἴσαι τὸ πλῆθος. Οἷον ἐκείθωσαν οἱ δῆ, ηῆ, ιςῆ: καὶ δῆ,



η δ', η, ις, λβ: εν διπλασι-
 σίμω λόγῳ, εν δι ἁμοίω
 λόγῳ, οἱ δ', ε', ς, καὶ η,
 ιβ, ιη, κζ: τῶν οἱ μὴ
 δ', η, ις, η δ', ε', ς: συ-
 νσχῆς οἷσι παύτας, ὡς γὰρ
 δ δ': πρὸς τὸν η: ὡς η δ' η:
 πρὸς τὸν ις: αὐδῆς ὡς δ δ': πρὸς τὸν ε': ὡς η δ ε': πρὸς τὸν ς: ἢ ἀνάπαλιν. Οἱ δὲ δ', η, ις,
 λβ: ἢ η, ιβ, ιη, κζ: κἂν συνσχῆς οἷσι, δύναται μῆτροι ἢ διζευγμένως λαθεῖναι. ὡς ᾄδ δδ':
 πρὸς τὸν η: ὡς η δ ις: πρὸς τὸν λβ: ἢ ὡς δ η: πρὸς τὸν ιβ: ὡς η δ ιη: πρὸς τὸν κζ: ἢ ἀνά-
 παλιν. Ἐὰν δὲ πολλαπλασιασθῇ ὁ ις: ἐπὶ τὸν δ', ποιῆσιν τὸν εδ: ὃν η δ η: ἐφ' ἑαυτὸν πολλαπλα-
 σιαζόμενος. ὁμοίως δὲ ἰὰν ηδ ὁ ς: ἐπὶ τὸν δ', πολλαπλασιασθῇ, ποιῆσιν τὸν λς: ὃν η δ ε': ἐφ'
 ἑαυτὸν πολλαπλασιαζόμενος. Καὶ τὰς οἷσι τὸ ὑπὸ τῶν ἀκρῶν ἴσος εἶναι τῶ ἀπὸ τῶ μίση. Αὐδῆς
 πολλαπλασιαζόμενυ τὸ λβ: ἐπὶ τὸν δ': γινέσται ὁ ρη: ὅστις γίντα ηδ ἐκ τῶ ις: ἐπὶ τὸν η:
 ὁμοίως πολλαπλασιαζόμενυ. Ἐσαύτως δὲ πολλαπλασιαζόμενυ ἢ τὸ κζ: ἐπὶ τὸν η: γινέσται ὁ
 οισ: ὅστις γίντα ηδ ἐκ τῶ ιη: ἐπὶ τὸν ιβ: πολλαπλασιαζόμενυ. περὶ ταῦτα δι' ἢ πρότερον εἴρηται.



Τίταρον δὲ ἢ τελευταῖον τὸ, ἢ ἐν μίσησιν ὄροις ἢ ἐλάττωσι τὸν αὐτὸν φυλάττειν λόγον, ὡς
 ἄλλοι ἐκ τῶν προηγουμένων.

Τοσαῦτα μὲν εἴη τὰ τῆς Γεωμετρικῆς Ἀναλογίας ἴδια, ἐπεὶ δὲ αὐτὰ εἶναι ἐπιπέδιος ἢ στερεῶς θεω-
 ρῆται ἀριθμοῖς, ἢ ἐν μὴν τοῖς ἐπιπέδοις οἱ τήραγωνοι μόνου ἰσότητος τῆ ἢ ταυτοῦτος ἐπιδεικτικοί,
 ὡς εἴρηται, ἐν δὲ τοῖς στερεοῖς οἱ κύβοι. Διὸν κἀξῆσθε εἰδέναι ἢ τῶτο, ὅτι οἱ μὴ ἐπιπέδοι ἐν μί-
 σῳ συνδύονται, οἱ δὲ στερεοὶ οὐκ. Δύο ᾄδ συνσχῆς τετραγώνων ἢ μίσησ ἀνάλογος ἐμπέπτει. Δύο
 δὲ κύβων, ἢ τῶτων συνσχῆων, δύο μίσησι ἀνάλογοι ἐμπέπτουσι. Καίθωσαν ᾄδ δύο μὴν συνσχῆς τε-
 τραγώνων ὁ δ: ἢ ς: δύο δὲ κύβοι δ η: ἢ κζ: μεταξὺ γυν τὸ δ',
 ἢ ς, ὡς μίσησ ἀνάλογος ἐμπέπτει ὁ ε: μεταξὺ δὲ τῶ η: ἢ κζ: δ:
 δύο ὁ ιβ: ἢ η: αἰτιον δὲ ὅτι οἱ μίσησι ὀφείλωσιν ἑκατέρω τῶν ἀ-
 κρῶν κοιμησθῆναι, δὴ ἢ ἐκ τῶν πλευρῶν τῶτων πρὸς ἀλλήλας πολλα-
 πλασιαζόμενυ γινώσται, λαβόντες τῶτων τὰς τῶν προκειμένων
 τήραγωνίων πλευράς, ἢ ἐφ' ἑαυτὰς πολλαπλασιασάντες ἔξομυ τὸν
 μίσησ. Ἐπεὶ ᾄδ τὸ μὴ δ': πλευρῶ εἶναι ὁ β': τὸ δὲ ς: ὁ γ': ἰὰν ὁ γ': ἐπὶ τὸν β': πολλαπλασιασθῇ
 γινέσται ὁ ε': δις ᾄδ τὰ τρία εἰσὶν ἑκατέρω, λαβόντες δὲ ἢ τῶ τῶν κύβων πλευράς, ἢ ἑκατέρω ἐφ'
 ἑαυτὴν πολλαπλασιασάντες ἔξομυ πρῶτον τετραγώνωσ, τῶτων δὲ ἑστέρον ἐπὶ τῶν τῶ ἑτέρω πολλα-
 πλασιασάντες πλευρῶ ἔξομυ τῶτων τὰς δύο μίσησ στερεῶς. Οἷον ἐπεὶ τὸ μὴ η: πλευρῶ εἶναι
 ὁ β': τὸ δὲ κζ: ὁ γ': πολλαπλασιασθῆτω ἑκατέρω: ἐφ' ἑαυτὸν, ἢ γινέσται ὁ δ', ἢ ς: ἔτα πολλα-
 πλασιασθῆτω ὁ μὴ δ': ἐπὶ τὸν γ: τῆ τὸ κζ: πλευρῶ, ὁ δὲ ς: ἐπὶ τὸν β': τῆ τὸ η: ὁμοίως
 πλευρῶ, ἢ γινέσται ὁ ιβ: ἢ η: μίσησι ὅστις ἀνάλογοι τῶν η: ἢ κζ: κύβων, ὡς εἶναι ἐν τῶ
 αὐτῶ λόγῳ, ὡς ὁ κζ: ἄλλοι: πρὸς τὸν η: ὡς η δ' η: πρὸς τὸν ιβ: ἢ ὁ ιβ: πρὸς τὸν η:



Ἐτι ἴσιον ὄντ ἰσὸν τετραγώνωσ τετραγώνωσ πολλαπλασιασθῇ, τετραγώνωσ ὁμοίως καὶ, ὅσπερ
 ἢ κύβοι κύβων πολλαπλασιασθῶσ κύβων ποιῶ. Ὅμοίως δὲ ἢ περισῶσ περισῶσ πολλαπλασιασθῶσ
 περισῶσ ποιῶ. Τετραγώνωσ δὲ ἑτερομήκωσ, ἢ γούσ ἑτερομήκωσ ἑτερομήκωσ πολλαπλασιασθῶσ οὐ ποιῶ
 τετραγώνωσ. Ὁ μὴ ᾄδ ἰσότητος ἢ ταυτοῦτος ἐπιδεικτικῶσ, ὁ δὲ ἀισότητος ἢ ἑτεροῦτος. Ἐ-
 σαύτως ἢ κύβοι ἑτερομήκωσ πολλαπλασιασθῶσ ἢ ποιῶσ κύβων διὰ τὸν αὐτὸν λόγον.

Συμβαλλεται δὲ ταῦτα εἰς τῆν τὸ Πλάτωνωσ Φυσιολογίαν. Ὁ ᾄδ Πλάτων ἀποδείξας ὡς ἐκ δύο
 ἑσπείτων Πυρῶσ ἄλλ: ἢ Γῆσ ὁ Οὐρανὸσ συνίσταται, ἐπεὶ τὰ ἑσπεία μισότητος χωρὶς ἢ συνδύεται,
 φησὶν ἢ ταῦτα ἐπιπέδα, μὴ ἂν μισότησ συνδύει. ἐπεὶ δὲ στερεῶ δύο: πάντως μισότητων δύναι.
 Διὸ ἢ τὸ ὄσιον μίσησ Πυρῶσ ἢ Γῆσ Ἄφρωσ, ἢ Ἐσπῶσ ἴσπων. Ὡσ ἀναλογίαν τῆσ καὶ συνδύεται
 ἀλλήλοισ ἔχουσι. Τὸ μὴ γὰρ πυρ ἔσπον ἢ θερμὸν εἶναι, ὁ δὲ ἀφρ θερμὸσ καὶ ὑγρὸσ, τὸ δὲ ὕδωρ ὑ-
 γρὸσ ἢ ψυχρὸσ, ἢ δὲ γὰρ ἄφρωσ καὶ ἔσπον. Ὁ γυν ἀφρ διὰ τὰς τῶ θερμῶ κοιμησθῶσ συνδύεται τῶ
 πυρῶ, διὰ δὲ τῆσ τῶ ὑγρῶ τῶ ὕδατι. Ὡσαύτωσ δὲ καὶ τὸ ὕδωρ διὰ μὴ τῆσ ὑγρότητος συνδύεται τῶ
 ἀφρῶ, διὰ δὲ τῆσ ψυχρῶσ τῆ γῆ, καὶ ὡς διὰ τῶν αὐτῶν μίσησ μὴ τῶν πάντων γίντα συνδύ-
 χασ, ἢ Ὀμφρωσ χωρὶσ ἀποκαλεῖ Σπῆρῶσ, ἔξ ἢς γὰ τὸ Οὐρανίω Σέμνωσ Στοιχεῖα ἐξάπτεται.

Περὶ Ἀρμονικῆς Ἀναλογίας.

Ἡ Ἀρμονικὴ καλεῖται Ἀναλογία τρίτη ἔσα τῆ τῆσ ἀντίσταται τῆ Ἀριθμητικῶσ, ὡς εἴρη-
 ται, ἢ ἐν τοῖς εἰσῶ μίσησ εἰσομῶσα. Ἐστὶ δὲ Ἀρμονικὴ Ἀναλογία, ὅταν τριῶν ὄρων ἐκκεῖμένων
 ὡς ἐξ ἢ ὁμοίωσ πρὸς τὸν ἐλάττωσ, ὡς ἐξ η ἢ ἢ τῶ μῆτροσ ἀσπῶσ πρὸ τῶ μίσησ πρὸς τῶ
 τῶ μί-

τῷ μίσει διαφοράν παρὰ τὸν ἐλάχισον. ἢ ἢ ὕψω, Ἀρμονικὰ Ἀναλογία εἶναι, ἐφ' ἧς ὁ μίσος τῷ αὐτῷ τῷ μείζονος μίρει ὑπερέχεται παρὰ αὐτοῦ τοῦ μείζονος, ἢ τῷ ἐλάττωτος αὐτοῦ ὑπερέχει. Οἷον ἐκκεῖσθαι οἶ γ', δ', ε', ἢ β', γ', ε': καὶ εὐριθύνωσαν ἐν ἑκατέρῳ ὑποδείγματι αἱ τῶν μεγίστων πρὸς τὰς μέσους διαφοραὶ, καὶ αἱ τῶν μέσων πρὸς τὰς ἐλαχίστους. Ἀμείλιτοι ἐν μίῳ τῷ πρώτῳ ὑποδείγματι ὁ μέγιστος ὄρος ὁ ε': διπλασίος ἐστὶ τοῦ γ': ἐλάχιστου, ἐστὶ δὲ τοῦ μίῳ ε': πρὸς τὸν δ': διαφορά ὁ β': τοῦ δὲ δ': πρὸς τὸν γ': ὁ α': ὡς τε καὶ ἡ διαφορά τῆς διαφορᾶς διπλασία ἐστίν. Ομοίως δὲ καὶ ἐν τῷ δευτέρῳ ὁ ε': μέγιστος ὡν τριπλασίος ἐστὶ τοῦ β': ἐλάχιστου ὅτος. Ἐστὶ δὲ τῷ μίῳ ε': πρὸς τὸν γ': διαφορά ὁ γ': τῷ δὲ γ': μέσει πρὸς τὸν β': ἐλάχιστον, μοιᾶς. Ἄρα καὶ διαφορᾶς τριπλασία ἐστίν. Ἀυθὺς ἐν τῷ πρώτῳ ὑποδείγματι τὸ β': τρίτον μέρος ἐστὶ τοῦ ε': ἢ ὑπερέχει ὁ αὐτὸς ε': τοῦ δ': ἢ δὲ μοιᾶς τρίτον ὁμοίως ἐστὶ τῷ γ': ἢ ἐλλείπεται τῷ δ': ἐν δὲ τῷ δευτέρῳ, ὁ μίῳ γ': ἡμισυ ἐστὶ τοῦ ε': ἢ ὑπερέχει τῷ γ': μέσον ὁ αὐτὸς ε': ἢ δὲ μοιᾶς ἡμισυ ἐστὶ τοῦ β': ἢ λοιπεται τῷ γ': ὁ αὐτὸς β': Τοιγαρτοῦ ἐν ἑκατέρῳ ὑποδείγματι, ἰσοῦσιν αἵ ἔχει ὁ μέγιστος τῶν ὄρων πρὸς τὸν ἐλάχιστον, ἔχει καὶ ἡ διαφορά τῷ μεγίστῳ παρὰ τὸν μίσην, πρὸς τὴν διαφοράν τῷ μίσει παρὰ τὸν ἐλάχιστον, καὶ ἢ μίρει τῷ μείζονος ὑπερέχεται ὁ μίσος τῷ αὐτῷ τῷ ἐλάχιστῳ ὑπερέχει ὁ αὐτὸς, ἢ ἀναλογία τῶν ἐν αὐτοῖς ὄρων ἀρμονικῆ ἐστίν.



Πόσα τὰ τῆς Ἀρμονικῆς Ἀναλογίας ἴδια, καὶ ὅπως τῇ Ἀριθμητικῇ ἀντικειται.

Ἰδιον δὲ ταύτης ἐν μίῳ τοῖς μείζουσιν ὄροις, μείζονας εἶναι καὶ τὰς λόγους, ἐν δὲ τοῖς ἐλάττωσιν ἐλάττωτας ὑπεραντιῶν τῇ Ἀριθμητικῇ. Ἐκεί μὲν γὰρ ὡς ἄνωγιν ἐν μίῳ τοῖς μείζουσιν ὄροις ἐλάττωτος εἶσιν οἱ λόγοι, μείζονος δὲ ἐν τοῖς ἐλάττωσιν. Ἐπεὶ δὲ ἐπὶ τῆς Γεωμετρικῆς οἱ αὐτοὶ εἶσι λόγοι ἐν τε μείζουσιν καὶ ἐλάττωσιν ὄροις, εἰκότως καὶ τὸν μίσην αὐτῷ ἔλαχι ὅσον, οἰοῦνται μεταίχμιον τῶν πρὸς ἀλλήλους ἀντικειμένων, ὡσπερ ἢ ἰσότης τῷ μείζονος καὶ ἐλάττωτος. Ἐστὶ ἐν μίῳ τῇ Ἀριθμητικῇ ὁ μίσος ὄρος τῷ αὐτῷ μίῳ ἑαυτῷ μίρει, ἄλλω δὲ καὶ ἄλλω τῶν ἄκρων ὑπερέχει, καὶ ὑπερέχεται. Κεμίον δὲ ἀριθμητικῶς τῶν δ', η', θ' ε': τρίτου μὲν ἑαυτῷ μίρει ὑπερέχει τῷ δ': καὶ ὑπερέχεται ὑπὸ τῷ η': τὸ δ' αὐτὸ μέρος τῷ μίῳ η': ἐστὶ δ'. ἡμισυ δὲ τῷ δ': ἐν δὲ τῇ Ἀρμονικῇ ὁ μίσος τῷ αὐτῷ μίῳ τῶν ἄκρων μίρει, ἴτιον δὲ καὶ ἴτιον ἑαυτῷ ὑπερέχει μὲν τῷ ἐλάχιστῳ, ὡς προείρηται, ὑπερέχεται δὲ ὑπὸ τῷ μεγίστῳ. Ὁμοῦ καὶ ἢ τῷ ἀλλήλους ἀντικεινται. ἐν δὲ τῇ Γεωμετρικῇ μίσην τὰ ξη τερῶν, ὁ μίσος ὄρος ἦτε ἑαυτῷ τῷ αὐτῷ μίρει ὅτε τῶν ἄκρων, ἀλλ' ἄλλω καὶ ἄλλω καὶ ἑαυτῷ καὶ τῶν ἄκρων ὑπερέχει καὶ ὑπερέχεται. Κεῖσθαι γὰρ γεωμετρικῶς οἱ β', δ', η': ὁ δ' τοῖσιν ὑπερέχει μὲν τῷ β': ἡμισυ αὐτῷ μίρει, ὑπερέχεται δὲ ὑπὸ τῷ η': ἴση ἑαυτῷ, καὶ ἢ μὲν ὑπερέχει ἴσος ἐστὶ τῷ ἐλάττω, ἢ δὲ ὑπερέχεται ἡμισυ τῷ μείζονος.

