

ΣΤΟΙΧΕΙΩΔΟΥΣ ΕΓΚΥΚΛΟΠΑΙΔΕΙΑΣ

Τῶν Παιδικῶν μαθημάτων

ΠΕΡΙΟΔΟΣ ΠΡΩΤΗ.

*Συνταχθεῖσα ἐκ τῶν ἀρίστων Παιδικῶν Βιβλίων τῆς
Γερμανίας ὑπὸ Γ. Γενναδίου, καὶ Γ. Λυσσάνη.*

ΤΟΜΟΣ ΤΕΤΑΡΤΟΣ.



ΕΝ ΜΟΣΚΒΑ,

Ἐν τῇ Τυπογραφίᾳ Ἀυγέου Σεμένου.

1820.

Печаташь дозволяется съ тѣмъ, чтобы по нанечатаніи, до выпуска въ публику, представлень были въ Ценсурный Комитетъ: одинъ экземпляръ сей книги для Ценсурнаго Комитета, другой для Департамента Министрства Духовныхъ дѣлъ и Народнаго Просвѣщенія, два экземпляра для Императорской публичной библиотеки и одинъ для Императорской Академіи Наукъ. Декабря 4 дня, 1819 года. Книгу сію разсматривалъ Ординарный Профессоръ и Кавалеръ

МИХАИЛЬ КАЧЕНОВСКІЙ.

Η ΔΙΑ ΦΩΝΗΣ
ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ

Συγγραφεῖσα γερμανιστὶ

ΠΑΡΑ

I. N. ΧΟΛΖΑΠΦΕΛΟΥ.

Καὶ μεταφρασθεῖσα παρὰ Γ. Λαοσάνη.

ΣΤΟΙΧΕΙΩΔΟΥΣ

ΕΓΚΥΚΛΟΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΜΕΡΟΣ Δ΄.

Εἰσαγωγή.

Ἀγαπητά μου παιδιά ! καταλαμβάνω ὅτι ἔχετε μεγάλην ἐπιθυμίαν νὰ μάθῃτε τίποτε ὠφέλιμον. Προσέχετε λοιπὸν εἰς τοὺς λόγους μου ἔχω σκοπὸν νὰ σᾶς διδάξω μίαν τέχνην ἀναγκαίαν εἰς καθένα, ἣ ὅποια θὰ σᾶς φέρῃ μεγάλην ὠφέλειαν, καὶ θὰ σᾶς προσενήσῃ πολλὴν χαρὰν. Τί νομίζετε νὰ ἦναι ἡ τέχνη αὕτη, ἀγαπητά μου παιδιά ; — Εἶναι ἡ διὰ φωνῆς, ἢ ἄγραφος Ἀριθμητικὴ. Ὑπὸ τ' ὄνομα δὲ τοῦτο ἐννοοῦμεν τὴν ἐτοιμότητα, διὰ τῆς ὁποίας ὁ ἄνθρωπος χωρὶς βοήθειαν τοῦ γραψίματος ἠμπορεῖ νὰ λογαριάσῃ εὐκόλα, γρήγορα, καὶ ὀρθὰ, ὅποιονδήποτε πρόβλημα τῆς Ἀριθμητικῆς. Θὰ προσπαθῆσω, παιδιά μου, νὰ σᾶς κάμω τὴν διδασκαλίαν ταύτης τῆς τέχνης πολλὰ εὐκόλον καὶ τερπνὴν, καὶ νὰ σᾶς δείξω τόσας εὐκολίας, ὥστε εἰς ὀλίγον καιροῦ

διάστημα νὰ ἠμπορῆτε νὰ λογαριάζητε μὲ τὸν νοῦν σας, καὶ τὰ δυσκολώτερα προβλήματα τῆς Ἀριθμητικῆς. Τί λέγετε; δὲν ἔχετε ἐπιθυμίαν νὰ μάθητε ταύτην τὴν τέχνην; — Προσέχετε λοιπὸν.

Ἰδέα περὶ Ἀριθμοῦ καὶ Ἀριθμῆσεως.

Ὁ Νικόλαος, ἐπειδὴ ἦτον ἐπιμελῆς, ἔλαβεν ἀπὸ τὸν πατέρα του ἓν μῆλον ἢ δὲ ἀδελφή του Ἑλένη ἔλαβεν ἀπὸ τὸν πατέρα ἓν, καὶ ἀπὸ τὴν μητέρα ἄλλο ἓν. Εἴπατέ με τώρα! ποῖος ἀπὸ τοὺς δύο ἔλαβε περισσότερα; — —

Βέβαια ἢ Ἑλένη· ἐπειδὴ ἔχει μῆλα περισσότερα παρὰ ἓν.

Προσέχετε λοιπὸν καλὰ, ἀγαπητὰ μου παιδιὰ! Ὁ, τ' εἶναι περισσότερον παρὰ ἓν, λέγεται: Ἀ ρ ι θ μ ὁ ς. Ἀριθμοὶ δὲ εἶναι μικροὶ καὶ μεγάλοι.

Ὅταν θέλωμεν νὰ πληροφορηθῶμεν, πόσον μέγας εἶναι ἓνας ἀριθμὸς, πρέπει νὰ τὸν ἐξετάσωμεν. Καὶ ἢ ἐξέτασις αὕτη λέγεται: Ἀ ρ ι θ μ ῆ σ ε ι ς.

Ὅστις θέλει νὰ μάθῃ διὰ νὰ λογαριάσῃ, πρέπει νὰ ἠξεύρῃ νὰ ἀριθμῇ, διότι ἢ ἀρίθμησις εἶναι τὸ θεμέλιον τῆς Ἀριθμητικῆς.

Ποῖος λοιπὸν, ἀπὸ οἷς ἠξεύρει ν' ἀριθμῆσῃ τὰ δάκτυλα καὶ τῶν δύο χειρῶν του; ἢ, ἀπὸ τὸ ἓν. ἔως εἰς τὰ δέκα, καὶ πάλιν, ἀπὸ τὰ δέκα ἔως εἰς τὸ ἓν; — —

Εὐγε! εὐγε! ὁ Νικόλαος ἀριθμεῖ τὰ δάκτυλά του

ἀπὸ τὸ ἕν ἕως εἰς τὰ δέκα · καὶ ὁ Γεώργιος ἀπὸ τὰ δέκα ἕως εἰς τὸ ἕν. Παιδιά μου ! εἰς τὴν ἀριθμῶσιν ταύτην πρέπει νὰ γυμνασθῆτε καλὰ , ἕως οὗ ν' ἀποκτήσῃτε μεγάλην ἐτοιμότητα.

Διὰ νὰ ἐντυπώσῃτε δὲ καλὰ εἰς τὸν νοῦν σας τὰ ὅσα σᾶς εἶπε ἕως τώρα , ἰδοὺ γράφω εἰς τὴν σελίδα καμπύλας καὶ εὐθείας γραμμᾶς , καὶ γυμνασθῆτε εἰς αὐτάς. Λέγε Παῦλε.

| | | | |
|----------|----------|---------|---------------------|
| Μία | καμπύλη | γραμμῆ |) |
| Δύω | καμπύλαι | γραμμαι |)) |
| Τρεῖς | καμπύλαι | γραμμαι |) ') |
| Τέσσαρες | καμπύλαι | γραμμαι |)))) |
| Πέντε | καμπύλαι | γραμμαι |))))) |
| Ἑξ | καμπύλαι | γραμμαι |)))))) |
| Ἑπτὰ | καμπύλαι | γραμμαι |))))))) |
| Ὀκτῶ | καμπύλαι | γραμμαι |)))))))) |
| Ἐννέα | καμπύλαι | γραμμαι |))))))))) |
| Δέκα | καμπύλαι | γραμμαι |)))))))))) |

Λέγε καὶ σὺ Θωμᾶ.

| | | | |
|----------|---------|---------|--|
| Δέκα | εὐθεῖαι | γραμμαι | |
| Ἐννέα | εὐθεῖαι | γραμμαι | |
| Ὀκτῶ | εὐθεῖαι | γραμμαι | |
| Ἑπτὰ | εὐθεῖαι | γραμμαι | |
| Ἑξ | εὐθεῖαι | γραμμαι | |
| Πέντε | εὐθεῖαι | γραμμαι | |
| Τέσσαρες | εὐθεῖαι | γραμμαι | |
| Τρεῖς | εὐθεῖαι | γραμμαι | |
| Δύω | εὐθεῖαι | γραμμαι | |
| Μία | εὐθεῖα | γραμμῆ | |

Περὶ τῶν ἀριθμητικῶν χαρακτήρων.

Πολλοὶ ἄνθρωποι, παιδιά μου! λογαριάζουσι καὶ τὴν σήμερον μὲ τοιαύτας γραμμάς. Ἀλλὰ βέβαια ἐκεῖνοι μόνον, οἱ ὅποιοι δὲν ἤξεύρουν τὴν Ἀριθμητικὴν Ὅσοι ὅμως εἰς τὴν νεότητά των ἐπήγαιναν ἐπιμελῶς εἰς τὸ σχολεῖον, καὶ ἤκουαν τὸν διδάσκαλον μὲ προσοχὴν, ἀντὶ νὰ μεταχειρισθῶσι τόσας πολλὰς γραμμάς, γράφουσιν ἔν μόνον σημείον. Τὰ δὲ σημεία ταῦτα, ὅσα δηλαδὴ φανερόνουσι πολλὰς γραμμάς, ἢ πολλὰ πράγματα, λέγονται χαρακτῆρες Ἀριθμητικοὶ, καὶ εἶναι οἱ ἀκόλουθοι.

| | | | | | |
|-------|------------|---|-----------|--|------------------------------|
| Τοῦτο | τὸ σημεῖον | 1 | φανερόνει | | ἦτοι ἓν πρᾶγμα. |
| Τοῦτο | τὸ σημεῖον | 2 | φανερόνει | | ἦτοι δύο πρᾶγματα ὁμοιοειδῆ, |
| Τοῦτο | τὸ σημεῖον | 3 | φανερόνει | | |
| Τοῦτο | τὸ σημεῖον | 4 | φανερόνει | | |
| Τοῦτο | τὸ σημεῖον | 5 | φανερόνει | | |
| Τοῦτο | τὸ σημεῖον | 6 | φανερόνει | | |
| Τοῦτο | τὸ σημεῖον | 7 | φανερόνει | | |
| Τοῦτο | τὸ σημεῖον | 8 | φανερόνει | | |
| Τοῦτο | τὸ σημεῖον | 9 | φανερόνει | | |

Κυττάξαιτε παιδιά μου! πόσῃν μεγαλητέραν εὐκολίαν μᾶς δίδουσιν οἱ χαρακτῆρες οὗτοι παρὰ τὰς

γραμμῶς. Ἐὰν λοιπὸν θέλετε νὰ μάθητε διὰ τὰ λογιμαζήτε, εἶναι ἀνάγκη νὰ ἱξεύρητε νὰ γράφητε, καὶ νὰ ἐννοῆτε καλὰ αὐτοὺς τοὺς χαρακτῆρας· ἐπειδὴ μὲ τοὺς ὀλίγους αὐτοὺς ἠμποροῦμεν νὰ γράψωμεν πολλὰς ἑκατοντάδας, καὶ πολλὰς χιλιάδας, καθὼς ἀκολουθῶς θὰ τὸ πληροφορηθῆτε.

Γύμνασις εἰς τὴν Ἀρίθμησιν.

Τώρα δὲ ὡς γυμναιοῦμεν περισσότερον εἰς τὴν ἀρίθμησιν· ἐπειδὴ σεῖς ἀπὸ τὰ δέκα παρὰνω δὲν ἠξεύρετε, εἶναι δὲ πολὺ ἀναγκαῖον νὰ μάθητε διὰ τὰ ἀριθμῆτε καὶ περισσότερα.

Κυριάζατε, παιδία μου! ἐδῶ ἔχω πλῆθος λεπτόκαρα (·). Ὅτι μὲν εἶναι λεπτόκαρα, τὸ ἠξεύρω· ἠθέλω ὅμως νὰ μάθω καὶ πόσα εἶναι. Τί πρέπει λοιπὸν νὰ κάμωμεν; — Ναί! πρέπει νὰ τὰ ἐξετάσωμεν, δηλαδὴ νὰ τ' ἀριθμῆσωμεν, καὶ φθάνοντες εἰς τὰ δέκα, νὰ τὰ βάλλωμεν εἰς ἓν ἀπὸ ταῦτα τὰ σακκουλάκια. Προσέχετε λοιπὸν! — Παῦλε, ἀρίθμησε!

(1) Εἰς τὴν γύμνασιν ταύτην ἠμποροῖ ὁ διδάσκαλος νὰ μετρησθῇ ἢ λεπτόκαμα, ἢ καρδία, ἢ καὶ λιθαρύκια καὶ τοῦτο, διὰ νὰ δώσῃ ὁ διδάσκαλος εἰς τὰ παιδία νὰ καταλάβωσιν αἰσθητικῶς, πῶς δέκα μονάδες κέκτονται πάντοτε μίαν δεκάδα, καὶ δέκα δεκάδες μίαν ἑκατοστάδα.

| | |
|---------|---------|
| Ἐν | 1 |
| Δύω | 2 |
| Τρία | 3 |
| Τέσσαρα | 4 |
| Πέντε | 5 |
| Ἑξ | 6 |
| Ἑπτὰ | 7 |
| Ὀκτώ | 8 |
| Ἐννέα | 9 |
| Δέκα. | 10 (1). |

Ἀριθμήσε τώρα σὺ Γεώργιε! ὁ Παῦλος ἀριθμήσεν ἕως εἰς τὰ δέκα, ἄρχισε σὺ πάλιν ἐξ ἀρχῆς ἀπὸ τοῦ ἕν, καὶ πρόσθετε πάντοτε καὶ τὰ δέκα εμπρός. Λέγε λοιπὸν.

| | | | |
|------------------|----|------------|--------------|
| Δέκα καὶ ἕν | 11 | τὰ λέγομεν | ἕνδεκα. |
| Δέκα καὶ δύο | 12 | | δώδεκα. |
| Δέκα καὶ τρία | 13 | | δεκατρία. |
| Δέκα καὶ τέσσαρα | 14 | | δεκατέσσαρα. |
| Δέκα καὶ πέντε | 15 | | δεκαπέντε |
| Δέκα καὶ ἕξ | 16 | | δεκαἕξ. |
| Δέκα καὶ ἑπτὰ | 17 | | δεκαεπτὰ. |
| Δέκα καὶ ὀκτώ | 18 | | δεκαοκτώ. |
| Δέκα καὶ ἑννέα | 19 | | δεκαεννέα. |
| Δύω φορές δέκα | 20 | τὰ λέγομεν | εἴκοσι. |

(1) Ἀφ' οἱ τὸ παιδίον μετρήσῃ δέκα λεπτοῦμα, ἄς τὸ διορίσῃ ὁ διδάσκαλος νὰ τὰ βάλῃ εἰς ἕν σακκουλάκιον. Ἐπειδὴ δὲ προῦποθέτεται, ὅτι τὰ παιδία δὲν ἠξεύρουσι τὴν ἀριθμῆσαι περισσότερα ἀπὸ δέκα, διὰ τοῦτο ὁ διδάσκαλος προχωρῶν εἰς τὴν ἀριθμῆσιν, ἄς μὴ τὰ εἴπῃ εἰθὺς, ἕνδεκα, δώδεκα κ. τ. λ. ἀλλ' ἄς ἀρχίσῃ νὰ τὰ λέγῃ, δέκα καὶ ἕν, ἢ ἕνδεκα, δέκα καὶ δύο, ἢ δώδεκα, δέκα καὶ τρία, ἢ δεκατρία καὶ ὅταν φθάσῃ εἰς τὰ εἴκοσι, νὰ το εἴπῃ δύο φορές δέκα, ἢ εἴκοσι, δύο φορές δέκα καὶ ἕν, ἢ εἴκοσιέν· ὀντω καὶ εἰς τὰ τριάντα, καὶ εἰς τὸ σαράντα, καὶ λοιπὰ, ὡς εἰς τὸν ὀκλόουθον πίνακα φαίνεται.

Λέγε τα πάλιν εἰς ἓν σακκουλάκιον , καὶ βάλε τα
σιμὰ εἰς τὸ πρῶτον Ἀρίθμησε τώρα σὺ Κωνσταντῖνε.
Πρόσθετε ὅμως καὶ τὸ δύο φορὰς δέκα ἢ εἰκοσι.

| | |
|----------------------------|-----------------------------|
| Δύο φορὰς δέκα καὶ ἓν | 21 ἦτοι εἰκοσιέν. |
| Δύο φορὰς δέκα καὶ δύο | 22 ἦτοι εἰκοσιδύο. |
| Δύο φορὰς δέκα καὶ τρία | 23 ἦτοι εἰκοσιτρία. |
| Δύο φορὰς δέκα καὶ τέσσαρα | 24 ἦτοι εἰκοσιτέσ- σαρα. |
| Δύο φορὰς δέκα καὶ πέντε | 25 ἦτοι εἰκοσιπέντε |
| Δύο φορὰς δέκα καὶ ἕξ | 26 ἦτοι εἰκοσιἕξ. |
| Δύο φορὰς δέκα καὶ ἑπτὰ | 27 ἦτοι εἰκοσιεπτὰ. |
| Δύο φορὰς δέκα καὶ οκτὼ | 28 ἦτοι εἰκοσιοκτώ. |
| Δύο φορὰς δέκα καὶ ἑννέα | 29 ἦτοι εἰκοσιεννέα. |
| Τρεῖς φορὰς δέκα | 30 τὰ λέγομεν τριάν- τα. |

Λέγε τα καὶ σὺ εἰς ἓν σακκουλάκιον , καὶ βάλε τα
σιμὰ εἰς τὰ πρῶτα. — Ἀρίθμησε τώρα σὺ Θωμᾶ. Πρόσ-
θετε ὅμως καὶ τὸ τρεῖς φορὰς δέκα ἢ τριάντα. Λέγε,

| | |
|------------------------------|-------------------------------|
| Τρεῖς φορὰς δέκα καὶ ἓν | 31 ἦτοι τριάντα ἓν. |
| Τρεῖς φορὰς δέκα καὶ δύο | 32 ἦτοι τριάντα δύο. |
| Τρεῖς φορὰς δέκα καὶ τρία | 33 ἦτοι τριάντατρία. |
| Τρεῖς φορὰς δέκα καὶ τέσσαρα | 34 ἦτοι τριάντα τέσ- σαρα. |
| Τρεῖς φορὰς δέκα καὶ πέντε | 35 ἦτοι τριάντα πέντε. |
| Τρεῖς φορὰς δέκα καὶ ἕξ | 36 ἦτοι τριάντα ἕξ. |
| Τρεῖς φορὰς δέκα καὶ ἑπτὰ | 37 ἦτοι τριάντα ἑπτὰ. |
| Τρεῖς φορὰς δέκα καὶ οκτὼ | 38 ἦτοι τριάντα οκτώ. |
| Τρεῖς φορὰς δέκα καὶ ἑννέα | 39 ἦτοι τριάντα ἑννέα. |
| Τέσσαρες φορὰς δέκα | 40 τὰ λέγομεν σα- ράντα. |

Δίσε τα καὶ σὺ εἰς ἓν σακκουλάκιον, καὶ βάλε τα
 σιμὰ εἰς τὰ ἄλλα.— Ἀρίθμησε τώρα σὺ Ἀντώνιε.
 Πρόσθετε ὕμωσ καὶ τὸ τέσσαρας φορὰς δέκα, ἢ σα-
 ράντα. Λέγε.

| | | |
|---------------------------------|----|--------------------------|
| Τέσσαρας φορὰς δέκα καὶ ἓν | 41 | ἦτοι σαράντα ἓν. |
| Τέσσαρας φορὰς δέκα καὶ δύο | 42 | ἦτοι σαράντα δύο. |
| Τέσσαρας φορὰς δέκα καὶ τρία | 43 | ἦτοι σαράντα τρία. |
| Τέσσαρας φορὰς δέκα καὶ τέσσαρα | 44 | ἦτοι σαράντα τέσσαρα. |
| Τέσσαρας φορὰς δέκα καὶ πέντε | 45 | ἦτοι σαράντα πέντε. |
| Τέσσαρας φορὰς δέκα καὶ ἕξ | 46 | ἦτοι σαράντα. ἕξ. |
| Τέσσαρας φορὰς δέκα καὶ ἑπτὰ | 47 | ἦτοι σαράντα ἑπτὰ. |
| Τέσσαρας φορὰς δέκα καὶ ὀκτώ | 48 | ἦτοι σαράντα ὀκτώ. |
| Τέσσαρας φορὰς δέκα καὶ ἐννέα | 49 | ἦτοι σαράντα ἐννέα. |
| Πέντε φορὰς δέκα | 50 | τὰ λέγομεν πε- νήντι. |

Δίσε τα καὶ σὺ εἰς ἓν σακκουλάκιον, καὶ βάλε τα
 σιμὰ εἰς τὰ ἄλλα.— Ἀρίθμησε τώρα σὺ Στέφανε·

Πρόσθετε ὅμως καὶ τὸ πέντε φορές δέκα, ἢ πενήντα.
Λέγε.

| | |
|------------------------------|-------------------------------|
| Πέντε φορές δέκα καὶ ἓν | 51 ἦτοι πενήντα ἓν. |
| Πέντε φορές δέκα καὶ δύο | 52 ἦτοι πενήντα δύο. |
| Πέντε φορές δέκα καὶ τρία | 53 ἦτοι πενήντα τρία. |
| Πέντε φορές δέκα καὶ τέσσαρα | 54 ἦτοι πενήντα τέσ- σαρα. |
| Πέντε φορές δέκα καὶ πέντε | 55 ἦτοι πενήντα πέντε. |
| Πέντε φορές δέκα καὶ ἕξ | 56 ἦτοι πενήντα ἕξ. |
| Πέντε φορές δέκα καὶ ἑπτὰ | 57 ἦτοι πενήντα ἑπτὰ. |
| Πέντε φορές δέκα καὶ ὀκτώ | 58 ἦτοι πενήντα ὀκτώ. |
| Πέντε φορές δέκα καὶ ἐννέα | 59 ἦτοι πενήντα ἐννέα. |
| Ἐξ φορές δέκα | 60 τα λέγομεν ἑξήντα. |

Λέγε τα καὶ σὺ εἰς ἓν σακκουλάκιον, καὶ βάλε τα
σιμὰ εἰς τὰ ἄλλα.— Ἀριθμησε σὺ Πέτρο. Πρόσθετε
ὅμως καὶ τὸ ἕξ φορές δέκα, ἦτοι ἑξήντα. Λέγε.

| | |
|---------------------------|------------------------------|
| Ἐξ φορές δέκα καὶ ἓν | 61 ἦτοι ἑξήντα ἓν. |
| Ἐξ φορές δέκα καὶ δύο | 62 ἦτοι ἑξήντα δύο. |
| Ἐξ φορές δέκα καὶ τρία | 63 ἦτοι ἑξήντα τρία. |
| Ἐξ φορές δέκα καὶ τέσσαρα | 64 ἦτοι ἑξήντα τέσ- σαρα. |
| Ἐξ φορές δέκα καὶ πέντε | 65 ἦτοι ἑξήντα πέντε. |
| Ἐξ φορές δέκα καὶ ἕξ | 66 ἦτοι ἑξήντα ἕξ. |
| Ἐξ φορές δέκα καὶ ἑπτὰ | 67 ἦτοι ἑξήντα ἑπτὰ. |
| Ἐξ φορές δέκα καὶ ὀκτώ | 68 ἦτοι ἑξήντα ὀκτώ. |
| Ἐξ φορές δέκα καὶ ἐννέα | 69 ἦτοι ἑξήντα ἐννέα. |
| Ἐπτὰ φορές δέκα | 70 ἦτοι ἑβδομήντα. |

Λέγε τα καὶ σὺ εἰς ἓν σακκουλάκιον, καὶ βάλε τα
σιμὰ εἰς τὰ ἄλλα.— Ἀριθμησε τώρα σὺ Ἰωάννη. Πρόσ-

θετε ὁμως καὶ τὸ ἐπτὰ φορὰς δέκα, ἢ ἑβδομηῆντα. Λέγε.

| | |
|-----------------------------|----------------------------------|
| Ἐπτὰ φορὰς δέκα καὶ ἓν | 71 ἦτοι ἑβδομηῆντα ἓν. |
| Ἐπτὰ φορὰς δέκα καὶ δύο | 72 ἦτοι ἑβδομηῆντα δύο. |
| Ἐπτὰ φορὰς δέκα καὶ τρία | 73 ἦτοι ἑβδομηῆντα τρία |
| Ἐπτὰ φορὰς δέκα καὶ τέσσαρα | 74 ἦτοι ἑβδομηῆντα τέσ- σαρα. |
| Ἐπτὰ φορὰς δέκα καὶ πέντε | 75 ἦτοι ἑβδομηῆντα πέντε. |
| Ἐπτὰ φορὰς δέκα καὶ ἕξ | 76 ἦτοι ἑβδομηῆντα ἕξ. |
| Ἐπτὰ φορὰς δέκα καὶ ἐπτὰ | 77 ἦτοι ἑβδομηῆντα ἐπτὰ. |
| Ἐπτὰ φορὰς δέκα καὶ ὀκτὼ | 78 ἦτοι ἑβδομηῆντα ὀκτὼ. |
| Ἐπτὰ φορὰς δέκα καὶ ἐννέα | 79 ἦτοι ἑβδομηῆντα ἐννέα. |
| Ὀκτὼ φορὰς δέκα | 80 ἦτοι ὀγδοῆντα. |

Λέσε τα καὶ σὺ εἰς ἓν σακκουλάκιον, καὶ βάλε τα
σιμὰ εἰς τὰ ἄλλα.— Ἀριθμησε σὺ Ἀθανάσιε Πρῶθετε
ὁμως καὶ τὸ ὀκτὼ φορὰς δέκα, ἢ ὀγδοῆντα Λέγε.

| | |
|-----------------------------|--------------------------------|
| Ὀκτὼ φορὰς δέκα καὶ ἓν | 81 ἦτοι ὀγδοῆντα ἓν. |
| Ὀκτὼ φορὰς δέκα καὶ δύο | 82 ἦτοι ὀγδοῆντα δύο. |
| Ὀκτὼ φορὰς δέκα καὶ τρία | 83 ἦτοι ὀγδοῆντα τρία. |
| Ὀκτὼ φορὰς δέκα καὶ τέσσαρα | 84 ἦτοι ὀγδοῆντα τέσ- σαρα. |
| Ὀκτὼ φορὰς δέκα καὶ πέντε | 85 ἦτοι ὀγδοῆντα πέντε. |
| Ὀκτὼ φορὰς δέκα καὶ ἕξ | 86 ἦτοι ὀγδοῆντα ἕξ. |
| Ὀκτὼ φορὰς δέκα καὶ ἐπτὰ | 87 ἦτοι ὀγδοῆντα ἐπτὰ. |
| Ὀκτὼ φορὰς δέκα καὶ ὀκτὼ | 88 ἦτοι ὀγδοῆντα ὀκτὼ. |
| Ὀκτὼ φορὰς δέκα καὶ ἐννέα | 89 ἦτοι ὀγδοῆντα ἐννέα. |
| Ἐννέα φορὰς δέκα | 90 τὰ λέγομεν ἐννε- νήντα. |

Λέγε τα καὶ σὺ εἰς ἓν σακκουλάκιον, καὶ βάλε τα
σιμὰ εἰς τὰ ἄλλα.— Ἀριθμησε σὺ Νικόλαε. Πρόσθετε
ὅμως καὶ τὸ ἐννέα φορὰς δέκα, ἢ ἐννεῆντα. Λέγε.

| | |
|------------------------------|------------------------------|
| Ἐννέα φορὰς δέκα καὶ ἓν | 91 ἦτοι ἐννεῆντα ἓν. |
| Ἐννέα φορὰς δέκα καὶ δύο | 92 ἦτοι ἐννεῆντα δύο. |
| Ἐννέα φορὰς δέκα καὶ τρία | 93 ἦτοι ἐννεῆντα τρία. |
| Ἐννέα φορὰς δέκα καὶ τέσσαρα | 94 ἦτοι ἐννεῆντα τέσσαρα. |
| Ἐννέα φορὰς δέκα καὶ πέντε | 95 ἦτοι ἐννεῆντα πέντε. |
| Ἐννέα φορὰς δέκα καὶ ἕξ | 96 ἦτοι ἐννεῆντα ἕξ. |
| Ἐννέα φορὰς δέκα καὶ ἑπτὰ | 97 ἦτοι ἐννεῆντα ἑπτὰ. |
| Ἐννέα φορὰς δέκα καὶ ὀκτώ | 98 ἦτοι ἐννεῆντα ὀκτώ. |
| Ἐννέα φορὰς δέκα καὶ ἐννέα | 99 ἦτοι ἐννεῆντα ἐννέα. |
| Δέκα φορὰς δέκα | 100 τὰ λέγομεν ἑκατόν. |

Ἰδέα περὶ μονάδων, δεκάδων, καὶ ἑκατοντάδων.