Τρίτον δὲ τῇ ἀναλογίᾳ ταύτῃ ἴδιον συμβέβηκεν, τὸ τὰς ἀκρας συντεθέντας, καὶ ὑπὸ τῷ μίσει πολλαπλασιασθέντας, διπλασίον ἀποτελεῖν τὸ ἐξ αὐτῶν γινόμενον ἐπ' ἀλλήλους πολλαπλασιασθέντων. Συντεθέντων ἢ τῶν ε': καὶ γ': ἐπὶ τῷ α'. ὑποδείγματός σου αἰσθῆσαι ὁ ε': τάτῃ δὲ ἐπὶ τὸν δ': ποικαπλασιασθέντος ἔχομεν τὸν λ': πολλαπλασιασθέντων δὲ καὶ τῶν ἄκρων ἐπ' ἀλλήλους γινόμενος ὁ η': ἢ διπλασίος ὁ λ': αὐθὺς συντεθέντων καὶ τῶν ἐπὶ τῷ β'. ὑποδείγματός ἀκρων τῶν β': καὶ ε': γινόμενος ὁ η': ὅτιος ἢ τὸν γ': μίσην πολλαπλασιασθέντος ἐστὶ ὁ κ': πολλαπλασιασθέντος δὲ καὶ τῷ ε': ἐπὶ τὸν β': γινόμενος ὁ ιβ': ἡμισυς τῷ κ':.

Ἐκλήθη δὲ ἡ τοιαύτη ἀναλογία Ἀρμονικῆ, ὅτι ὅτε ἐν τῇ ἰσότητι τῆς τῶν διαφορῶν ποσότητος, καθ' ἃς ἀλλήλων οἱ ὄροι ὑπερέχουσιν ἢ ἐλλείπονται ὑφίσταται, ὡσπερ ἢ Ἀριθμητικῇ, ὅτε ἐν τῇ ὁμοιότητι τῆς τῶν λόγων ποιότητος, καθ' ἃς οἱ ὄροι πρὸς ἀλλήλους ἀπονούσιν, ὡς ἢ Γεωμετρικῇ, ἀλλὰ κατὰ τὴν ἢ ποσότητα, κατὰ τὴν ἢ ποιότητα συνίσταται. Ἦς γὰρ ὁ μέγιστος τῶν ὄρων ἔχει πρὸς τὸν ἐλάχιστον, ὅτως ἔχει καὶ ἢ τῷ μεγίστῳ διαφορά παρὰ τὸν μίσην, πρὸς τὴν διαφοράν τῷ μίσει παρὰ τὸν ἐλάχιστον, ὡς προείρηται, καθ' ἃ καὶ δοκεῖ ὁμοιότητα τῶν λόγων τερῶν. Ἐπεὶ δὲ τῷ αὐτῷ μίρει ἑκατέρῳ τῶν ἄκρων ὑπερέχει καὶ ὑπερέχεται ὁ μίσος δοκεῖ πως ἢ ἰσότητα ἔχειν ἐν ταῖς διαφοραῖς. Μακροὶ δὲ τῆς αὐτῆς κεκλήρωται προσγοροῦν, ὅτι γὰρ ὁ μίσην ὁ λόγοι τῶν ἐν ἀρμονίαις συμφωνιῶν τοιαύτην ἔχουσιν ἀναλογίαν. Ἰνα δὲ τῷ σαφέστερον γίνηται, ἀναμνησκίον ἢ μίῳ τινῶν τῶν ἐν ταῖς Ἀρμονικαῖς προλαμβανόμενων Πραγματεῖαις.

Ἀρμονικῆ τοῖσιν ἐστὶν ἢ τὸν Εὐκλείδην Ἐπιστήμη Θεωρητικῆν καὶ Πρακτικῆν τῆς τῷ ἡρμοσμένου φύσεως. Τὸ μίῳ ἢ Ἐπιστήμη γίνεσθαι χεῖρα ἐπέχει, τὰ δὲ λοιπὰ διαφορῶν. Εἴρηκε δὲ ταύτην ὑπογράφων Θεωρητικῆν καὶ Πρακτικῆν, ὅτι γὰρ καὶ θεωρίας ἐστὶ καὶ πράξεως διδασκαλὸς ἀκριβῆς. Τῆς μίῳ

μὲν αὖ τὰς λόγους παραδίδοσκα τῶν συμφωνιῶν, τῆς δὲ ἄς ἑρμηνεύσκα τήν τε κατασκευὴν τῶν Μουσικῶν ὀργάνων, ἑστῶτα τε καὶ ἑρμηνεύων. Λύρας θημι, Χίλυρας, Φαλτήριον, Αὐλὴν, Σύργον, καὶ τῶν ὁμοίων, καὶ τὴν χρῆσιν τῶν αὐτῶν. Προστίθει δὲ καὶ τὸ τῆς τῶ ἁρμοσμίου φωνῆς, ὅτι περὶ αὐτοῦ καταγίνεται, ἁρμονίᾳ τὰ πάντα συνίχεται ἅμα, καὶ ἀπαρτίζεται. Ἐστὶ δὲ τοὶ ἁρμοσμίον καὶ τὸν αὐτὸν τὸ ἐκ Θόγγων καὶ διασμημάτων ποιῶν τάξιν ἰχθῶναι συγκαίμωτοι. Ὅθεν δὲ πρὸς βραβίον τῶν ῥηθρομίων καταλήξω, προληπτίον ἔτι τὸ Θόγγος, τὴ Διάστημα, τὴ Ἁρμονία, καὶ τὴ Τόνος. Θόγγος εἶν κατ' Εὐκλείδην μὲν, πᾶσις ἐστὶ φωνῆς ἑμμελῆς ἐπὶ μίαν τάξιν. Διάστημα δὲ τὸ περιεχόμενον ὑπὸ δύο Θόγγων ὁμοίων ἔξυπτι καὶ βαρύτητι. Σύστημα δὲ τὸ ἐκ πλείονων ἢ ἑὸς διασμημάτων συγκαίμωτοι.

Τόνος δὲ τόνος τῆς φωνῆς, δεξιῆς συστάδος ἀπλατῆς. καὶ δὲ τὸν Φιλλόν, Θόγγος μὲν ἐστὶ φωνῆς ἀδιατάτου ἑαρμόσιος τόνος. Διάστημα δὲ Θόγγων, ἢ πρὸς ἀλλήλους ποιά χθσις. Σύστημα δὲ ποιά διασμημάτων περιοχῆ. Ἁρμονία δὲ συσμημάτων σύνταξις.

Ὁ μὲν ὁ Εὐκλείδης πᾶσιν φωνῆς τὸν Θόγγον ὑπογράφων εἶπεν, ὅτι κατ' αὐτὸν ἐν ποιότητι φωνῆς διαρτίζεται. Τῆς δὲ φωνῆς δύο τὰ εἶδη ἔξυπτις καὶ βαρύτης, ἢ μὲν ὑπὸ ἐπιτάσει, ἢ δὲ ὑπὸ ἀνέως ἀποτελεμίου. Ἐπίτασις δὲ καὶ ἀνέως διαφοραὶ εἰσι τῶσαν. τῶσις δὲ τῆς τῆς φωνῆς καλῶσι μοιάς. Δύο γὰρ αἱ κινήσεις τῆς φωνῆς ἢ μὲν συνιχῆς τε καὶ λογικῆ καλυμμένη, ἢ δὲ διασμηματικῆ τε καὶ μελωδικῆ. καὶ συνιχῆς μὲν λέγεται ἢ τῆς ἐπιτάσει καὶ ἀνέως ἀφαιῶς ποίεσα μνδαμῶς ἰσαμῆτι ἢ μέχρι σιωπῆς. διασμηματικῆ δὲ ἢ ἐναντίως τῆ συνιχῆ κίσημῆτι μοιάς τε ποίεσα καὶ τὰς μεταξὺ τῶν διασδῶς ἑταβῆξ αὐτῶν ἑκατέρωθεν τιδιμῆτι. Ὅτε γὰρ αἱ μοιά ἀπὸ ἔξυπτιος ἀρχοται, εἰς βαρύτητα μεταβαίνουσι, καὶ ἀνάπαυ. αἱ γὰρ διασδῶς μεταβάσει εἰσὶν ἀπὸ τῶσιων ἐπὶ τῶσις, καὶ τῆς ἑρμηνείας αὐτῶν διαφορὰς ἐπίτασιν θημι καὶ ἀνέως. Τὸ μὲν γὰρ δὲ ἐπιτάσει γινόμενον εἰς ἔξυπτι ἀγει, τὸ δὲ δὲ ἀνέως εἰς βαρύτητα. ἢ μὲν γὰρ ἔξυπτις ἀποτίσμημά ἐστὶν ἐπιτάσει, ἢς εἶρηται, ἢ δὲ βαρύτης ἀνέως.

Ἐπὶ τῶσιων ὁ Θόγγος ἀφ' ἑὸς εἶδος τῶσιος ἀρχόμενος ἐφ' ἴτερον καταπῆ, καὶ ἑκατέρω τῆς φωνῆς κίνησιν, τὴν μὲν ἀφανῆ, τὴν δὲ μεταβατικῶς, πῶσις ἕκαστη, ἑμμελῆς δὲ ὅτι μὲν μέλους τῶτε πάρεσι. ἐπὶ μίαν δὲ τῶσιον, ὅτι ἢ εἰς ἔξυπτι, ἢ εἰς βαρύτητα ληξί. καλῶται δὲ κατ' αὐτὸν, οἱ Θόγγος καὶ τῶσις. τῶσις μὲν ἀπὸ τῶν καθεπῶν ὀργάνων παρὰ τῷ τιτάσαι, Θόγγος δὲ, ἰσαμῆτι ὑπὸ φωνῆς ἑρμηνεύεται.

Καὶ ταῦτα μὲν κατ' Εὐκλείδην περὶ Θόγγων. Φιλλὸς δὲ τῶσι φωνῆς ἱεραι τὸν Θόγγον, διὰ τὸ ἔξυπτι καὶ βαρύτητι φωνῆς τῆς Θόγγος ἀλλήλων διαφέρειν, προσέθει δὲ τὸ ἀδιατάτου, ὅτι ἄνωπο παρὰ τοῖς Γεωμέτραις ἢ ἐγγυμῆ ἀμμερῆς ὑποτίθεται, ἔτω καὶ ὁ Θόγγος παρὰ τοῖς Μουσικοῖς ἀδιατάτος. ἑαρμόσιον δὲ εἶπε πρὸς ἀντιδιεσολῆν τῷ ψόφῳ. ὁ μὲν γὰρ ψόφος ἢ ἕρπος πρὸς ἁρμόσιον, διὰ τὸ μὴ κατὰ τῶν κινήσων, ἢς ἕως εἶπω, ἑκατεροποιεσθαι. ὁ δὲ Θόγγος ἢ εἰς ἑτυχῶν ἀποτίσμηται, ἀλλ' ἄς τε δύνασθαι μετ' ἴτερου ἑαρμωσθῆναι. διαφοροὶ δὲ αἱ τῶν Θόγγων προσηγορίαι τῆ ἀπὸ τῶ βαρῆς ἐπὶ τὸ ἔξυπτι πρόδω καὶ τῆς λαμβανόμεναι, καὶ τὸ τρίτον τῆς μελωδικῆς γίνεσι, περὶ ὅ ἐν τοῖς ἐξῆς, κυριώτεραι εἰ αὐταί. προλαμβανόμενος, ὡπῆτι ὡπῆτι, ἢ ὡπῆτι βαρῆτι, παρῆτι ὡπῆτι, ὡπῆτι διάτοιος, ὡπῆτι λιχῆς ὡπῆτι διάτοιος, ὡπῆτι μῆσιων, παρῆτι μῆσιων, μῆσι μόνυ παρῆσιος, τρίτη συνημῆτιων, διάτοιος συνημῆτιων, ἢ παρῆτι συνημῆτιων διάτοιος, ἢ συνημῆτιων, τρίτη διζευγῆτιων, διάτοιος διζευγῆτιων, ἢ παρῆτι διζευγῆτιων διάτοιος, ἢ τῆ διζευγῆτιων, τρίτη ὑπερβολῆσιων, διάτοιος ὑπερβολῆσιων, ἢ παρῆτι ὑπερβολῆσιων διάτοιος, ἢ τῆ ὑπερβολῆσιων.

Διὰ τῶσιων τοῖσιων ἀπαρτίζεται τὸ ἐν πιπτικαδιεαχέρδῳ ἑκατεροποιεσθαι σύστημα, κατὰ τὸν Φιλλόν. ὅπω λέγεται μὲν πιπτικαδιεαχέρδῳ, ἢς ἐκ πιπτικαδιεα τῶ πλῆθει συσῆσιμῶν χερδῶν. λέγεται ὅ ἐν ἑκατεροποιεσθαι, διὰ τὸ τῆν ἢ χερδῶν πῆρας ἔσαν τοῦ α. ἐκατεροποιεσθαι, ἀρχὴν γίνεσθαι τῶ ἱσομῆτι. Ἔσο δὲ ἔχει λόγον ὁ α. Θόγγος πρὸς τὸν β. τὸν αὐτὸν ἔχουν καὶ τὸν γ. πρὸς τὸν πιπτικαδιεαχέρδῳ.

Καὶ περὶ μὲν τῶ Θόγγου καὶ ταῦτα ἰσαμῆτι τῶ προκείμενῳ ἡμῖν σκοπῷ. Τὸ δὲ Διάστημα ὁ μὲν Εὐκλείδης ἴση, ὑπὸ δύο περιεχόμεναι Θόγγων, ἢς ὅτι τὰ διασμηματα πάντα ἴσα ἀλλήλους ἐστὶ, διαφέρουσι καὶ ἀλλήλων καὶ ἢ μέγιστος, ἀλλ' ὅτι τὰ ἑπιτῆ διασμηματα ὑπὸ τῶν περιεχόμεναι. Προσέθει δὲ καὶ τὸ ὁμοίον ἔξυπτι καὶ βαρύτητι, ὅτι γὰρ ὁ ὁμοίον Θόγγων διάστημα ἢ συσῆσιμῶν. Ἀλλὰ δὲ τῆς τῶ διαστήμα συσῆσιμῶν Θόγγος ἀλλήλων διαφέρων, καὶ τὸν μὲν εἶναι ἔξυπτερον, τὸν δὲ βαρύτερον.

Ὁ δὲ Φιλλὸς ποιά χθσιων τῶν Θόγγων πρὸς ἀλλήλους εἶπω τὸ διάστημα ὑπογράφων αὐτὸ, ὅτι ἢ τῶν αὐτῶν ἔχουσι χθσιων οἱ Θόγγος ἐν πᾶσι τοῖς διασμημασι. Ἀλλ' ὅτι λόγους θεωρεῖται ἐν τοῖς ὅροις τῶ ἢ τῶ διασμηματος, καὶ ἢ ἄλλος ἐν τοῖς τῶ δὲ. τῶν ἢ διασμημάτων ἐλαχίστοι μῆσιων ἢ δῆσις, μῆσιων δὲ τῆς δῆσιος τὸ ἡμίονον. τῶν δὲ ὁ τόνος. συσῆσιμῶν δὲ ὁ τόνος ἐν λόγῳ ἑρμηνεύεται, ὅπω ἔχει ὁ λδ' πρὸς τὸν λβ' ἔχει ἢ ὁ λγ' ὅλοι τὸν λβ' καὶ ὅλον αὐτῷ μέρος, ὅπω τὸν δ' τὸ δὲ ἀμμερῆσιων ἢ ἡμμερῆσιων, ὅπω ἔχει ὁ λδ' πρὸς τὸν λβ' ἔχει γὰρ ὅλον τὸν λβ' ὁ λδ' καὶ ἡμμερῆσιων

συ τὸ ἐξ ἑδου αὐτῶ μέρη. Ἡ δ' αὖ δίσις ἐν ἐποδοσιτέρτῳ τῆν σύσασιν ἔχει, οἷος ὁ λγ': πρὸς τὸν λβ': ἔλον ᾧ ἔχει ἐν αὐτῶ τὸν λβ': ὁ λγ': καὶ τέταρτος τὸ ἐξ ἑδου αὐτῶ μέρη. Ἐκ τῶν δὲ καὶ ἕτερα γίνετα διαστήματα, οἷον τριδίσις, τριμητόνιον, διτόνιον τι, καὶ τριτόνιον, ἃ καὶ διάφορα λέγονται διαστήματα. Παρὰ ταῦτα δὲ εἰσὶ, καὶ ἄλλα διαστήματα, οἷον τὸ διὰ τεσσάρων, διὰ πέντε, διὰ πᾶσων καὶ τὰ ὅμοια. Ταῦτα δὲ σύμφωνατα εἰσὶ καὶ λέγονται διαστήματα.

Ἐστὶ δὲ συμφωνία κράσις δύο φθόγγων ὀξυτέρου καὶ βαρυτέρου, διαφωνία δὲ τῶν αὐτῶν, δύο φθόγγων ἀμείζια τῶν μη δυναμένων κραθῆναι. συνίστησι δὲ τὸ μὴν διὰ τεσσάρων διάστημα ἐν λόγῳ ἐπιτέριτι, τὸ δὲ διὰ πέντε ἐν ἡμιολίῳ, τὸ δὲ διὰ πᾶσων ἐν διπλασίῳ, καὶ τῶν ἄλλων ἴκασον ἐν ἄλλῳ τινὶ λόγῳ. κέλονται δὲ καὶ ταῦτα διαστήματα, ἃ καὶ συστήματα λέγονται, ὡς ὁμοίωμα, τῷ λόγῳ τῶν ἄκρων. τῦτο δ' ἐν τοῖς ἐξῆς σαφέστερον γινώσεται. Ἐπεὶ τοῖνυν τὰ διαστήματα ἐν διαφέρεισι συνίστησι λόγῳ, τῦτω ἕνεκα καὶ ὁ Φιλῶδ' ὑπογράφων τὸ διάστημα καὶ χρίσιν ἀπλῶς εἶπεν, ἀλλὰ προσέθηκε καὶ τὸ ποιῶν.

Τὸ δὲ σύστημα Εὐκλείδης μὴν ἐκ πλείονων ἢ ἐπὶ συγκείσθαι διαστημάτων ἔφη, Φιλῶδ' δὲ ποιῶν διαστημάτων εἶναι περιοχὴν. τὰ δὲ τῆς Μουσικῆς συστήματα ἔξ εἰσὶ. πρῶτον τὸ διὰ τεσσάρων, δευτέρον τὸ διὰ πέντε, τρίτον τὸ διὰ πᾶσων, τέταρτον τὸ διὰ πᾶσων καὶ διὰ τεσσάρων, πέμπτον τὸ διὰ πᾶσων καὶ διὰ πέντε, καὶ ἕκτον τὸ δις διὰ πᾶσων, καὶ τῶν ἴκασον ἐκ πλείονων συγκείται διαστημάτων, καὶ μὴν ἐξ τῶν αὐτῶν, τὸ μὴν ᾧ διὰ τεσσάρων ἐκ δύο συγκείται τῶν καὶ ἡμισίως, ἦτοι ἡμιτοῖσι. τὸ δὲ διὰ πέντε ἐκ τριῶν τῶν καὶ ἡμισίως, τὸ δὲ διὰ πᾶσων ἐπτόνων ἔξ. τὸ δὲ διὰ πᾶσων ἅμα καὶ τεσσάρων ἐκ τῶν ἑκτῶ καὶ ἡμισίως. τὸ δὲ διὰ πᾶσων ἅμα καὶ πέντε ἐκ τῶν ἑπτά καὶ ἡμισίως. τὸ δὲ δις διὰ πᾶσων ἐκ τῶν δαδέκα. Τῶν δ' αὖθις ἃ μὴν καὶ παράφωνοι συμφωνεῖ, ὡς τὸ διὰ τεσσάρων καὶ διὰ πέντε, ἃ δὲ καὶ ἀντίφωνοι, ὡς τὸ διὰ πᾶσων καὶ δις διὰ πᾶσων. διηγήσθη δὲ τὸ παράφωνοι τὰ ἀντίφωνα, ὅτι ἢ μὴν καὶ παράφωνοι συμφωνία ἐκ ἐν τῷ αὐτῷ γίνετα χρόνῳ, βαθμῶδ' ὡς τῆς φωνῆς ἐπιτειομένης ἢ ἀνιμμένης, ὡς δὲ Φιλῶδ' ἐκστὶν κτῶν καὶ ἐν ἑνὶ χρόνῳ διαδρομῶν ἀλλήλων τῶν φθόγγων ἀναλογίαις καὶ λόγοις καθ' ὁμαλότητα, ἢ δὲ καὶ ἀντίφωνοι ἐν τῷ αὐτῷ ἀφρόν τῆς φωνῆς ἐπιτειομένης, ἢ ἀνιμμένης, καὶ τῷ ὀξίῳ τῷ βαρεῖ καὶ ταῦτον συμφωνούντος, καθὰ ἐκστὶν ὁ Φιλῶδ', ὡς περὶ ὁ ἐξ ἑδου τῶ πρώτῳ, καὶ ὁ δεύτερος πέμπτος τῷ ἐξ ἑδου, συνιστῆνται ἢ συγκατέχεται ἐν ταῖς ἐπιτάσεσιν, ἢ ἀνίσσει τῶν βαρίων τοῖς ὀξίσι, ἢ τῶν ὀξίῳ τοῖς βαρίσι κατὰ ἀνάλογον.

Τοσαῦτα μὲν καὶ τοιαῦτα τὰ τῆς Μουσικῆς συστήματα, κατὰ τοὺς δυνατότερους τῶν Ἀρχαίων ἐν τοῖς τοιοῦτοις, ἔδοξε δὲ τισὶ τὸ διὰ πᾶσων ἅμα καὶ διὰ τεσσάρων μὴ εἶναι σύμφωνα, διὸ παρ' αὐτοῖς πέντε τὰ πάντα τῆς Μουσικῆς ἐπαριθμῶνται συστήματα, ἄλλοι δὲ τὴν ἑατέριαν ἴκασιν πραγματέτες προσέθηκαν καὶ ἕτερα δύο, τὸ δις διὰ τεσσάρων, καὶ δις διὰ πέντε, ἀλλὰ περὶ τούτων οὐ τοῦ παρόντος σκοποῦ.

Ἐδίδχαιτο δὲ τὰς τοιαύτας προσηγορίας ἐκ τῆς κατατιχημῆτις ποσότητος τῶν διὰ μίση φθόγγων. Τὸ μὴν γὰρ πρῶτον σύστημα διὰ τεσσάρων αἰόμεσαι, ὡς διὰ τεσσάρων φθόγγων, ἦτοι χορδῶν διαδίου. τὸ δὲ διὰ πέντε, ὡς διὰ πέντε, καὶ τὸ διὰ πᾶσων, ὡς δὲ ἑκτῶ τελεσιμῶν, ἐν γὰρ τῷ ὀκταχρόνῳ αἰ πάσαι συμπληρῶνται διαστάσεις, κακείθιν ἐπαναδιπλωμένα τὸ πεντεκαδικὸν χορδῶν συνίσασιν, ὡς μὲν ταῦτα διηλωθῆσεται.

Διαφέρει δὲ τὰ συστήματα τῶν ἐν μίση διαστημάτων, ὅτι τὰ μὲν ἐν ὕλῃ τῆν σύσασιν ἔχει, τὸ μὴν γὰρ ἐκ τοσούτων συγκείται φθόγγων ἦτοι χορδῶν, τὸ δὲ ἐκ τοσούτων ὡς προείρηται. τὰ δὲ διαστήματα κατὰ ἀφαίρεσιν τῆς ὕλης ἐνοεῖται. τὸ μὴν γὰρ αὐτῶν ἐν τῶν συνίσασθαι τῷ λόγῳ λέγονται, τὸ δὲ ἐν τῶνδε. ὡς περὶ δὲ ἐν τῶν δισημάτων τὰ συστήματα συγκείται, ὅταν καὶ ἐκ τῶν συστημάτων ἢ ἀρμονία συνίσασται. Διὸ δὲ καὶ ὁ Φιλῶδ' συστημάτων σύνταξιν τῆν ἀρμονίαν ὑπογράφων εἴρηκε.

Ἐφη δὲ καὶ τὸν τῶν Εὐκλείδης τέπον τινα εἶναι τῆς φωνῆς δεκτικῶν συστήματος κατὰ τὸ ἰδιαίτερον αὐτῶν ὑπογράφων σημαίνόμενον. λαμβάνεται γὰρ ὁ τόπος ἀπὸ φθόγγου, ἀπὸ διαστήματος, ἀπὸ τῶν φωνῆς, καὶ ἀπὸ τῶνδε. ἀπὸ μὲν ἐν φθόγγου λαμβάνεται, ὡς ὅταν τινὲς ἐπιτάσειον ὀνομάξωσι τὴν Φόρμυκα, καθάπερ Τέρπειθερος. φησὶ γὰρ,

ἢ ἡμισίτοι τετραγγυρ ἀποστέρχαιτες αἰδῶν,
ἢ ἑπτατόνῳ Φόρμυκῃ κτῆς κελασθῶσμεν ὕμνης.

ἀπὸ δὲ διαστήματος, ὡς ὅταν τὸ διάστημα τῶν λέγομεν, ἀπὸ τῶν φωνῆς, ὡς ὅταν τὸν τόπον λέγομεν Δάριον, ἢ Φρύγιον, ἢ Λύδιον, ἢ ἄλλως πως. Κατὰ γὰρ τὸν Ἀριστότερον, ὡς φησὶν Εὐκλείδης ἐν τῇ Ἀρμονικῇ αὐτῆ Ἐισαγωγῇ τρισκαίδεκά εἰσὶ τόποι, ὡς ἐν ἄλλοις ἔξεστι ἰδεῖν. Ἀπὸ δὲ τῶν φωνῆς, ὡς ὅταν λέγομεν ὀξυτονεῖν τινα ἢ βαρυτονεῖν, ἢ μίσην κελῆσθαι τῶν τῆς φωνῆς. Ἐστὶ τοῖνυν ὁ τόπος τῶν φωνῆς, ὅτι καθὼς τὰ ρῶδη ὑπὸ τῆς δεκτικῆς αὐτῶν περιορίζεται, καὶ κατ' ἐκείνην χηματίζεται, ὅταν καὶ ἢ φωνῆ ὑπὸ τοῦ τοῦδε ἢ τοῦδε χηματίζεται τῶν. λέγεται δὲ συστήματος δεκτικῶς, ὅτι ἴκασον τῶν συστημάτων ἐκ τῶν καὶ μέρων τῶν συνίσασται ὡς εἴρηται. προ-

Εἶναι δὲ τὸ ἀπλάγις, ὅτι κατὰ εἰκὸς μίσην, ὡς ἕτας εἰπεῖν αἰχθεῖται ὁ τοῖος ἀναλόγως τῆ γραμμῆ. ἢ γὰρ ἀπὸ βαρυτέρας εἰς ὀξύτητα ἀνοίσει, ἢ ἀπὸ ὀξύττης εἰς βαρυτέρα κείσεται.

Ἐπιτίθειται δ' ὁ τέτοος κατ' Εὐκλείδην διαίρησις εἰς δώδεκά τινα ἰλαχίσα μόρια, ὧν ἕκαστος δεκάεξαήμερον καλεῖται. Ὅθεν ἀναλόγως τῶν τῶ μὲν ἡμιτόνιοι διαίρηται εἰς ἑξ. ἢ δι' ἑξῆς τεταρτημέροισιν μὲν ἕσα τῶ τόνου εἰς τρία. τριτημέροισιν δὲ εἰς τέσσαρα. Εἰς τραυτήρων δὲ τῶν εἰρημύων κατάληκιν, φέρι δὲ, ὅσον ἴσται, ἢ τῶ παρῶτι σποπφ ἀρμόττει, ἰρηνύσασιν πρὸς τατοῖς, ἢ τὸν τρόπον, καθ' ὃν τὰ εἰρημύα ἑξ' τῆς Μουσικῆς Συσήματα δι' ἀριθμῶν παραστήσαι δυνησόμεθα, τῆς μὲν πριτυτολογίας ἀπαρχομένη, τὴν δ' ἀπρίβιαν τῶν ἀναγκαιοτέρων φυλάττοντες. Δυηχρίστατος γὰρ ἕτος, ἢ τοῖς πολλοῖς ἀπαυθεῖ ἀνωτος.

Τίνα λόγον ἔχει ἕκαστον τῶν Συσημάτων.

Ὁ Λόγος τοίνυν τῶν ἀκρων τῶ μὲν διὰ τεσσάρων Συσήματος ἐπιτίττός ἐστι, τῶ δὲ διὰ πέντε ἡμιόλιος, τῶ δὲ διὰ πᾶσων διπλάσιος, τῶ δὲ διὰ πᾶσων ἢ διὰ τεσσάρων διπλασιπεντημερῆς, ἢ τοῖς διπλασιπεντημέροισι, τῶ δὲ διὰ πᾶσων ἢ διὰ πέντε τριπλάσιος, τῶ δὲ δις διὰ πᾶσων τετραπλάσιος. Ὅπως δὲ τῆς λόγος τάτας ἰσχυρῆς ἔχωμεν, δευτεῖν ὁ πρῶτος ὅρος ἡμισυ τῆ ἔχειν ἢ τρίτον, ἐπεὶ δὲ τῶν τοῖων... ἰλαχιστέροις ὁ ε': ἡμισυ μὲν γὰρ αὐτῆ ὁ γ': τρίτον δὲ ὁ β': εἰλήθω ἕτος ἀπὲ τῶ α'. ὅρη, ἀπὲ δὲ τῶ β'. ὁ ἦ: ἐπιτίττος γὰρ ἕτος τῶ ε' αὐτὶ δὲ τοῦ γ'. ὁ β': ἡμιόλιος γὰρ ἔχει λόγον πρὸς τὸν β'. ἀπὲ δὲ τῶ δ'. ὁ ε': ἐπιτίττος γὰρ ἕτος τῶ β'. ἀπὲ δὲ τῶ β'. ἢ τελευταῖα ὁ κδ': ἡμιόλιος γὰρ πρὸς τὸν ιε': καὶ αὐτὸς ἔχει λόγον. Τῶν ἄν οὕτω ἐκτεμνόμεν, ἐπεὶ ὁ δευτερος τῶν ὄρων ἐπιτίττός ἐστι τῶ πρῶτου, ὄλον ὅτι τὸ διὰ τεσσάρων συνίσται σύστημα. Ὁ δὲ τρίτος πρὸς μὲν τὸν δευτερον ἡμιόλιος ἔχον λόγον, πρὸς δὲ τὸν πρῶτον διπλάσιος συνίσται τό, τὸ διὰ πέντε ἢ τὸ διὰ πᾶσων, ὁμοίως ἢ ἐπὶ τῶν ἄλλων. Ἐπεὶ γὰρ ὁ τέταρτος ἐπιτίττός ἐστι τῶ τρίτου συνίσται τὸ διὰ τεσσάρων. ὁ δὲ πέμπτος πρὸς μὲν τὸν δ'. τὸ διὰ πέντε, ἡμιόλιος γὰρ πρὸς δὲ τὸν ἴσον τὸ διὰ πᾶσων, ὅτι διπλάσιος αὐτῶ ἐστι. Εἴται δὲ ἢ τὰ λοιπὰ πᾶσι τῶν συσθεσίσαι συστήματα.



Ὁ δὲ πέμπτος πρὸς μὲν τὸν δευτερον ὁμοίως παραπλάσιος συνίσται τὸ διὰ πᾶσων ἢ διὰ πέντε, πρὸς δὲ τὸν πρῶτον τὸ δις διὰ πᾶσων. Τῶ μὲν ἢ τριπλάσιος, ἐκτεῖν δὲ τριπλάσιος. τῶ δὲ χάριν τὸ διὰ τεσσάρων ἢ διὰ πέντε διπλασιέσται ἐπὶ τῶ Διαγράμματι, ὅτι παρὰ τοῖς Ἀρχαίοις τριῶν ὄρων τῆς Μουσικῆς Συσήματος, τὸ διὰ τεσσάρων, διὰ πέντε, ἢ διὰ πᾶσων, ἢ τὰ μὲν δύο τό, τὸ διὰ τεσσάρων καὶ διὰ πέντε ἀπλῶ εἰσι, τὸ δὲ διὰ πᾶσων σύνθετον, οἱ μὲν αὐτὰς προσιθῆναι τῶ διὰ πᾶσων ἐκτεῖν συστήματι, ἢ ἕτερον διὰ πᾶσων σύστημα ὁμοίως τῶ κατ' ἐκτεῖν ἀπὸ τῆς τελευταίας τῶ προτέρου ἀρξάμενοι χορδῆς, ὡς ἀπὸ πρῶτης, ὡς εἶναι ἐν ἐκτεῖν κοινῆ. Ὅθεν κατ' ἐκτεῖν μὲν ἐκτὰ χορδῶν ἐκαλεῖται τὸ πληρέστατον τῶν Μουσικῶν ὄργάνων, κατὰ δὲ τῆς Νεωτέρης πιτυκαυθεῖα χορδῶν.