“Ολοι οἱ Ἀριθμοὶ ἀπὸ τὸν ἕνα. ἕως εἰς τοὺς ἐννέα, δηλαδή ὅσοι δὲν ἀποτελοῦσι δέκα, ὀνομάζονται μονάδες.

Δέκα δὲ τοιαῦται μονάδες ἀποτελοῦσι μίαν δεκάδα.

Καὶ δέκα δεκάδες μίαν ἑκατοντάδα.

Διὰ τὴν λάβητε δὲ καλῆτέραν ἰδέαν περὶ τῆς ἑκατοντάδος, κυττάξατε εἰς τὸν πίνακα τοῦτον (1). Ὁ πίναξ οὗτος περιέχει δέκα στήλας· πᾶσα μία δὲ στήλη, δέκα στιγμάς.

| | | | | | | | | | |
|-----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| • | • | • | • | • | • | • | • | • | • |
| • | • | • | • | • | • | • | • | • | • |
| • | • | • | • | • | • | • | • | • | • |
| • | • | • | • | • | • | • | • | • | • |
| • | • | • | • | • | • | • | • | • | • |
| • | • | • | • | • | • | • | • | • | • |
| • | • | • | • | • | • | • | • | • | • |
| • | • | • | • | • | • | • | • | • | • |
| • | • | • | • | • | • | • | • | • | • |
| • | • | • | • | • | • | • | • | • | • |
| 100 | 90 | 80 | 70 | 60 | 50 | 40 | 30 | 20 | 10 |

(1) Τοιοῦτον πίνακα ἤμπορεῖ εὐκόλως κίθι διδάσκαλος νὰ κατασκευάσῃ μόνος του. Ἦς γράψῃ ἐπάνω εἰς χονδροχάρτον στιγμάς εἰς μέγεθος ἑνὸς παρᾶ κατὰ τὸν ἄνω τμήσαν, καὶ ἄς τὸν κρημάσῃ εἰς τὴν σανίδα, διὰ νὰ τὸν βλέπωσιν ὅλα τὰ παιδία. Καὶ μὲ τὸ μέσον αὐτὸ λαμβάνουσι μεγάλην εὐκόλιαν εἰς τὴν ἀριθμῆσιν.

Εἰς τὴν πρώτην στήλην δεξιούθεν, βλέπετε, παιδία μου! δέκα στιγμᾶς, εἰς δὲ τὴν δευτέραν, τὴν πλησίον αὐτῆς, παρομοίως δέκα· ἄρα εἰς τὰς δύο στήλας, δύο φορές δέκα, ἤτοι εἴκοσι στιγμᾶς. Ἄν προσθέσωμεν καὶ τὴν τρίτην στήλην, ἣ ὅποια ἔχει παρομοίως δέκα στιγμᾶς, γίνονται τρεῖς φορές δέκα, ἤτοι τριάντα στιγμαί· Ἄν καὶ τὴν τετάρτην, γίνονται, πόσαι; — Ἄν καὶ τὴν πέμπτην, πόσαι; — Ἄν καὶ τὴν ἕκτην, πόσαι; — Ἄν καὶ τὴν ἑβδόμην, πόσαι; — Ἄν καὶ τὴν ὀγδόην, πόσαι; — Ἄν καὶ τὴν ἐννάτην, πόσαι; — Ναί, δέκα φορές ἐννέα, ἤτοι ἐννενηντα. Ἄν τέλος πάντων προσθέσωμεν, καὶ τὴν ὑστερινὴν στήλην, πόσαι στιγμαί γίνονται; — Εὐγε! γίνονται στιγμαί δέκα φορές δέκα ἤτοι ἑκατόν.

Τώρα λοιπὸν, παιδία μου! ἐμάθετε ὃ ἀριθμητέ ἀπὸ τὸ ἕν ἕως εἰς τὰ ἑκατόν· πρέπει ἡμῶς νὰ συνειδίσητε διὰ ὃ ἀριθμητέ καὶ ἀνάπαλιν, ἤτοι ἀπὸ τὰ ἑκατόν ἕως εἰς τὸ ἕν, διότι καὶ τοῦτο σᾶς εἶναι πολλὰ ἀναγκαῖον. Ἀρχίσατε λοιπὸν τώρα ἀπὸ τὴν πρώτην στήλην ἀριστερόθεν, καὶ λέγετε: δέκα φορές δέκα, ἤτοι ἑκατόν· ἐννέα φορές δέκα καὶ ἐννέα, ἤτοι ἐννενηντα ἐννέα (*).

(*) Ὅτῳ ἄς ἐξηκολούθησωμεν ἕως εἰς τὸ ἕν. Ἄς φροντίσῃ ἡμῶς ὁ διδάσκαλος νὰ τὰ γυμνάσῃ κατὰ εἰς τὴν ἀριθμητικὴν· διότι, ὡς καὶ ἐπὶ τῆς εἰσαγωγῆς εἴπαμεν, ἡ ἀριθμητικὴ εἶναι βᾶσις ὅλων τῶν εἰδῶν τῆς ἀριθμητικῆς, καὶ, ἥστως δὲν ἠξιοῦται κατὰ ὃ ἀριθμῶν, εἶναι ἀδύνατον νὰ μάθῃ νὰ λογαριασθῇ. Ἄφ' οὗ δὲ γυμνασθῶσιν ἕως εἰς τὰ ἑκατόν, ἄς τὰ γυμνάσῃ ὃ ἀριθμοῖσι καὶ ἕως εἰς τὰ χίλια, δέκα χιλιάδες, καὶ ἑκατόν χιλιάδες καὶ ὅχι παρατίθω, ἐξηγῶν εἰς αὐτὰ, ὅτι καθὼς δέκα μονάδες κίμνουσι μίαν δεκάδα, καὶ δέκα δεκάδες μίαν ἑκατοντάδα, οὕτω καὶ δέκα ἑκατοντάδες κίμνουσι μίαν χιλιάδα, καὶ δέκα φορές μία χιλιάς μίαν δεκάδα χιλιάδων, καὶ δέκα δεκάδες χιλιάδων, μίαν ἑκατοντάδα χιλιάδων.

Περὶ Ἀναγνώσεως καὶ γραφῆς ὁποίων- δήποτε Ἀριθμῶν.

Ἐπειδὴ ἐμάθετε πλέον νὰ γράφητε ὀρθὰ καὶ εὐμορφα τὰς μονάδας, καὶ ἤξεύρετε ἢ ἀριθμῆτε καλὰ, θὰ σᾶς δείξω τώρα, πῶς πρέπει ἢ ἀναγνώσκητε καὶ νὰ γράφητε τοὺς Ἀριθμοὺς, ὅσοι φανερόνουςι περισσότερα παρὰ ἐννέα.

Τώρα θὰ ἴδω ποῖος ἀπὸ σᾶς θὰ μὲ καταλάβῃ καλῆτερα! — Προσέχετε.

Μὲ προβάλλει τις νὰ γράφω μὲ ἀριθμητικούς χαρακτηῆρας τὸν ἀριθμὸν δ ὠ δ ε κ α, ἤγουν δέκα καὶ δύο. Ἄλλ' ἡμεῖς ἀριθμητικὸν χαρακτηῆρα νὰ φανερόνῃ δώδεκα δὲν ἔχομεν, ἄρα τί πρέπει νὰ κάμω; — —

Συνεθίζομεν, παιδιά μου! νὰ γράφωμεν καὶ τοὺς ἀριθμοὺς, ὅσοι φανερόνουςι περισσότερα παρὰ ἐννέα, μὲ τοὺς ἰδίους ἀριθμητικούς χαρακτηῆρας, μὲ τοὺς ὁποίους γράφωμεν καὶ τὰς μονάδας, ἤτοι ἀπὸ τὸ ἐν ὡς τὰ ἐννέα. Πλὴν τοὺς ἐκτιμῶμεν δέκα φορὰς περισσότερον παρ' ὅ,τι ἀξίζουσιν εἰς τὰς μονάδας, καὶ τοῦτο γίνεται μὲ τὴν μετὰθεσιν αὐτῶν εἰς ἄλλον τόπον.

Διὰ νὰ σᾶς ἐξηγήσω δὲ σαφέστερα πῶς γίνεται τοῦτο, ἰδοὺ γράφω εἰς τὴν σανίδα δύο στιγμάς.

• •

καὶ αὐτὴ μὲν, ἣ ὁποία κεῖται εἰς τὸ δεξιὸν μέρος, φανερόνῃ τὸν πρῶτον τόπον, εἰς τὸν ὅποιον πρέπει

να γράφωμεν τὰς μονάδας ἤτοι ἀπὸ τὸ ἕν ὡς τὰ ἕννεα. Αὐτὴ δὲ, ἡ ὁποία κεῖται εἰς τὸ ἀριστερὸν μέρος, φανερόναι τὸν δεύτερον τόπον, εἰς τὸν ὁποῖον γράφωμεν τὰς δεκάδας, ἤτοι μίαν φοράν δέκα, δύο φορές δέκα, τρεῖς φορές δέκα, καὶ καθ' ἑξῆς.

Ὁ Ἀριθμὸς δώδεκα, τὸν ὁποῖον ἀνωτέρω μ' ἐπρόβαλλαν να γράψω εἶναι συνθεμένος ἀπὸ μίαν δεκάδα καὶ ἀπὸ δύο μονάδας. Πρέπει λοιπὸν να βάλω, τὰς μὲν δύο μονάδας εἰς τὸν πρῶτον τόπον, ἤγουν εἰς τὸ δεξιὸν μέρος· τὴν δὲ μίαν δεκάδα εἰς τὸν δεύτερον τόπον, ἤγουν εἰς τὸ ἀριστερὸν μέρος κοντὰ εἰς τὰς μονάδας, καὶ οὕτω γίνεται ὁ ἀριθμὸς δώδεκα καθὼς ἐδῶ τὸν βλέπετε.

I 2

Ὁ χαρακτήρ λοιπὸν ἕν, ὁ ὁποῖος κεῖται εἰς τὸ ἀριστερὸν μέρος, δὲν φανερόναι πλέον μόν' ἕνα, ἤγουν ἕν, ἀλλὰ φανερόναι μίαν δεκάδα, ἤγουν δέκα. Καὶ εἰάν ἀντ' αὐτοῦ εὐρίσκετο ὁ χαρακτήρ 2, ἢ 3, ἢ 4, ἢ 5, ἢ 6, ἢ 7, ἢ 8, ἢ 9, θὰ ἐφανερόναι ὁ μὲν 2, δύο δεκάδας, ἤτοι εἴκοσι, ὁ 3, τρεῖς δεκάδας, ἤτοι τριάντα, ὁ 4, τέσσαρες δεκάδας, ἤτοι σαράντα, ὁ 5, πέντε δεκάδας, ἤτοι πενήντα, ὁ 6, ἕξ δεκάδας, ἤτοι ἑξήντα, ὁ 7, ἑπτὰ δεκάδας, ἤτοι ἑβδομήντα, ὁ 8, ὀκτὼ δεκάδας, ἤτοι ὀγδοήντα, ὁ 9, ἕννεα δεκάδας, ἤτοι ἑννεήντα.

Ἄς ἴδωμεν τώρα, ἂν ἐκαταλάβετε, ὅσα σᾶς εἶπα. Ἴδου γράφω τὸν χαρακτήρα ἕν δύο φορές ἀραδικῶς.

I I

• •

Ποῖος ἀπὸ τοὺς δύο δύναται, ἢ ἐκτιμᾶται περισσό-
τερον, ὁ εἰς τὸ δεξιὸν, ἢ ὁ εἰς τὸ ἀριστερὸν μέρος; —

Διατί; — —

Ἀκόμη ἐν παράδειγμα.

3 9

• ••

Οἱ χαρακτῆρες οὗτοι, ἀγαπητά μου παιδιὰ, φανε-
ρόνουςι καὶ οἱ δύο τόσα μῆλι. Ποῖον ἀπὸ τοὺς δύο
προτιμᾶτε;

Διατί τὸν χαρακτῆρα 3, καὶ ὄχι τὸν 9, ἢ δὲν
φανερώνει ὁ 9 περισσότερα παρὰ τὸν 3; —

Πόσα δύναται ὁ κείμενος εἰς τὸ ἀριστερὸν μέρος
χαρακτῆρ 3; — Ναί, τρεῖς δεκάδας, ἢ τριάντα.

Ἄμμι, ὁ κείμενος εἰς τὸ δεξιὸν μέρος 9; — Εὐγε!
ἐννέα μονάδας.

Πῶς δὲ πρέπει νὰ τοὺς ἀναγνώσωμεν καὶ τοὺς
δύο μαζί, τὸ ἠξεύρετε, ἤγουν

Τρεῖς φορές δέκα καὶ ἐννέα, καὶ
τριάντα ἐννέα.

Ὁ δεύτερος τρόπος εἶναι ὁ καλῆτερος, διότι εἶναι
καὶ ὁ συνειδησιμὸς.

Ἀκόμη ἐν παράδειγμα θὰ γράψω, καὶ θὰ σᾶς
τὸ ἀναγνώσω ἐγώ. Ὅσα ὅμως σᾶς γράψω μετὰ ταῦτα,
πρέπει νὰ τὰ ἀπαγγείλητε μόνοι οὖς. Οἱ χαρακτῆρες
οὗτοι

4 5

ἀπαγγέλλονται, ἢ ἀναγινώσκονται σαράντα πέντε.

Πῶς ἀπαγγέλλονται ὁ 41 , 34 , 28 ; 19 , 57 , 69 , 96 , 82 , 73 , 25 , 18 , 11 , 48 , 33 , 15 , 43 , 72 , 88 , 66 , 55 , 22 , 49. (Καὶ ἄλλοι πυρόμοιοι).

Παιδιά μου ! ὅταν ἔχητε χρείαν νὰ γράψητε ἀριθμοὺς συνθέτους ἀπὸ δεκάδας καὶ μονάδας , πρέπει πρῶτον νὰ συλλογίζησθε καλὰ διὰ νὰ καταλάβητε πόσας δεκάδας , καὶ πόσας μονάδας ἔχει ὁ προκειμένος ἀριθμὸς· καὶ ἀφ' οὗ καταλάβετε τοῦτο , τότε γράφετε , ὡς ἀνωτέρω σᾶς ἔδειξα , τὰς δεκάδας εἰς τὸ ἀριστερὸν μέρος , καὶ τὰς μονάδας εἰς τὸ δεξιόν .

Γυμνάσματα.

Πῶς γράφομεν.

Πῶς γράφομεν.

| | | | |
|-----------|-----------|----------|-----------|
| Εἴκοσι | δύω ; | Δέκα | ἐννέα ; |
| Τριάντα | δύω ; | Ἐξήντι | ὀκτώ ; |
| Σαράντα | τρία ; | Ἐννεήντι | έν ; |
| Τριάντα | τέσσαρα ; | Σαράντα | ἐννέα ; |
| Σαράντα | πέντε ; | Δέκα | ἕξ ; |
| Πενήντι | τέσσαρα ; | Ὀγδοήντι | ἑπτὰ ; |
| Ἐξήντι | πέντε ; | Ἐννεήντι | τέσσαρα ; |
| Ἐβδομήντι | ἕξ ; | Δωδεκα ; | |
| Ὀγδοήντι | ἐννέα ; | Δέκα | ἑπτὰ ; |
| Ἐννεήντι | ὀκτώ ; | Εἴκοσι | ἑπτὰ ; |
| Ἐξήντι | ἑπτὰ ; | Τριάντα | ἐννέα ; |
| Ὀγδοήντι | ἕξ . | | |

(Σημ. Ἄς προβάλλῃ ὁ διδάσκαλος καὶ ἄλλα πολλὰ τοιαῦτα προβλήματα , προσίχων ἑμὸς νὰ μὴ ἐμπέτῃ εἰς κινὴν τὸ μηδενικὸν σημεῖον .)

Όταν θέλητε να γράψετε ένα αριθμὸν συγκείμενον ἀπὸ μόνον δεκάδας καὶ μὴ ἔχοντα μονάδας, πρέπει νὰ βάλλητε εἰς τὸν πρῶτον τόπον, ἤτοι εἰς τὸ δεξιὸν μέρος, τοῦτο τὸ σημεῖον



τὸ ὁποῖον ὀνομάζεται μηδενικὸν, καὶ φανερόναι, ὅτι λείπουναι μονάδες. Παραδείγματος χάριν, σὰς προβάλλει τις νὰ γράψετε τριάντα. Ὁ ἀριθμὸς τριάντα εἶναι σύνθετος ἀπὸ μόνον τρεῖς δεκάδας, καὶ μονάδα δὲν ἔχει καμμίαν. Πρέπει λοιπὸν κατόπιν τοῦ 3 νὰ γράψετε ἓν μηδενικὸν, καὶ ὁ ζητούμενος ἀριθμὸς εἶναι ὀρθὸς, καθὼς τὸν βλέπετε ἐδῶ

30.

Γυμνάσματα.

Πῶς γράφομεν

Πᾶς γράφομεν

Σαράντα;

Πενήντα;

Ἐξήντα;

Ἐβδομήντα;

Ἐννεμήντα;

Ὀγδοήντα;

Δέκα;

Εἴκοσι.

Τὸ μηδενικὸν τοῦτο σημεῖον δὲν φανερόναι μόνον τὴν ἔλλειψιν τῶν μονάδων, ἀλλὰ δίδει ἐν ταύτῳ εἰς τὸν ἀριθμὸν, καὶ τὴν ὁποίαν πρέπει νὰ ἔχη δύναμιν· διότι μὲ τὴν πρόσθεσιν τοῦ μηδενικοῦ, ὁ ἀριθμὸς ἀναβαίνει ἓνα βαθμὸν ἀπὸ τὰ δεξιὰ πρὸς τ' ἀριστερὰ, καὶ οὕτω λαμβάνει δύναμιν δέκα φορές μεγαλύτεραν παρὰ τὴν ὁποίαν εἶχε πρωτῆτερα.

Παραδείγματος χάριν

| | | | | |
|------|-----------|----------|-----------|-------|
| 'Απὸ | 1 μονάδα | γίνεται | 1 δεκάς | ἢ 10. |
| 'Απὸ | 2 μονάδας | γίνονται | 2 δεκάδες | ἢ 20. |
| 'Απὸ | 3 μονάδας | γίνονται | 3 δεκίδες | ἢ 30. |
| 'Απὸ | 4 μονάδας | γίνονται | 4 δεκάδες | ἢ 40. |
| 'Απὸ | 5 μονάδας | γίνονται | 5 δεκάδες | ἢ 50. |
| 'Απὸ | 6 μονάδας | γίνονται | 6 δεκάδες | ἢ 60. |
| 'Απὸ | 7 μονάδας | γίνονται | 7 δεκάδες | ἢ 70. |
| 'Απὸ | 8 μονάδας | γίνονται | 8 δεκάδες | ἢ 80. |
| 'Απὸ | 9 μονάδας | γίνονται | 9 δεκάδες | ἢ 90. |

"Όταν δὲ τὸ μηδενικὸν εὑρίσκηται εἰς τὸ ἀριστερὸν μέρος τοῦ ἀριθμοῦ, καὶ δὲν ἔχη πρὸ αὐτοῦ ἄλλον ἀριθμὸν δυνατὸν, δὲν σημαίνει τίποτε. Παραδείγματος χάριν 06. Ὁ ἀριθμὸς οὗτος δὲν σημαίνει περικοπότερον παρὰ 6· μήτε καὶ εἰς εἶχε δέκα μηδενικά πρὸ αὐτοῦ.

"Όταν θέλῃτε νὰ γράψῃτε ἑκατὸν, ἤτοι δέκα φορές δέκα, ἢ δέκα δεκίδας, ἀναβιβάζετε τὸν χαρακτῆρα 1 εἰς τὸν τρίτον βαθμὸν πρὸς τὰ ἀριστερά. π. χ.

100.

Γυμνάσματα.

Πῶς γράφομεν.

Τετρακόσια ;

'Επτακόσια ;

Τριακόσια ;

Πεντακόσια ;

Πῶς γράφομεν.

Διακόσια ;

'Ενεακόσια ;

'Οκτακόσια ;

'Εξακόσια ;

Εἰς τὰ προκείμενα παραδείγματα, παιδία μου ! βλέπετε μόνον ἑκατοντάδας, εἰς τὰς ὁποίας τὰ μηδενικά ἀναπληρῶνται τὴν ἔλλειψιν τῶν δεκάδων καὶ μονάδων. Ὅταν ὅμως ἐμπίπτωσι καὶ δεκάδες, ἢ μονάδες, τότε εἰς τὸν τόπον τῶν μηδενικῶν, προσθέτομεν τοὺς χαρακτῆρας τῶν δεκάδων, ἢ τῶν μονάδων. π. χ. Σὰς προβάλλει τις νὰ γράψῃτε πεντακόσια τέσσαρα. Εἰς τὴν πρότασιν ταύτην εὐρίσκονται ἑκατοντάδες καὶ μονάδες, δεκάδες ὅμως λείπουσι. Τί πρέπει λοιπὸν νὰ κάμωμεν ; — Τὰς μὲν 5 ἑκατοντάδας, καὶ τὰς 4 μονάδας τὰς γράφομεν μὲ τοὺς ἀριθμητικοὺς χαρακτῆρας· εἰς τὸν τόπον δὲ τῶν ἐλλειπουσῶν δεκάδων βάλλομεν ἓν μηδενικὸν, ὡς βλέπετε

504.

Γυμνάσματα.

Πῶς γράφομεν.

Πῶς γράφομεν.

| | | | |
|------------|------------------|-------------------|---------|
| Ἐξακόσια | ἐννία ; | Ἐννεακόσια | ἑπτὰ ; |
| Ὀκτακόσια | σαράντα ; | Ἐκατὸν | δέκα ; |
| Τριακόσια | ἑξήντα ; | Διακόσια | πέντε ; |
| Τετρακόσια | τρία ; | Τριακόσια | τρία ; |
| Ἐπτακόσια | εἴκοσι ; | Πεντακόσια ; | |
| Ἐννεακόσια | ἐννεήντα ἐννία ; | (καὶ ἄλλα ὅμοια). | |

Προσέχετε παιδία μου !

Ὅταν ἀριθμῆσῃτε δέκα φορὰς ἑκατὸν, γίνονται χίλια. Ὁ δὲ χαρακτήρ, ὅστις φανεροῦναι τὰς χιλιάδας,

ἀναβιβάζεται εἰς τὸν τέταρτον βαθμὸν πρὸς τὸ ἀριστερὸν μέρος, καθὼς βλέπετε

1000.

Γυμνάσματα.