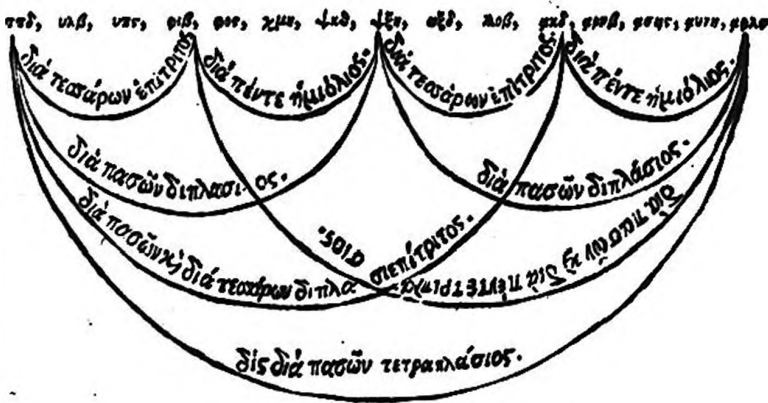
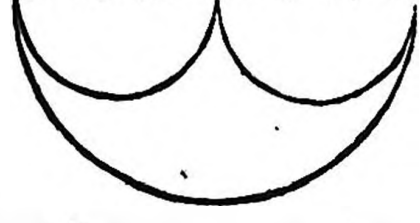
Τὰ μὲν ἄν ἑξ' τῆς Μουσικῆς Συσήματα, κατὰ τοὺς τῶν ἐν αὐτοῖς ἀκρων λόγους ἐν πέντε ὁμοίως τῶς ἐκτεῖν εἰσι ἐμπριλαμβάνονται ἀριθμοῖς. Ἐπεὶ δὲ ἢ ἕκαστου συστήματος μεταξὺ τῶν ἀκρων, ἢ ἄλλοι πινῆς μισολαβῆσιν ὄροι, ἴνα ἢ τῶν δὲ ἀριθμῶν παραστήσασιν διὰ πάντας ἢ ἕτερον τῆ τὰ ζυτῆσαι ἴσονται τοῖς Ἀρχαιοτέροις παραδομένοις. Δίος μὲν τῶ ἴδεται, ὅτι τοῖα εἰσι τὰ γίνε τῆς μελωδίας, τὸ διάπορον, τὸ χρωματικόν, ἢ τὸ ἀρμονικόν. Ὅθεν πᾶν μέλος ἢ διατοικὸν ἴσαι, ἢ χρωματικόν, ἢ ἰσαρμόσιον, ἢ ρυθμικόν. ἢ διατοικὸν μὲν εἰς τὸ τῆ διατοικῶν χρωματικῶν διαίρησις, χρωματικὸν δὲ τὸ τῆ χρωματικῆ, ἢ ἰσαρμόσιον τὸ τῆ ἰσαρμονίῶν, μὲτὸν δὲ τὸ ἐκ πλυθῶν ἢ ἑὸς συγκείμενον γένος. Ὅταν μὲν ἄν πλείοσι τῶν ἢ ἀρμονία συνίσται τὸ διατοικὸν συνίσται γένος, ὅταν δὲ ἡμιτόνιοις πλείοσι τῶ χρωματικῶν, ὅταν δὲ διέσσει μάλλον, τὸ ἰσαρμόσιον. ἔτι γὰρ διὰ τῶν τὸ πᾶν συσθεσίσαι ποτὶ τῆς ἀρμονίας, ἔτι δὲ ἡμιτόνιων, ἔτι μὲν ἐκ διέσσειν. Εἰλήθω γὰρ ἐπὶ παραδείγματι τὸ διὰ τεσσάρων Συσήματα. ἐπεὶ τοίνυν τῶ τὸ σύστημα τριῶν ἀπαρτίζεται διαίρησιν εἰ μὲν διὰ τῶν δύο ἢ ἡμιτόνιων ἰσὲς μελωδίαται, διάτονον λέγεται. εἰδὶ διὰ δύο μὲν ἡμιτόνιων, ἰσὲς δὲ τραυτήν, χρωματικόν. εἰδὲ τελευταῖον δια δύο μὲν διέσσειν ἰσὲς διέτονι, ἰσαρμόσιον τὸ διὰ τεσσάρων τῶτο λέγεται γένος, ὁμοίως δὲ ἢ ἐπὶ τῶν ἄλλων. Τῶν δὲ τῶν τριῶν ἰσαρμόσιων γένος τῆς μελωδίας συμμελωδικώτατος μὲν εἰς τὸ ἰσαρμόσιον, ἢ πολλῆς τριβῆς τῆ συνθέσας δέσμενον, καθὰ Φιλλὸς ἀποφαισεται. κατὰ δὲ τὸν Πρόβλον ἐν τοῖς εἰς τὸν τῶ Πλάτωνος Τίμαιον αὐτὰ Ἐπεκνήμασι παιδευτικῶν μάλλον εἶναι τὸ ἰσαρμόσιον δευτῆ γένος. Τὸ δὲ χρωματικὸν κατὰ μὲν τὸν Φιλλὸν παιδευτικώτερον εἰς τὸ διατοικόν. κατὰ δὲ τὸν Πρόβλον ἐκτεῖν ἢ ἀνωτος, τὸ δὲ δια

ἢ διατονικὸν ἀπλῶν τε ἢ γυναικῶν, καὶ φυσικώτερον παρὰ τὸ Φιλικὸν ὀνομαζέσθαι. ὁ δὲ Πρόβλος ἀδρότερον τε ἢ ἀπλῶστερον, ἔτι δὲ ἢ γυναικώτερον τῶν ἄλλων αὐτὸ καλεῖ. Ὁ καὶ Πλάτων ἐν τῇ Τιμαίῳ παράλαβεν, ὡς παρ' ἀμφοῖν δοκεῖ. Ὁ δὲν δὲ ἢ ἡμῖς, ὡς τοῦτον, τὸ διατονικὸν ἐπιδασσωμῖν παρασῆσαι γένος δι' ἀριθμῶν. Διὰ δὲ τὸ ἀσύγχυτον ἐπανακτίον μικρὸν τὸν λόγον.

Ὁ μὲν ἔν τόνος, ὡς προεῖρηται, συνίσταται ἐν λόγῳ ἑποχῶν, τὸ δὲ ἡμιτόνιον ἐν ἡμιποχῶν. τῶν δὲ συσχημάτων αὐδῆς, τὸ μὲν διὰ τεσσάρων ἐκ δύο τόνων σύγκεται καὶ ἡμιτόνιον, τὸ δὲ διατονικὸν ἢ ἡμιτόνιον, τὸ δὲ διὰ πέντε ἐκ τριῶν τόνων ἢ ἡμιτόνιον, τὸ δὲ διὰ πασῶν ἐκ τόνων ἔξ, τὸ δὲ δις διὰ πασῶν ἐκ τόνων δωδεκά, ὡς ἐπὶ τῶν αὐτῶν ὅτι ἐπὶ μὲν τὰ διὰ τεσσάρων συστήματος δύο μὲν τὸν πρῶτον ὄρον δύο ἑξῆς ἑποχῶν: εἶναι τὸν ἀυτέρου ἢ τρίτου, τὸν δὲ τέταρτον ἐπίτριστον ἔχειν λόγον πρὸς τὸν πρῶτον. Διὸ δὲ πρὸς ἀπαρτισμῶν τὰ αὐτῆ Συστήματος ὀφείλην ὁ πρῶτος ὄρος ὄχθον τε καὶ τρίτον ἔχειν μέρος. ἐπὶ δὲ τὰ διὰ πέντε τρεῖς μὲν ἑξῆς ἑποχῶν εἶναι προσῆκει. τὸν β. γ. καὶ δ. τὸν δὲ γι ὄχθον ἡμιόλιον μὲν τὸ δ. διπλασίον δὲ τὸ α. Ὁ δὲν ὀφείλην ἢ ἔ δ. ὄχθον τε ἔχειν καὶ ἥμισυ, τὸ δ' αὐτὸ ἢ ἐπὶ τῶν λοιπῶν δύο τῶν τούτοις ὁμοίον.

Ἐπὶ τοῖσιν ἐπὶ τῷ ἀνωτέρῳ Διαγράμματος ὀλιγωρεῖται ἂ. ὄρος ὁ γ': ἄτος δὲ τρίτον. ἔχειν μέρος ἢ μὲν δὲ ἢ ὄχθον, πολλαπλασιασθέντα ὁ αὐτὸς γ': ἐπὶ ἢ ἢ: καὶ γινώσκονται ὁ μὲν ὅστις ἔξω ἐν αὐτῷ ὄχθον μὲν τὸν γ': τρίτον δὲ τὸν γ': λαμβανόμενον δὲ τῆς αὐτῆ τὸ α. ὄρον, ἐπὶ ὁ τῆς ἑποχῶν ἔξω: ὁ γ': ἢ ἔχει ὄχθον μέρος πολλαπλασιασθέντα αὐδῆς ὁ γ': ἐπὶ τὸν γ': ἢ γινώσκονται ὁ γ': ἢ ὄχθον μὲν ὁ β': τρίτον δὲ ὁ λβ': λαμβανόμενον δὲ τῆς αὐτῆ τὸ α. ἐπὶ ὁ μὲν αὐτὸν ἑποχῶν, καὶ ἔχει ὄχθον μέρος, πολλαπλασιασθέντα ἢ τρίτον ὁ γ': ἐπὶ τὸν λβ': ἢ δώσειται αὐτῷ αὐτῷ τὸν γββ': ἔχει ἢ ἄτος ὄχθον μὲν τὸν κδ': τρίτον δὲ τὸν εδ': αὐτῷ δὲ τὴν πρῶτην λαχόντος χῶρον ἔσαι μετ' αὐτὸν ἐν λόγῳ ἑποχῶν ὁ σισ': μεθ' ἂν ὁ σμγ': ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ πρὸς τὸν πρῶτον. τίταρσο: δὲ ἔσαι λόγον ἔχειν ἐπίτριστον πρὸς τὸν πρῶτον ὁ σισ': ἢ ἡμιόλιος ὁ τπδ': ἢ ἄτος πληρωθήσεται τὸ διὰ τεσσάρων Σύστημα. ἐπὶ δὲ εἰς ἀπαρτισμὸν ἢ τὰ διὰ πέντε συστήματος ὀφείλην ὁ δ. τῶν ὄρων, τρεῖς ἑξῆς ἔχειν ἑποχῶν, κατὰ τὰ προσηρμένα, ἔχει δὲ ἑνα μέρος τὸ σπῆ: τῆς δὲ ἑποχῶν καὶ εὐρίσκειται διὰ τὸ μὲν ἔχειν ἢ αὐτὸν ὄχθον μέρος, ἀρα καὶ ὁ σμγ': οὐχ ἰκανὸς πληρῆσαι πρῶτος πρὸς ἀναπλήρωσιν τῶν δύο πρῶτων συστημάτων, διὸ διὰ ἄλλοι τινα ζήτησιν ἀριθμῶν. Πολλαπλασιασθέντα δὲ ὁ γ': ἐπὶ τὸν εδ': τὸν διπλῶν τὸ λβ': καὶ δώσειται πρῶτον ὄρον τὸν τπδ': ὅστις ἰκανὸς ἔσαι πρὸς ἀπαρτισμὸν μὲν μέρος τῶν δύο πρῶτων συστημάτων, ἀλλὰ γὰρ καὶ τῶν λοιπῶν δύο, ἢ ἄτος πληρωθήσεται τὸ δις διὰ πασῶν σύστημα, ὡς ἐπὶ τῷ ἐπ' ὄβιν καθοράται Διαγράμματος. τὸ ἢ τπδ': ἑποχῶν εἰς ὁ υλβ': τῆς δὲ ὁ υπγ': ὁ δὲ φιβ': ἐπίτριστον ἔχει λόγον πρὸς τὸν τπδ': ὡς ἐκ τῶν τεσσάρων τῶν ἀριθμῶν ἑξῆς ἄτος κειμένω συνίσταται τὸ διὰ τεσσάρων Σύστημα. Αὐδῆς ἑξ' τὸν φιβ': τρεῖς ἑξῆς κενταὶ ἀριθμοὶ ἐν λόγῳ ἑποχῶν ὁ φος': ὁ χμῆ: ἢ ὁ ψεδ': ὁ δὲ ψεγ': ὄχθον ἂν τῇ τάξει ἡμιόλιος μὲν εἶναι τοῦ δ. διπλοῦ: του φιβ': διπλασίος δὲ τοῦ α. ὅς ὅτι τπδ': δις δὲ πρὸς μὲν τὸν δ. παραβαλλόμενος συνίσταται τὸ διὰ πέντε σύστημα, πρὸς δὲ τὸν α. τὸ διὰ πασῶν, ὡσαύτως δὲ καὶ πὶ τῶν ἄλλων. τὸ ἢ ψεγ': εἰς ἄλλης ἀρχῆς ὡς πρῶτου λαμβανόμενον ὁ ωεδ': καὶ ὁ σβ: ἐν λόγῳ εἰς ἑποχῶν πρὸς τὸν πρῶτον αὐτῶν. ὁ δὲ αεδ': ἐπίτριστός ἐστι τὸ ψεγ': ἢ συνίσταται εἰς αὐτῶν τὸ β. διὰ τεσσάρων Σύστημα. ἐπειδὴ δὲ ἢ μγ' τὸν αεδ': τρεῖς εἰσὶν ἑξῆς ἀριθμοὶ ἐν λόγῳ ἑποχῶν ὁ φριβ', ὁ αεγ', καὶ ὁ

ρμβ: σισ, σμγ, σισ: σπῆ, —, —, τπδ:



ὁ δὲ αεδ': ἐπίτριστός ἐστι τὸ ψεγ': ἢ συνίσταται εἰς αὐτῶν τὸ β. διὰ τεσσάρων Σύστημα. ἐπειδὴ δὲ ἢ μγ' τὸν αεδ': τρεῖς εἰσὶν ἑξῆς ἀριθμοὶ ἐν λόγῳ ἑποχῶν ὁ φριβ', ὁ αεγ', καὶ ὁ

ἢ ὁ ἀπὸ τοῦ ἀφλᾶς ἡμιόλιος μὲν ἐστὶ τὸ αὐτὸ, διπλάσιος δὲ τὸ ψή. πάτως γὰρ ὁ αὐτὸς ἀφλᾶς πρὸς μὲν τὸν ἀφλᾶ παραβαλλόμενος τὸ β. διὰ πέντε συνίστησι σύστημα, πρὸς δὲ τὸν ψήν· τὸ β. διὰ πέντε ἀφλᾶς ἐπὶ δὲ πάλιν ὁ αὐτὸς ἀφλᾶς τριπλάσιός ἐστι τὴν πηδᾶ· παραβαλλόμενος ἤδη καὶ πρὸς αὐτὴν τὸ δὲς διὰ πέντε ἐμφαίνει διπυθὺν σύστημα.

Τούτων δ' ὅπως ἔχονται ἐπὶ ὁ δίκαιος πρῶτος ἀριθμὸς, ταυτὸν ὅ ἐστιν εἶπειν ὁ ἀφλᾶς διπλασιευμένους ἐστὶ τὴν πηδᾶ· παραβαλλόμενος ἢ πρὸς αὐτὸν ἕτος συνίστησι τὸ διὰ πέντε καὶ διὰ πέντε ἀφλᾶς, ὥσπερ ἢ ὁ ἀφλᾶς πιντικαίδικαιος ὢν τῆ τάξει πρὸς τὸν δ. παραβαλλόμενος συνίστησι τὸ διὰ πέντε ἢ διὰ πέντε, τριπλάσιος ἢ αὐτὸ ἐστὶν.

Ὅτι μὲν ἐν τῇ ἐφεδρᾷ ταύτῃ δι' ἀριθμοῦ παρεστήσαντι τὰ εἰρημῖνα ἐξ τῆς Μουσικῆς συστήματα, ἢ τὸ διατονικὸν αὐτῆς γένος, ἴδιον. Εἰδὲ γὰρ τὴν πηδᾶ· ἀριθμὸς ὡς α. εἰρημῖνα οἱ λοιποὶ οὐχ ὑρίσονται· κατὰ τὴν προσέκτασιν αὐτοῖς λόγους, ἴδιος πάτως τὸν εᾶ· πολλαπλασιασάσαι πάλιν ἐπὶ τὴν διπλάσιον τὴν ζδᾶ· ἢ τὸ τοῦ μέχρις ἀν' ὑριθῆαι ἀριθμὸς ὁ ἔχων ἰκαυῶς πρὸς ἀπαιρισμὸν τοῦ πρώτου συστήματος.