Πῶς γράφομεν

Πῶς γράφομεν

^α Ἐξ χιλιάδας;

Δύο χιλιάδας;

Τρεῖς χιλιάδας;

^β Ἑπτὰ χιλιάδας;

^γ Ὀκτὼ χιλιάδας;

Τέσσαρες χιλιάδας;

Πέντε χιλιάδας;

^δ Ἐννέα χιλιάδας;

^ε Ἀπ' ὅσα εἶπαμεν, ἀγαπητά μου παιδιά! ἐκαταλάβετε, ὅτι αἱ χιλιάδες ἐπέχουσι τὸν 4^{ον} βαθμὸν, αἱ ἑκατοντάδες τὸν 3^{ον}, αἱ δεκάδες τὸν 2^{ον}, αἱ μονάδες τὸν 1^{ον}.

^ς Ἴδου σὰς σημειῶνω ἀκόμη μίαν φορὰν τοὺς τέσσαρας τούτους βαθμοὺς, καὶ κυττάξατέ τους καλὰ καλὰ.

Καὶ καθεξῆς | 4^{ος} | 3^{ος} | 2^{ος} βαθμὸς | 1^{ος} βαθμὸς.

^τ Ἐντυπώσατε καλὰ εἰς τὸν νοῦν σας, παιδιά μου, τούτους τοὺς βαθμοὺς. δια γὰρ μὴ σφάλλητε, ὅταν γράφητε μεγάλους ἀριθμοὺς. Λέγετε λοιπὸν, αἱ χιλιάδες ἐπέχουσι τὸν 4^{ον} βαθμὸν, αἱ ἑκατοντάδες τὸν 3^{ον} (καὶ τὰ ἐξῆς).

Γυμνάσματα.

Πῶς γράφομεν

Τέσσαρας χιλιάδας καὶ ἑπτακόσια ;

Ὅκτώ χιλιάδας καὶ πεντακόσια ;

Τρεῖς χιλιάδας καὶ ὀκτακόσια ἑξήντα ;

Ἐξ χιλιάδας καὶ ἑπτὰ ;

Χίλια ἑκατὸν εἴκοσι τέσσαρα ;

Τέσσαρας χιλιάδας καὶ ἑκατὸν ἕξ ;

Ἐπὶ χιλιάδας ;

Διακόσια ἑννέα ;

Ἐννέα χιλιάδας καὶ πενήντα ;

Δύο χιλιάδας καὶ ἓν ;

Ἐκατὸν ἓν ;

Αἱ χιλιάδες, τὰς ὁποίας ἕως τῶρα ἐγράφετε, ἦσαν μονάδες χιλιάδων. Ἐὰν ὅμως σᾶς προβάλλῃ τις νὰ γράψητε δεκάδας χιλιάδων, ἤτοι δέκα, εἴκοσι, τριάντα, σαράντα, πενήντα, ἑξήντα, ἑβδομηῆντα, ὀγδοῆντα, ἑννεῆντα χιλιάδας· γράφετε τὸν χαρακτῆρα τῆς δεκάδος τῶν χιλιάδων εἰς τὸν 5^{ον} βαθμὸν, καθὼς τὸν βλέπετε ἐδῶ.

10 000 Δέκα χιλιάδες.

20 000 Εἴκοσι χιλιάδες.

30 000 Τριάντα χιλιάδες.

40 000 Σαράντα χιλιάδες.

Γυμνάσματα.

Πῶς γράφομεν

Ἐξήντα χιλιάδας ;

Ἐννεήντα χιλιάδας ;

Ὀγδοήντα χιλιάδας ;

Πενήντα πέντε χιλιάδας ;

Ἐβδομήντα τρεῖς χιλιάδας καὶ ὀκτακόσια ;

Τριάντα τρεῖς χιλιάδας καὶ ἑξακόσια δέκα ;

Εἴκοσι χιλιάδας καὶ τριακόσια τρία ;

Δεκαπέντε χιλιάδας καὶ ἑκατὸν ἕν ;

Ἐὰν δὲ σὰς προβάλλῃ τις νὰ γράψῃτε ἑκατοντάδας χιλιάδων , ἤτοι ἑκατὸν , διακοσίας , τριακοσίας , τετρακοσίας κ. τ. λ. χιλιάδας , γράφετε τὸν χαρακτηρὰ τῆς ἑκατοντάδος τῶν χιλιάδων εἰς τὸν 6^{ον} βαθμὸν , καθὼς τὸν βλέπετε ἐδῶ

100 000 Ἐκατὸν χιλιάδες.

200 000 διακόσια χιλιάδες.

Γυμνάσματα

Πῶς γράφομεν

Τριακοσίας χιλιάδας ;

Τετρακοσίας χιλιάδας ;

Πεντακοσίας χιλιάδας ;

Ἐξακοσίας χιλιάδας ;

Ἐπτακοσίας χιλιάδας ;

Ὀκτακοσίας χιλιάδας ;

Ἐννεακοσίας χιλιάδας ;

Διακοσίας πενήντα τρεις χιλιάδας;
 Ἐκατὸν δύο χιλιάδας καὶ ἑκατόν;
 Πεντακοσίας τρεῖς χιλιάδας καὶ δύο;
 Ἐκατὸν ἕξ χιλιάδας; (καὶ ἄλλα ὅμοια).

| 6ος. | 5ος. | 4ος. | 3ος. | 2ος. | 1ος. | (1). |
|---------------------------------|----------------------|---------------------|-------------------|----------|---------------|------|
| Ἐκατον- τίδες χι- λιάδων. | Δεκάδες χιλιάδων. | Μονάδες χιλιάδων | ἑκατον- τάδες. | Δεκάδες. | Μονά- δες. | |

Παιδιά μου! ἐπειδὴ πλέον ἐμάθετε καλὰ τὴν ἀπαγγέλλετε, καὶ νὰ γράφητε ὅποιουςδήποτε ἀριθμούς σᾶς προβάλλω, θέλω τώρα νὰ σᾶς κάμω γνωστὰ τὰ νομίσματα, τὰ μέτρα, καὶ τὰ ζυγία, ὅσα ἔχομεν εἰς χρῆσιν εἰς τὴν πατρίδα μας. Σᾶς συμβουλεύω δὲ νὰ τὰ μελετήσετε μὲ μεγάλην ἐπιμέλειαν, διότι ὅποιος δὲν τὰ γνωρίζει καλὰ, δὲν ἠμπορεῖ ποτὲ νὰ μάθῃ τὴν διὰ φωνῆς Ἀριθμητικὴν.

Περὶ τῶν νομισμάτων (2).

| | Γρό- | Ποσίδ. |
|---------------------------------------|------|--------|
| Ἐν χρυσοῦν φλωρίον βενετικόν. | 14 | 20. |
| Ἐν ὁμοίον ——— Ὀλλανδικόν. | 14 | — |
| Ἐν ὁμοίον ——— Βασιλικόν. | 13 | 20. |
| Ἐν εἰκοσιπεντάρι. | 25 | — |
| Ἐν γουντουκλί. | 11 | — |
| Ἐνας ροιμπιές. | 2 | 30. |
| Ἐνας Νισφιές. | 2 | 10. |

(1) Πρὸς προαγωγῆσιν τὰ παιδία εἰς τὰς πράξεις, εἶναι μεγάλη εὐαίχνη τὰ γυμνασθεῖσαι πολλὴ εἰς τὴν ἀπαγγελίαν καὶ γραφὴν τῶν ἀριθμῶν, καὶ εἰς τὴν γνώρισιν τῶν μέτρων, τῶν σταθμῶν, τῶν νομισμάτων κ. τ. λ.

(2) Ἐπειδὴ τὰ νομίσματα εἰς τὴν Ἑλλάδα δὲν ἔχουσι νόμιμον τιμὴν,

| | Τρό- | Μαριδ. |
|--|------|--------|
| "Εν τάλλαρον Ἰσπανικόν. | 6 | 20. |
| "Εν τάλλαρον Βασιλικόν. | 6 | 10. |
| "Εν τάλλαρον Σπέτσιες. | 5 | 30. |
| "Εν πεντάγροσον. | 5 | — |
| "Εν ἑκατοστάρη παλαιόν. | 3 | 10. |
| Μία ἑξηντάρη παλαιά. | 2 | 20. |
| "Εν Μονόγροσον παλαιόν. | 1 | 25. |
| "Εν πουγγεῖον λέγονται τὰ. | 500 | |
| "Εν γρούσι λέγονται οἱ. | | 40. |
| "Ενας παρᾶς ἔχει τρία λιανὰ , ἢ ἄσπρα. | | |

"Εν τριάρη ἀξίζει 3 παράδες.

"Εν πεντάρη ——— 5 ———

"Εν δεκάρη ——— 10 ———

"Εν γρούσι ἠμποροῦμεν νὰ τὸ πληρώσωμεν κατὰ διαφόρους τρόπους. π. χ.

Μὲ 40 παράδες.

Μὲ 4 δεκάρια.

Μὲ 8 πεντάρια.

διὰ τοῦτο ὁ διδάσκαλος δὲν πρέπει νὰ περιορισθῆ εἰς τὸν ἄνω πίνακα ἄλλα νὰ ἰδιώξῃ τοὺς μαθητὰς του μὲ τὴν κατὰ γράμματα ἐπιχειρηματικὴν τιμὴν. Πρὸς τούτους νὰ δείχνῃ εἰς τὰ πρῶτα καὶ ὅλα τὰ ὑπάρχοντα νομίσματα. Περὶ δὲ τῶν πλαστῶν, νὰ ἐξηγῆ μόνον τὴν χρῆσιν.

Ὅσα νομίσματα ἀριθμοῦμεν ἀνὰ πέντε.

- 3 Χερσιὰ, ἢ πεντάς παραδῶν περιέχει 5 παραδες. 8 τοιαῦται χερσιὰ κάμνουσιν 1 γρόσι.
1 Χερσιὰ πενταριῶν περιέχει 5 πεντάρια.
1 Χερσιὰ δεκαριῶν περιέχει 5 δεκάρια.
1 Χερσιὰ τριαριῶν περιέχει 5 τριάρια.
3 Χερσιὰ ρουμπιέδων περιέχει 5 ρουμπιέδες.
4 Χερσιὰ νισφιέδων περιέχει 5 νισφιέδες.

Περὶ Μέτρων.

- Ἐν Κρασόμετρον ἔχει. 10 ὀκάδες.
Μία ὀκά ἔχει. 4 λίτρας.
Μία λίτρα ἔχει. 100 δράμια.

Μέτρον σιτηρῶν εἶναι τὸ κοιλόν
καὶ τὸ ἡμισυ κοιλόν.

- Τὸ καντάρι ἔχει. 44 ὀκάδες.

Ἡ πήχη διαιρεῖται εἰς

Ἡμίσειαν πήχην, εἰς

Τέταρτα, καὶ εἰς

Ὀγδοα.

Μέτρον χρονικόν.

- Ὁ Αἰὼν περιέχει. 100 ἔτη.

- Ὁ χρυσοῦς Ἀριθμὸς περιέχει. 28 ἔτη.

- Τὸ κοινὸν ἔτος περιέχει. 365 $\frac{1}{4}$ ἡμέρας.

Καὶ κατ' ἄλλον τρόπον τὸ ἔτος διαιρεῖται εἰς δώδεκα μῆνας, οἱ ὅποιοι εἶναι οἱ ἀκόλωνιοι.

| | | |
|-------------------------|---------|-------|
| ‘Ο Ιαννουάριος. | 31 | ἡμέρ. |
| ‘Ο Φεβρουάριος. | 28 ἢ 29 | ἡμέρ. |
| ‘Ο Μάρτιος. | 31 | |
| ‘Ο Ἀπρίλιος. | 30 | |
| ‘Ο Μαΐος. | 31 | |
| ‘Ο Ἰούνιος. | 30 | |
| ‘Ο Ἰούλιος. | 31 | |
| ‘Ο Αὐγουστος. | 31 | |
| ‘Ο Σεπτέμβριος. | 30 | |
| ‘Ο Ὀκτώβριος. | 31 | |
| ‘Ο Νοέμβριος. | 30 | |
| ‘Ο Δεκέμβριος. | 31 | |

Τὸ ἤμισυ ἔτος ἔχει 6 μῆνας.

‘Ο Μῆνας ἔχει ἐβδομάδας 4, καὶ 2 ἢ 3 ἡμέρας.

Τὸ ἔτος διαιρεῖται πρὸς τούτοις καὶ εἰς 52 ἐβδομάδας, 1 ἡμέραν, καὶ 6 ὥρας.

‘Η ἐβδομάς ἔχει 7 ἡμέρας.

‘Ο Βίσεκτος, ὅστις συμπίπτει εἰς πᾶσαν τετραετίαν, περιέχει δώδεκα μῆνας, ἢ 52 ἐβδομάδας καὶ 2 ἡμέρας, ἢ 366 ἡμέρας.

Τὸ ἡμερονύκτιον ἔχει 24 ὥρας.

‘Η ὥρα ἔχει 60 λεπτά.

Τὸ Λεπτὸν 60 δεύτερα λεπτά.



Περὶ Προσδέσεως.

Ἡ πρόσθεσις, ἢ σύναψις εἶναι πράξις τῆς Ἀριθμητικῆς, διὰ τῆς ὁποίας συνάπτομεν πολλὰς ποσότητας, ἢ ἀριθμοὺς εἰς ἓν ὄλον.

Οἱ ἀριθμοὶ, τοὺς ὁποίους μεταβάλλομεν εἰς ἓν ὄλον λέγονται Προσθετέοι.

Τὸ δὲ ὄλον, ἢτοι ὁ ἀριθμὸς, ὁ ὁποῖος ἰσοδυναμεῖ μὲ τοὺς διαφόρους προσθετέους, λέγεται Κεφάλαιον, καὶ Ἀθροισμα.

Παιδιά μου! ὅταν θέλητε νὰ συνάψητέ τι, πρέπει νὰ παρατηρήτε διὰ νὰ ἦναι τὰ πράγματα, τὰ ὁποῖα μέλλετε νὰ μεταβάλλητε εἰς ἓν ὄλον, Ὁμοειδῆ, ἢ τῆς αὐτῆς φύσεως· διότι πράγματα Ἐτεροειδῆ, ἢ διαφόρου φύσεως δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ συναφθῶσιν εἰς ἓν ὄλον.

Πράγματα δὲ ὁμοειδῆ εἶναι τ' ἀκόλουθα, γρόσια καὶ γρόσια, παράδες καὶ παράδες, λίτραι καὶ λίτραι, πῆλαι καὶ πῆλαι, καὶ τὰ τοιαῦτα.

Ἐτεροειδῆ δὲ εἶναι γρόσια καὶ παράδες, λίτραι καὶ πῆλαι, παράδες καὶ λίτραι, καὶ τὰ παρόμοια.

Χρόνους καὶ χρόνους, ἢ ὥρας καὶ ὥρας, ἠμποροῦμεν νὰ συνάψωμεν, ὅμως χρόνους καὶ ὥρας, ἢ γρόσια καὶ παράδες δὲν εἶναι δυνατὸν· διότι δὲν ἠμποροῦμεν νὰ εἴπωμεν 3 παράδες καὶ ἓν γρόσι, κάμνουσι 4 παράδες μῆτε 3 παράδες καὶ 1 γρόσι κάμνουσι 4 γρόσια. ἠμποροῦμεν ὅμως, χωρὶς νὰ λανθασθῶμεν, νὰ εἴπωμεν 3 παράδες καὶ 1 παρᾶς κάμνουσι 4 παράδες, καὶ 3 γρόσια καὶ 1 γρόσι κάμνουσι 4 γρόσια, καὶ οὕτω ἐφεξῆς.

“Όταν ὁμως θέλωμεν νὰ συνάψωμεν δύο πράγ-
ματα ἑτεροειδῆ , ἢ διαφόρου φύσεως εἰς ἓν ἕλον ,
πρέπει πρῶτον νὰ τὰ συμβιβάσωμεν , διὰ νὰ φανε-
ρόνωσιν ἓν ὁμοειδές . ἢ τῆς αὐτῆς φύσεως καὶ τὰ
δύο . Παρ. γ . ἠμποροῦμεν νὰ εἴπωμεν , ἓν μῆλον
καὶ ἓν ἀπιδιον κάμνουσι 2 κομμάτια ὄπωρικά ἢ
μια κερασιά καὶ μια ελαία κάμνουσι 2 δένδρα Δὲν
ἠμποροῦμεν ὁμως νὰ εἴπωμεν , ἓν μῆλον , καὶ ἓν
βιβλίον , κάμνουσι δύο ὄπωρικά , μήτε δύο βιβλία
διότι τὰ δύο ταῦτα ἑτεροειδῆ δὲν συμβιβάζονται
εἰς ἓν τρίτον ὁμοειδές .

Διὰ νὰ μάθητε μὲ εὐκολίαν καὶ τὴν πρόσθεσιν,
παιδιά μου ! πρέπει ν’ ἀρχίσητε ἀπὸ τὰ εὐκολώτερα
καὶ ἀπλούστερα , καὶ ἔυτω νὰ προχωρήσητε βαθ-
μηδὸν καὶ εἰς τὰ δυσκολώτερα .

Εἶναι ἀναγκαῖον λοιπὸν κατὰ πρῶτον νὰ μάθητε
διὰ νὰ συνάπτητε γρήγορα καὶ ὀρθὰ ἀτλοῦς ἀριθ-
μοὺς , ἢ ἀπλᾶς ποσότητες· καὶ πρὸς τοῦτο ὡς χρη-
σιμῆτι ὁ ἀκόλουθος πίναξ , τὸν ὁποῖον πρέπει νὰ
μελετήσητε καλᾶ .

Πίναξ

προσθέσεως ἀπλῶν ἀριθμῶν.

| | | | | | | | | | |
|-------|-----|---|----------|----|---|-----|---|----------|----|
| 1 | καὶ | 1 | γίνονται | 2 | 4 | καὶ | 1 | γίνονται | 5 |
| 1 | καὶ | 2 | γίνονται | 3 | 4 | καὶ | 2 | γίνονται | 6 |
| 1 | καὶ | 3 | γίνονται | 4 | 4 | καὶ | 3 | γίνονται | 7 |
| 1 | καὶ | 4 | γίνονται | 5 | 4 | καὶ | 4 | γίνονται | 8 |
| 1 | καὶ | 5 | γίνονται | 6 | 4 | καὶ | 5 | γίνονται | 9 |
| 1 | καὶ | 6 | γίνονται | 7 | 4 | καὶ | 6 | γίνονται | 10 |
| 1 | καὶ | 7 | γίνονται | 8 | 4 | καὶ | 7 | γίνονται | 11 |
| 1 | καὶ | 8 | γίνονται | 9 | 4 | καὶ | 8 | γίνονται | 12 |
| 1 | καὶ | 9 | γίνονται | 10 | 4 | καὶ | 9 | γίνονται | 13 |
| ————— | | | | | | | | | |
| 2 | καὶ | 1 | γίνονται | 3 | 5 | καὶ | 1 | γίνονται | 6 |
| 2 | καὶ | 2 | γίνονται | 4 | 5 | καὶ | 2 | γίνονται | 7 |
| 2 | καὶ | 3 | γίνονται | 5 | 5 | καὶ | 3 | γίνονται | 8 |
| 2 | καὶ | 4 | γίνονται | 6 | 5 | καὶ | 4 | γίνονται | 9 |
| 2 | καὶ | 5 | γίνονται | 7 | 5 | καὶ | 5 | γίνονται | 10 |
| 2 | καὶ | 6 | γίνονται | 8 | 5 | καὶ | 6 | γίνονται | 11 |
| 2 | καὶ | 7 | γίνονται | 9 | 5 | καὶ | 7 | γίνονται | 12 |
| 2 | καὶ | 8 | γίνονται | 10 | 5 | καὶ | 8 | γίνονται | 13 |
| 2 | καὶ | 9 | γίνονται | 11 | 5 | καὶ | 9 | γίνονται | 14 |
| ————— | | | | | | | | | |
| 3 | καὶ | 1 | γίνονται | 4 | 6 | καὶ | 1 | γίνονται | 7 |
| 3 | καὶ | 2 | γίνονται | 5 | 6 | καὶ | 2 | γίνονται | 8 |
| 3 | καὶ | 3 | γίνονται | 6 | 6 | καὶ | 3 | γίνονται | 9 |
| 3 | καὶ | 4 | γίνονται | 7 | 6 | καὶ | 4 | γίνονται | 10 |
| 3 | καὶ | 5 | γίνονται | 8 | 6 | καὶ | 5 | γίνονται | 11 |
| 3 | καὶ | 6 | γίνονται | 9 | 6 | καὶ | 6 | γίνονται | 12 |
| 3 | καὶ | 7 | γίνονται | 10 | 6 | καὶ | 7 | γίνονται | 13 |
| 3 | καὶ | 8 | γίνονται | 11 | 6 | καὶ | 8 | γίνονται | 14 |
| 3 | καὶ | 9 | γίνονται | 12 | 6 | καὶ | 9 | γίνονται | 15 |

| | | | | | | | | | |
|---|-----|---|----------|----|---|-----|---|----------|----|
| 7 | καὶ | 1 | γίνονται | 8 | 8 | καὶ | 6 | γίνονται | 14 |
| 7 | καὶ | 2 | γίνονται | 9 | 8 | καὶ | 7 | γίνονται | 15 |
| 7 | καὶ | 3 | γίνονται | 10 | 8 | καὶ | 8 | γίνονται | 16 |
| 7 | καὶ | 4 | γίνονται | 11 | 8 | καὶ | 9 | γίνονται | 17 |
| 7 | καὶ | 5 | γίνονται | 12 | | | | | |
| 7 | καὶ | 6 | γίνονται | 13 | | | | | |
| 7 | καὶ | 7 | γίνονται | 14 | | | | | |
| 7 | καὶ | 8 | γίνονται | 15 | | | | | |
| 7 | καὶ | 9 | γίνονται | 16 | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| 8 | καὶ | 1 | γίνονται | 9 | 9 | καὶ | 1 | γίνονται | 10 |
| 8 | καὶ | 2 | γίνονται | 10 | 9 | καὶ | 2 | γίνονται | 11 |
| 8 | καὶ | 3 | γίνονται | 11 | 9 | καὶ | 3 | γίνονται | 12 |
| 8 | καὶ | 4 | γίνονται | 12 | 9 | καὶ | 4 | γίνονται | 13 |
| 8 | καὶ | 5 | γίνονται | 13 | 9 | καὶ | 5 | γίνονται | 14 |
| | | | | | 9 | καὶ | 6 | γίνονται | 15 |
| | | | | | 9 | καὶ | 7 | γίνονται | 16 |
| | | | | | 9 | καὶ | 8 | γίνονται | 17 |
| | | | | | 9 | καὶ | 9 | γίνονται | 18 |

Ἐὰν τὰ παιδιά μελετήσωσι καλὰ τὸν πίνακα τοῦτον, καὶ ὁ διδάσκαλος τὰ γυμνάση ἐρωτῶν αὐτὰ ποτὲ κατὰ σειρὰν, καὶ ποτὲ ἔξω τῆς σειρᾶς, ἐφαρμοζὼν τὰς ἐρωτήσεις του εἰς ποικίλα παραδείγματα, θὰ λάβωσιν ἐντὸς ὀλίγου μεγάλην ἐτοιμότητα εἰς τὴν πρόοδον.

Παραδείγματα γυμνασμάτων.

Νικόλαε! " Ἄς υποθέσωμεν, ὅτ' ἡ μήτηρ σου σ' ἐχάρισεν ἐν μῆλον. " Ἄν σὲ χερῖσω καὶ ἐγὼ ἄλλο ἐν, πόσα μῆλα θὰ ἔχεις; — Διατί 2;

Ὁ Ἰωάννης, πρὶν ἔλθῃ εἰς τὸ σχολεῖον, ἔφαγεν ἐν ἀπίδιον· ἄφησε δὲ καὶ εἰς τὸν οἶκόν του ἄλλα 2, τὰ ὅποια θὰ τὰ φάγῃ, ἀφοῦ ἐκβῇ ἀπὸ τὸ σχολεῖον. Πόσα ἀπίδια λοιπὸν εἶχε; — Διατί 3;

Ὁ Θωμᾶς ἔδωκε, μὲ τὴν συγκατάθεσιν τῶν γονέων του εἰς μίαν πτωχὴν γυναῖκα ἕνα παρῶν, καὶ εἰς ἕνα τυφλὸν πτωχόν 3. Πόσα ἐξώδευσεν ὅλα ὅλα; — Ἐκαμεν ἀρὰ γε καλὰ, διότι ἐβοήθησεν αὐτοῖς τοῖς δυστυχεῖς;

Ὁ Νικόλαος ἔχει ἕν καρδύδιον, καὶ ὁ Γεώργιος 4. Πόσα γίνονται ὅλα μαζί;

Ἦνας χωριάτης ἄφησεν 1 ἵππον εἰς τὸν οἶκον, καὶ ὁ ἔκβαλεν εἰς τὴν βοσκήν. Πόσους ἵππους ἔχει; — Διατί 6;

Πόσοι παράδες γίνονται, ὅταν εἰς 1 προσθέσω καὶ ἄλλους 6; — Διατί 7;

Ὁ Κωνσταντῖνος ἔλαβε τὴν ἡμέραν τῶν γενεθλίων του ἀπὸ τὸν πατέρα του κίμποσον; παράδες, καὶ μὲ 1 παρῶν ἀγόρισεν ὀπωρικὰ, 7 δὲ ἐφύλαξεν εἰς τὸ σακκουλάκιόν του. Πόσους παράδες του ἔδωσεν ὁ πατήρ του; — Διατί 8; δὲν γίνονται ἀρὰγε περισσότεροι;

Ὁ Πέτρος εἶχεν εἰς τὸν κῆπόν του μίαν μηλέαν, χθὲς δὲ ἐφύτευσε καὶ ἄλλας 8. Πόσας μηλίας ἔχει τώρα; —

Ἡ μήτηρ τοῦ Παύλου ἐπλήρωσεν εἰς μὲν τὸν ῥάπτην 1 γρόσι, εἰς ἕνα δὲ πραγματευτὴν 9 γρόσια. Πόσα ἐξώδευσεν ὅλα ὅλα;

Κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον πρέπει νὰ ἐφαρμοσθῶσι καὶ οἱ λοιποὶ ἀριθμοὶ τοῦ πίνακος εἰς παραδείγματα ἀρμόδια εἰς τὴν ἡλικίαν τῶν παιδίων.