Ἰσίου δὲ πρῶτον μὲν ὅτι γὰρ οἱ τῶν διαστάσεων λόγοι, ὡς δοκεῖ, ἢ τῶν ψαλλῶν ἢ πρὸς τὸν ἀριθμὸν εἶναι πλῆθος τῶν φθόγγων, ἢ τῶν χορδῶν κρίνονται, ἀλλὰ πρὸς τὴν ἐπίτασιν τῆς ἕχους τῆς ἀπὸ τῆ βαρίου ἐπὶ τὸ ὀξύτερον, ἢ ἢ τὸ μὲν διὰ τεσσάρων διαστήματα λόγος ἔχει ἐπίτητον, ὡς εἶρηται, ὡς εἶρηται, καὶ ὁ δ. αὐτὸ φθόγγος τὸ α. κατ' ἀριθμὸν τετραπλάσιός ἐστιν, ὥσπερ τὸ β. διπλάσιος. τὸ δὲ διὰ πέντε ἔχει μὲν λόγοι ἡμιόλιον, ὁ δὲ ε. αὐτὸ φθόγγος πρὸς τὸν α. παραβαλλόμενος πενταπλάσιος ὑρίσκειται, πρὸς δὲ τὸν β. διπλασιευμένους, πρὸς δὲ τὸν γ. ἐπιδιμωρῆς, πρὸς δὲ τὸν τέταρτον ἐπιτίτρωτος, ὡς ἢ ἐπὶ τῶν ἄλλων. Ὡς τε νῦν λέγεται τοῖς ἔχοντες φθόγγος διαστήματος εἶνος τοῖς δὲ τῶν ἔχων λόγος πρὸς τὸν α. δὲ τὸ τοῦ ἀπὸ βαρύτητος ἐξ ὀξύτητος ἐπίτασιν τῆς φωνῆς ὁμοίον, ἢ μὲν δὲ κατὰ τὸν ἀριθμὸν τῶν φθόγγων. Εἰλήφασιν δὲ τῆς τοιούτου τῶν διαστάσεων λόγους ἐπὶ τῶν ἰσταῶν ἢτοι ἀπὸ τῆς διαφορᾶς τῆς μῆκος τῶν χορδῶν, ἢ τῆς παχύτητος, ἢ τῆς τάσεως τῆς κατὰ τὴν ἐριθὴν τῶν κολάβων, ἢ ἀπὸ τῆς ἐξαρτήσεως τῶν βαρίων, ἐπὶ δὲ τῶν ἐμπνευστῶν ἢ ἀπὸ τῆς εὐρύτητος τῶν κοιλῶν, ἢ ἀπὸ τῆς τῆς πνεύματος ἐπιτάσεως ἢ ἀρίστως.

Δεῦτέρως δὲ εἰδέναι δεῖν ὅτι διαφορᾶς εἶδη ἐφ' ἑκάστου τῶν εἰρημῖνων γένων διατονικῆς φωνῆς, χρωματικῆς, ἢ ἰσαρμονίαν, κατὰ τὰς διαφορὰς τῶν ἐν μίση διαστημάτων, ἐξ ὧν τὰ συστήματα σύγκειται, ὅτις ἢ τὰς χολαιοτέρας τε καὶ ταχιστέρας μεταβάσεις, διαμονὰς τε ἢ βραδύς, ἐπὶ δὲ ἢ τὰς τῶν ἰσταῶν ἢ κρησμάτων ποικίλας μεταχειρίσεις. ἐν μὲν γὰρ τῷ διατόνῳ ἢ τῶν εἰδῶν διαφορὰ ἐκ τῆς τῶν ἡμιτονίων λαμβάνεται χρίσεως. τὸ γὰρ ἡμιτόνιον ἢ ἐν ἀρχῇ τοῦ συστήματος, ἢ ἐν μίση, ἢ γούρ ἐν τῷ τέλει κηρύσσεται. ἐν τοῖς λοιποῖς δὲ δυσὶ καθ' ἑκάστην τῶν συστημάτων ἢ ἀπὸ βαρυπύκτων περιχίται, ἢ ὑπὸ μεσοπύκτων, ἢ ὑπὸ ὀξυπύκτων. διαφορὰς τοίνυν τῶν συστημάτων ἐφ' ἑκάστου γένους χρωματικῶν, διαφορὰς δὲ ἢ τῶν κρησμάτων τε ἢ μεταχειρίσεων τῶν ὀργάνων γινομένων, διάφορα ἀποτελεῖται, ἢ τὰ τῆς μελωδίας εἶδη. Διὸ τὸ μὲν Δύκιον καλεῖται, τὸ δὲ Φρύγιον, τὸ δὲ Δωρίον, τὸ δὲ ἄλλο τι. Εφ' ἑκάστου δὲ τούτων, ἀναφαίνει· ὁ Παίων ὕμνος, ὁ Ἰμμίατος, ὁ Εξοδικός, ἢ οἱ ἄλλοι.

Τρίτον δὲ ἐπιτάσεως ἀξίον, ὅτι καὶ ἐν τοῖς πρότερον εἶρηται τὸ μὲν διὰ τεσσάρων σύστημα, τοῦ διατονικῆς λίγων γένος, σύγκειται ἐκ δύο τῶν ἢ ἡμιτονίων, τὸ δὲ διὰ πέντε ἐκ τριῶν ἢ ἡμιτονίου, ὁ μὲν τοῦ τῆς εᾶ ὀργου λόγος πρὸς τὸν γ. τὸ φιβᾶ· δηλ. πρὸς τὸν ὑπᾶς· ἐλάττων ἐστὶν ἡμιτονίου, ὡσπερ ἢ ὁ τῆς η. πρὸς τὸν ζ. διὸ παρὰ τὴν Πλάτωνι ἢ ἄλλοις ὁ τούτων λόγος Λήμμα προσσηγορεύεται. Ἐστὶ δὲ ὁ τῆς λείμματος λόγος, οἷος ὁ τῆς σιςᾶ· πρὸς τὸν σμγᾶ· ὡς γὰρ ἔχει ὁ σιςᾶ· πρὸς τὸν σμγᾶ· ὡς ἔχει ἢ ὁ φιβᾶ· ἐπὶ τῆς ἀνωτέρω διαγραμματος πρὸς τὸν ὑπᾶς· ἢ ὁ ψήν· πρὸς τὸν ψεᾶ. Διὸ δὲ ἐν τούτων, ὡς τὸ μὲν διὰ τεσσάρων σύστημα ἐκ δύο τῶν ἢ λείμματος σύγκειται. τὸ δὲ διὰ πέντε ἐκ τριῶν τῶν ἢ λείμματος· Εἰδῶσαι δὲ οἱ τῶν Μυσικῶν Παιδῆς τὸ λείμμα ἡμιτόνιον καλεῖται, ἢ πρὸς τὸν τῶν ὄρων ἀφορῶντες χρίσιν, ἀλλὰ πρὸς τὴν τῆς ἕχους ἐπίτασιν. Δοκεῖ γὰρ ἢ διὰ τὸ λείμματος ἐπίτασιν ἡμισία γίνεσθαι τῆς διὰ τοῦ τούτου. τοῖς δὲ ἢ πρὸς τὴν τῶν ὄρων ἀφορῶντες χρίσιν τὸ μὲν ἐλάττω ἡμιτόνιον λείμμα προσσηγορεύεται, ὡς εἶρηται, τὸ δὲ μᾶλλον ἀποσιμῆ. ἐμφαίνει δὲ τὸν τῆς ἀποσιμῆς λόγος ὁ τὸν σογᾶ· ἢ τριῶν ὀγδῶν, πρὸς τὸν σιςᾶ. Ὡς τε ἴνα ὑπὸ τριῶν ἀριθμῶν περιληφθῆ ὅτι τὸ λείμματος ἢ τῆς ἀποσιμῆς λόγος ἐν τελείᾳ μορᾷ εἰληφθῶσαι οἱ ὀκταπλάσιος ὁ εἰμῶδᾶ· τὸ δὲ σιςᾶ· ὁ βμῶν· καὶ τὸ σογᾶ· ἢ τριῶν ὀγδῶν ὁ βροχᾶ. Τούτων ἢ ἐφεξῆς κειμήτων ἴσα, ὁ μὲν τὸ βροχᾶ· λόγος πρὸς τὸν βμῶν· ἐμφαντικός τῆς ἀποσιμῆς, ὁ δὲ τὸ βμῶν πρὸς τὸν εἰμῶδᾶ· τὸ λείμματος.

Καὶ ταῦτα μὲν ἰκανὰ πρὸς βραχέρας τῶν βραδυσόμων κατάληψιν, ἐπανακτίον δὲ τὸν λόγος ὅσον ἐξίβηται. Εἶρηται τοίνυν μικρὸν πρόσθεν, ὅτι ἢ Ἀρμονικῆς Ἀναλογίας τοιαύτης τεύχεται μάλλον προσσηγορίας, παρὰ τὸ ἢ τῆς Μυσικῆς λόγους τῶν ἐν ἀρμονίᾳ συμφωνῶν τοιαύτην τρεῖν ἀναλογίαν. Ὅτι δὲ τὸ αὐτὸ ἀναλόγως ἐκ τῶν ἢ εἰρημῖνων ἴδιον. τὰ μὲν γὰρ τῆς Μυσικῆς κυριώτερα συστήματα

γράματα εἴς τε τῶν πλῆθει, ὡς προείρηται, τὸ διὰ τεσσάρων, τὸ διὰ πέντε, καὶ τὰ λοιπὰ. Καὶ τότε αὐτοὶ τὸ μὲν διὰ τεσσάρων ἐν λόγῳ εἰς ἐπίτριτον, τὸ δὲ διὰ πέντε ἐν λόγῳ ἡμιόλιον, καὶ τῶν λοιπῶν ἕκαστος ἐν ἀκρῶ τιμῇ ὡς ἐπὶ τῶν ἀνωτέρω δέδωκεται ὑποδείγματος. Εἰς ἀνάπτυξιν δὲ τῆς Ἀρμονικῆς Ἀναλογίας δύο εἰληκταὶ ὑποδείγματα τὸ μὲν ἐν διπλασίονι λόγῳ, τὸ δὲ ἐν τριπλασίονι, καὶ ἐν μὲν τῶν α. ἀκροὶ μίνεσις ὁ γ, καὶ εἰς: μίσιος δὲ ὁ δ. ἐν δὲ τῶν β. μίσιος μὲν ὁ γ: ἀκροὶ δὲ ὁ β: καὶ εἰς. ἐν ταύτοις οὐ τοῖς συσπῶνι ὑποδείγμασι, ἐμφαίνονται πάσαι αἱ τῶν Μουσικῶν συσπῶνι συμφωνίαι. Τὸν μὲν γὰρ ἐπίτριτον λόγον ἐν ᾧ συνείσταται τὸ διὰ τεσσάρων ἔχει ἐπὶ τῶν α. ὑποδείγματος ὁ μίσιος πρὸς τὸν πρῶτον, ὁ δ: φημι πρὸς τὸν γ: τὸν δὲ ἡμιόλιον, συστατικὸν ὄντα τῶν διὰ πέντε, ἔχει ὁ γ: πρὸς τὸν μίσιον, λόγῳ δὲ ὁ εἰς: πρὸς τὸν δ: καὶ ἡ τῶν ἀκρῶν διαφορὰ πρὸς τὴν τῶν μινζόνων, ὁ γ: διπλ: πρὸς τὸν β: τὸν δὲ διπλασίον, ὅς ἐστι τῶν διὰ πασῶν ἔχει ὁ γ: πρὸς τὸν α. ὁ εἰς: διπλῶν: πρὸς τὸν γ: καὶ ἡ τῶν μινζόνων διαφορὰ πρὸς τὴν τῶν ἐλαττόνων, ὁ β: φημι πρὸς τὴν μονάδα, τὸν δὲ τῶν διὰ πασῶν καὶ διπλῶν, ταυτὸν δ' ἐστὶν εἰπεῖν τὸν τριπλασίον ἔχει ἐκείνη τῶν ἀκρῶν πρὸς τὴν αὐτὴν παρὰ τὸ μίσιον διαφορὰν. τῶν μὲν γὰρ εἰς: παρὰ τὸν δ: διαφορὰ ἐστὶ, καθ' ὑπεροχὴν ὁ β: ἢ τριπλασίος ἐστὶν ὁ εἰς: τοῦ δὲ γ: παρὰ τὸν δ: ἡ μονάδα, καθ' ἰσότητι. τὸν δὲ τοῦ δις διὰ πασῶν, ὅς ἐστι τετραπλασίος ἔχει ὁ μίσιος πρὸς τὴν αὐτὴν διαφορὰν παρὰ τὸν πρῶτον. ὁ γὰρ δ: τετραπλασίος ἐστὶ τῆς μονάδος. ἐπὶ δὲ τῶν β. ὑποδείγματος τὸν μὲν ἐπίτριτον λόγον ἔχει ἡ τῶν ἀκρῶν διαφορὰ πρὸς τὸν μίσιον, ὁ δ: φημι πρὸς τὸν γ: τὸν δὲ ἡμιόλιον ὁ μίσιος ἔχει πρὸς τὸν α. Λόγῳ δὲ ὁ γ: πρὸς τὸν β: τὸν δὲ διπλασίον ὁ τρίτος πρὸς τὸν μίσιον. ὁ γὰρ εἰς: διπλασίος ἐστὶ τοῦ γ: τὸν δὲ τριπλασίον ὁ γ: πρὸς τὸν α. τριπλασίος: γὰρ ἐστὶν ὁ εἰς: τῶν β: τὸν δὲ τετραπλασίον ἢ τῶν ἀκρῶν διαφορὰ, τετρας γὰρ εἰς, πρὸς τὴν τῶν ἐλαττόνων ἴσων μονάδα. Ἄλλοι ἔν ἐκ τούτων, ὅτι ἐν ἐκείνῳ τῆς Ἀρμονικῆς ἀναλογίας ὑποδείγματι οἱ τῶν Φυσικῶν συσπῶνι ἐμφαίνονται λόγοι, πλὴν τῶν διὰ πασῶν καὶ διὰ τεσσάρων, ἀσύμφωνοι γὰρ ταῦτο ἔδοξε τισίν, ὡς προείρηται. Διὸ εἰκότως καὶ τοιαύτης προσηγορίας τετύχηκε.



Ἐπιβόητοι δὲ τισὶν τῶν Φιλολόφων, καθὰ Νικόμαχος φησὶν, εἶδελουσι τὴν αὐτὴν μισότητα ὅταν κληθῶσι ἀπὸ τῶν παρίπιδων πάσῃ Γεωμετρικῇ ἀρμονίᾳ, Γεωμετρικὴν δὲ ἀρμονίαν τὸν κύβον φασί, πατήρι γὰρ κύβῳ ἢ Ἀρμονικῇ εὐρίσκειται ἀναλογία, ἢ εἰπεῖν καὶ Νικόμαχον εἰσπτήριζται. ἔχει γὰρ ἕκαστος κύβος πλῆθους μὲν ἰσῶν: γωνίας δὲ ἡ: καὶ ἐπίπιδά εἰς: τούτων δὲ τῶν ἀριθμῶν ἐπιζῆς ἀεμίτων ἢ Ἀρμονικῇ ἀναφαίνεται ἀναλογία. ὡς γὰρ ἔχει ὁ ἰσῶν: πρὸς τὸν εἰς: τρίτος πρὸς α. ἔχει ἢ τῶν ἰσῶν: διαφορὰ παρὰ τὸν ἡ: ὅστις ἢ μίσιον ἔχει ἕκαστος πρὸς τὴν τῶν ἡ: διαφορὰν παρὰ τὸν εἰς. Τῶν δὲ ἐπιμολύσεων ἀφομιῶν τῆς τῶν ἐπιμολύσεων Διαμίας, εὐρεθῆσονται κατὰ τῆς Μουσικῆς συσπῶνι λόγοι, ὡς ἐπὶ τῶν πρότερον δύο ὑποδείγματων. Διὸ ἔδδ' δι' ἐπιματῶν μακρολογεῖν.



Τίνα μὲν ἐν ταῖς συστατικαῖς τῶν τριῶν πρώτιστων ἀναλογίῳν, καὶ πᾶσα τὰ αὐτῶν παρεπόμενα, ἢ δὲ εἴρηται. Δυνατὸν δὲ ἐν δυσὶν ὅροις τῶν μὲν ἀκρῶν τῶν αὐτῶν μονότων, τῶν δὲ μίσιον μεταλλαγτομίτην ἕκαστος τῶν εἰρημίτων τριῶν συνείσται ἀναλογία. καὶ μὲν τοὺς ἀκρούς, ἢ ἀμφοῦ ἀρτίους, ἢ ἀμφοῦ περιττοὺς εἶναι. ἄλλως γὰρ τῶν γινώσκων ἀδύνατον ἀπὸ κελευσμένου ἀριθμοῦ. Εἰλήφθωσαν ἔν, καὶ τὸν Νικόμαχον ὁ ἰ: καὶ μ: ἂν ἐκείνη ἀρτίος. Τούτων δὲ μίσιος ταχέστερον πρῶτον ὁ κ: καὶ ὁ εἰς ἐν αὐτοῖς τὴν Ἀριθμητικὴν ἀναφανομίτην ἀναλογία, καὶ πάντα τὰ αὐτῆς συζόμενα παρακλυθόμενα. Εἴτα ἐμβληθῆτω ὁμοίως μίσιος τῶν αὐτῶν ἀκρῶν ὁ κ: καὶ ἀναφανίσεται συσταμίτην ἢ Γεωμετρικὴ ἀναλογία, καὶ τὰ ταύτης εἰδιώματα. τριῶν δὲ τῶν μίσιον τὸν ἰ: ἐν τοῖς εἰρημίτοις ἀκρούς, καὶ ἐξῆς τὴν Ἀρμονικὴν ἀναλογία. Εἰλήφθωσαν δ' ἐπὶ εἰ μ: καὶ ε: ἂν ἐκείνη ἀρτίος. καὶ πρῶτον μὲν ἰσῶν μίσιος ὁ κ: εἴτα ὁ ε: εἴτα ὁ δ: καὶ τῆ μὲν τῶν κ: παρεπόμεναι συσταμίται ἢ Ἀριθμητικὴ μισότης. τῆ δὲ τῶν ἰ: ἢ Γεωμετρικῆ, καὶ τῆ τῶν ε: ἢ Ἀρμονικῆ.



Ἦτα δὲ ἐυχερᾶς εὐρίσκειται τὸν μίσιον ὅρον ἐκάστης μισότητος ἐπὶ τῶν ἀρτίων, καὶ περισσῶν ὄρων, σκοπεῖν δὲ πρῶτον τίνα τῶν τριῶν βυλόμιθα συσπῶσι μισότητων, καὶ μὲν τὴν Ἀριθμητικὴν εἰδιώκων, ἢ γὰρ προσαττώμιθα ἀναδίξαι, συσταμίτην ἀλλήλοις τῆς προκειμένης ὄρου, καὶ τῶν γινόμεναι εἰς δύο διαρθέτουσ ληκτίων τὸ τῶν ἡμισυ ἀπὸ τῶν μίσιον. Ἐξομῖν δ' ἐπὶ τῶν εἰδη τῶν τῶν μίσιον πρὸς τὸν ἐλάττωτον ὑπεροχὴν δίχα τεμνόμεναι, καὶ τὸ ἡμισυ ταύτης προσειδέτουσ τῶν ἐλάττωτον, λαβόμεναι τὸν γινόμενον. Ἐπὶ δὲ τῆς Γεωμετρικῆς τῆς ἀκρούς πρὸς ἀλλήλους πολλαπλασιασῆσθαι δέ, καὶ τῶν γινόμεναι λαβόμεναι τὴν τετραγώνιον ρίζαν ποιῶν τὸν μίσιον ὅρον. Ἐπὶ τῆς Ἀρμονικῆς δὲ πολλαπλασιασῆσθαι καὶ τῶν μίσιον διαφορὰν ἐπὶ τὸν ἐλάττωτον, καὶ τὸν γινόμενον μερίζειν

ρίζων ἐπὶ τὸν ἐκ τῶν ἀκρῶν, τὸ δὲ πῦλον προσέθεται τῷ ἐλάττωι, ὁ γὰρ γινόμενος μίση χά-
 ρας λαβὼν δώσει σοὶ τὴν Ἀρμονικὴν μεσότητα. οἷον συναφθέντων οἱ προτεθέντες ὅροι ἰ: κ: μ:
 κ: τῷ γινόμενῳ ὄ: λαβόντων τὸ ἕμισον, κ: ἔσται ὁ κ: ἐ τῇ παρῆθίσει ἡ Ἀριθμητικὴ συνίσταται με-
 σότης. Εἴτα πάλαι λαβόντων ὁ μ: ἐπὶ τὸν ἰ: κ: γινέσται ὁ ὄ: δεκάς γὰρ ὁ μ: λαμβανόμε-
 νος τὸν ἰ: ποιεῖ, τότε δὲ εὐρεθέντων ἡ τετραγώνος ρίζα, κ: ἔσται ὁ κ: συνίσταν τὴν γεωμετρικὴν με-
 σότητα μίση γινόμενος τῷ ἰ: κ: μ: τελευταίον δὲ, ἔπει διαφορά τῷ μ: πρὸς τὸν ἰ: ἔστιν ὁ λ: πολ-
 λαπλασιασθέντων ἕως ἐπὶ τὸν ἰ: κ: ὁ γινόμενος ἑ: δεκάς γὰρ ὁ λ: λαμβανόμενος ποιεῖ τὸν ἑ: με-
 ρισθέντων ἐπὶ τὸν ὄ: τῶν ἐκ τῶν ἀκρῶν, ὁ γὰρ μ: κ: ἰ: ἀλλήλους συντιθέμενοι ποιοῦσι τὸν ὄ: καὶ δώ-
 σε σοὶ πῦλον τὸν ὄ: τότε πρὸς τὸν ἰ: κ: γινέσται ὁ ἑ: ὡμίον ἐν μίση ταθέντος συσθεθί-
 σεται ἡ Ἀρμονικὴ μεσότης. Ταῦτα δὲ κ: ἐπὶ τῶν περιττῶν ἀριθμῶν τῶν μ: καὶ ὄ: συμβέσται,
 ὡς ἕλθον τῇ μετ' ἀριθμῶν σκοποῦντι.

Ἐπιπράσσει δὲ τὸν περί τῶν τριῶν πρατίσων μεσοτήτων λόγον, ἐπέμνόντες ἐς διαλαβῶν, κ: τὸ
 ἔχοντων, κ: πρὶ τῶν λαμπῶν. Τετάρτη μὲν ἐν μεσότης ἐστὶν ὅταν ἐν τρισίν ὅροις, ὡς ἔχει ὁ με-
 γιστος πρὸς τὸν ἐλάχιστον, ἔχει κ: ἢ τῶν ἐλαττωτέρων διαφορά πρὸς τὴν των μεζόνων. Οἷον κείθω-
 σον β: ε: ἰ: γ: κ: ἐπιπέσει ὡς ὁ ε: πρὸς τὸν γ: ἕτως ἢ τῷ γ: διαφορά παρὰ τὸν ἰ: πρὸς τὴν τῷ
 ἰ: διαφορά παρὰ τὸν ε: συνίσταται τὸ δ. μεσότης, ἣς ἀντίκειται τῇ γ.
 δια: τῇ Ἀρμονικῇ. Ἐν ἐκείνῃ γὰρ ὡς ὁ μέγιστος πρὸς τὸν ἐλάχιστον, ἕτως ἔχει
 ἢ τῶν μεζόνων διαφορά πρὸς τὰς των ἐλαττωτέρων, ἐταῦθα δὲ ἀνάπαλις, οὕτω
 ἄλλοι ἢ τῶν ἐλαττωτέρων διαφορά πρὸς τὰς των μεζόνων. Ἴδιον δὲ ταύτης τὸ δι-
 πλάσιον εἶναι τὸ ὑπὸ τῷ μεζόνος κ: μίση τῷ ὑπὸ τῷ μίση καὶ ἐλάττωτος.
 πεπταίς γὰρ ὁ ε: λαμβανόμενος ποιεῖ τὸν λ: τρίς δὲ ὁ ἰ: τὸν ἰ: ἢ διπλάσιος ὁ λ:



Πέμπτη δὲ μεσότης ὅταν ἐν τρισίν ὅροις, ὡς ἔχει ὁ μίσηος πρὸς τὸν ἐλάχιστον, ἕτως ἔχει καὶ
 ἢ τῶν διαφορά πρὸς τὴν τῷ μεγίστῳ διαφορά παρὰ τὸν μίσηον. Οἷον κείθωσον ἰ: δ: β: α:
 ε: ἔχον τὸν ὄ: μίσηος πρὸς τὸν ἐλάχιστον β: τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν κ: ἢ τῷ αὐτῷ
 δ: διαφορά παρὰ τὸν β: πρὸς τὴν τῷ ὄ: διαφορά παρὰ τὸν αὐτὸν δ: τότε γὰρ
 ἕτως ἔχόντων ἢ ἰ: συνίσταται μεσότης. Ἴδιον δὲ ταύτης τὸν ὑπὸ τῷ μεγίστῳ καὶ
 μίση διπλάσιον γίνεσθαι τῷ ὑπὸ τῷ μεγίστῳ κ: ἐλάχιστῳ, ὡς ἕλθον ἐπὶ τῷ παρο-
 τος. Πενταίς γὰρ τὰ τέσσαρα λαμβανόμενα ποιοῦσι τὸν α: πεπταίς δὲ τὰ δύο τῶ
 ἰ: ἢ διπλάσιος ὁ ε:



Ἐκτὴ δὲ ἕκτα ἐν τρισίν ὅροις ὡς ἔχει ὁ μέγιστος πρὸς τὸν μίσηον, ἔχει κ: ἢ τῷ μίσηον παρὰ τὸν
 ἐλάχιστον ὑπεροχῇ πρὸς τὴν τῷ μεγίστῳ παρὰ τὸν μίσηον ὑπεροχῇ. ὡς ἐπὶ τοῦ ε: δ: α: ὡς γὰρ
 ἔχει ὁ ε: μέγιστος πρὸς τοῦ δ: μίσηον, ἔχει κ: ἢ τῷ δ: παρὰ τὴν α: διαφορά,
 πρὸς τὴν διαφορά τῷ ε: παρὰ τὸν δ: ἐν ἡμιολίῳ γάρ εἰσι λόγον. Ἴδιον δὲ ταύ-
 τῆς τὸ τετραπλάσιον εἶναι τὸ ὑπὸ τῷ μεγίστῳ κ: μίση τῷ ὑπὸ τῷ μεγίστῳ κ: ἐ-
 λάττωτος, ἔξαις γὰρ τὰ τέσσαρα ποιοῦσι τὸν κδ: ἀπαξ δὲ τὰ ε: ε: ε: ε: πάλιν
 ποιεῖ. ὡν τετραπλάσιον τὰ αβ: ἀμφω δὲ ἴτε ε: κ: ε: μεσότης κοιναίνετον πως
 τῇ Γεωμετρικῇ κ: διαφέρουσι, ὅθεν κ: παρ' αὐτῆς πλαθεῖναι φασὶ Νικμάχος. κοινοῖ δὲ τῇ Γεω-
 μετρικῇ ἐκείνη ἢ τὸν λόγον ὁμοιότητα ἔχει, κ: διαφέρουσι, ὅτι ἐπὶ μὲν τῆς Γεωμετρικῆς ὡς ὁ μί-
 σος πρὸς τὸν ἐλάττωτον, ἕτω κ: ἢ τῷ μεγίστῳ διαφορά παρὰ τὸν μίσηον, πρὸς τὴν τῷ μίσηον παρὰ τὸν
 ἐλάττωτον διαφορά, ἐπὶ ταύτων δὲ ἔκ ἕως ἐπὶ μὲν γὰρ τῆς ε: ὡς ὁ μίσηος πρὸς τὸν ἐλάχιστον,
 ἕτως ἢ τῷ μίσηον παρὰ τὸν ἐλάχιστον διαφορά πρὸς τὴν τῷ μεγίστῳ παρὰ τὸν μίσηον.
 ἐπὶ δὲ τῆς ε: ὡς ὁ μέγιστος πρὸς τὸν μίσηον, ἕτως ἢ τοῦ μίσηον παρὰ τὸν ἐλάχιστον
 διαφορά πρὸς τὴν τῷ μεγίστῳ παρὰ τὸν μίσηον. πασῶν δὲ τῶν εἰς μεσοτήτων τὰς μὲν
 ἀρῶνας τὰς ἀπὸ τῶν ἰσοζῶνων τῶν ἀρχῶν λαβύσας μέχρι Πλάτωνος κ: Ἀριστοτέ-
 λος διαμῆσαι φασὶ Νικμάχος, καὶ ἢ λοιπαὶ τρίς τοῖς μετ' ἐκείνοις Ἰσομμεματι-
 σται ἐν χροῖον γινέσται.



Παρὰ δὲ τὰς εἰς ταύτας εὐρηματιστὶς κ: αὶ λοιπαὶ τέσσαρες, ἢ ζ'. φημι ἢ δ'. κ:
 ἢ τῶν ἑσῶν κ: διαφορά, αὐτῶν μετακινεῖται, κ: ζ'. μὲν ἐστὶν ὅταν, ὡς ἔχει ὁ με-
 γιστος πρὸς τὸν ἐλάχιστον, ἕτω κ: ἢ τῶν διαφορά ἔχει πρὸς τὴν τῷ μίσηον παρὰ
 τὸν ἐλάχιστον διαφορά, ὡς πρὸς τὴν τῷ μίσηον παρὰ τὸν ἐλάχιστον.



Ὁ γδὲ ἢ ε, ὅταν ἢ ὡς ὁ μέγιστος πρὸς τὸν ἐλάχιστον, ἕτω καὶ ἢ τῶν διαφορά
 πρὸς τὴν τῷ μεγίστῳ παρὰ τὸν μίσηον, ὡς ἐπὶ τῶν δ', ζ', ε:.
 Ἐκείνη δὲ, ὅταν ἢ ὡς ὁ μίσηος πρὸς τὸν ἐλάχιστον, ἕτω καὶ ἢ τῶν ἀκρῶν διαφορά
 πρὸς τὸν τῶν ἐλαττωτέρων διαφορά, ὡς ἐπὶ τῶν ζ', ε: δ'.



ἢ δὲ δεκάτη κ: τεσσαρτάτη, ὅταν ἐν τρισίν ὅροις ὅς ἔχει λόγον ὁ μίσηος πρὸς τὸν
 ἐλάχιστον, τὸν αὐτὸν ἔχει κ: ἢ τῶν ἀκρῶν διαφορά πρὸς τὴν των μεζόνων, ὡς ἐπὶ
 τῶν η: θ: γ: κ: πρὶ μὲν αὐ τῶν προσημαίνων δέκα μεσοτήτων ἄλλος ἔχει κ: ταῦτα.



Επει δὲ οἱ περὶ τὰ τοιαῦτα ἐναχολομῶντες καὶ ἄλλων τινῶν ἐξ ἑαυτῶν μισότητα, ἢ καὶ τριχῶν διασταθῆναι τὴν τελειοτάτην ομομοῦσιν, ὡς τὰς τρεῖς πρωτίστας ἐν αὐτῇ περιέχουσιν πάσας, ῥητίων ἢ καὶ περὶ αὐτῆς βραχέα.

Ἔστι μὲν ἐν αὐτῇ ἢ ἐν Στιριοῖς Σιωρμίνου ἀριθμοῖς, ὅθεν δύο μὲν ἔχει μισότητας, τρεῖς δὲ διαστάσεις ἐν τίστασι περιεχομένη ὄροι. Ὅταν ἔν δυο ὄρων ἀφῶν κειμένων, ἢ ἰσακίς ἰσῶν ἰσακίς, οἷον οἱ κύβοι, ἢ ἰσακίς ἰσῶν ἀισακίς, οἷον αἱ δοκίμεις, ἢ πλενθίδες, ἢ ἀισακίς ἀισῶν ἀισακίς, οἷον οἱ σκαλλοὶ ἀριθμοὶ δύο ὁμοίως ἀναμίσθην ὑρίσκειναι ὄροι, ὡς ἐναλλαξ τὰς αὐτὰς ἔχιν πρὸς τὰς ἄλλας, ἢ τοιαῦτη τότε συνίσταται ἀναλογία. Οἷον κείσθωσαν τίστασι ἀριθμοὶ, τερτοὶ δὲ πάντες ὡς οἱ ἰβ', Ὡ, Ὡ, Ὡ: ὁ μὲν γὰρ ἰβ': ἐκ τῶν δὲ δύο τρεῖς γίνεται. ὁ δὲ Ὡ: ἐκ τῶν ἄπαξ Ὡ: τρεῖς. ὁ δὲ ἦ: ἐκ τῶν ἄπαξ Ὡ: τετρακίς. ὁ δὲ Ὡ: ἐκ τῶν ἄπαξ Ὡ: τρεῖς. Ἐὰν ἔν τῶν τίσταρων τῶν ἀριθμῶν ἔτω κειμένων τὰς τρεῖς λάβης τὸν ἰβ': Ὡ: Ὡ: ὑρίσσει τῆς Ἀριθμητικῆς σωζομένη ἐν αὐτοῖς ἀναλογία, καὶ πάντα τὰ αὐτῆς, καὶ τὰ προσηρμένα ἰδιώματα. Ἐὰν δὲ τὸν ἰβ': ἦ: καὶ Ὡ: λάβης, ὑρίσσει τῆς Ἀριθμητικῆς τὴν δὲ Γεωμετρικῆν, ἐὰν τὰς ὄρους ἐναλλαξ παραβάλλῃς. ὡς ἔχει ὁ ἰβ': πρὸς τὸν ἦ: ἔτωσ ἔχει καὶ ὁ Ὡ: πρὸς τὸν Ὡ: ἐν ἡμιολίῳ ὡς λόγῳ οἷσιν. ἐν ταύτῃ δὲ τῇ ἀναλογίᾳ εὐφαίνονται καὶ αἱ τῆς οὐραχόρου ἀναλογίαι. τὸν μὲν ἦν τὸν διὰ τίσταρων διαστήματος λόγον εὐφαίνει ὁ ἰβ': πρὸς τὸν Ὡ: καὶ ὁ ἦ: πρὸς τὸν Ὡ: ἐπιτρίτος γάρ. τὸ δὲ διὰ πέντε ὁ ἰβ': πρὸς τὸν ἦ: καὶ ὁ Ὡ: πρὸς τὸν Ὡ: ἡμιόλιος ἦν. τὸν δὲ τὸν διὰ πέντε ὁ ἰβ': πρὸς τὸν Ὡ: ὅτι διπλάσιος. Εἰδὶ σοὶ βυβλίῳν ἀκριβέστερον τῶν τῶν ποιήσασθαι σέψιν, ἀνάγνωθι μὲν προσοχῆς τὸ τὸ Νικομάχου περὶ τῶν Εἰσαγωγικῶν Συναγματίων. καὶ τοῖς αὐτῷ Ἰπποκρίτου τῆς Φιλοσοφίας Προκλου, ὡς καὶ ἄλλοις μάλλον ποδῶν τὰς ποισάμενοι τὸ δεύτερον μέρος τῷ παρόντι κλίσεως αὐτῶν Φιλοπονήματι, χάριν τῶν φιλομαθῶν. Εἰδὶ καὶ τῶν μὴ παρίστων παρὰ δόξαν, ἢ μὴ ἐπιτέλει ἀεπιτέλει, ἔσω συγγράμῃ, ὅθεν ἦν φίλον καὶ τὸ καὶ δύναται.