Ἄγαπηρά μου παιδία! Ὅταν συνάπτητε διαφορὰς ἀριθμοὺς, εἶναι τὸ ἴδιον εἰς προσθέτητε τὸν πρῶτον εἰς τὸν δεύτερον, ἢ τὸν δεύτερον εἰς τὸν

πρῶτον · τὸ ἄθροισμα ἐκβαίνει τὸ ἴδιον. Π. χ. 3 καὶ 2 δὲν γίνονται 5; — Ἀμυή 2 καὶ 3; — βέβαια πάλιν 5. Οὕτω καὶ ὅλοι οἱ λοιποὶ ἀριθμοὶ, καθὼς ἠμπορεῖτε νὰ τὸ παρατηρήσητε εἰς τὸν πίνακα.

Παιδιά μου! πολλάκις, καὶ εἰάν προσθέσητε δύο διαφόρους ἀριθμοὺς, ἐκβαίνει τὸ ἴδιον ἄθροισμα. Π. χ. Ἀπὸ ποίους δύο διαφόρους ἀριθμοὺς γίνεται τὸ ἄθροισμα 12; — Γίνεται ἀπὸ

| | | | | | | | | |
|---|-----|---|----|--|---|-----|---|----|
| 9 | καὶ | 3 | 12 | | 5 | καὶ | 7 | 12 |
| 8 | καὶ | 4 | 12 | | 4 | καὶ | 8 | 12 |
| 7 | καὶ | 5 | 12 | | 3 | καὶ | 9 | 12 |
| 6 | καὶ | 6 | 12 | | | | | |

Βλέπετε λοιπὸν, πῶς ἀπὸ πολλὰ διαφόρους ἀριθμοὺς ἐκβαίνει τὸ ἄθροισμα 12. Εἶναι καὶ ἄλλοι ἀριθμοὶ ἀπὸ τοὺς ἐποίους γίνεται τὸ ἴδιον ἄθροισμα ὡς ἀρκεῖ ὅμως νὰ ἠξέυρητε μόνον τοὺς ὁποίους ἀνεφέραμεν. Τώρα θὰ σᾶς δοκιμάσω διὰ νὰ βεβαιωθᾶ ἂν μ' ἐκαταλάβετε.

Πέτρε! ἀπὸ ποίους δύο διαφόρους ἀριθμοὺς γίνεται τὸ ἄθροισμα 3;

2 καὶ 1 καὶ 1 καὶ 2 κάμνουσι 3.

Ποῖος ἠμπορεῖ νὰ μὲ εἴπη ἀπὸ ποίους δύο διαφόρους ἀριθμοὺς γίνεται τὸ ἄθροισμα 4;

3 καὶ 1. 1 καὶ 3. καὶ 2 καὶ 2 κάμνουσι 4.

Ποῖοι ἀριθμοὶ κάμνουσι τὸ ἄθροισμα 5, ὅταν τοὺς προσθέσωμεν μόνον ἀνὰ 2;

| | | | | | | | | | | |
|---|-----|---|----------|---|--|---|-----|---|----------|---|
| 3 | καὶ | 2 | κάμνουσι | 5 | | 1 | καὶ | 4 | κάμνουσι | 5 |
| 2 | καὶ | 3 | κάμνουσι | 5 | | | | | | |

Ἀμμή τὸ ἄθροισμα 6;

| | | | | | | | | | | |
|---|-----|---|-----------|---|--|---|-----|---|-----------|---|
| 3 | καὶ | 3 | κάμνουσιν | 6 | | 1 | καὶ | 4 | κάμνουσιν | 6 |
| 4 | καὶ | 2 | κάμνουσιν | 6 | | 1 | καὶ | 5 | κάμνουσιν | 6 |
| | | | | | | 5 | καὶ | 1 | κάμνουσιν | 6 |

Ἀμμή τὸ ἄθροισμα 7;

| | | | | | | | | | | |
|---|-----|---|-----------|---|--|---|-----|---|-----------|---|
| 5 | καὶ | 2 | κάμνουσιν | 7 | | 3 | καὶ | 4 | κάμνουσιν | 7 |
| 2 | καὶ | 5 | κάμνουσιν | 7 | | 1 | καὶ | 6 | κάμνουσιν | 7 |
| 4 | καὶ | 3 | κάμνουσιν | 7 | | 6 | καὶ | 1 | κάμνουσιν | 7 |

Ἀμμή τὸ ἄθροισμα 8;

| | | | | | | | | | | |
|---|-----|---|-----------|---|--|---|-------|---|-----------|---|
| 3 | καὶ | 5 | κάμνουσιν | 8 | | 7 | καὶ | 1 | κάμνουσιν | 8 |
| 5 | καὶ | 3 | κάμνουσιν | 8 | | 1 | καὶ | 7 | κάμνουσιν | 8 |
| 6 | καὶ | 2 | κάμνουσιν | 8 | | 4 | καὶ | 4 | κάμνουσιν | 8 |
| 2 | καὶ | 6 | κάμνουσιν | 8 | | 2 | φορὰς | 4 | γίνονται | 8 |

Ἀμμή τὸ ἄθροισμα 9;

| | | | | | | | | | | |
|---|-----|---|-----------|---|--|---|-----|---|-----------|---|
| 6 | καὶ | 3 | κάμνουσιν | 9 | | 2 | καὶ | 7 | κάμνουσιν | 9 |
| 3 | καὶ | 6 | κάμνουσιν | 9 | | 7 | καὶ | 2 | κάμνουσιν | 9 |
| 8 | καὶ | 1 | κάμνουσιν | 9 | | 2 | καὶ | 5 | κάμνουσιν | 9 |
| 1 | καὶ | 8 | κάμνουσιν | 9 | | 5 | καὶ | 4 | κάμνουσιν | 9 |

Ἀμμή τὸ ἄθροισμα 10;

| | | | | | | | | | | |
|---|-----|---|----------|----|--|---|-------|---|----------|----|
| 9 | καὶ | 1 | κάμνουσι | 10 | | 4 | καὶ | 6 | κάμνουσι | 10 |
| 1 | καὶ | 9 | κάμνουσι | 10 | | 3 | καὶ | 7 | κάμνουσι | 10 |
| 7 | καὶ | 3 | κάμνουσι | 10 | | 7 | καὶ | 3 | κάμνουσι | 10 |
| 6 | καὶ | 4 | κάμνουσι | 10 | | 8 | καὶ | 2 | κάμνουσι | 10 |
| 5 | καὶ | 5 | κάμνουσι | 10 | | 2 | φορὰς | 5 | γίνονται | 10 |

Ἀμμή τὸ ἄθροισμα 11 ;

| | | | | | | | | | | |
|---|-----|---|-----------|----|--|---|-----|---|-----------|----|
| 9 | καὶ | 2 | κάμνουσιν | 11 | | 5 | καὶ | 6 | κάμνουσιν | 11 |
| 8 | καὶ | 3 | κάμνουσιν | 11 | | 4 | καὶ | 7 | κάμνουσιν | 11 |
| 7 | καὶ | 4 | κάμνουσιν | 11 | | 3 | καὶ | 8 | κάμνουσιν | 11 |
| 6 | καὶ | 5 | κάμνουσιν | 11 | | 2 | καὶ | 9 | κάμνουσιν | 11 |

Διὰ τὸ ἄθροισμα 12 κίτταξε τὸ πρῶτον παράδειγμα. Ἀμμή τὸ ἄθροισμα 13 ;

| | | | | | | | | | | |
|---|-----|---|----------|----|--|---|-----|---|----------|----|
| 9 | καὶ | 4 | κάμνουσι | 13 | | 6 | καὶ | 7 | κάμνουσι | 13 |
| 8 | καὶ | 5 | κάμνουσι | 13 | | 5 | καὶ | 8 | κάμνουσι | 13 |
| 7 | καὶ | 6 | κάμνουσι | 13 | | 4 | καὶ | 9 | κάμνουσι | 13 |

Ἀμμή τὸ ἄθροισμα 14 ;

| | | | | | | | | | | |
|---|-----|---|----------|----|--|---|-------|---|----------|----|
| 9 | καὶ | 5 | κάμνουσι | 14 | | 6 | καὶ | 8 | κάμνουσι | 14 |
| 8 | καὶ | 6 | κάμνουσι | 14 | | 5 | καὶ | 9 | κάμνουσι | 14 |
| 7 | καὶ | 7 | κάμνουσι | 14 | | 2 | φορὰς | 7 | γίνονται | 14 |

Ἀμμή τὸ ἄθροισμα 15 ;

| | | | | | | | | | | |
|---|-----|---|----------|----|--|---|-----|---|----------|----|
| 9 | καὶ | 6 | κάμνουσι | 15 | | 7 | καὶ | 8 | κάμνουσι | 15 |
| 8 | καὶ | 7 | κάμνουσι | 15 | | 6 | καὶ | 9 | κάμνουσι | 15 |

Ἀμμή τὸ ἄθροισμα 16 ;

| | | | | |
|---|-----|---|----------|-----|
| 9 | καὶ | 7 | κάμνουσι | 16 |
| 8 | καὶ | 8 | κάμνουσι | 16 |
| 7 | καὶ | 9 | κάμνουσι | 16. |

Ἀμμή τὸ ἄθροισμα 17 ;

| | | | | |
|---|-----|---|----------|-----|
| 9 | καὶ | 8 | κάμνουσι | 17 |
| 8 | καὶ | 9 | κάμνουσι | 17. |

Περὶ προσθέσεως συνθέτων Ἀριθμῶν.

Ἐπειδὴ ἐγυμνάσθητε πλέον καὶ εὐρίσκητε τὸ ἄθροισμα δύο ἀπλῶν ἀριθμῶν, δὲν θὰ δυσκολευθῆτε τόσον εἰς τὴν σύναψιν δύο συνθέτων ἵπαιέ με λοιπόν.

Ποῖον ἄθροισμα γίνεται, εἰάν προσθέσῃτε τὸν ἀριθμὸν

10

εἰς ἕκαστον τῶν ἀκολούθων ἀριθμῶν, ὡς εἰς τὸν

10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80;

Ἄμμη ἂν προσθέσῃτε τὸν

20

εἰς τὸν

10, 20, 30, 40, 50, 60, 70;

Ἄμμη ἂν προσθέσῃτε τὸν

30

εἰς τὸν

10, 20, 30, 40, 50, 60;

Τὸν 40.

εἰς τὸν

10, 20, 30, 40, 50;

Τὸν 50

εἰς τὸν

10, 20, 30, 40;

Τὸν 60

εἰς τὸν

10, 20, 30;

Ποῖον ἄθροισμα γίνεται, εἰάν προσθέσῃτε τὸν ἀριθμὸν

10

εἰς ἕκαστον τῶν ἀκολουθῶν, ἤγουν εἰς τὸν

11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19,
21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29,
31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39,
41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49,
51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59,
61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69,
71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79,
81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89,

Ἄμμη εἰάν προσθέσῃτε τὸν

20

εἰς τὸν

11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19,
21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29,
31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39,
41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49,
51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59,
61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69,
71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79,

Τὸν 30 εἰς τὸν

11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19,
21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29,
31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39,
41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49,
51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59,
61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69;

Τὸν 40 εἰς τὸν

11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19,
21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29,
31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39,
41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49,
51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59;

Τὸν 50 εἰς τὸν

11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19,
21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29,
31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39,
41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49;

Τὸν 60 εἰς τὸν

11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19,
21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29,
31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39;

Τὸν 70 εἰς τὸν

11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19,
21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29;

Τὸν 80 εἰς τὸν

11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19;

Ποῖον ἄθροισμα γίνεται, ἐὰν προσθέσῃτε τὸν ἀριθμὸν

2

εἰς ἕκαστον τῶν ἀκολουθῶν, ἤγουν εἰς τὸν

11, 12, 13, 14, 15, 16, 17,
21, 22, 23, 24, 25, 26, 27,
31, 32, 33, 34, 35, 36, 37,
41, 42, 43, 44, 45, 46, 47,
51, 52, 53, 54, 55, 56, 57,
61, 62, 63, 64, 65, 66, 67,
71, 72, 73, 74, 75, 76, 77,
81, 82, 83, 84, 85, 86, 87,
91, 92, 93, 94, 95, 96, 97;

Ἄμμῃ ἐὰν προσθέσῃτε τὸν 3;

εἰς τὸν

11, 12, 13, 14, 15, 16,
21, 22, 23, 24, 25, 26,
31, 32, 33, 34, 35, 36,
41, 42, 43, 44, 45, 46,
51, 52, 53, 54, 55, 56,
61, 62, 63, 64, 65, 66,
71, 72, 73, 74, 75, 76,
81, 82, 83, 84, 85, 86,
91, 92, 93, 94, 95, 96;

Τον 4 εἰς τὸν

11, 12, 13, 14, 15,
21, 22, 23, 24, 25,
31, 32, 33, 34, 35,
41, 42, 43, 44, 45,
51, 52, 53, 54, 55,
61, 62, 63, 64, 65,
71, 72, 73, 74, 75,
81, 82, 83, 84, 85,
91, 92, 93, 94, 95;

Τον 5 εἰς τὸν

11, 12, 13, 14,
21, 22, 23, 24,
31, 32, 33, 34,
41, 42, 43, 44,
51, 52, 53, 54,
61, 62, 63, 64,
71, 72, 73, 74,
81, 82, 83, 84,
91, 92, 93, 94;

Τὸν 6 εἰς τὸν

11, 12, 13,
21, 23, 23,
31, 32, 33,
41, 42, 43,
51, 52, 53,
61, 62, 63,
71, 72, 73,
81, 82, 83,
91, 92, 93;

Τὸν 7 εἰς τὸν

11, 12,
21, 22,
31, 32,
41, 42,
51, 52,
61, 62,
71, 72,
81, 82,
91, 92;

Τὸν 8 εἰς τὸν

11, 21, 31, 41, 51, 61, 71, 81, 91;

Διὰ τὰ εὔρητε τὸ ἄθροισμα δύο ἀριθμῶν, οἱ ὅποιοι καὶ οἱ δύο εἶναι σύνθετοι ἀπὸ δεκάδας καὶ μονάδας. πρέπει πρῶτον νὰ ζητήσῃτε τὸ ἄθροισμα τῶν δεκάδων χωρισά, καὶ τῶν μονάδων χωρισά. π. χ. Ὁ Πέτρος ἐτρύγησεν ἀπὸ μίαν μηλίαν 74 μῆλα καὶ ἀπὸ ἄλλην 23· πόσα μῆλα ἐτρύγησεν ὅλα ὅλα καὶ ἀπὸ τὰς δύο μηλίαις;

Διὰ τὰ εὔρητε τὸ ἄθροισμα τῶν μῆλων, πρέπει πρῶτον, καθὼς σᾶς εἶπα, νὰ ζητήσῃτε τὸ ἄθροισμα τῶν δεκάδων. Εἰς τὸν πρῶτον ἀριθμὸν 74 εἶναι δεκάδες πόσαι; — ἑπτὰ. Εἰς τὸν δεύτερον 23 πόσαι; δεκάδες δύο· ἄρα καὶ εἰς τοὺς δύο ἀριθμοὺς δεκάδες ἑννέα ἢ τοὶ 19. Ἄς συνάψωμεν τώρα καὶ τὰς 4: μονάδας τοῦ πρώτου καὶ τὰς 3 τοῦ δευτέρου ἀριθμοῦ, πόσαι γίνονται; — ἑπτὰ. Προσθετομεν τώρα τὰς ἑννέα δεκάδας καὶ γίνονται 97 μῆλα (1).

(1) Τόσον τὰ πρῶτητερινὰ διὰ ξηρῶν ἀριθμῶν μόνον σημειωμένα γυμνάσματα, καθὼς καὶ τὰ ἀκόλουθα, πρέπει ὁ διδάσκαλος νὰ φροντίξῃ διὰ τὰ ἐνδύη, κατὰ τὸν ἀνωτέρω τρόπον, εἰς ποικίλα παραδείγματα, ἀνάλογα μὲ τὰς γνώσεις τῶν παιδίων, καὶ τὰ τὰ ἐρωτᾷ πολλὰκις μὲ πρᾶξι καὶ « Ποῖος ἀγαπητὰ μου παιδία! ἤξιούρει νὰ μὲ λύσῃ τοῦτο τὸ πρόβλημα; » καὶ τὰ τοιαῦτα. Ἐὰν οὐδὲ τὸ παιδίον ἀποκριθῇ ὀρθῶς εἰς τὸ ζητούμενον, ἢς τὸ ἐρωτήσῃ ὁ διδάσκαλος νὰ ἐξηγήσῃ καὶ τὸν τρόπον, κατὰ τὴν ὑποῖον ἔλυσε τὴν ἐρώτησιν. Γινομένου δὲ τούτου, ἢς τὸ μεταεξηγήσῃ καὶ ὁ διδάσκαλος καὶ ἰσχυρῶς διὰ τῶν χαρμηλῶν, διὰ νὰ τὸ καταλάβωσι καλὰ καὶ οἱ ἀδυνατώτεροι μαθηταί.

*Γυμνάσματα.**Πόσα κάμνουσι**Πόσα κάμνουσι*12 *καὶ* 21 ;35 *καὶ* 53 ;15 *καὶ* 31 ;36 *καὶ* 63 ;14 *καὶ* 41 ;44 *καὶ* 44 ;13 *καὶ* 51 ;45 *καὶ* 51 ;16 *καὶ* 61 ;36 *καὶ* 42 ;17 *καὶ* 71 ;37 *καὶ* 52 ;18 *καὶ* 81 ;38 *καὶ* 61 ;22 *καὶ* 22 ;25 *καὶ* 73 ;23 *καὶ* 32 ;26 *καὶ* 71 ;24 *καὶ* 42 ;15 *καὶ* 83 ;25 *καὶ* 52 ;11 *καὶ* 64 ;26 *καὶ* 62 ;43 *καὶ* 36 ;27 *καὶ* 71 ;31 *καὶ* 48 ;33 *καὶ* 33 ;50 *καὶ* 23 ;34 *καὶ* 43 ;70 *καὶ* 15 ;

*Γυμνάσματα εἰς τὴν πρόσδεσιν, τὸ
ἄδρῳσμα τῶν ὁποίων ὑπερβαίνει
τὰ ἑκατόν.*

*Παιδιά μου ! ἠξεύρετε νὰ μὲ εἶπητε πόσα κά-
μνουσι*

ΙΟ

καὶ

90 ;

(48)

20

καὶ

80, 90;

30

καὶ

70, 80; 90;

40

καὶ

60, 70, 80, 90;

50

καὶ

50, 60, 70, 80, 90;

60

καὶ

40, 50, 60, 70, 80, 90;

70

καὶ

30, 40, 50, 60, 70, 80, 90;

80

καὶ

20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90;

90

καὶ

10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90:

Ἄμμη ἠξεύρετε πόσα κάμνουσι

10

καὶ

91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99;

20

καὶ

81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89,
91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99;

30

καὶ

71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79,
81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89,
91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99;

40

καὶ

61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69,
71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79,
81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89,
91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99;

50

καὶ

51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59,
61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69,
71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79,
81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89,
91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99;

(50)

60

καὶ

41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49;
51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59,
61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69,
71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79,
81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89,
91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99;

70

καὶ

31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39,
41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49,
51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59,
61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69,
71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79,
81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89,
91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99;

80

καὶ

21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29,
31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39,
41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49,
51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59,
61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69,
71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79,
81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89,
91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99;

(51)

90

καὶ

11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19;
21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29,
31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39,
41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49,
51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59,
61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69,
71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79,
81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89,
91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99;

Πόσα κάμνουσι

2

καὶ

18, 19,
28, 29,
38, 39,
48, 49,
58, 59,
68, 69,
78, 79,
88, 89,
98, 99;

3

καὶ

17, 18, 19,
27, 28, 29,
37, 38, 39,
47, 48, 49,
57, 58, 59,
67, 68, 69,
77, 78, 79,
87, 88, 89,
97, 98, 99;

4

καὶ

16, 17, 18, 19,
26, 27, 28, 29,
36, 37, 38, 39,
46, 47, 48, 49,
56, 57, 58, 59,
66, 67, 68, 69,
76, 77, 78, 79,
86, 87, 88, 89,
96, 97, 98, 99;

5

καὶ

15, 16, 17, 18, 19;
25, 26, 27, 28, 29,
35, 36, 37, 38, 39,
45, 46, 47, 48, 49,
55, 56, 57, 58, 59,
65, 66, 67, 68, 69,
75, 76, 77, 78, 79,
85, 86, 87, 88, 89,
95, 96, 97, 98, 99;

6

καὶ

14, 15, 16, 17, 18, 19,
24, 25, 26, 27, 28, 29,
34, 35, 36, 37, 38, 39,
44, 45, 46, 47, 48, 49,
54, 55, 56, 57, 58, 59;
64, 65, 66, 67, 68, 69,
74, 75, 76, 77, 78, 79,
84, 85, 86, 87, 88, 89,
94, 95, 96, 97, 98, 99;

7

καὶ

13, 14, 15, 16, 17, 18, 19;
23, 24, 25, 26, 27, 28, 29,
33, 34, 35, 36, 37, 38, 39;
43, 44, 45, 46, 47, 48, 49,
53, 54, 55, 56, 57, 58, 59,
63, 64, 65, 66, 67, 68, 69,
73, 74, 75, 76, 77, 78, 79,
83, 84, 85, 86, 87, 88, 89,
93, 94, 95, 96, 97, 98, 99;

8

καὶ

12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19,
22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29,
32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39,
42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49,
52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59,
62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69,
72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79,
82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89,
92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99;

9

καὶ

11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19;
 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29,
 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39,
 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49,
 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59,
 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69,
 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79,
 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89,
 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99;

Πόσα κάμνουσιν

| | | | | | |
|----|-----|-----|-----|------|----------|
| 11 | καὶ | 99; | 44 | καὶ | 66; |
| 22 | καὶ | 88; | 44 | καὶ | 77; |
| 22 | καὶ | 99; | 44 | καὶ | 88; |
| | | — | 44 | καὶ | 99; |
| 33 | καὶ | 77; | | | — |
| 33 | καὶ | 88; | 55 | καὶ | 55; |
| 33 | καὶ | 99; | 55 | καὶ | 66; |
| | | — | 77 | καὶ | 77; |
| 55 | καὶ | 77; | 77 | καὶ | 88; |
| 55 | καὶ | 88; | 77 | καὶ | 99; |
| 55 | καὶ | 99; | | | — |
| 66 | καὶ | 66; | 88 | καὶ | 88; |
| 66 | καὶ | 77; | 88 | καὶ | 99; |
| 66 | καὶ | 88; | 99 | καὶ | 99; |
| 66 | καὶ | 89; | καὶ | ἄλλα | τοιᾶντα. |

Ἐάν τὰ παιδία γυμνασθῶσιν εἰς τ' ἀνωτέρω παραδειγματα καλὰ , θὰ ἴμπορῶσι νὰ εὐρίσκωσι τὸ ἄθροισμα ἑπιωνδῆποτε αριθμῶν μὲ μεγάλην εὐκολίαν.

Παραδείγματα.

Ἄ Παῦλος εἶπεν ὅτι 7 καὶ 8 κάμνουσι 15· εἶναι ἀράγε ἀληθινόν ;

Ποῖον ἄθροισμα εἶναι μεγαλύτερον, τὸ 3 καὶ 3; ἢ τὸ 3 καὶ 5 ;

6 καὶ 7 εἶναι περισσότερα, ἢ ὀλιγώτερα παρὰ 9 καὶ 4;— Πόσα κάμνουσι 6 καὶ 9 παρὰθυρα ;

Ἡ Ἀικατερίνη ἀγόρασε διὰ 7 παράδες βελῶνας , καὶ διὰ 9 κλωσάς· πόσους παράδες ἐξώδευσεν ;

Ἄ Πέτρος ἔχει 9 ἀγγελίδια; εἰς τὰ λιβάδια, καὶ 3 εἰς τὸν οἶκον· πόσας ἔχει ὄλας μαζί ;

Ἄ Ἰωάννης διάχυριζέτο , ὅτι 9 καὶ 7 κάμνουσιν ὀλιγώτερα παρὰ 17· εἶναι ἀράγε ἀληθινά ;

Ἄ Νικόλαος ἐπώλησε χίτῃ; 9 πρόβατα , καὶ πρὸ μιᾶς ἐβδομάδος εἶχε πωλήσει ἄλλα 9· πόσα ἐπώλησεν ὄλα ;

Ἄ Ἐλευθέριος ἀγόρασε διὰ 8 παράδες χαρτίον. καὶ διὰ 5 παράδες ἐν μολυβοκόνδυλον· πόσους παράδες εἶχεν , ἂν , ἀποῦ ἐξώδευσεν αὐτοῦς , τὸν ἔμεινε ἀκόμη 1 ;

Ἄ Θωμᾶς εἶναι τώρα 7 χρόνων , ὁ δὲ ἀδελφός του τὸ δεπλοῦν· πόσους χρόνους λοιπὸν ἔχει ;

Παιδιά ! προσθέσετε μὲ τὸν νοῦν σας εἰς τὸν ἀριθμὸν 6, ἄλλον ἕνα ἀπλοῦν ἀριθμὸν , καὶ εἶπατέ με τὸ

ἄθροισμα , καὶ νὰ ἴδητε , ὅτι θὰ καταλάβω ποῖον ἀριθμὸν ἐπροσδέσαστε .

ἽΟ Γεώργιος εἶχε συνάξει ἀπὸ διάφορα χαρίσματα ἡο παρίδες · τῶρα τὸν ἐχάρισεν ὁ πατήρ του καὶ ἄλλους δέκα . Πόσους ἔχει ὕλους μαζί ;

Ἐνας μάγειρος ἀγίασε διὰ 30 παράδες 1 ὄκᾶν βοῦτυρον , καὶ διὰ 20 μίαν ὄκᾶν ᾠάρια . Πόσους παράδες ἐξώδευσεν ;

ἽΟ Χρισόφορος ἐδάνεισε τὴν ἀδελφὴν του ἡο παράδες · τὴν εἶχε δανείσῃ δὲ καὶ πρὸ καιροῦ ἄλλους τριάντα . Πόσοι παράδες εἶναι τὸ δάνειον ὕλον ;

ἽΟ Κωνσταντῖνος εἶχε 60 γρόσια χρῆος · κατ' αὐτὸς ἐδανείσθη καὶ ἄλλα 20 . Πόσον εἶναι τὸ χρῆος του .

Κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον πρέπει νὰ προχωρῶσι τὰ προβλήματα ἀπὸ τὰ ἐνκολώτερα εἰς τὰ δυσκολώτερα .

Περὶ Πολλαπλασιασμοῦ , ἢ τῆς δευτέρας μεθόδου τῆς Προσδέσεως .

ἽΟ πολλαπλασιασμὸς δὲν εἶναι , εἰμὴ εὐχερῆς καὶ σύντομος τρίπος τῆς Προσδέσεως , ὅποτιαν μὲ ποσότητες (προσθετέοι) , τὰς ἐποίας θέλομεν νὰ συνάψωμεν εἰς ἓν ἄθροισμα , ἔχουσιν ὕλοι τὴν αὐτὴν δύναμιν . Παραδείγματος χάριν .

Ἐνις πατήρ ἐμοίρασεν εἰς τὰ 4 παιδιά τῶ μῆλα , καὶ τὴν Ἑλένην ἔδωσε 3 , τὴν Σοφίαν 3 , τὸν Θωμᾶ 3 , καὶ τὸν Πέτρον 3 . Πόσα μῆλα ἐμοίρασεν ὅλα ὅλα ;

Ἐντὺν τὸ ἀριθμῆσθε « 3 καὶ 3 κάμνουσιν 6 , καὶ 5: — 9 , καὶ ἄλλα τρία: 12 » λέγετε μ' ἵνα λόγον τρεῖς φορές 4 κάμνουσι 12 , ἢ 4 φορές 3 , κάμνουσι 12. Ὁ ἀριθμὸς 3 λοιπὸν , εἰν προστεθῆ τετράκις , κάμνει ἄθροισμα 12. Διὰ τὰ ἡμπορῆτε ὅμως , παιδία μου , νὰ ἐυρίσκητε ἐνθὺς τὸ ἄθροισμα , πρέπει ν' ἀποστηθῆσθε τὸν ἀκόλουθον Πίνακα.

Ἄλλὰ πρὶν σᾶς κάμω τὸν Πίνακα γνωστὸν , θέλω νὰ σᾶς ἐξηγήσω τί σημαίνει ὁ πολλαπλασιασμὸς

Ὁ πολλαπλασιασμὸς εἶναι πράξις , διὰ τῆς ὁποίας ἀριθμὸς τις λαμβάνεται τοσάκις , ὅσας μονάδας ἔχει ἄλλος τις ἀριθμὸς.

Καὶ ὁ μὲν ἀριθμὸς , εἰς τὸν ὁποῖον ἐμπεριέχονται αἱ μονάδες , αἱ ὁποῖαι φανεράνουσι τοσάκις πρέπει νὰ ληφθῆ ὁ ἄλλος ἀριθμὸς , λέγεται: Πολλαπλασιαστικὸς.

Ὁ δὲ ἀριθμὸς , ὅστις λαμβάνεται ἢ ἀριθμεῖται τοσάκις , ὅσάκις ἐμπεριέχονται αἱ μονάδες εἰς τὸν Πολλαπλασιαστικὸν , λέγεται: Πολλαπλασιαστέος.

Καὶ τὸ ἀπ' αὐτοῦ γινόμενον ἄθροισμα (ἢ τρίτος ἀριθμὸς) , λέγεται: Παραγόμενον. Διὰ νὰ σᾶς ἐξηγήσω δὲ τὰ ρηθέντα σαφέστερα , ἰδὲ σᾶς κάμνω ἓν παράδειγμα.

Ἐὰν μία ὀκτὼ φακὰ , ἀξίζουσιν 6 παράδες , πόσας παράδες πρέπει νὰ πληρώσῃτε διὰ 3 ὀκτὰδες;

Ἐὰν συλλογισθῆτε ὀλίγον , θὰ μὲ ἀποκριθῆτε βέβαια , πᾶσα ὀκτὼ ἀξίζει 6 παράδες. Ἐπειδὴ δὲ ἡμεῖς ἀγοράσαμεν 3 φορές μίαν ὀκτὰν , πρέπει καὶ νὰ πληρώσωμεν 3 φορές 6 παράδες · τὸ ἄθροισμα δὲ τῶν 3

φορὰς 6 παρὰδων γίνεται παρὰδες 18. Ἴδου τὸ αὐτὸ
παρὰδειγμα καὶ ἐγγράφως

6 παρὰδες

3 φορὰς λαμβανόμενοι

κάμνουσι 18 παρὰδες.

Ὁ ἀριθμὸς 6 παρ- εἶναι ὁ Πολλαπλασιαστικός· ὁ
ἀνώνυμος ἀριθμὸς 3 εἶναι ὁ Πολλαπλασιαστικῆς, ὁ
ὁποῖος μᾶς φανερόντι ποσάκις ἀριθμῆθη ὁ Πολλα-
πλασιαστικός, καὶ ὁ ὑπὸ τὴν ὀριζήντειον γραμμὴν
ἀριθμὸς 18 παρὰδ- εἶναι τὸ παραγόμενον, ἢ τὸ
τριπλάσιον τῶν 6 παρὰδων.

Πίναξ Ηνδαγογικός.

| | | |
|------------------|------------------|------------------|
| 1 ἐπὶ 1 γίν- 1 | 4 ἐπὶ 7 γίν- 28 | 7 ἐπὶ 4 γίν- 28 |
| 2 ἐπὶ 2 γίν- 4 | 4 ἐπὶ 8 γίν- 32 | 7 ἐπὶ 5 γίν- 35 |
| 2 ἐπὶ 3 γίν- 6 | 4 ἐπὶ 9 γίν- 36 | 7 ἐπὶ 6 γίν- 42 |
| 2 ἐπὶ 4 γίν- 8 | 4 ἐπὶ 10 γίν- 40 | 7 ἐπὶ 7 γίν- 49 |
| 2 ἐπὶ 5 γίν- 10 | — | 7 ἐπὶ 8 γίν- 56 |
| 2 ἐπὶ 6 γίν- 12 | 5 ἐπὶ 1 γίν- 5 | 7 ἐπὶ 9 γίν- 63 |
| 2 ἐπὶ 7 γίν- 14 | 5 ἐπὶ 2 γίν- 10 | 7 ἐπὶ 10 γίν- 70 |
| 2 ἐπὶ 8 γίν- 16 | 5 ἐπὶ 3 γίν- 15 | — |
| 2 ἐπὶ 9 γίν- 18 | 5 ἐπὶ 4 γίν- 20 | 8 ἐπὶ 1 γίν- 8 |
| 2 ἐπὶ 10 γίν- 20 | 5 ἐπὶ 5 γίν- 25 | 8 ἐπὶ 2 γίν- 16 |
| — | 5 ἐπὶ 6 γίν- 30 | 8 ἐπὶ 3 γίν- 24 |
| — | 5 ἐπὶ 7 γίν- 35 | 8 ἐπὶ 4 γίν- 32 |
| 3 ἐπὶ 1 γίν- 3 | 5 ἐπὶ 8 γίν- 40 | 8 ἐπὶ 5 γίν- 40 |
| 3 ἐπὶ 2 γίν- 6 | 5 ἐπὶ 9 γίν- 45 | 8 ἐπὶ 6 γίν- 48 |
| 3 ἐπὶ 3 γίν- 9 | 5 ἐπὶ 10 γίν- 50 | 8 ἐπὶ 7 γίν- 56 |
| 3 ἐπὶ 4 γίν- 12 | — | 8 ἐπὶ 8 γίν- 64 |
| 3 ἐπὶ 5 γίν- 15 | 6 ἐπὶ 1 γίν- 6 | 8 ἐπὶ 9 γίν- 72 |
| 3 ἐπὶ 6 γίν- 18 | 6 ἐπὶ 2 γίν- 12 | 8 ἐπὶ 10 γίν- 80 |
| 3 ἐπὶ 7 γίν- 21 | 6 ἐπὶ 3 γίν- 18 | — |
| 3 ἐπὶ 8 γίν- 24 | 6 ἐπὶ 4 γίν- 24 | 9 ἐπὶ 1 γίν- 9 |
| 3 ἐπὶ 9 γίν- 27 | 6 ἐπὶ 5 γίν- 30 | 9 ἐπὶ 2 γίν- 18 |
| 3 ἐπὶ 10 γίν- 30 | 6 ἐπὶ 6 γίν- 36 | 9 ἐπὶ 3 γίν- 27 |
| — | 6 ἐπὶ 7 γίν- 42 | 9 ἐπὶ 4 γίν- 36 |
| — | 6 ἐπὶ 8 γίν- 48 | 9 ἐπὶ 5 γίν- 45 |
| 4 ἐπὶ 1 γίν- 4 | 6 ἐπὶ 9 γίν- 54 | 9 ἐπὶ 6 γίν- 54 |
| 4 ἐπὶ 2 γίν- 8 | 6 ἐπὶ 10 γίν- 60 | 9 ἐπὶ 7 γίν- 63 |
| 4 ἐπὶ 3 γίν- 12 | — | 9 ἐπὶ 8 γίν- 72 |
| 4 ἐπὶ 4 γίν- 16 | 7 ἐπὶ 1 γίν- 7 | 9 ἐπὶ 9 γίν- 81 |
| 4 ἐπὶ 5 γίν- 20 | 7 ἐπὶ 2 γίν- 14 | 9 ἐπὶ 10 γίν- 90 |
| 4 ἐπὶ 6 γίν- 24 | 7 ἐπὶ 3 γίν- 21 | — |

Παιδιά μου! ἐπειδὴ ἀποστηθήσατε πλέον καλὰ τὸν Πίνακα τοῦ Πολλαπλασιασμοῦ, καὶ μ' ἀποκρίνεσθε ἐλεύθερα καὶ κατὰ σειράν, καὶ ἔξω τῆς σειράς (*), θέλω τώρα νὰ βεβαιωθῶ, ἂν ἠξέυρητε καὶ νὰ τὸν ἐφαρμόσητε εἰς τὰ ὑποῖα θὰ σᾶς κάμω προβλήματα.

Εἰς τὸν κῆπον τοῦ κυρίου Ἀνδρέα εἶναι 8 σειραὶ δένδρα καρποφόρα, καὶ ἐκάστη ἀπ' αὐτὰς ἔχει 9 δένδρα. Πόσα δένδρα εἶναι ἔλα μαζί;

Πρέπει ν' ἀποκριθῆτε. Ἐὰν εἰς κάθε σειράν εὐρίσκονται 9 δένδρα, ἄρα εἰς τὰς 8 σειρὰς εἶναι 8 φορές 9 δένδρα, καὶ 8 ἐπὶ 9 γίνονται 72.

Γυμνάσματα.

Πόσους παράδες κάμνουσιν

| | |
|------------|------------|
| 6 λιανὰ ; | 15 λιανὰ ; |
| 9 λιανὰ ; | 18 λιανὰ ; |
| 12 λιανὰ ; | 27 λιανὰ ; |
| 3 λιανὰ ; | 30 λιανὰ ; |
| 24 λιανὰ ; | |

Πόσους παράδες κάμνουσιν

| | |
|-------------|--------------|
| 7 τριάρια ; | 4 τριάρια ; |
| 2 τριάρια ; | 6 τριάρια ; |
| 5 τριάρια ; | 8 τριάρια ; |
| 3 τριάρια ; | 1 τριάρι ; |
| 9 τριάρια ; | 10 τριάρια ; |

(*) Δὲν ἔρκετ μόνον νὰ ἠξέυρωσι τὰ παιδιά τὸν πίνακα κατὰ σειράν ὡς παπυργῆλοι, ἀλλ' ὁ διδάσκαλος πρέπει νὰ τὰ γυμνάξῃ καὶ ἔξω τῆς σειράς, καὶ νὰ φρονιτίζῃ διὰ νὰ ἐνδύῃ τὰ προβλήματα πάντοτε εἰς παραδείγματα ἐνάλογα μὲ τὴν ἕλιαν τῶν παιδῶν.

Πόσους παράδες κάμνουνσι

| | | | |
|----|------------|---|------------|
| 4 | πεντάριμ ; | 8 | πεντάριμ , |
| 9 | πεντάριμ ; | 3 | πεντάριμ ; |
| 2 | πεντάριμ ; | 7 | πεντάριμ ; |
| 10 | πεντάριμ ; | 5 | πεντάριμ ; |
| 6 | πεντάριμ ; | 1 | πεντάριμ ; |

Πόσας ἡμέρας κάμνουνσι

| | | | |
|----|-------------|---|-------------|
| 3 | ἑβδομάδες ; | 8 | ἑβδομάδες ; |
| 7 | ἑβδομάδες ; | 5 | ἑβδομάδες ; |
| 2 | ἑβδομάδες ; | 9 | ἑβδομάδες ; |
| 10 | ἑβδομάδες ; | 6 | ἑβδομάδες ; |
| 1 | ἑβδομάδες ; | 4 | ἑβδομάδες ; |

Πόσα λιανὰ κέμνουνσι

| | | | |
|---|-----------|----|-----------|
| 1 | παράδες ; | 8 | παράδες ; |
| 6 | παράδες ; | 3 | παράδες ; |
| 4 | παράδες ; | 10 | παράδες ; |
| 9 | παράδες ; | 2 | παράδες ; |
| 5 | παράδες ; | 7 | παράδες ; |

Εἰς ἓν σχολεῖον ἐυρίσκονται 9 θρανία , καὶ εἰς
κάθε θρανιον κάθονται 6 παιδία . Πόσα εἶναι ὅλα τὰ
παιδία ;

Τὰ 4 παράθυρα τοῦ σχολείου μας ἔχουσιν 8 φύλλα,
καὶ κάθε φύλλον ἔχει 8 ὑαλία . Πόσα εἶναι ὅλα τὰ
ὑαλία ;

Ποῖα εἶναι περισσότερα τὰ 10 τριάρια, ἢ, τὰ 6 πεντάρια ; — Ἐὰν 1 ὀκά κρασί ἀξίξη 4 παράδες, πόσους ἀξίξουσιν 7 ὀκα : — Θωμᾶ! εἰάν ἡ μήτηρ σου ἐξοδεύῃ τὸν μῆνα 5 ὀκάδες ἔξυδι, καὶ ἀγοράσῃ τὴν ὀκά πρὸς 7 παράδες, πόσους παράδες πρέπει νὰ πληρώσῃ ;

Ἐὰν μία πήχη ταινία ἀξίξη 4 τριάρια, πόσα ἀξίξουσιν αἱ 5 πήχαι ;

Πόσῃ δάκτυλα ἔχουσιν 9 παιδία ;

Ἐὰν ἡ ὀκά φασούλια ἀξίξη 9 παράδες, πόσα πρέπει νὰ πληρώσω διὰ 5 ὀκάδες ;

Μίαν ἡμέραν εἶπεν ὁ Νικόλαος πρὸς τὸν πατέρα τε πατέρα, μετὰ 8 ἡμέρας πατῶ εἰς τὰ 7 ἔτη. Ναι, τέκνον μου, ἐγὼ ὅμως εἶμαι ἤδη 6 φορὰς μεγαλιέτερός σου. — Πόσων ἐτῶν λοιπὸν εἶναι ὁ πατήρ ;

Τοιαῦτα παραδείγματα πρέπει νὰ καταγίνηται ὁ διδάσκαλος νὰ ἐυρίσκῃ πολλὰ, καὶ νὰ γυμνάξῃ τοὺς μαθητάς του ἀρκετὸν καιρὸν.

Ἀπὸ ποῖς Πολλαπλασιασὰς καὶ Πολλαπλασιασέως γίνεται τὸ παραγόμενον 9 27, 49, 64, 81 ;

Τὸ παραγόμενον 9 γίνεται ἀπὸ 3×3 .

Τὸ παραγόμενον 25 γίνεται ἀπὸ 5×5 .

Τὸ παραγόμενον 49 γίνεται ἀπὸ 7×7 .

Τὸ παραγόμενον 64 γίνεται ἀπὸ 8×8 .

Τὸ παραγόμενον 81 γίνεται ἀπὸ 9×9 .

Ἀπὸ ποῖς Πολλαπλασιασὰς καὶ Πολλαπλασιασέως γίνεται τὸ παραγόμενον 14, 15, 21, 27, 28, 32, 35, 42, 45, 48, 50, 54, 56, 60, 63, 70, 72 ;

Τὸ 14 γίνεται ἀπὸ 2×7 , ἢ — 7×2 .

Τὸ 15 γίνεται ἀπὸ 3×5 , ἢ — 5×3 .

| | | |
|-------------|----------------|---------|
| Tò 21 . . . | ἀπό 3 × 7, ἦ— | 7 × 3. |
| Tò 27 . . . | ἀπό 3 × 9, ἦ— | 9 × 3. |
| Tò 28 . . . | ἀπό 4 × 7, ἦ— | 7 × 4. |
| Tò 32 . . . | ἀπό 4 × 8, ἦ— | 8 × 4. |
| Tò 35 . . . | ἀπό 5 × 7, ἦ— | 7 × 5. |
| Tò 42 . . . | ἀπό 6 × 7, ἦ— | 7 × 6. |
| Tò 45 . . . | ἀπό 5 × 9, ἦ— | 9 × 5. |
| Tò 48 . . . | ἀπό 6 × 8, ἦ— | 8 × 6. |
| Tò 50 . . . | ἀπό 5 × 10, ἦ— | 10 × 5. |
| Tò 54 . . . | ἀπό 6 × 9, ἦ— | 9 × 6. |
| Tò 56 . . . | ἀπό 7 × 8, ἦ— | 8 × 7. |
| Tò 60 . . . | ἀπό 6 × 10, ἦ— | 10 × 6. |
| Tò 63 . . . | ἀπό 7 × 9, ἦ— | 9 × 7. |
| Tò 70 . . . | ἀπό 7 × 10, ἦ— | 10 × 7. |
| Tò 72 . . . | ἀπό 8 × 9, ἦ— | 9 × 8. |

Ἐκ τῶν ποίως Πολλαπλασιασῆς καὶ Πολλαπλασιασῆς
 γίνεται τὸ παραγόμενον 4, 6, 8, 10, 12, 16, 18,
 20, 24, 30, 36, 40;

Τὸ 4 γίνεται ἐκ 2 × 2, ἢ— 1 × 4.

ἢ— 4 × 1.

Τὸ 6 . . . ἀπὸ 2 × 3, ἢ— 3 × 2.

ἢ— 1 × 6, ἢ— 6 × 1.

Τὸ 8 . . . ἀπὸ 2 × 4, ἢ— 4 × 2.

ἢ— 1 × 8, ἢ— 8 × 1.

Τὸ 12 . . . ἀπὸ 3 × 4, ἢ— 4 × 3.

ἢ— 2 × 6, ἢ— 6 × 2.

Τὸ 10 . . . ἀπὸ 2 × 5, ἢ— 5 × 2.

ἢ— 1 × 10, ἢ— 10 × 1.

Τὸ 16 . . . ἀπὸ 4 × 4, ἢ— 2 × 8.

ἢ— 8 × 2.

| | | | | | |
|---------------|-----|----------------|-----------------|----------------|-----------------|
| Τὸ 18 γίνεται | ἀπὸ | 2×9 , | ἢ— | 9×2 . | |
| | | ἢ— | 3×6 , | ἢ— | 6×3 . |
| Τὸ 20 . . . | ἀπὸ | 4×5 , | ἢ— | 5×4 . | |
| | | ἢ— | 2×10 , | ἢ— | 10×2 . |
| Τὸ 24 . . . | ἀπὸ | 4×6 , | ἢ— | 6×4 . | |
| | | ἢ— | 3×8 , | ἢ— | 8×3 . |
| Τὸ 30 . . . | ἀπὸ | 5×6 , | ἢ— | 6×5 . | |
| | | ἢ— | 3×10 , | ἢ— | 10×3 . |
| Τὸ 46 . . . | ἀπὸ | 4×9 , | ἢ— | 9×4 . | |
| | | | ἢ— | 6×6 . | |
| Τὸ 40 . . . | ἀπὸ | 5×8 , | ἢ— | 8×5 . | |
| | | ἢ— | 4×10 , | ἢ— | 10×4 . |

Ἀπὸ τὰ προλεχθέντα παραδείγματα εἶδετε παιδία μου, ὅτι ἀπὸ διαφόρους Πολλαπλασιαστικὰς καὶ Πολλαπλασιαστικὰς γίνεται τὸ αὐτὸ Παραγόμενον, καὶ ὅτι δὲν εἶναι καμμία διαφορὰ ἂν συναλλάξητε τὸν Πολλαπλασιαστικὴν, ἢ τὸν Πολλαπλασιαστικόν, δηλαδή ὅτι τὸ αὐτὸ Παραγόμενον γίνεται ἂν εἴπητε 2 ἐπὶ 9, ἢ 9 ἐπὶ 2.

Ἐπειδὴ λοιπὸν τώρα ἐμάθετε νὰ εὐρίσκητε τὸ Παραγόμενον δὺν ἀπλῶν ἀριθμῶν, θὰ σᾶς δεῖξω πῶς νὰ εὐρίσκητε τὸ Παραγόμενον καὶ δὺν, τῶν ὁποίων ὁ ἓνας εἶναι ἀπλοῦς, καὶ ὁ ἄλλος σύνθετος.

Ὅταν θέλητε νὰ πολλαπλασιάσητε δὺν ἀριθμούς, ἀπὸ τοὺς ὁποίους ὁ μὲν ἓνας εἶναι ἀπλοῦς, ὁ ἕτερος δὲ σύνθετος πρέπει

1. Νὰ λαμβάνητε πάντοτε τὸν μὲν ἀπλοῦν ἀριθμὸν ὡς Πολλαπλασιαστικὴν, τὸν δὲ σύνθετον ὡς Πολλαπλασιαστικόν.

2. *Νὰ πολλαπλασιάζητε πρῶτον μὲ τὸν Πολλαπλασιαστικὴν τὰς δεκάδας τῆ Πολλαπλασιαστικῆς, καὶ ἔπειτα τὰς μονάδας.*

3. *Ἐὰν εἰς τὸ παραγόμενον τῶν μονάδων ἐμπεριέχονται καὶ δεκάδες, προσθέτετε αὐτὰς εἰς τὰν δεκάδων τὸ Παραγόμενον, καὶ οὕτω ἐκβαίνει ὀρθῶς τὸ ζητούμενον. Ἦ ἀκόλουθα παραδείγματα θὰ σᾶς σαφηνίσωσι τὴν πρᾶξιν καλῆτερα.*

1. Πόσα κάμνουσι 2 ἐπὶ 13 ; — Εἶπατε 2 ἐπὶ 10 γίνονται 20, καὶ 2 ἐπὶ 3 γίνονται 6. ἄρα 20 καὶ 6 γίνονται 26.

2. Πόσα γίνονται 3 ἐπὶ 18 ; — Εἶπατε 3 ἐπὶ 10 γίνονται 30, καὶ 3 ἐπὶ 8 γίνονται 24. ἄρα 30 καὶ 24 γίνονται 54. διότι 30 καὶ 20 γίνονται 50. προσθέτοντες δὲ καὶ 4 μονάδας ἔχομεν 54.

3. Πόσα γίνονται 4 ἐπὶ 17 ; — Εἶπατε 4 ἐπὶ 10 γίνονται 40, καὶ 4 ἐπὶ 7 γίνονται 28. ἄρα 40 καὶ 28 γίνονται 68. διότι 40 καὶ 20 γίνονται 60. προσθέτοντες δὲ καὶ 8 μονάδας ἔχομεν 68.

4. Πόσα γίνονται 6 ἐπὶ 19 ; — Εἶπατε 6 ἐπὶ 10 γίνονται 60, καὶ 6 ἐπὶ 9 γίνονται 54. ἄρα 60 καὶ 54 γίνονται 114. διότι 60 καὶ 50 γίνονται 110. προσθέτοντες δὲ καὶ 4 μονάδας ἔχομεν 114.

5. *Ἐνας ἄνθρωπος ἐφύτευσεν εἰς τὸν κήπὸν του σειρὰς δένδρων, καὶ ἐκέστη σειρὰ ἔχει 96 δένδρα. Πόσα εἶναι ὅλα τὰ δένδρα ; — Εἶπατε (πολλαπλασιάζοντες πρῶτον τὰς δεκάδας) 8 ἐπὶ 9 γίνονται 72 δεκάδες, καὶ 8 ἐπὶ 6 μονάδας γίνονται 48, ἦτοι 4 δεκάδες καὶ 8 μονάδες. Προσθέσατε τώρα τὰς 4 δεκάδας εἰς τὰς ἀνωτέρω 72 καὶ γίνονται 76 δεκάδες, ἦτοι 760.*

προσθέσατε εἰς αὐτὰ καὶ τὰς 8 μονάδας, καὶ γίνεται τὸ Παραγόμενον τῶν 8 ἐπὶ 96=768.