Ἐδὲ μὲν ἐν ἰταῦθα παύσασθαι τὸν λόγον, ὡς τῆς ὅλης ταύτης Πραγματικῆς, ὅθεν συνάραται, τὸ προσήκον αὐτῇ, ὡς ὁ καιρὸς ἢ καὶ συνήκοντες, εὐλοφίας πέρας κατ' ἀμφω τὰ μέρη, τότῃ Πρακτικῶν φησὶ καὶ Θεωρητικῶν. Ἐπειδὴ δὲ ἐν μὲν τῷ Πρακτικῷ ταύτης μέρει ἀριθμητικῶς κειρήματα χαρακτῆρσιν, οἷς καὶ οἱ Ἰταλοὶ χροῦνται, διὰ τὸ εὐχερῆστον τῶν πέντε πρωτίτων τῶν ἀριθμῶν εἶδῶν, λίγω δὲ Ἀριθμητικῶς, Συνάφως, Ἀφαρίστως, Πολλαπλασιαστικῶς, καὶ Διαίρητικῶς, καὶ τῶν ἐξ αὐτῶν ἀναφορικῶν Μεθόδων. ἐν δὲ τῷ Θεωρητικῷ οἷς Ἕλλησις κίχρηται, ὅπως δὲ ἕκαστος τῶν ἐπιτελομένων τῷ παρόντι Φιλοπονήματι κατ' ἀμφω ἔχει διαγιγασκῆναι τὰς ἀριθμῶς, χρίσιμον ἐς τὰ μάλλιστα, ἵνα μὴ καὶ ἀγαθαῖοι εἴπω, διλωσαι τισὶ μὲν σημείοις Ἕλλησις, τίσσι δὲ Ἰταλοὶ καὶ Λατίνοι τῆν τῶν ἀριθμῶν παρισῶσι ποσότητα.

Ἕλλησις μὲν δὲ τὰ ἐκαστοῦ τίσταρα παρ' αὐτοῖς Γράμματα, ἢ καὶ Στοιχεῖα καλεῖσιν, ὡς ἐξ αὐτῶν μὲν γινόμενων τῶν συλλαβῶν, ἐκ δὲ τῶν συλλαβῶν συνιστάμενων τῶν λέξεων, ἐξ ἧν ὁ λόγος, σπμεία καὶ τῶν ἀριθμῶν πιποικῆσαι διττῶς ταῦτα ποικίλοτες. Ἔσα μὲν γὰρ τρόπον ἀπὸ τῶν αἰ: ἀρχόμενοι, καὶ ἐυτάτως χωρητικῆς μίχρη τῶν ἰ: τὰς μονάδας ἀποπληρῶσι μεταξὺ τῶν ἰ: καὶ ἰ: παρῶν τιθεμένη τὰ σημεία τῶν ἰ: ἀπὸ δὲ τῶν ἰ: μίχρη τοῦ ρ: τὰς δεκάδας, παρῶν τιθεμένη ὁμοίως τοῦ ἰ: μεταξὺ τῶν ἰ: καὶ ρ: ἀπὸ δὲ τῶν ρ: μίχρη τῶν ἑκατῶν ὡ: τὰς ἑκατοστάδας. Ἐπει δὲ τὸ πλῆθος τῶν ὑψίρων τῶν γραμμάτων τῶν ἀπὸ τῶν ἰ: ἀρχομένων, ἐκλείπει τὸ ἐνία ἀριθμῶν συμπληρωτικῶς ὅτος μονάδων δεκάδων καὶ ἑκατοστάδων, αἱ γὰρ μονάδες μίχρη τῶν ἐνία ἰπαύονται, αἱ δὲ δεκάδες μίχρη τῶν ἐνία καὶ ἐννεήκοτα, καὶ αἱ ἑκατοστάδες μίχρη τῶν ἐνία καὶ ἐννεήκοτα πρὸς ἐννεασίους, τὰτα χάριν προσιδίασιν αὐτοῖς τῶν τῶν σημείων. Ἰταλαβότεις δὲ ταῦτα παρισῶσι τὰς χιλιάδας μίχρη τῶν ἰ. ἀπὸ τούτου δὲ ἀρχόμενοι τὰς μυριάδας, ταυτὸν δὲ εἰπεῖν, τὰς δεκάδας χιλιάδων μίχρη τῶν ρ: ἀπὸ δὲ τῶν ρ: καὶ κατ' ἐξῆς τὰς ἑκατοστάδας τῶν χιλιάδων, ὡς διλωθήσεται μὲν ταῦτα ἐπὶ τῷ Πίνακι.

Ἄλλοι δὲ τρόπον ἀρχόμενοι ἀπὸ τῶν ἰ: καὶ τῶν τῶν μονάδα εὐφαίνοντες δυσὶ Ἰ: τὸν δύο παρισῶσιν ἀριθμῶν, τρισὶ δὲ τὸν τρία, καὶ τὸν τίσταρα τίσταρασι τὸν δὲ πέντε τὸ Π: σημαίνει, προσλαβῶν δὲ καὶ Ἰ: ἐν σημαίει τὸν ἑξ, δύο δὲ τὸν ἑπτά, τρία δὲ τὸν ὀκτώ, ὡσπερ καὶ τίσταρα τὸν ἐνία. τὸν δὲ δέκα τὸ Δ: σημαίνει ἄπαξ λαμβανόμενον, δὲ δὲ ΔΔ: τὸν εἴκοσι. τρεῖς δὲ ΔΔΔ: τὸν τριάκοντα, καὶ τετρακίς ΔΔΔΔ: τὸν τίσταρακοντα, τὸν δὲ πενήκοντα αὐθὶς τὸ Π: σημαίνει ἔχον μίνο τῶν ἑδῶν τὸ Δ: ἔτω [Δ]: προσλαβάνον δὲ καὶ παραδῶσιν καὶ τὰ πρότερα σημεία τὰ ἀπὸ τῶν ἰ: ἀρχόμενα, τὰ τῶν μονάδα παρῶσιν σημαίνει καὶ τὰς ἐξῆς ἀριθμῶς μίχρη τῶν ἐνία καὶ ἐννεήκοτα. Ἰδὴ δὲ ἑκατὸν τὸ Η: μόνον σημαίνει, τὰ δὲ δύο ΗΗ: τὸν διακόσια. τὰ δὲ τρία ΗΗΗ: τὸν τριακόσια, καὶ τὰ τίσταρα ΗΗΗΗ: τὸν τετρακόσια. τὸν δὲ πεντακόσια τὸ Π: πάλιν σημαίνει ἔχον ἐν αὐτῷ τὸν Η: ἔτω [Η] προσλαβάνον δὲ καὶ τὰ πρὸ αὐτῶν ἐυτάτως αὐτῶν παρῶσιν σημαίνει καὶ τὰς ἐξῆς μίχρη τῶν ἐννεασίων καὶ ἐννεήκοις ἐνία. τὰ δὲ χίλια σημαίνει τὸ Χ: ἄπαξ καὶ αὐτὸ λαμβανόμενον, δὲ δὲ ΧΧ: τὰ διχίλια. τρεῖς δὲ ΧΧΧ: τὰ τριχίλια, καὶ τετρακίς ΧΧΧΧ: τὰ τετραχίλια. τὰ

ΕΒΒ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗΣ ΘΕΩΡΗΤΙΚΗΣ.

λω. αὐτὸ δὲ πεντακξίλια ὁμοίως τὸ Π σημαίνει ἑξακσίχον τὸ Χ· αὐτὸ [X]· προσλαμβάνον δὲ ἢ τὰ παρ' αὐτῶν ἐκτάκτως· ἢ παραδίσειν, προσσημαίνει ἢ τὰς ἐφεξῆς ἀριθμῶς μέχρι τῶν ἐξακσίχων ἑξακσίχοντα ἑνία. τὰ δὲ μύρια τὸ Μ· σημαίνει μόνον γράμμα, ὅπερ παρατιδίμια καὶ ἄλλα πρὸ αὐτῶν ὑποτάσσονται ἢ τὰς ἐφεξῆς μέχρι τῶν μυρίων ἐξακσίχιων ἑξακσίχων ἑνία· τὰ δὲ δύο ΜΜ· τῶν δεσμοῦν γίνονται σηματικά. τὰ δὲ τρία ΜΜΜ· τῶν τρισμυρίων· ἢ τὰ τεσσαρα· ΜΜΜΜ· τῶν τετρακμυρίων· τὰ δὲ πιντακσίμια αὐτῶν τὸ Π· σημαίνει ἕχον ἐν αὐτῷ τὸ Μ· ἕως δὲ [M]· ἢ ἐπὶ τῶν ἐφεξῆς ὁμοίως, ὡς μὴ ταῦτα ακριβέστερον ἐκλωθῆσεται ἐν τῇ ἐξῆς τῶν ἀριθμητικῶν σημείων.

Ἔτιον ἔστι αἱ ἀνὴρ ἐλαττώσων ἐν τοῖς μύθοις· παραδίσεις, ἴαν μὲν ἐπὶ τὰ δεξιά γίνονται, αὐξήσονται τὰς ἀριθμῶς, ἴαν δὲ ἐπὶ τὰ ἀριστερά ἐλαττώσων. Οἷον βυλθόμενοι μὲν αὐξήσονται τὸν δέκα ἀριθμῶν ἐν τῷ Δ· παραδίσειν, παρατιδίμια αὐτῶν ἐπὶ τὰ δεξιά, ἢ ἐν I· ἢ δύο, ἢ τρία, ἢ ἄλλοι τῶν ἐλαττώσων αὐτῶν σημείων ἕνω. ΔΙ· ΔΙΙ· ΔΙΙΙ· ΔΙΙΙΙ· ΔΙ· ἐδίδοις· δὲ ἐλαττώσων τὸν αὐτὸν δέκα, παρατιδίμια αὐτῶν τὰ αὐτὰ σημεία ἐπὶ τὰ ἀριστερά ἕνω. ΙΔ· ΙΙΔ· ΙΙΙΔ· ΠΙΔ· ΠΔ· ἢ μίρ ἢ τὸν πρῶτον τῆσιν πρόθεσιν διδοί, ἢ δὲ τὸν δεύτερον ἀφαιρέσων.

Τοιοῦτα μὲν ἐστὶν ἡ χρῆσις τῶν ἀριθμητικῶν σημείων παρ' Ἑλλῆσι, τίσι δὲ οἱ Ἰταλοὶ χρῶνται χαρακτῆροι, ἢ πῶσιν οἱ ἑσπερῶν οἶσι, ἢ ὅπως ποιεῖσονται ἀλλοῖσι παρατιδίμιοι ἠρμῆσται ἐν τῷ πρῶτῳ βιβλίῳ τῷ παρόντος, ἴδα περὶ τῶν τῷ ἀριθμῷ Στοιχείων, καὶ τῶν ἐν ταῦτον ὁ λόγος ἐστὶν ἢ τὸ ἐν τοῖς κατ' ἡμᾶς χρόνοις, ὅσαι ἀνακαλιζοῦνται βιβλῶν διαφόροι ἐκδοθέντων τύποις, ἢ γὰρ ἢ πρότερον ἀνακαλιζοῦνται, αἱ πλείους ἄλλοι· τισὶ χαρακτῆροι τῶν κατ' ὄν τετιθέσωνται χρόνον· ἀφαιρέσων ἴνα μὴ ἢ τῶν ἀπειροὶ ὄντις ἀγνωσῶν τῆσιν τῶν βιβλίων ἀρχαῖότητα, ἔγνωμεν ἢ περὶ τῶν τῶν πρότερον χρόνων χριστιανῶν ὀλίγα εἰπῶν.

Ὅ τούτοις ἐν τῶν ἀριθμητικῶν σημείων· ἑνὶ μύθῳ τῶν Ἑλλῶν μέχρι τὰ τεσσαρα τοῖς αὐτοῖς σημείοις χρῶνται, ἀπὸ μὲν ἢ τῆσιν μονάδος ἐν I· λαμβάνουσι, δύο δὲ II· ἀπὸ τῶν δύο ἀριθμῶν, τρία δὲ III· ἀπὸ τῶν τρία ἢ τεσσαρα· IIII· ἀπὸ τῶν τεσσαρα· Ἀπὸ τῶν πέντε λαμβάνουσι· V· ἕξ δὲ· παρατιδίμιοι ἐπὶ τὰ δεξιά ἐν μὲν I· ἐμφαίνοσι τὸν ἕξ· δύο δὲ τὸν ἑπτὰ, ἢ τρία τὸν ὀκτώ· βυλθόμενοι δὲ τὸν ἑνία παρατίθειν παρατιδίμιοι ἐν I· τῷ X· ἐπὶ τὰ ἀριστερά αὐτῶν I· ἢ τῷ X· κατ' αὐτῶν τὸν δέκα σημαίνει. τὸ δὲ I· προσημαίνει, ἀφαιρέσων ἀπ' αὐτῶν μονάδος ἠρμῆσται ἴαν δὲ τῷ X· τὸ I· ἐπὶ τὰ δεξιά παρατιδίμιοι ἑνία σημαίνει, προσδίμιοι γὰρ ποσὶ, ὡς περὶ ἢ παρὰ τοῖς Ἑλλῆσι· μόνον δὲ τὸ X· λαμβανόμενον τὸν δέκα ὡς ἔρται, ἀριθμῶν ἐμφαίνοσι· δις δὲ XX· τὸν εἰκοσι· τρις δὲ XXX· τὸν τριάκοντα· τὸν δὲ πιντακσίχοντα ἕως δὲ ὁ χαρακτῆρ I· παρῆσται, ὅθεν προσημαίνου μὲν τῶν τῷ X· σημαίνονται ὁ τεσσαρακοντα· ἐπομῆσται δὲ ἕνω I· X· ὁ ἕξηκοντα. Ἐὰν δὲ αὐτῶ ἢ ἑτερον παρατιδίμιοι X· αὐτῶ· LXX· ὁ ἑβδομηκοντα παρῆσται. ὁμοίως ἢ ἐπὶ τῶν ἄλλων· τὰ δὲ ἑκτάσημα σημαίνει τῶν C· ἀπαξ λαμβανόμενον· δις δὲ CC· τὰ διακόσια· τρις δὲ τὰ τριακόσια, ἕνω CCC· ἢ τετράκις CCCC· τὰ τετρακόσια· τὰ δὲ γὰρ πιντακσία σημαίνει τῶν D· προσλαμβάνομεν δὲ τὸ C· ἀπαξ, ἢ δις, ἢ πλείους σημαίνει τὰς λοιπὰς μέχρι τῶν πιντακσίχων· τὰ δὲ ἑξήκοντα σημαίνει τὸ M· τὰ ἑξήκοντα παρῆσται τῶν II· καί τισις ἄλλοι χαρακτῆροι ὡς ὀνομάσται. Τὰ δὲ τριξίλια τὰ τρία III· ἢ τὰ τετρακξίλια τὰ τεσσαρα IIII· τὰ δὲ πιντακξίλια τὰ V· τὰ δὲ μύρια τὸ X· ἴνα δὲ σαφέστερα γίνονται ἢ περὶ τῶν χρόνων, ταχέστερον ἢ ταῦτον ὡτάκτως εἰσοχῆνται τοῖς παρ' Ἑλλῶν ἀριθμητικοῖς χαρακτῆρσιν.

I	α	I	1.	ἑν.
II	β	II	2.	δύο.
III	γ	III	3.	τρία.
IIII	δ	IIII	4.	τεσσαρα.
V	ε	V	5.	πέντε.
VI	ς	VI	6.	ἕξ.
VII	ζ	VII	7.	ἑπτὰ.
VIII	η	VIII	8.	ὀκτώ.
IIIIII	θ	VIIII	9.	ἑνία.
X	ι	X	10.	δέκα.
XI	κ	XI	11.	ἑνδεκά.
XII	λ	XII	12.	δωδεκά.
XIII	μ	XIII	13.	τριακαίδεκά.
XIIII	ν	XIIII	14.	τετρακακίδεκά.