6. Πόσους παράδες περιέχουσι τὰ 74 τριάρια; —
 Εἶπατε 3 ἐπὶ 7 γίνονται 21 δεκάδες, καὶ 3 ἐπὶ 4 μονά-
 δας γίνονται 12, ἤτοι 1 δεκάς καὶ 2 μονάδες · ἄρα
 21 δεκάδες καὶ 1 δεκάς γίνονται 22 δεκάδες, ἤτοι
 220 · προσθέτοντες δὲ καὶ τὰς 2 μονάδας ἔχομεν
 222 παράδες.

Γυμνάσματα.

Πόσους παράδες περιέχουσι τὰ

| | | | |
|----|-----------|----|-----------|
| 20 | τριάρια ; | 21 | τριάρια ; |
| 11 | τριάρια ; | 26 | τριάρια ; |
| 18 | τριάρια ; | 30 | τριάρια ; |
| 13 | τριάρια ; | 22 | τριάρια ; |
| 16 | τριάρια ; | 28 | τριάρια ; |
| 19 | τριάρια ; | 24 | τριάρια ; |
| 14 | τριάρια ; | 27 | τριάρια ; |
| 17 | τριάρια ; | 23 | τριάρια ; |
| 12 | τριάρια ; | 25 | τριάρια ; |
| 15 | τριάρια ; | 29 | τριάρια ; |
| | | 32 | τριάρια ; |

Πόσους παράδες περιέχουσι τὰ

| | | | |
|----|------------|----|------------|
| 16 | πεντάρια ; | 20 | πεντάρια ; |
| 12 | πεντάρια ; | 15 | πεντάρια ; |
| 17 | πεντάρια ; | 19 | πεντάρια ; |
| 11 | πεντάρια ; | 14 | πεντάρια ; |
| 13 | πεντάρια ; | 18 | πεντάρια ; |

καὶ ἄλλα τοιαῦτα γυμνάσματα.

"Ενας χωριάτης ἔφερεν εἰς τὴν ἀγορὰν 29 κοιλὰ σιτάριον, καὶ ἐπώλησε τὸ κοιλὸν πρὸς 9 γρόσια. Πόσα γρόσια ἐσύναξεν ;

"Ενας οἰκοκύρης ἐξοδεύει τὸν μῆνα δι' ὅλα τὰ χρειώδη εἰς τὴν οἰκογένειάν του γρόσια 47. Πόσα θὰ ἐξοδεύσῃ τὸν ἡμισυ χρόνον ;

"Ενας ἄνθρωπος ξεπληρόνει κάθε χρόνον 75 γρόσια χρέος, καὶ λογουριάζει, ὅτι εἰς 4 χρόνους θὰ ξεπληρώσῃ ὅλον τὸ χρέος τς. Πόσα χρεωστει ὅλα ὅλα ;

"Ενας ἄνθρωπος πωλήσας πράγμα ἔλαβε πρὸς πληρωμὴν 3 χρυσὰ Βενέτικα. Πόσα γρόσια κάμνουν αὐτὰ ;

"Ενας οἰκοκύρης χρειάζεται νὰ κάψῃ ὅλον τὸν χειμῶνα 16 φορτία ξύλα. Πόσα θὰ ἐξοδεύσῃ, ἂν ἀγοράσῃ τὸ φορτίον πρὸς 5 γρόσια ;

"Ενας ῥάπτης ἐπαράγγειλε νὰ τὸν φέρωσιν ἀπὸ τὴν πανήγυριν ἓν κομμάτι ροῦχον. Τὸ ροῦχον ἐκβῆκε 32 πήχας, καὶ ἠγοράσθη πρὸς 7 γρόσια ἢ πήχη. Πόσα γρόσια πρέπει νὰ πληρώσῃ ;

Ἐφύτευσεν ἓνας κηπουρὸς 8 σειρὰς δένδρα, καὶ ἡ πᾶσα μιὰ σειρὰ ἔχει 94 δένδρα. Πόσα συμποσῶνται ὅλα ;

"Ενας χωριάτης ἔχει 9 ἀγελάδας, καὶ ἀγόρασε τὴν κιάτῃ μιαν πρὸς 82 γρόσια. Πόσα ἐπλήρωσε διὰ ὅλας ;

"Ενας φούρναρης ἔκαψε τὸν χειμῶνα 75 φορτία ξύλα, καὶ ἀγόρασε τὸ κάθε φορτίον πρὸς 6 γρόσια. Πόσα ἐπλήρωσε διὰ ὅλα ;

"Οταν ὁ Πολλαπλασιαστέος ἦναι μὲν σύνθετος, δὲν ἔχη ὅμως μονάδας, τότε πολλαπλασιάζεις τὰς δεκάδας αὐτοῦ μὲ τὸν Πολλαπλασιαστὴν, ὡς νὰ

ἦσαν ἀπλᾶι μονάδες, καὶ νὰ μὴ εἶχαν μηδενικόν.
 Π. χ. ἀγόρασέ τις 70 κοιλὰ σιτάρι πρὸς 4 γρόσια τὸ κοιλόν, καὶ θέλεις νὰ μάθῃς, πόσα γρόσια πρέπει νὰ πληρώσῃς. Εἶπέ 4 ἐπὶ 7 δεκάδας γίνονται 28 δεκάδες, ἢ 280, ὡς νὰ ἔλεγες 4 ἐπὶ 70 γίνονται 280.

Αἱ 28 δεκάδες κάμνουσι 280· διότι 10 δεκάδες κάμνουσι 1 ἑκατοντάδα, καὶ 2 ἐπὶ 10 δεκάδας, ἦτοι 20 δεκάδες, κάμνουσι 2 ἑκατοντάδας· εἰάν προσθέσωμεν καὶ τὰς ἐναπολειψθείσας 8 δεκάδας, γίνονται 2 ἑκατοντάδες καὶ 8 δεκάδες, ἦτοι 280. Θὰ σᾶς κάμω ἀκόμη ὀλίγα τινὰ παραδείγματα, διὰ νὰ ἴδητε, ὅτι ὁ κανὼν οὗτος δὲν ἐφαρμόζεται μόνον εἰς τὸν πολλαπλασιασμὸν τῶν δεκάδων, ἀλλὰ καὶ τῶν ἑκατοντάδων καὶ χιλιάδων.

3 ἐπὶ 4 γίνονται 12. Οὕτω καὶ 3 ἐπὶ 40 γίνονται 12 δεκάδες, ἦτοι 120.

Καθὼς 3 ἐπὶ 4 γίνονται 12 μονάδες, οὕτω καὶ 3 ἐπὶ 4 δεκάδας γίνονται 12 δεκάδες, ἦτοι 1 ἑκατοντάς καὶ 2 δεκάδες, τὰ ὁποῖα κάμνουσιν 120.

6 ἐπὶ 6 γίνονται 36 | 6 ἐπὶ 60 γίνονται 360 | 6 ἐπὶ 600 γίνονται 3600 | 6 ἐπὶ 6000 γίνονται 36000.

Γυμνάσματα.

Πόσα γίνονται

Πόσα γίνονται

6 ἐπὶ 50 ;

4 ἐπὶ 30 ;

3 ἐπὶ 20 ;

8 ἐπὶ 70 ;

7 ἐπὶ 60 ;

5 ἐπὶ 40 ;

9 ἐπὶ 80 ;

2 ἐπὶ 90 ;

Πόσα γίνονται

40 ἐπὶ 2 ;
60 ἐπὶ 4 ;
30 ἐπὶ 9 ;
80 ἐπὶ 6 ;

Πόσα γίνονται

50 ἐπὶ 3 ;
70 ἐπὶ 5 ;
20 ἐπὶ 8 ;
90 ἐπὶ 7 ;

Πόσα γίνονται

5 ἐπὶ 200 ;
8 ἐπὶ 500 ;
6 ἐπὶ 300 ;
4 ἐπὶ 900 ;

Πόσα γίνονται

2 ἐπὶ 700 ;
9 ἐπὶ 600 ;
7 ἐπὶ 400 ;
3 ἐπὶ 800 ;

Πόσα γίνονται

600 ἐπὶ 2 ;
400 ἐπὶ 8 ;
700 ἐπὶ 3 ;
900 ἐπὶ 5 ;

Πόσα γίνονται

300 ἐπὶ 7 ;
800 ἐπὶ 4 ;
200 ἐπὶ 6 ;
500 ἐπὶ 9 ;

Πόσα γίνονται

9 ἐπὶ 8000 ;
5 ἐπὶ 3000 ;
8 ἐπὶ 4000 ;
2 ἐπὶ 7000 ;

Πόσα γίνονται

7 ἐπὶ 9000 ;
3 ἐπὶ 5000 ;
6 ἐπὶ 2000 ;
4 ἐπὶ 6000 ;

Πόσα γίνονται

2000 ἐπὶ 9 ;
4000 ἐπὶ 8 ;
6000 ἐπὶ 4 ;
5000 ἐπὶ 6 ;

Πόσα γίνονται

8000 ἐπὶ 3 ;
3000 ἐπὶ 5 ;
7000 ἐπὶ 2 ;
9000 ἐπὶ 7 ;

"Ενας χωριάτης αγόρασε 2 βώδια, τὸ καθὲν πρὸς 30 γρόσια. Πόσα ἐπλήρωσε καὶ διὰ τὰ δύο;

Μία πῆχη ρουχὸν ἀξίζει 3 φλωρία Ὀλλανδικά. Πόσα φλωρία ἀξίζουνσιν 90 πῆχαι;

"Ενας μισθωτὸς λαμβάνει τὸν καθέκαστον μῆνα 50 γρόσια. Εἰς 9 μῆνας πόσα θὰ λάβῃ;

"Ενας χρεωφειλέτης ἐξεπλήρωσε κατ' ἔτος 300 γρόσια ἀπὸ τὸ χρέος του, καὶ οὕτω εἰς 5 ἔτη ἐξεπλήρωσεν ὅλον τὸ χρέος του. Πόσα ἦσαν ὅλα;

"Ενας Ἡγεμὼν χρειάζεται διὰ τὸ ἱππικὸν τε 700 κοιλὰ βρώμην τὸν μῆνα. Εἰς 6 μῆνας πόσα κοιλὰ θὰ χρειασθῇ;

"Ενὺς πατὴρ ἄφησεν εἰς 5 υἱούς του κληρονομίαν ἀπὸ 900 γρόσια τὸν καθένα. Πόσα ἦσαν ὅλα;

"Οταν θέλητε νὰ πολλαπλασιάσητε ἓνα Πολλαπλασιαστὸν σύνθετον ἀπὸ τρεῖς ἀριθμοὺς μὲ Πολλαπλασιαστικὴν ἀπλοῦν, πρέπει πρῶτον νὰ πολλαπλασιάσητε τὰς ἑκατοντάδας χωρισά, ἔπειτα τὰς δεκάδας, καὶ τελευταῖον τὰς μονάδας, καὶ συνάπτοντες τὰ τρία Παραγόμενα ἐυρίσκετε τὸ ζητούμενον ἄθροισμα. Παραδείγματος χάριν

Πόσα γίνονται 3 ἐπὶ 743;

1. Λέγετε 3 ἐπὶ 7 ἑκατοντάδας γίνονται 21 ἑκατοντάδες.

2. 3 ἐπὶ 4 δεκάδας γίνονται 12 δεκάδες, ἤτοι 1 ἑκατοντάς καὶ 2 δεκάδες. — Προσθέσατε τώρα τὰ δύο Παραγόμενα, δηλαδή 21 ἑκατοντάδας καὶ 1 ἑκατοντάδα μαζί μὲ 2 δεκάδας, καὶ γίνονται 22 ἑκατοντάδες καὶ 2 δεκάδες, ἤτοι 2220.

3. Πολλαπλασιάσατε τελευταῖον καὶ τὰς μονάδας, δηλαδὴ 3 ἐπὶ 3 γίνονται 9 μονάδες.

Ἐφ' οὗ λοιπὸν προσθέσητε τὰς 9 μονάδας εἰς τὰ 2220, γίνεται τὸ γενικὸν Παραγόμενον 2229.

Γυμνάσματα.

Θωμᾶ! ἐὰν ὁ πατήρ σου ἐξοδεύῃ κατ' ἔτος διὰ σὲ 112 γρόσια, εἰς 9 ἔτη πόσα γίνονται;

Ἐὰν ἐν κοιλὸν γέννημα ἀξίξῃ 192 πεντάρια, 4 κοιλὰ πόσα θὰ ἀξίσωσι;

Λαμβάνει τις ἐνοίκια κατ' ἔτος 311 γρόσια, εἰς 5 ἔτη πόσα θὰ λάβῃ;

Ἐξοδεύει τις κατ' ἔτος 621 γρόσια, εἰς 8 ἔτη πόσα θὰ ἐξοδεύσῃ;

Ἐμοιράσθησαν 6 σύντροφοι τὰ κέρδη των, κ' ἐπῆρ-
εν ἕκαστος ἀνὰ 432 γρόσια. Πόσα ἦσαν τὰ κέρδη ὅλα;

Ὅταν θίλητε νὰ πολλαπλασιάσητε κανένα Πολλαπλασιαστικὸν ἀπλοῦν, εἴτε σύνθετον ἀπὸ δύο, τρεῖς, ἢ καὶ περισσοτέρους ἀριθμοὺς μὲ τὸν Πολλαπλασιαστικὸν 10 προσθέτετε μόνον εἰς τὸν Πολλαπλασιαστικὸν ἐν μηδενικόν, κ' ἔχετε τὸ κύριον Παραγόμενον· διότι μὲ τὴν πρῶξιν ταύτην, αἱ μὲν ἑκατοντάδες τοῦ Πολλαπλασιαστικῆς γίνονται χιλιάδες, αἱ δεκάδες ἑκατοντάδες, καὶ αἱ μονάδες δεκάδες. Π. χ. πόσα γίνονται 10 ἐπὶ 75;

Ἀπόκρισις — 750.

Αίσις. Ἐδῶ, παιδιά μου! καθῶς εἶδετε, ἐπροσθέσαμεν μόνον εἰς τὸν Πολλαπλασιαστὴν 75, ἐν μηδενικόν, κ' ἔγεινε τὸ ὀρθὸν Παραγόμενον 750· διότι μὲ τὴν πρόσθεσιν τοῦ μηδενικοῦ, οἱ δύο ἀριθμοὶ ἀναβιβάσθησαν ἓνα βαθμὸν πρὸς τὸ ἀριστερὸν μέρος, καὶ οὕτως αἱ μὲν 7 δεκάδες ἐμεταβάλλθησαν εἰς 7 ἑκατοντάδας, αἱ δὲ 5 μονάδες εἰς 5 δεκάδας· καὶ τοῦτο ἔπρεπεν ἀφεύκτως νὰ γείνη, διὰ νὰ ἐυρεθῇ τὸ ὀρθὸν Παραγόμενον.

Τὸ αὐτὸ κάμνετε, καὶ ὅταν ὁ Πολλαπλασιαστὴς ᾖ 100, 1000, ἢ 10000· δηλαδή, προσθέτετε εἰς τὰ δεξιὰ τοῦ Πολλαπλασιαστοῦ, ὅσα μηδενικὰ ἔχει ὁ Πολλαπλασιαστής.

Γυμνάσματα.

Ἐὰν ἓνας ὑπηρέτης λιμβάνη μηνιαῖον μισθὸν 21 γρόσια, εἰς 10 μῆνας πόσα θὰ λάβῃ;

Ἀγόρασέ τις ἓνα ἵππον διὰ 10 φλωρία Βεν-, πόσα γρόσια κάμνουσιν;

Ἐνας πλούσιος ἐξοδεύει ἐτησίως 3735, εἰς δέκα χρόνους πόσα θὰ ἐξοδεύσῃ;

Ἐνας ταξειδιώτης ἐταξειδεύσει 12 ἡμέρας, καὶ καθ' ἑκάστην ἡμέραν διέτρεχε 10 μίλια· πόσα μίλια ἐταξειδεύσει;

Ὅταν θέλητε νὰ πολλαπλασιάσῃτε ἓνα σύνθετον ἀπὸ δύο ἀριθμοῦς: Πολλαπλασιαστὴν μὲ 11, συν-

ἀττετε τοὺς δύο ἀριθμοὺς τοῦ Πολλαπλασιαστές, καὶ, ἂν τὸ ἄθροισμα δὲν ὑπερβυῖνῃ τὸν 9, τὸ βάλ्लετε μεταξὺ τῶν δύο συναφθέντων ἀριθμῶν, καὶ τὸ Παραγόμενον εἶναι ὀρθόν. Π. χ.

Ἐνα; ἄνθρωπος ἀγόρασεν ἕνα ἔπλον διὰ 27 φουντεκλιὰ, πόσα γρόσια πρέπει νὰ πληρώσῃ;

Ἀπόκρισις — 297 γρόσια.

Λύσις. Διὰ νὰ εἴρῃς τὴν ὀρθὴν ἀπόκρισιν, σύναψε τοὺς δύο ἀριθμοὺς 27 τοῦ Πολλαπλασιαστές (δηλαδὴ 2 καὶ 7 κάμνουσιν 9) καὶ πρόσθεσε τὸ ἄθροισμα 9 εἰς τὸν Πολλαπλασιαστέον μεταξὺ τοῦ 2 καὶ 7, καὶ οὕτω γίνεται τὸ Παραγόμενον 297. Τὸ αἷτιον δὲ εἶναι τὸ ἀκόλουθον· ὁ ἀριθμὸς 11 συνίσταται ἀπὸ 10 καὶ 1· εἰν πολλαπλασιάζοιτε τὰ 27 μὲ 10 γίνονται 270, πολλαπλασιάζοντές τε καὶ μὲ ἕν γίνονται 27, συνάπτετε λοιπὸν τὰ δύο ἄθροίσματα 270 καὶ 27, καὶ γίνεται τὸ Παραγόμενον 7 μονάδες, 9 δεκάδες, καὶ δύο ἑκατοντάδες.

Πόσα γρόσια κάμνουσι τὰ 14 φουντεκλιὰ;

Λύσις. Συνάπτετε πρῶτον τοὺς 2 ἀριθμοὺς τοῦ Πολλαπλασιαστέου 14, ἔπειτα προσθέτετε τὸ ἄθροισμα εἰς τὸν τόπον, ἔπου ἔχω γραμμένην τὴν στιγμήν, γίνεται τὸ Παραγόμενον ὀρθόν.

1 . 4 ὁ Πολλαπλασιαστέος.

Τὸ ἄθροισμα τῶν ἀριθμῶν 1 καὶ 4 εἶναι 5. Προσθέσατε λοιπὸν τὸ ἄθροισμα τοῦτο εἰς τὸν τόπον τῆς στιγμῆς, καὶ ὁ ἀριθμὸς λαμβάνει τὴν ἀκόλουθον μορφὴν, ἣ ὁποία εἶναι τὸ ὀρθὸν Παραγόμενον, ἤγουν,

154 γρόσια τὸ Παραγόμενον.

Διατί δὲ οἱ δύο ἀριθμοὶ τοῦ Πολλαπλασιαστέου συνάπτονται, καὶ τὸ ἄθροισμα προσθῆτεται εἰς τὴν μέσσην αὐτῶν, σαφηνίζεται ἀπὸ τὰ ἀκόλουθα. Ὁ ἀριθμὸς 14 λαμβάνεται 11 φορές, ἤτοι πολλαπλασιάζεται μὲ 11, καὶ ἔχει τὴν αὐτὴν δύναμιν ὡς νὰ ἔλεγετο 10 ἐπὶ 14, καὶ 1 ἐπὶ 14, καὶ νὰ ἐσύναπτες ἔπειτα τὰ ἐκ τούτων δύο Παραγόμενα εἰς ἓν ἄθροισμα. Διὰ χαρακτήρων δὲ ἔχει τὴν ἀκόλουθον μορφήν

$$14 \times 11 = \begin{pmatrix} 14 \times 10 = 140 \text{ τὸ δεκαπλοῦν} \\ 14 \times 1 = 14 \text{ τὸ μονὸν} \end{pmatrix}$$

154, τὸ ἐνδεκαπλῆν, ἢ Παραγόμενον.

Ἡ ἀλλῶς·

$$14 \times 11 = \begin{pmatrix} 14 \text{ τὸ δεκαπλοῦν} \\ 14 \text{ τὸ μονὸν} \end{pmatrix}$$

154 τὸ ἐνδεκαπλῆν, ἢ τὸ Παραγόμενον.

Γυμνάσματα.

Πόσα γρόσια κάμνουσι τὰ

| | |
|----------------|----------------|
| 11 Φουντεκλιά; | 17 Φουντεκλιά; |
| 21 φουντεκλιά; | 72 φουντεκλιά; |
| 13 φουντεκλιά; | 53 φουντεκλιά; |
| 32 φουντεκλιά; | 54 φουντεκλιά; |
| 24 φουντεκλιά; | 63 φουντεκλιά; |
| 61 φουντεκλιά; | 43 φουντεκλιά; |

Ἐὰν ὅμως οἱ δύο ἀριθμοὶ τῆ Πολλαπλασιασίου συναπτόμενοι δώσωσιν ἄθροισμα ὑπερβαῖνον τὸν 9, ἢ τὸ ὁποῖον περιέχει δεκάδα, τότε τὴν μὲν δεκάδα προσθέτεις εἰς τὰς ἀριστερὰ κειμένας τοῦ Πολλαπλασιασίου δεκάδας, τὰς δὲ μονάδας βάλλεις εἰς τὴν μέσσην τῶν δύο ἀριθμῶν ὡς ἀνωτέρω ἐρρήθη. Π. χ.

Πόσα κάμνουσιν 11 ἐπὶ 48 ;

Λύσις. Ἐὰν ἐκλάβητε τοὺς δύο ἀριθμοὺς 48 ὡς μονάδας, καὶ τὰς συνάψητε, γίνεται τὸ ἄθροισμα 12 (διότι 4 καὶ 8 κάμνουσι 12)· τὰ δὲ 12 περιέχουσι 1 δεκάδα καὶ 2 μονάδας. Προσθέσατε λοιπὸν τὴν δεκάδα εἰς τὰς ἀριστερὰ κειμένας 4 δεκάδας, καὶ τὰς 2 μονάδας εἰς τὴν μέσσην, δηλαδή μεταξὺ 5 καὶ 8, καὶ γίνεται τὸ Παραγόμενον 528. Διὰ χαρακτήρων ἔχει τὴν ἀκόλουθον μορφήν.

$$14 \times 48 = \begin{pmatrix} 48 \text{ τὸ δεκαπλοῦν.} \\ 48 \text{ τὸ μονόν.} \end{pmatrix}$$

528, τὸ ἐνδεκαπλῆν, ἢ Παραγόμενον.

Γυμνάσματα.

Πόσα γρόσια κάμνουσι τὰ

| | |
|----------------|----------------|
| 37 Φουντεκλιά; | 57 Φουντεκλιά; |
| 49 φουντεκλιά; | 38 φουντεκλιά; |
| 66 φουντεκλιά; | 98 φουντεκλιά; |
| 78 φουντεκλιά; | 55 φουντεκλιά; |
| 87 φουντεκλιά; | 75 φουντεκλιά; |

Ὅταν θέλητε νὰ πολλαπλασιάσητε δύο ἀριθμοὺς, συνθέτετε καὶ τοὺς δύο ἀπὸ δύο ἀριθμοὺς, ἀκολουθεῖτε τὴν ἀκόλουθον πράξιν. Πρῶτον πολλαπλασιάζετε τὸν Πολλαπλασιαστέον μὲ τὰς δεκάδας, κ' ἔπειτα μὲ τὰς μονάδας τῆ Πολλαπλασιασῆ, καὶ τὰ δύο Παραγόμενα συνάπτετε εἰς ἓν ἄθροισμα, τὸ ὅποιον εἶναι τὸ ζητούμενον κύριον Παραγόμενον. Π. χ. Πόσα γίνονται 23 ἐπὶ 32 ;

Εἶπατε 2 ἐπὶ 32 δεκάδας γίνονται 64 δεκάδες, ἥτοι 640 — καὶ 3 ἐπὶ 32 μονάδας γίνονται 96 μονάδες. Ἐπειτα προσθέτετε τὰ δύο Παραγόμενα 640 καὶ 96, καὶ γίνεται τὸ γενικὸν Παραγόμενον 736.

Πόσα γίνονται 30 ἐπὶ 65 ;

Πολλαπλασιάσατε πρῶτον τὸν Πολλαπλασιαστέον 65 μὲ 3, καὶ προσθέσατε εἰς τὸ Παραγόμενον ἓν μηδενικὸν—ἤγουν 3 ἐπὶ 6 δεκάδας γίνονται 18 δεκάδες, ἥτοι 180, καὶ 3 ἐπὶ 5 μονάδας γίνονται 15 μονάδες· προσθέσατε αὐτὰς εἰς τὰ 180, καὶ γίνονται 195· προσθέσατε τώρα δεξιά καὶ τὸ μηδενικὸν, καὶ γίνεται 1950 τὸ γενικὸν Παραγόμενον.

Πόσα γίνονται 13 ἐπὶ 46 ;

Προσθέσατε εἰς τὸν Πολλαπλασιαστέον 46 ἓν μηδενικὸν, καὶ τὸν ἔχετε πλέον πολλαπλασιασμένον μὲ 10· τὸ δὲ ἐκ τῆ πολλαπλασιασμῆ τύτου Παραγόμενον εἶναι 46 δεκάδες, ἢ 460. Ἐπειτα πολλαπλασιάσατε τὰ 46 καὶ μὲ τὰς 3 μονάδας, λέγοντες: 3 ἐπὶ 4 δεκάδας, γίνονται 12 δεκάδες, ἢ 120· καὶ 3 ἐπὶ 6 μονάδας γίνονται 18. Προσθέσατε τὰ 18 εἰς τὰ 120, καὶ γίνονται 138. Συνάψατε τώρα καὶ τὸ πρῶτον Παραγόμενον 460 μὲ τὰ 138, καὶ γίνονται 598· καὶ τῆτο εἶναι τὸ γενικὸν Παραγόμενον.

Πόσα γίνονται 24 ἐπὶ 75;

Πολλαπλασιάσατε πρῶτον τὰ 75 μὲ 20 ἢ μὲ 2, προσθέτοντες εἰς τὸ τέλος ἕν μηδενικόν· ἕγουν; 2 ἐπὶ 70 γίνονται 140, καὶ 2 ἐπὶ 5 γίνονται 10· 140 καὶ 10 γίνονται 150 δεκάδες, ἤτοι (μὲ τὴν πρόσθεσιν τῶ μηδενικῶ) 1500. Ἐπειτα πολλαπλασιάσατε τὰ 75 καὶ μὲ 4 μονάδας; ἕγουν; 4 ἐπὶ 7 δεκάδας, γίνονται 28 δεκάδες, ἤτοι 280 καὶ 4 ἐπὶ 5 μονάδας γίνονται 20· 280 καὶ 20 γίνονται 300. Συνάψατε τῶρα καὶ τὸ πρῶτον Παραγόμενον 1500 μὲ τὸ δεύτερον 300, καὶ γίνονται 1800· καὶ τῆτο εἶναι τὸ γενικὸν Παραγόμενον.

Γυμνάσματα.

Πόσα γίνονται

| | |
|------------|------------|
| 22 ἐπὶ 74; | 53 ἐπὶ 66; |
| 12 ἐπὶ 38; | 41 ἐπὶ 52; |
| 48 ἐπὶ 89; | 37 ἐπὶ 45; |
| 50 ἐπὶ 68; | 16 ἐπὶ 84; |
| 27 ἐπὶ 39; | 67 ἐπὶ 92; |
| 34 ἐπὶ 76; | 33 ἐπὶ 72; |
| 18 ἐπὶ 27; | 70 ἐπὶ 94; |
| 19 ἐπὶ 31; | 29 ἐπὶ 49; |

καὶ ἄλλα πολλὰ τοιαῦτα παραδείγματα.

Παιδιά μου! τῶρα εἶναι ἀνάγκη ν' ἀποστηθίσητε καὶ τὸν ἀκόλουθον Πίνακα, ὁ ὁποῖος ἔχει μόνον εἰς τὸν πολλαπλασιασμόν, ἀλλὰ καὶ εἰς τὴν διαίρεσιν θὰ σᾶς φέρῃ μεγάλην ἐυκολίαν.

Π ἰ ν α ξ.

| | | | | | | | | | |
|----|-----|----|------|-----|----|-----|----|------|-----|
| 1 | ἐπὶ | 11 | γίν- | 11 | 1 | ἐπὶ | 14 | γίν- | 14 |
| 2 | ἐπὶ | 11 | γίν- | 22 | 2 | ἐπὶ | 14 | γίν- | 28 |
| 3 | ἐπὶ | 11 | γίν- | 33 | 3 | ἐπὶ | 14 | γίν- | 42 |
| 4 | ἐπὶ | 11 | γίν- | 44 | 4 | ἐπὶ | 14 | γίν- | 56 |
| 5 | ἐπὶ | 11 | γίν- | 55 | 5 | ἐπὶ | 14 | γίν- | 70 |
| 6 | ἐπὶ | 11 | γίν- | 66 | 6 | ἐπὶ | 14 | γίν- | 84 |
| 7 | ἐπὶ | 12 | γίν- | 77 | 7 | ἐπὶ | 14 | γίν- | 98 |
| 8 | ἐπὶ | 11 | γίν- | 88 | 8 | ἐπὶ | 14 | γίν- | 112 |
| 9 | ἐπὶ | 11 | γίν- | 99 | 9 | ἐπὶ | 14 | γίν- | 126 |
| 10 | ἐπὶ | 11 | γίν- | 110 | 10 | ἐπὶ | 14 | γίν- | 140 |

| | | | | | | | | | |
|----|-----|----|------|-----|----|-----|----|------|-----|
| 1 | ἐπὶ | 12 | γίν- | 12 | 1 | ἐπὶ | 15 | γίν- | 15 |
| 2 | ἐπὶ | 12 | γίν- | 24 | 2 | ἐπὶ | 15 | γίν- | 30 |
| 3 | ἐπὶ | 12 | γίν- | 36 | 3 | ἐπὶ | 15 | γίν- | 45 |
| 4 | ἐπὶ | 12 | γίν- | 48 | 4 | ἐπὶ | 15 | γίν- | 60 |
| 5 | ἐπὶ | 12 | γίν- | 60 | 5 | ἐπὶ | 15 | γίν- | 75 |
| 6 | ἐπὶ | 12 | γίν- | 72 | 6 | ἐπὶ | 15 | γίν- | 90 |
| 7 | ἐπὶ | 12 | γίν- | 84 | 7 | ἐπὶ | 15 | γίν- | 105 |
| 8 | ἐπὶ | 12 | γίν- | 96 | 8 | ἐπὶ | 15 | γίν- | 120 |
| 9 | ἐπὶ | 12 | γίν- | 108 | 9 | ἐπὶ | 15 | γίν- | 135 |
| 10 | ἐπὶ | 12 | γίν- | 120 | 10 | ἐπὶ | 15 | γίν- | 150 |

| | | | | | | | | | |
|----|-----|----|------|-----|----|-----|----|------|-----|
| 1 | ἐπὶ | 13 | γίν- | 13 | 1 | ἐπὶ | 16 | γίν- | 16 |
| 2 | ἐπὶ | 13 | γίν- | 26 | 2 | ἐπὶ | 16 | γίν- | 32 |
| 3 | ἐπὶ | 13 | γίν- | 39 | 3 | ἐπὶ | 16 | γίν- | 48 |
| 4 | ἐπὶ | 13 | γίν- | 52 | 4 | ἐπὶ | 16 | γίν- | 64 |
| 5 | ἐπὶ | 13 | γίν- | 65 | 5 | ἐπὶ | 16 | γίν- | 80 |
| 6 | ἐπὶ | 13 | γίν- | 78 | 6 | ἐπὶ | 16 | γίν- | 96 |
| 7 | ἐπὶ | 13 | γίν- | 91 | 7 | ἐπὶ | 16 | γίν- | 112 |
| 8 | ἐπὶ | 13 | γίν- | 104 | 8 | ἐπὶ | 16 | γίν- | 128 |
| 9 | ἐπὶ | 13 | γίν- | 117 | 9 | ἐπὶ | 16 | γίν- | 144 |
| 10 | ἐπὶ | 13 | γίν- | 130 | 10 | ἐπὶ | 16 | γίν- | 160 |

| | | | | |
|----|-----|----|------|-----|
| 1 | ἐπὶ | 17 | γίν- | 17 |
| 2 | ἐπὶ | 17 | γίν- | 34 |
| 3 | ἐπὶ | 17 | γίν- | 51 |
| 4 | ἐπὶ | 17 | γίν- | 68 |
| 5 | ἐπὶ | 17 | γίν- | 85 |
| 6 | ἐπὶ | 17 | γίν- | 102 |
| 7 | ἐπὶ | 17 | γίν- | 119 |
| 8 | ἐπὶ | 17 | γίν- | 136 |
| 9 | ἐπὶ | 17 | γίν- | 153 |
| 10 | ἐπὶ | 17 | γίν- | 170 |

| | | | | |
|----|-----|----|------|-----|
| 1 | ἐπὶ | 20 | γίν- | 20 |
| 2 | ἐπὶ | 20 | γίν- | 40 |
| 3 | ἐπὶ | 20 | γίν- | 60 |
| 4 | ἐπὶ | 20 | γίν- | 80 |
| 5 | ἐπὶ | 20 | γίν- | 100 |
| 6 | ἐπὶ | 20 | γίν- | 120 |
| 7 | ἐπὶ | 20 | γίν- | 140 |
| 8 | ἐπὶ | 20 | γίν- | 160 |
| 9 | ἐπὶ | 20 | γίν- | 180 |
| 10 | ἐπὶ | 20 | γίν- | 200 |

| | | | | |
|----|-----|----|------|-----|
| 1 | ἐπὶ | 18 | γίν- | 18 |
| 2 | ἐπὶ | 18 | γίν- | 36 |
| 3 | ἐπὶ | 18 | γίν- | 54 |
| 4 | ἐπὶ | 18 | γίν- | 72 |
| 5 | ἐπὶ | 18 | γίν- | 90 |
| 6 | ἐπὶ | 18 | γίν- | 108 |
| 7 | ἐπὶ | 18 | γίν- | 126 |
| 8 | ἐπὶ | 18 | γίν- | 144 |
| 9 | ἐπὶ | 18 | γίν- | 162 |
| 10 | ἐπὶ | 18 | γίν- | 180 |

| | | | | |
|----|-----|----|------|-----|
| 1 | ἐπὶ | 24 | γίν- | 24 |
| 2 | ἐπὶ | 24 | γίν- | 48 |
| 3 | ἐπὶ | 24 | γίν- | 72 |
| 4 | ἐπὶ | 24 | γίν- | 96 |
| 5 | ἐπὶ | 24 | γίν- | 120 |
| 6 | ἐπὶ | 24 | γίν- | 144 |
| 7 | ἐπὶ | 24 | γίν- | 168 |
| 8 | ἐπὶ | 24 | γίν- | 192 |
| 9 | ἐπὶ | 24 | γίν- | 216 |
| 10 | ἐπὶ | 24 | γίν- | 240 |

| | | | | |
|----|-----|----|------|-----|
| 1 | ἐπὶ | 19 | γίν- | 19 |
| 2 | ἐπὶ | 19 | γίν- | 38 |
| 3 | ἐπὶ | 19 | γίν- | 57 |
| 4 | ἐπὶ | 19 | γίν- | 76 |
| 5 | ἐπὶ | 19 | γίν- | 95 |
| 6 | ἐπὶ | 19 | γίν- | 114 |
| 7 | ἐπὶ | 19 | γίν- | 133 |
| 8 | ἐπὶ | 19 | γίν- | 152 |
| 9 | ἐπὶ | 19 | γίν- | 171 |
| 10 | ἐπὶ | 19 | γίν- | 190 |

| | | | | |
|----|-----|----|------|-----|
| 1 | ἐπὶ | 32 | γίν- | 32 |
| 2 | ἐπὶ | 32 | γίν- | 64 |
| 3 | ἐπὶ | 32 | γίν- | 96 |
| 4 | ἐπὶ | 32 | γίν- | 128 |
| 5 | ἐπὶ | 32 | γίν- | 160 |
| 6 | ἐπὶ | 32 | γίν- | 192 |
| 7 | ἐπὶ | 32 | γίν- | 224 |
| 8 | ἐπὶ | 32 | γίν- | 256 |
| 9 | ἐπὶ | 32 | γίν- | 288 |
| 10 | ἐπὶ | 32 | γίν- | 320 |

Περὶ Ἀφαιρέσεως.

Ἡ Ἀφαίρεσις, ἢτοι ὁ ὑφαιλμὸς, εἶναι πράξις, διὰ τῆς ὁποίας ἀφαιροῦμεν μίαν μικρόν ποσότητα ἀπὸ ἄλλην μεγαλητέραν τῆς αὐτῆς φύσεως.

Καὶ ἡ μὲν μεγαλητέρα ποσότης, ἀπὸ τὴν ἑποῖσαν ἀφαιροῦμεν τὴν μικροτέραν λέγεται: Μειωτέος ἀριθμὸς.

Ἡ δὲ μικροτέρα, τὴν ὁποῖαν ἀφαιροῦμεν ἀπὸ τὴν μεγαλητέραν, λέγεται: Ἀφαιρετέος ἀριθμὸς.

Καὶ ὁ διὰ τῆς ἀφαιρέσεως εὐρισκόμενος τρίτος ἀριθμὸς λέγεται: Κατάλοιπον. Π. χ. ἔχῃς τρία μῆλα, διδεις τὸ 1 τὸν ἀδελφόν σου, σὲ μένουσιν ἀκόμῃ 2. Αὐτὰ λοιπὸν τὰ 2 εἶναι τὸ Κατάλοιπον.

Κυτιάζατε μὲ προσοχὴν τὰς δύο ταύτας ποσότητας

4 • Μειωτέος

3 • Ἀφαιρετέος.

κατὰ πόσα εἶναι ὁ 4 μεγαλητέρος ἀπὸ τὸν 3; ἢ ὁ 3 μικρότερος ἀπὸ τὸν 4; — Βέβαια κατὰ τὸν μόνον· καὶ αὐτὸ τὸ . . . 1 εἶναι τὸ Κατάλοιπον· οὕτω ἀφαιρέσατε τὸ 1 ἀπὸ τὰ 4, καὶ θὰ ἴδητε, ὅτι ἀπὸ τὰ 4 μένουσι μόνον 3· μεταξὺ δὲ τῶν 3 καὶ 3, καμμία διαφορὰ δὲν εἶναι.

Παιδιά μου! καὶ εἰς τὴν Ἀφαίρεσιν πρέπει νὰ γυμνασθῆτε καλὰ, καθὼς ἐγυμνάσθητε καὶ εἰς τὴν Πρόσθεσιν καὶ εἰς τὸν Πολλαπλασιασμὸν, διότι ὁ ἄνθρωπος εἶναι πολλάκις ἀναγκισμένος καὶ νὰ διδῇ μέρος ἀπ' ὅσα ἔχει, καὶ ὄχι πάντοτε νὰ τὰ πολλαπλασιάσῃ.

Ὅταν λοιπὸν θέλῃτε ν' ἀφαιρέσητε μίαν μικροτέραν ποσότητα ἀπὸ ἄλλην μεγαλυτέραν, πρέπει πρὸ πάντων νὰ προσέχητε διὰ νὰ ἦναι καὶ αἱ δύο ποσότητες ὁμοειδεῖς, ἤγουν, τῆς αὐτῆς φύσεως. Διότι ἐνκόλως ἤμπορεῖτε νὰ καταλάβητε, ὅτι ποτὲ δὲν εἶναι δυνατὸν ν' ἀφαιρέσῃ τις μέτρα ἀπὸ γρόσια, λίτρας ἀπὸ πήχας κ. τ. λ. ἀλλὰ πάντοτε γρόσια ἀπὸ γρόσια, λίτρας ἀπὸ λίτρας, πήχας ἀπὸ πήχας, κ. τ. λ. Διὰ τοῦτο, ὅσα εἰς τὴν πρόσθεσιν εἶπαμεν περὶ ὁμοειδῶν καὶ ἑτεροειδῶν, ἀρμόζουσι καὶ ἐνταῦθα.

Διὰ ν' ἀποκτήσητε δὲ καὶ εἰς τὴν Ἀφαιρέσιν μεγάλην ἐτοιμότητα, πρέπει ν' ἀποστηθίσῃτε τὸν τὸν ἀκόλουθον Πίνακα, καὶ νὰ τὸν ἐντυπώσητε καλὰ εἰς τὸν νοῦν σας.

Καλὸν ἦτον, ἂν ἐδοκιμάζετε καὶ μόνοι σας νὰ σχεδιάσῃτε ἓνα τοιοῦτον Πίνακα, καὶ νὰ τὸν μελετᾶτε τὸ πρῶν, ὅταν ἐξυπνῆτε, καὶ τὸ ἑσπέρως, ὅταν ἐτοιμάζησθε νὰ κοιμηθῆτε (*).

(*) Ἐπειδὴ εἰς τοὺς ἄρχαίους καὶ τὰ πλέον ἔνκολα εἶναι δύσκολα, διὰ τοῦτο ὁ διδάσκαλος ἔχει χρεὸς νὰ τοὺς παραστήσῃ τὸν τρόπον τῆς ἀφαιρέσεως ἐπικιοθητῶς, καὶ πρὸς τοῦτο τὸ τέλος ἤμπορεῖ πάλιν νὰ μεταχειρισθῇ λιθαρᾶκια. Π. χ. μετρᾷ πρῶτον δέκα λιθαρᾶκια, ἔπειτα ἑξῆς; ἂν ἀπὸ αὐτὰ τὰ 10 λιθαρᾶκια ἀφαιρέσω 3; (ἢ 4; ἢ 5; ἢ 6; ἢ 7; ἢ 8; ἢ 9;) πόσα μένουσι; — Τότε διορίζει ἐν παιδίον νὰ ἐπάρῃ ἀπὸ τὰ 10, τὰ 3 (ἢ ὅσα προβάλλῃ), καὶ μετρῶν τὰ ἐναπολειφθέντα εὐὰ τὰ δεῖξῃ; ὅτι ἔμειναν μόνον 7. κ. τ. λ.

Πίναξ.

| | | | | | | | | | | | |
|---|------|---|----------|---|-------------|------|------|---------|---------|-------------|-------------|
| 9 | πλήν | 9 | μένει | 0 | Κατάλοιπον. | 6 | πλήν | 6 | μένει | 0 | Κατάλοιπον. |
| 9 | πλήν | 8 | μένει | 1 | | 6 | πλήν | 5 | μένει | 1 | |
| 9 | πλήν | 7 | μένουσι | 2 | | 6 | πλήν | 4 | μένουσι | 2 | |
| 9 | πλήν | 6 | μένουσι | 3 | | 6 | πλήν | 3 | μένουσι | 3 | |
| 9 | πλήν | 5 | μένουσι | 4 | | 6 | πλήν | 2 | μένουσι | 4 | |
| 9 | πλήν | 4 | μένουσι | 5 | | 6 | πλήν | 1 | μένουσι | 5 | |
| 9 | πλήν | 3 | μένουσιν | 6 | | — | | | | | |
| 9 | πλήν | 2 | μένουσιν | 7 | | 5 | πλήν | 5 | μένει | 0 | Κατάλοιπον. |
| — | | | | | 5 | πλήν | 4 | μένει | 1 | | |
| 8 | πλήν | 8 | μένει | 0 | 5 | πλήν | 3 | μένει | 2 | | |
| 8 | πλήν | 7 | μένει | 1 | 5 | πλήν | 2 | μένουσι | 3 | | |
| 8 | πλήν | 6 | μένουσι | 2 | 5 | πλήν | 1 | μένουσι | 4 | | |
| 8 | πλήν | 5 | μένουσι | 3 | — | | | | | | |
| 8 | πλήν | 4 | μένουσι | 4 | 4 | πλήν | 4 | μένει | 0 | Κατάλοιπον. | |
| 8 | πλήν | 3 | μένουσι | 5 | 4 | πλήν | 3 | μένει | 1 | | |
| 8 | πλήν | 2 | μένουσιν | 6 | 4 | πλήν | 2 | μένουσι | 2 | | |
| 8 | πλήν | 1 | μένουσιν | 7 | 4 | πλήν | 1 | μένουσι | 3 | | |
| — | | | | | — | | | | | | |
| 7 | πλήν | 7 | μένει | 0 | Κατάλοιπον. | 3 | πλήν | 3 | μένει | 0 | Κατάλοιπον. |
| 7 | πλήν | 6 | μένουσι | 1 | | 3 | πλήν | 2 | μένει | 1 | |
| 7 | πλήν | 7 | μένουσι | 2 | | 3 | πλήν | 1 | μένουσι | 2 | |
| 7 | πλήν | 4 | μένουσι | 3 | | — | | | | | |
| 7 | πλήν | 3 | μένουσι | 4 | | 2 | πλήν | 2 | μένει | 0 | Κατάλοιπον. |
| 7 | πλήν | 2 | μένουσι | 5 | | 2 | πλήν | 1 | μένει | 1 | |
| 7 | πλήν | 1 | μένουσιν | 6 | | — | | | | | |
| 7 | πλήν | 1 | μένουσιν | 6 | | 1 | πλήν | 1 | μένει | 0 | |

Παιδιά με ! ἐπειδὴ ἤξεύρετε πλὴν τὰ συνάπτεται
 λειτουργίας ποσότητας εἰς ἓν ἄθροισμα, δὲν θὰ δυσ-
 κολυνθῆτε νὰ μάθητε, καὶ ν' ἀφαιρῆτε ἀπὸ μιαν
 μεγαλητέραν ποσότητα ἄλλην μικροτέραν· διότι,
 ὅστις ἤξεύρει, ὅτι 5 καὶ 4 κάρνουσιν 9, θὰ ἤξεύρῃ
 ἐνταυτῷ, ὅτι, ἀφ' οὗ ἀφαιρέσῃ ἀπὸ τὰ 9 τὸν
 ἀριθμὸν 5, μένουσι 4· ἢ τὸ ἀνάπελιν ἂν ἀφαιρέσῃ
 τὰ 4, μένουσι 5.

Θωμᾶ ! Ἐὰν, ἔχων 5 μήλα, φάγῃς τὰ δύο,
 πόσα σὲ μένουσιν ἀκόμη; — Τρία.

Καὶ εἶσαι βέβαιος ὅτι μένουσι 3;

Μάλιστα. Διότι 3 καὶ 2 κάρνουσι 5· ἂν λοιπὸν
 ἀφαιρέσω τὰ 2, μένουσι μόνον τρία.

Ἄλλ' εἰς φάγῃς τὰ τρία, πόσα σὲ μένουσι; —
 Δύο μόνον. — Ἀμυῆ ἤξεύρεις νὰ μὲ εἶπῃς πῶς λέγε-
 ται ὁ ἀριθμὸς αὐτὸς, ὅστις περιέχει τὰς ἐναπολει-
 φθείσας μονάδας;

Λέγεται Κατάλοιπον. —

Ὁ Νικόλαος ἔχει 9 γρόσια, καὶ ὁ Γεώργιος 6 γρόσια·
 πόσος ἀπὸ τοῖς δύο ἔχει περισσότερα;

Ὁ Νικόλαος. —

Διὰ τὰ καταλήβῃς δὲ πόσα ἔχει ὁ Νικόλαος περισ-
 σότερα παρήβαλλε τὰ 9 μὲ τὰ 6, καὶ εἶπέ 9 πλὴν 6
 μένουσι 6· διότι 6 καὶ 3 κάρνουσιν 9.

Ἐχομενοῦσέ τις 9 γρόσια, ἐπλήρωσε δὲ 2· πόσα
 μίνοι νὰ χροσωτῇ ἀκόμη;

Ὁ Κωνσταντῖνος εἶχεν 8 ἀπίδια, ἔδωκε δὲ 2 τὴν
 ἀδελφῆν του· πόσα τὸν ἔμειναν ἀκόμη (*);

(*) Ἐὰν τοῦτοτι καὶ εἰς τὰ παραδείγματα εἰς γρηναῖα, πολλὸν καιρὸν ὁ δι-
 δάσκουλος τοῖς μαθηταῖς εἰς τὸν τίτλον τῆς ἀφαιρέσεως.

Καθὼς εἰς τὴν πρόσθεσιν ἀπὸ δύο διαφορετοῦς ἀριθμοῦς γίνεται τὸ αὐτὸ ἄθροισμα, οὕτω καὶ εἰς τὴν ἀφαιρέσιν, δύο διάφοροι ἀριθμοὶ κάμνουσι τὸ αὐτὸ Κατάλοιπον. Διὰ τὰ τὸ καιαλάβητε δὲ καλῆτερα, ἀποκρεθῆτε εἰς τὰς ἐρωτήσεις μου.

Ποία εἶναι ἡ διαφορὰ μεταξὺ τῶν 2 καὶ 3, 3 καὶ 4, 4 καὶ 5, 5 καὶ 6, 6 καὶ 7, 7 καὶ 8, 8 καὶ 9;

Ποῖον Κατάλοιπον μένει, εἰν ἀφαιρέσης 2 ἀπὸ τὰ 4, 3 ἀπὸ τὰ 5, 4 ἀπὸ 6, 5 ἀπὸ 7, 6 ἀπὸ 8, 7 ἀπὸ 9;

Πόσα μένουσιν, εἰν ἀφαιρέσητε 2 ἀπὸ 5, 3 ἀπὸ 6, 4 ἀπὸ 7, 5 ἀπὸ 8, 6 ἀπὸ 9;

Ποία εἶναι ἡ διαφορὰ μεταξὺ 2 καὶ 6, 3 καὶ 7, 4 καὶ 8, 5 καὶ 9;

Εἶπατέ με τὸ κατάλοιπον τῶν 7—2, 8—3, 9—4;

Ποία εἶναι ἡ διαφορὰ μεταξὺ 2 καὶ 8, 5 καὶ 9;

Ποίη μεταξὺ 2 καὶ 9, 1 καὶ 8;

Ἐπειδὴ πλέον ἠξινύρετε ν' ἀφαιρῆτε με ἐνκολίην ἀριθμοῦς ἀπλοῦς, εἶναι καιρὸς νὰ σὰς δεῖξω πῶς πρέπει ν' ἀφαιρῆτε καὶ συνθέτους.

Περὶ Ἀφαιρέσεως δεκάδων ἀπὸ δεκάδας.

Μεγάλη εἶναι ἡ ὁμοιότης τῆς Ἀφαιρέσεως τῶν ἀπλῶν καὶ τῶν συνθέτων ἀριθμῶν. Π χ.

Λέγομεν 8 πλὴν 5 μένουσι 3 μονάδες· οὕτως ἡμποροῦμεν νὰ εἴπωμεν καὶ 8 δεκάδες (80) πλὴν δεκάδων (50) μένουσι 3 δεκάδες (30)· καὶ 8 ἑκατοντιάδες (800) πλὴν 5 ἑκατοντιάδων (500) μένουσι 3 ἑκατοντιάδες (300)· καὶ 8 χιλιάδες (8000) πλὴν 5 χιλιάδων (5000) μένουσι 3 χιλιάδες (3000), κ. τ. λ.