59. Περικουτα & Βερικ
 60. Ξηκουτα & Βη
 61. Ξηκουτα & Βο
 62. Ξηκουτα & Τριμ
 63. Ξηκουτα & Τρογορ
 64. Ξηκουτα & Πωρι
 65. Ξηκουτα & Ξε
 66. Ξηκουτα & Ξε
 67. Ξηκουτα & Ξε
 68. Ξηκουτα & Οκτω
 69. Ξηκουτα & Ξε
 70. Ξηκουτα
 71. Ξηκουτα & Ξε
 72. Ξηκουτα & Βο
 73. Ξηκουτα & Τριμ
 74. Ξηκουτα & Τρογορ
 75. Ξηκουτα & Πωρι
 76. Ξηκουτα & Ξε
 77. Ξηκουτα & Ξε
 78. Ξηκουτα & Οκτω
 79. Ξηκουτα & Ξε
 80. Ξηκουτα
 81. Ξηκουτα & Ξε
 82. Ξηκουτα & Βο
 83. Ξηκουτα & Τριμ
 84. Ξηκουτα & Τρογορ
 85. Ξηκουτα & Πωρι
 86. Ξηκουτα & Ξε
 87. Ξηκουτα & Ξε
 88. Ξηκουτα & Οκτω
 89. Ξηκουτα & Ξε
 90. Ξηκουτα
 91. Ξηκουτα & Ξε
 92. Ξηκουτα
 93. Ξηκουτα & Τριμ
 94. Ξηκουτα & Τρογορ
 95. Ξηκουτα & Πωρι
 96. Ξηκουτα & Ξε
 97. Ξηκουτα & Ξε
 98. Ξηκουτα & Οκτω
 99. Ξηκουτα & Ξε
 400. Τριμκουτα

LVIII & LIX
 LX
 LXI
 LXII
 LXIII
 LXIII & LXIV
 LXV
 LXVI
 LXVII
 LXVIII
 LXVIII & LXIX
 LXX
 LXXI
 LXXII
 LXXIII
 LXXIII & LXXIV
 LXXV
 LXXVI
 LXXVII
 LXXVIII
 LXXVIII & LXXIX
 LXXX
 LXXXI
 LXXXII
 LXXXIII
 LXXXIII & LXXXIV
 LXXXV
 LXXXVI
 LXXXVII
 LXXXVII & LXXXVIII
 LXXXIX
 LXXXIX & LXXXX
 C
 CC & C
 CCC
 CCCC

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7
 8
 9
 10
 11
 12
 13
 14
 15
 16
 17
 18
 19
 20
 21
 22
 23
 24
 25
 26
 27
 28
 29
 30
 31
 32
 33
 34
 35
 36
 37
 38
 39
 40
 41
 42
 43
 44
 45
 46
 47
 48
 49
 50
 51
 52
 53
 54
 55
 56
 57
 58
 59
 60
 61
 62
 63
 64
 65
 66
 67
 68
 69
 70
 71
 72
 73
 74
 75
 76
 77
 78
 79
 80
 81
 82
 83
 84
 85
 86
 87
 88
 89
 90
 91
 92
 93
 94
 95
 96
 97
 98
 99
 100

ΠΗ

ΙΗ	φ.	D ἢ ID	500. πντακίσια.
ΙΗΗ	χ.	DC	600. ἕξακίσια.
ΙΗΗΗ	ψ.	DCC	700. ἑπτακίσια.
ΙΗΗΗΗ	ω.	DCCC	800. ὀχτακίσια.
ΙΗΗΗΗΗ	ζ.	DCCCC	900. ἑννακίσια.
Χ	α.	M (ἢ CIJ. σ. I)	1000. χίλια.
ΧΧ	β.	II (ἢ II σ.)	2000. δισχίλια.
ΧΧΧ	γ.	III (ἢ III σ.)	3000. τρισχίλια.
ΧΧΧΧ	δ.	IIII (ἢ IIII σ.)	4000. τετρακισχίλια.
ΙΧ	ε.	V (ἢ V σ. ICJ)	5000. πντακισχίλια.
ΙΧΧ	ς.	VI (ἢ VI σ.)	6000. ἕξακισχίλια.
ΙΧΧΧ	ζ.	VII (ἢ VII σ.)	7000. ἑπτακισχίλια.
ΙΧΧΧΧ	η.	VIII (ἢ VIII σ.)	8000. ὀκτακισχίλια.
ΙΧΧΧΧΧ	θ.	VIIII (ἢ VIIII σ.)	9000. ἑννακισχίλια.
M	ι.	X (ἢ CCICJ. JMC. IMI)	10000. μύρια.
MM	κ.	XX (ἢ XX σ.)	20000. δισμύρια.
MMM	λ.	XXX (ἢ XXX σ.)	30000. τρισμύρια.
MMMM	μ.	XXXX (ἢ XXXX σ.)	40000. τετρακισμύρια.
ΙΜ	ν.	L (ἢ I σ. ICJJ)	50000. πντακισμύρια.
ΙΜΙΜ	ξ.	LX (ἢ LX σ.)	60000. ἕξακισμύρια.
ΙΜΙΜΜ	ο.	LXX (ἢ LXX σ.)	70000. ἑπτακισμύρια.
ΙΜΙΜΜΜ	π.	LXXX (ἢ LXXX σ.)	80000. ὀκτακισμύρια.
ΙΜΙΜΜΜΜ	ι.	LXXXX (ἢ LXXXX σ.)	90000. ἑννακισμύρια.
	ρ.	C (ἢ CMC σ. CCCICJJ)	100000. δεκακισμύρια.
	ς.	CC (ἢ CC σ.)	200000. εἰκοσακισμύρια.
	τ.	CCC (ἢ CCC σ.)	300000. τριακοντακισμύρια.
	υ.	CCCC (ἢ CCCC. σ.)	400000. τεσσαρακοντακισμύρια.
	φ.	D (ἢ DC. σ.)	500000. πντηκοντακισμύρια.
	χ.	DC (ἢ DC. σ.)	600000. ἕξηκοντακισμύρια.
	ψ.	DCC (ἢ DCC. σ.)	700000. ἑβδομηκοντακισμύρια.
	ω.	DCCC (ἢ DCCC. σ.)	800000. ὀγδοηκοντακισμύρια.
	ζ.	DCCCJ (ἢ DCCCC. σ.)	900000. ἑννηκοντακισμύρια.
			1000000. ἑκατντακισμύρια.
			10000000. χιλιακισμύρια.
			100000000. μυριακισμύρια.

Τῶν μὲν ἔν Εἰδῶν τῶν Ἀριθμητικῶν χαρακτήρων οἷς κίχρηται Ἐλληνίς τε κὶ Λατί-
 νη τὰ τέσσαρα ἤδη προκτεθέντα εὐχρηστότερα εἰσιν, ὧν τὰ μὲν τοῖς δε τὰ δὲ τοῖς δε τοῖς
 Βιβλίοις εὐρίσκονται, κατὰ τὰς οἷς ἐκδίδονται Τύπος. Οἱ τῶ πρώτῃ μὲν τοῖ Εἰδῶν χα-
 ρακτήρις μέχρι τῶν ἑννακισμυρίων προῖναι δύναται, κατὰ τὴν ἐπὶ τὸ μείζον Πρόσθεν,
 ἐφ' ὅσων ἠδυνήθην γινῶναι τὴν τέτων πρὸς ἀλλήλους σχέσιω, οἷς ἐντύχον ἐρωηήσας Λι-
 ξικοῖς. Οἱ δὲ τῶ β. κὶ γ. μέχρι τῶν ἑννηκοντακισμυρίων, εἰδὲ κὶ παρατίρω προβαίνουσι,
 δυσχερῆτα μὲν τοῖ ἢ τέτων χρῆσις. Οἱ δὲ τῶ δ. ἐπ' ἀπειρον προῖσι τὴ προσθέσει τῆς
 κατ' Ἰνδῶν μὲν λεγομένης τζίφρας, ὡς κατὰ Λατίνας, ἢ τις κατ' ἑαυτὴν
 ἕδντι σημαίνου, ὡς προσημνηνται. Ὅθεν δὴ κὶ εὐχρηστότεροι εἰσίν.

VENEZIA 21. Ottobre 1802.

L'IMPERIAL REGIO GOVERNO GENERALE.

Vedute le Fedi di Revisione, e di Censura, Concede Licenza allo Stampatore *Demetrio Teodosio* di stampare, e pubblicare il *Libro Greco* intitolato *Compendium Arithmetica* osservando gli Ordini vagliatori in materia di Stampe, e consegnando le prescritte tre Copie per l'Imperial Regia Corte, e per le Pubbliche Librerie di Venezia, e di Padova.

Per impeditimento di S. E. Presidente Della Torre.



*In Assenza Del R. Primo
Secretario Mistura.*

Π Ι Ν Α Ξ

Τ Η Σ

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗΣ ΠΡΑΚΤΙΚΗΣ.

ΒΙΒΛΙΟΝ ΠΡΩΤΟΝ.

Επί τῶν Πρακτικῶν αὐτῆς Μέρου. Φύλ. 1.	ἰσὶ Κλάσμα, ἢ ὅπως γράφεται.	62.
Κεφάλ. α. Τί ἴσιν Ἀριθμοί, ἢ περὶ τῶν ὑδῶν τούτου, αὐτ' ἔε σω- χίων.	Κεφάλ. β. Περί Συνάφης Κλα- σμάτων.	71.
Κεφάλ. β. Περί τῆς Ἀριθμῆσεως τῶν ἀκεραίων ἀριθμῶν.	2. Κεφάλ. γ. Περί Ἀφαιρέσεως Κλα- σμάτων.	76.
Κεφάλ. γ. Περί Συνάφης.	2. Κεφάλ. δ. Περί Πολλαπλασιασμοῦ Κλασμάτων.	81.
Κεφάλ. δ. Περί Ἀφαιρέσεως.	4. Κεφάλ. ε. Περί Διαίρεσεως Κλα- σμάτων.	85.
Κεφάλ. ε. Περί Πολλαπλασιασμοῦ.	6. Κεφάλ. ς. Περί Ἐξαγωγῆς Ριζῶν, ἢ Α'. τῆς τετραγωνικῆς.	90.
Κεφάλ. ς. Περί Διαίρεσεως.	7. Κεφάλ. ζ. Περί Ἐξαγωγῆς τῆς πο- βασθε ρίζης.	102.
Κεφάλ. ζ. Περί Μεθόδου.	18. Κεφάλ. η. Περί Γεωμετρικῆς Ψη- φογραφίας.	113.
Κεφάλ. η. Περί Ἐταιρείας.	24. Κεφάλ. θ. Περί Ἀγρονομικῆς Ψη- φογραφίας.	122.
Κεφάλ. θ. Περί Διαίρεσεως ἀριθμῶ εἰς μέρη αἰσίου.	34. Κεφάλ. ι. Περί Εὐρίσεως ἡμισυ, τῆ- τις, τετάρτου, ἢ τῶν λοιπῶν σπλίκων ἡμερῶν ὑμῶντα καὶ λε- πτῶν.	139.
Κεφάλ. ι. Περί Ἐπισημοσύνης, εἴτ' ὄν Συμμίσχως.	42. Κεφάλ. κ. Περί Ἐπισημοσύνης, εἴτ' ὄν Συμμίσχως.	
Κεφάλ. ια. Περί Μεθόδου, καὶ ἢ αἰνίγματα λαίω ἔχοντα.	48. Κεφάλ. λ. Περί Ἐπισημοσύνης, εἴτ' ὄν Συμμίσχως.	
	58. Κεφάλ. μ. Περί Ἐπισημοσύνης, εἴτ' ὄν Συμμίσχως.	

ΒΙΒΛΙΟΝ ΔΕΥΤΕΡΟΝ.

Κεφάλ. α. Περί Κλασμάτων τήτε.

Π Ι Ν Α Ξ

ΤΗΣ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗΣ ΘΕΩΡΗΤΙΚΗΣ.

ΒΙΒΛΙΟΝ ΠΡΩΤΟΝ.

Πρώτων.	138.	μέρη ἢτοι ἕδη.	139.
Προσάφης.	138.	Περί τῶν ὑδῶν τῶ ἀρτίου ἀριθμοῦ, κατὰ πρώτην αὐτῶ διαίρεσιν.	140.
Τίμη ἢ ποσὸν τῶ ἴδιου τῆς μονάδος. τι ἢ ἕκδος.	139.	Περί τῶ ἀρτίου ἀρτίου.	141.
Τίμη τῶ ἄλλοτρίου. τῶ ἀριθμῶ		Περί γνώσεως τῶ ἀρτίου ἀρτίου ἀ- ριθμῶ.	

Π Ι Ν Α Ξ

αριθμῶν. 141.
 Περὶ τῶν περιτομένων τῷ ἀρτιακῷ ἀρτίῳ ἀριθμῶν. 141.
 Περὶ τῷ ἀρτιοπεριττῷ. 142.
 Περὶ γένεως τῷ αὐτῷ. 143.
 Περὶ τῶν περιτομένων τῷ ἀρτιοπεριττῷ ἀριθμῶν. 143.
 Περὶ τῷ περιτομαρτίῳ ἀριθμῶν. 144.
 Περὶ γένεως τῷ περιτομαρτίῳ ἀριθμῶν. 144.
 Περὶ τῷ περιττῷ. 145.
 Περὶ τῷ πρώτῳ καὶ ἀσυνδίτῳ. 145.
 Περὶ τῷ δευτέρῳ καὶ συνδίτῳ. 145.
 Περὶ τῷ καθ' αὐτὸ μὲν συνδίτῳ, πρὸς ἄλλο δὲ ἀσυνδίτῳ. 145.
 Περὶ γένεως τῶν τριῶν εἰδῶν τῷ περιττῷ. 146.
 Ὅπως εὐρίσκουσιν ἔχουσι τάς τε πρώτας καὶ ἀσυνδίτας, καὶ τὰς δευτέρας καὶ συνδίτας. 147.
 Περὶ τῶν τριῶν εἰδῶν τῷ ἀρτίῳ ἀριθμῶν κατὰ δευτέραν αὐτὰ διαίρειναι. 147.
 Περὶ τῷ ὑπερτλήῳ ἀριθμῶν. 147.
 Περὶ τῷ ἀντιλήῳ ἀριθμῶν. 148.
 Περὶ τῷ τετλήῳ ἀριθμῶν. 148.
 Περὶ γένεως τῶν τετλήῳ. 148.
 Περὶ τῷ πρὸς τι ποτῷ. 149.
 Περὶ τῷ πολλαπλασίῳ καὶ τῶν τῶν εἰδῶν. 149.
 Περὶ εὐρίσεως τῶν τῷ πολλαπλασίῳ εἰδῶν. 150.
 Περὶ ἐπιμορίου. 150.
 Περὶ εὐρίσεως τῶν τῷ ἐπιμορίου εἰδῶν. 151.
 Περὶ ἐπιμερῶς. 151.
 Περὶ γένεως ἐπιμερῶς τε καὶ ὑπεριμερῶν. 152.
 Περὶ πολλαπλασιαστικμορίου. 152.
 Περὶ γένεως τῶν τῷ πολλαπλασιαστικμορίου εἰδῶν. 152.
 Περὶ τῷ πολλαπλασιαστικμερῶς. 154.
 Περὶ γένεως τῶν τῷ πολλαπλασιαστικμορίου εἰδῶν. 154.

ἐπιμερῶς εἰδῶν. 155.
 Ὅπως εὐρίσκουσιν ἐπιμερῶς εἰδῶν ὅπως ἀνέπιταχθῶμεν ὅπως ἐπιμερῶς ἐν τῷ αὐτῷ ὄντας λόγῳ, ἡμιολίῳ, φερόμεν, ἐπιτρίτῳ, ἢ ἄλλῳ τινί. 158.

BIBAIION ΔΕΥΤΕΡΟΝ.

Περὶ τῶν Γραμμικῶν Ἀριθμῶν. 162. καὶ 163.
 Περὶ Ἐπιπέδων ἀριθμῶν. 163.
 Περὶ Τριγώνων ἀριθμῶν, τίνες εἰσὶ, καὶ τίς ἐν αὐτοῖς πρώτιστος. 163.
 Περὶ Γένεως τῶν Τριγώνων ἀριθμῶν. 163.
 Περὶ Τετραγώνων ἀριθμῶν. 164.
 Περὶ Γένεως τῶν Τετραγώνων ἀριθμῶν. 164.
 Περὶ Πενταγώνων ἀριθμῶν. 165.
 Περὶ Γένεως τῶν Πενταγώνων ἀριθμῶν. 165.
 Περὶ Στεριῶν ἀριθμῶν. 167.
 Περὶ Πυραμίδος. 167.
 Περὶ Κολύρων, Δικολύρων, καὶ Τρικολύρων Πυραμίδων. 168.
 Περὶ Κύβων, Σφηνίσκων, Παραλληλεπιπέδων, Δοκίδων, Πλωιδίδων, καὶ Σφαιρικῶν ἀριθμῶν. 168.
 Περὶ Κύβων. 169.
 Περὶ Γένεως Σκαληνῶν. 169.
 Περὶ Γένεως Παραλληλεπιπέδων. 169.
 Περὶ Ἀναλογιῶν. 171.
 Περὶ Ἀριθμητικῆς Ἀναλογίας. 172.
 Πόσα τὰ τῆς Ἀριθμητικῆς Ἀναλογίας ἴδια. 172.
 Περὶ Γεωμετρικῆς Ἀναλογίας. 173.
 Πόσα τὰ τῆς Γεωμετρικῆς Ἀναλογίας ἴδια. 173.
 Περὶ Ἀρμονικῆς Ἀναλογίας. 174.
 Πόσα τὰ τῆς Ἀρμονικῆς Ἀναλογίας ἴδια, καὶ ὅπως τῆς Ἀριθμητικῆς ἀντίκειται. 175.
 Τίνα λόγον ἔχει ἕκαστον τῶν Συστημάτων. 178.