Παρατηρήσατε τώρα τοῦτο τὸ παράδειγμα, κ' ἔπειτα θὰ σᾶς ἐξετάσω νὰ ἴδω ἂν μ' ἐκαταλάβετε.

9 Πλὴν 4 μένουσι 5· 90 πλὴν 40 μένουσι 50· 900 πλὴν 400 μένουσι 500· 9000 πλὴν 4000 μένουσι 5000.

Ἐπειδὴ, ὅταν ἀφαιρέσης 4 ἀπὸ 9, μένουσι 5 μονάδες, εἶναι ἀνάγκη νὰ μείνωσι καὶ 5 δεκάδες, ὅταν ἀφαιρέσης 4 δεκάδας ἀπὸ 9 δεκάδας. Παρομοίως μένουσι καὶ 5 ἑκατοντάδες, ὅταν ἀφαιρέσης 4 ἑκατοντάδας ἀπὸ 9 ἑκατοντάδας, κ. τ. λ.

Γυμνάσματα.

Πόσα μένουσιν, εἰν ἀφαιρέσης τὸν ἀριθμὸν 10 ἀπὸ τὰς ἀκολουθούσας ποσότητας, ἤγουν,

10

ἀπὸ

10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90;

Πόσα μένουσιν εἰν ἀφαιρέσης

20

ἀπὸ

20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90;

30

ἀπὸ

30, 40, 50, 60, 70, 80, 90;

40

ἀπὸ

40, 50, 60, 70, 80, 90;

(87)

50

ἀπὸ

50, 60, 70, 80, 90;

60

ἀπὸ

60, 70, 80, 90;

70

ἀπὸ

70, 80, 90;

80

ἀπὸ

80, 90;

*Ἡξεύρετε ναὶ μὲ εἴπητε ποῖον Κατάλοιπον μένει,
εἰάν ἀφαιρέσῃτε*

10

ἀπὸ

11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19,
21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29,
31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39,
41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49,
51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59,
61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69,
71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79,
81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89,
91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99;

(88)

20

ἀπό

21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29,
31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39,
41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49,
51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59,
61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69,
71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79,
81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89,
91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99;

30

ἀπό

31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39,
41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49,
51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59,
61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69,
71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79,
81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89,
91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99;

40

ἀπό

41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49,
51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59,
61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69,
71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79,
81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89,
91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99;

(89)

50

ἀπό

51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59;
61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69;
71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79;
81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89,
91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99;

60

ἀπό

61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69,
71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79,
81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89,
91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99;

70

ἀπό

71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79,
81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89,
91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99;

80

ἀπό

81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89,
91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99;

Πόσα μένουσιν, ἐὰν ἀφαιρέσῃς

2

ἀπὸ

12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19,
22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29,
32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39,
42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49,
52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59,
62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69,
72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79,
82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89,
92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99;

3

ἀπὸ

13, 14, 15, 16, 17, 18, 19,
23, 24, 25, 26, 27, 28, 29,
33, 34, 35, 36, 37, 38, 39,
43, 44, 45, 46, 47, 48, 49,
53, 54, 55, 56, 57, 58, 59,
63, 64, 65, 66, 67, 68, 69,
73, 74, 75, 76, 77, 78, 79,
83, 84, 85, 86, 87, 88, 89,
93, 94, 95, 96, 97, 98, 99;

(91)

4

ἀπό

14, 15, 16, 17, 18, 19,
24, 25, 26, 27, 28, 29,
34, 35, 36, 37, 38, 39,
44, 45, 46, 47, 48, 49,
54, 55, 56, 57, 58, 59,
64, 65, 66, 67, 68, 69,
74, 75, 76, 77, 78, 79,
84, 85, 86, 87, 88, 89,
94, 95, 96, 97, 98, 99;

5

ἀπό

15, 16, 17, 18, 19,
25, 26, 27, 28, 29,
35, 36, 37, 38, 39,
45, 46, 47, 48, 49,
55, 56, 57, 58, 59,
65, 66, 67, 68, 69,
75, 76, 77, 78, 79,
85, 86, 87, 88, 89,
95, 96, 97, 98, 99;

6

ἀπό

16, 17, 18, 19,
26, 27, 28, 29,
36, 37, 38, 39,
46, 47, 48, 49,
56, 57, 58, 59,
66, 67, 68, 69,
76, 77, 78, 79,
86, 87, 88, 89,
96, 97, 98, 99;

7

ἀπό

17, 18, 19,
27, 28, 29,
37, 38, 39,
47, 48, 49,
57, 58, 59,
67, 68, 69,
77, 78, 79,
87, 88, 89,
97, 98, 99;

8

ἀπό

18, 19,
28, 29,
38, 39,
48, 49,
58, 59,
68, 69,
78, 79,
88, 89,
98, 99;

9

ἀπό

19, 29, 39, 49, 59, 69, 79, 89, 99;

"Ένας χωριάτης είχε τριάντα κριάρια, επώλησε δὲ τὰ 10. Πόσα τὸν ἔμειναν;

“Ένας πραγματευτής είχε 50 καντάρια Ζάχαρι, πώλησε δὲ τὰ 30. Πόσα τὸν ἔμειναν;

“Ο πατήρ εἶναι 60 χρόνων, ὁ δὲ υἱὸς 20. Πόσους χρόνους εἶναι μεγαλύτερος ὁ πατήρ;

Εἶχέ τις εἰς τὸν κηπὸν του 60 καρποφόρα δένδρα, τὸν χειμῶνα ἐπάγωσαν τὰ 60. Πόσα τὸν ἔμειναν;

“Ένας πολίτης εἶχεν ἐτήσια εἰσοδήματα 600 γρόσια, καὶ ἔξοδα 500. Πόσα ἠμποροῦσε νὰ οἰκονομήσῃ κατ' ἔτος;

“Απὸ τὰ ἐυρεθέντα μετὰ τὸν θάνατον τοῦ Ἀνδρέου 9000 γρ-, ἐπληρώθησαν 4000 χρέη του. Πόσα ἔμειναν;

“Ο οἶκος τοῦ Πέτρου εἶναι 79 πόδας μακρὸς, ὁ δὲ τοῦ Γεωργίου 10 πόδας κορτότερος. Πόσους πόδας ἔχει;

“Ένας χωριάτης ἔκοψεν ἀπὸ τὴ δασοῦ 45 φορτία ξύλα, ἄλλος δὲ 20 ὀλιγότερα. Πόσα ἄρα φορτία ἔκοψεν;

“Ένας χωριάτης ἀγόρασε δύο ἵππους, τὸν ἕνα διὰ 80, καὶ τὸν ἄλλον διὰ 93 γρόσια. Πόσα ἐπλήρωσε διὰ τὸν ἕνα περισσότερα;

“Η Ἐλένη ἀγόρασε 49 ἀυγά, καὶ, ἐνόσῳ νὰ τὰ πηγαίῃ εἰς τὸν οἶκον, ἐσυνθλάσθησαν 5. Πόσα ἔμειναν;

“Ο Νικόλαος ἔχει νὰ γράψῃ 19 φύλλα, ἔγραψε πλέον τὰ 8. Πόσα τὸν μένουσιν ἀκόμη;

Σημ. Μὲ τοιαῦτα παραδείγματα ἄς γυμνάξῃ ὁ διδάσκαλος τὰ παιδιά εἰς τοὺς ἀνωτέρω ξηροὺς ἀριθμοὺς.

Όταν καὶ ὁ Μειωτός καὶ ὁ Ἀφαιρετός εἶναι σύνθετοι ἀπὸ δεκάδας καὶ ἀπὸ μονάδας, πρέπει πρῶτον νὰ εὔρησ τὸ Κατάλοιπον τῶν δεκάδων, καὶ ἔπειτα τὸ τῶν μονάδων ἤγουν πρῶτον ν' ἀφαιρέσῃς τὰς δεκάδας, καὶ ἔπειτα τὰς μονάδας. Π. χ.

Εἰχέ τις 97 γρόσια, ἐξ αὐτῶν δ' ἐπλήρωσεν 23 γρόσια ἓνα δανειστήν του. Πόσα τὸν ἔμειναν ἀκόμη;

Ἀφαίρεσε πρῶτον τὰς 2 δεκάδας (20) ἀπὸ τὰς 9 δεκάδας (90), καὶ μένουσιν 7 δεκάδες (70). ἔπειτα ἀφαίρεσε καὶ τὰς 3 μονάδας ἀπὸ τὰς 7. καὶ μένουσι 4 μονάδες. Ἄρα τὸ Κατάλοιπον εἶναι 7 δεκάδες καὶ 4 μονάδες, ἴτοι 74.

Γυμνάσματα.

Πόσα μένουσιν, εἰν ἀφαιρέσῃς

11

ἀπὸ

22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99;

22

ἀπὸ

33, 44, 55, 66, 77, 88, 99;

33

ἀπὸ

44, 55, 66, 77, 88, 99;

(95)

44

ἀπὸ

55, 66, 77, 88, 99;

55

ἀπὸ

66, 77, 88, 99;

66

ἀπο

77, 88, 99;

77

ἀπὸ

88, 99;

88

ἀπὸ

99;

Ποῖα Κατάλοιπα μένουσιν, εἰάν ἀφαιρέσητε 11 ἀπὸ 21, 21 ἀπὸ 52, 12 ἀπὸ 43, 32 ἀπὸ 54, 23 ἀπὸ 65, 34 ἀπὸ 76, 55 ἀπὸ 87, 74 ἀπὸ 98, καὶ ἐφεξῆς;

Ἐνας χωριάτης ἐδύναξε 17 κοιλὰ κριθὰς, τὰ 15 ἐπώλησε. Πόσα τὸν μένουσιν ἀκόμη;

Ὁ Νικόλαος ἔχων βιβλίον 24 κολλῶν, ἔγραψε τὰς 21. Πόσαι τὸν ἔμειναν ἀκόμη νὰ γράψῃ;

Ὁ φιλόργυρος Δημήτριος ἔκλεισεν εἰς τὸ κιβώτιόν του 34 κυδώνια . διὰ νὰ μὴ τοῦ τὰ φάγη κανεὶς . Ἀρκετὸν καιρὸν τὰ ἐκρατοῦσεν ἐκτὸς κλεισμένα , δίχως νὰ δώσῃ κανέν μίτε τὴν ἀδελφὴν του , μίτε τὸν ἀδελφόν του . καὶ μίτε αὐτὸς ὁ ἴδιος νὰ φάγη κανέν . Τὰ κυδώνια μετὰ τινα καιρὸν ἄρχισαν νὰ σήπωνται , καὶ ὅταν ἀνοίξε τὸ κιβώτιόν του , μὲ μεγάλην του δυσαρέσκειαν ἤρε 13 σαπισμένα , καὶ τὰ ἔρριψε . Πόσα λοιπὸν τὸν ἔμειναν ἀβλαβῆ ;

Ὁ Κωνοταντῖνος ἔλαβεν ἀπὸ τὸν θεῖόν του 45 ἀπίδια , ἀπὸ τὰ ὅποια ἔδωκε 30 τὴν ἀδελφὴν του . Πόσα ἐκράτησε διὰ τὸν ἑαυτὸν του ;

Ἐχρεωστοῦσέ τις 56 γρόσια , ἐξεπλήρωσε δὲ 25 γρ- . Πόσα ἔμεινεν ἀκόμη χρεώστης ;

Ὁ Γεώργιος ἐδάνεισε φίλον του τινὰ 67 γρόσια . μετὰ δύο ἑβδομάδας ἔλαβε τὰ 46 . Πόσα ἔμειναν ἀκόμη νὰ λαμβάνῃ ;

Ἐνας φούρναρης εἶχεν 78 φορτία ξύλου . τὸν χειμῶνα ἔκαψεν 62 φορτία . Πόσα ἔχει ἀκόμη ;

Χρεωστεῖ τις 89 γρόσια , καὶ δὲν ἔχει παρὰ 55 . Πόσα τὴν χρειάζονται ἀκόμη νὰ ξεπληρώσῃ τὸ χρεῖός του ;

Εἰς τὸ σχολεῖον ἐσύχναζαν τὸν χειμῶνα 96 μαθηταὶ , τὴν ἀνοιξιν ἀνεχώρησαν οἱ 42 . Πόσοι ἔμειναν ἀκόμη ;

Καὶ ἄλλα τοιαῦτα παραδείγματα .

Ὅταν αἱ μονάδες ἐνὸς συνθέτου Μειωτίου ἦναι ὀλιγώτεραι παρὰ τὰς μονάδας τοῦ Ἀφαιρετίου , καὶ

δὲν ἠμπορῆς ὦ ἀφαιρέσης ἀπ' αὐτὰς , τότε δανεί-
 ζεσθαι ἀπὸ τὰς δεκάδας τοῦ Μειωτέου μίαν (ἤτοι
 δέκα μονάδας) καὶ τὴν προσθέτετε εἰς τὰς μονά-
 δας του , καὶ οὕτω ἐυκολύνετε τὴν ἀφαιρέσιν . Π χ.
 ἕνας φιλάνθρωπος , ὅς τις ἔχει μηνιαῖον εἰσόδημα
 γρόσια 48 , συνειδίξει νὰ μοιράζη εἰς τοὺς πτωχοὺς
 τὸν καθέκαστον μῆνα 79- 9 . Πόσα τὸν μένουσιν ;
 Ἀπόκρισις — 39 79- .

Λύσις . Εἰς τὴν πρότασιν ταύτην πρέπει νὰ ἀφαι-
 ρίσωμεν τὰ 9 79- ἀπὸ τὰ 8 79- . ἐπειδή ὁμοίως τοῦτο
 δὲν γίνεται , δανειζόμεθα ἀπὸ τὰς 4 δεκάδας (40)
 τοῦ Μειωτέου μίαν , καὶ τὴν προσθέτομεν εἰς τὰς 8
 μονάδας του . Μετ' τὴν πρόσθεσιν ταύτην (τῆς δεκά-
 δος δηλαδὴ εἰς τὰς 8 μονάδας) γίνεται τὸ ἀθροί-
 σμα 18 , καὶ οὕτως ἠμποροῦμεν πλέον ὦ ἀφαιρέ-
 σωμεν τὰς 9 μονάδας τοῦ Ἀφαιρετέου ἀπὸ τὰ 18 ,
 ἔγουν 9 ἀπὸ 18 μένουσιν 9 . Ἄν λοιπὸν τώρα συνά-
 ψωμεν τὸ Κατάλοιπον τοῦτο 9 μετ' τὰς 3 δεκάδας ,
 αἱ ὅποιαι ἔμειναν ἀπὸ τὰς 4 , γίνεται τὸ γενικὸν
 Κατάλοιπον 3 δεκάδες καὶ ἐννέα μονάδες , ἢ 39
 γρόσια .

"Ὅταν θέλητε ὦ ἀφαιρέσητε 8 ἀπὸ 63 , δανεισθῆτε
 μίαν ἀπὸ τὰς 6 δεκάδας , καὶ προσθέσατέ τὴν εἰς
 τὰς 3 μονάδας . ἔπειτα εἶπατε , 8 ἀπὸ 13 μένουσι 5 .
 τὰ 5 αὐτὰ καὶ αἱ πέντε δεκάδες γίνονται 55 . Εἰς
 τὸ παράδειγμα τοῦτο πρῶτον Κατάλοιπον εἶναι αἱ
 5 δεκάδες , αἱ ὅποιαι ἔμειναν ἀπὸ τὰς 6 δεκάδας .
 διότι τὴν μίαν τὴν ἐδανείσθητε , καὶ τὴν ἐπροσθέ-
 σατε εἰς τὰς 3 μονάδας . Τὸ δεύτερον δὲ Κατάλοι-
 πον , τὸ ἐκ τῶν μονάδων , εἶναι 5 . Ἄν λοιπὸν συνά-

ψωμεν τὰ δύο Κατάλοιπα 50 καὶ 5, γίνεται τὸ γενικὸν Κατάλοιπον 55.

Ὅταν θύλητε ἢ ἀφαιρέσητε 6 ἀπὸ 44, συλλογίσθητε, ὅτι πρέπει νὰ εἴπητε 6 ἀπὸ 14 μένουσιν 8· ἄρα εἰάν ἀπὸ 44 ἀφαιρέσητε 6, μένουσι 38.

Διὰ νὰ ἠμπορῆτε δὲ νὰ εὐρίσκητε χωρὶς δυσκολίαν τὸ Κατάλοιπον τῶν τοιούτων παραδειγμάτων, πρέπει ἢ ἀποστηθίσθητε καὶ νὰ γυμνασθῆτε καλὰ εἰς τὸν ἀκόλουθον Πίνακα. τὸ ὁποῖον δὲν χρειάζεται πολὺν κόπον, ἐπειδὴ ἠξεύρετε ἤδη τὴν Πρῶθυσιν· διότι ὅς τις ἠξεύρει, ὅτι 8 καὶ 9 κάρνουσι 1· ἠξεύρει καὶ ὅτι, ἀφ' οὗ ἀφαιρέση τὰ 8 ἀπὸ τὰ 17, μένουσιν 9.

Πίναξ.

| | | | |
|-------------------|---|-------------------|---|
| 9 ἀπὸ 10 μένει | 1 | 6 ἀπὸ 11 μένουσι | 5 |
| 8 ἀπὸ 10 μένουσι | 2 | 5 ἀπὸ 11 μένουσιν | 6 |
| 7 ἀπὸ 10 μένουσι | 3 | 4 ἀπὸ 11 μένουσιν | 7 |
| 6 ἀπὸ 10 μένουσι | 4 | 3 ἀπὸ 11 μένουσιν | 8 |
| 5 ἀπὸ 10 μένουσι | 5 | 2 ἀπὸ 11 μένουσιν | 9 |
| 4 ἀπὸ 10 μένουσιν | 6 | | |
| 3 ἀπὸ 10 μένουσιν | 7 | | |
| 2 ἀπὸ 10 μένουσιν | 8 | | |
| 1 ἀπὸ 10 μένουσιν | 9 | | |
| | | | |
| | | 9 ἀπὸ 12 μένουσι | 3 |
| | | 8 ἀπὸ 12 μένουσι | 4 |
| | | 7 ἀπὸ 12 μένουσι | 5 |
| | | 6 ἀπὸ 12 μένουσιν | 6 |
| | | 5 ἀπὸ 12 μένουσιν | 7 |
| 9 ἀπὸ 11 μένουσι | 2 | 4 ἀπὸ 12 μένουσιν | 8 |
| 8 ἀπὸ 11 μένουσι | 3 | 3 ἀπὸ 12 μένουσιν | 9 |
| 7 ἀπὸ 11 μένουσι | 4 | | |

| | |
|---------------------|---------------------|
| 9 ἀπὸ 13 μένουσι 4 | 9 ἀπὸ 15 μένουσιν 6 |
| 8 ἀπὸ 13 μένουσι 5 | 8 ἀπὸ 15 μένουσιν 7 |
| 7 ἀπὸ 13 μένουσιν 6 | 7 ἀπὸ 15 μένουσιν 8 |
| 6 ἀπὸ 13 μένουσιν 7 | 6 ἀπὸ 15 μένουσιν 9 |
| 5 ἀπὸ 13 μένουσιν 8 | |
| 4 ἀπὸ 13 μένουσιν 9 | |
| — | |
| 9 ἀπὸ 14 μένουσι 5 | 9 ἀπὸ 16 μένουσιν 7 |
| 8 ἀπὸ 14 μένουσιν 6 | 8 ἀπὸ 16 μένουσιν 8 |
| 7 ἀπὸ 14 μένουσιν 7 | 7 ἀπὸ 16 μένουσιν 9 |
| 6 ἀπὸ 14 μένουσιν 8 | |
| 5 ἀπὸ 14 μένουσιν 9 | |
| | 9 ἀπὸ 17 μένουσιν 8 |
| | 8 ἀπὸ 17 μένουσιν 9 |
| | 9 ἀπὸ 18 μένουσιν 9 |

Μελετήσατε, παιδιά μου, καλὰ τὸν Πίνακα τοῦτον, καὶ σὰς βεβαιώσω, ὅτι θὰ ἐυκολυνθῆτε πολὺ ὄχι μόνον εἰς τὴν ἀφαίρεσιν ἀπλῶν μονάδων ἀπὸ συνθέτους ἀριθμοὺς, ἀλλὰ καὶ εἰς τοὺς ἀριθμοὺς, οἱ ὅποιοι εἶναι σύνθετοι ἀπὸ πλειοτέρας δεκάδας.

Γυμνάσματα.

Ποῖον Κατάλοιπον μένει, ἐὰν ἀφαιρέσῃς 8 ἀπὸ 9, 10, 11; — 7 ἀπὸ 10, 8 ἀπὸ 11, 9 ἀπὸ 12;
 6 ἀπὸ 10, 7 ἀπὸ 11, 8 ἀπὸ 12, 9 ἀπὸ 13;
 5 ἀπὸ 10, 6 ἀπὸ 11, 7 ἀπὸ 12, 8 ἀπὸ 13, 9 ἀπὸ 14;
 4 ἀπὸ 10, 5 ἀπὸ 11, 6 ἀπὸ 12, 7 ἀπὸ 13, 8 ἀπὸ 14, 9 ἀπὸ 15;
 3 ἀπὸ 10, 4 ἀπὸ 11, 5 ἀπὸ 12, 6 ἀπὸ 13, 7 ἀπὸ 14, 8 ἀπὸ 15, 9 ἀπὸ 16;
 2 ἀπὸ 10, 3 ἀπὸ 11, 4 ἀπὸ 12, 5 ἀπὸ 13, 6 ἀπὸ 14, 7 ἀπὸ 15, 8 ἀπὸ 16, 9 ἀπὸ 17;

1 ἀπὸ 10, 2 ἀπὸ 11, 3 ἀπὸ 12, 4 ἀπὸ 13, 5 ἀπὸ 14,
6 ἀπὸ 15, 7 ἀπὸ 16, 8 ἀπὸ 17, 9 ἀπὸ 18;

Πόσα μένουσιν, εἰάν ἀφαιρέσῃς

1

ἀπὸ

10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100,
200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900;

2

ἀπὸ

10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100,
100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900;

3

ἀπὸ

10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100,
200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900;

4

ἀπὸ

10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100,
200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900;

5

ἀπὸ

10, , 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100,
200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900;

6

ἀπὸ

10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100,
200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900;

7

ἀπὸ

10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100,
200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900;

8

ἀπὸ

10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100,
200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900;

9

ἀπὸ

10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100,
200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900;

Πόσα μένουσιν, ἐὰν ἀφαιρέσῃς

10

ἀπὸ

100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900;

20

ἀπὸ

100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900;

30

ἀπὸ

100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900;

40

ἀπὸ

100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900;

(102)

50

ἀπὸ

100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900;

60

ἀπὸ

100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900;

70

ἀπὸ

100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900;

80

ἀπὸ

100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900;

90

ἀπὸ

100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900;

Πόσα μένουσιν , ἐὰν ἀφαιρέσῃς

2

ἀπὸ

21, 31, 41, 51, 61, 71, 81, 91;

3

ἀπὸ

21, 31, 41, 51, 61, 71, 81, 91;

4

ἀπὸ

21, 31, 41, 51, 61, 71, 81, 91;

(103)

5

ἀπὸ

21, 31, 41, 51, 61, 71, 81, 91 ;

6

ἀπὸ

21, 31, 41, 51, 61, 71, 81, 91 ;

7

ἀπὸ

21, 31, 41, 51, 61, 71, 81, 91 ;

8

ἀπὸ

21, 31, 41, 51, 61, 71, 81, 91 ;

9

ἀπὸ

21, 31, 41, 51, 61, 71, 81, 91 ;

Πόσα μένουσιν , ἐὰν ἀφαιρέσῃς

3

ἀπὸ

22, 32, 42, 52, 62, 72, 82, 92 ;

4

ἀπὸ

22, 32, 42, 52, 62, 72, 82, 92 ;

5

ἀπὸ

22, 32, 42, 52, 62, 72, 82, 92 ;

(104)

6

ἀπὸ

22, 32, 42, 52, 62, 72, 82, 92;

7

ἀπὸ

22, 32, 42, 52, 62, 72, 82, 92;

8

22, 32, 42, 52, 62, 72, 82, 92;

ἀπὸ

9

ἀπὸ

22, 32, 42, 52, 62, 72, 82, 92;

Πόσα μένουσιν , εἰν ἀραιρώσεσι

4

ἀπὸ

25, 33, 43, 53, 63, 73, 83, 93;

5

ἀπὸ

23, 33, 43, 53, 63, 73, 83, 93;

6

ἀπὸ

23, 33, 43, 53, 63, 73, 83, 93;

7

ἀπὸ

23, 33, 43, 53, 63, 73, 83, 93;

(105)

8

ἀπὸ

23, 33, 43, 53, 63, 73, 83, 93;

9

ἀπὸ

23, 33, 43, 53, 63, 73, 83, 93;

Πέσα μένουσιν, ἐὰν ἀφαιρέσῃς

5

ἀπὸ

24, 34, 44, 54, 64, 74, 84, 94;

6

ἀπὸ

24, 34, 44, 54, 64, 74, 84, 94;

7

ἀπὸ

24, 34, 44, 54, 64, 74, 84, 94;

8

ἀπὸ

24, 34, 44, 54, 64, 74, 84, 94;

9

ἀπὸ

24, 34, 44, 54, 64, 74, 84, 94;

Πόσα μένουσιν , εάν αφαιρέσῃς

6

ἀπὸ

25, 55, 45, 55, 65, 75, 85, 95;

7

ἀπὸ

25, 35, 45, 55, 65, 75, 85, 95;

8

ἀπὸ

25, 35, 45, 55, 65, 75, 85, 95;

9

ἀπὸ

25, 35, 45, 55, 65, 75, 85, 95;

Πόσα μένουσιν , εάν αφαιρέσῃς

7

ἀπὸ

26, 36, 46, 56, 66, 76, 86, 96;

8

ἀπὸ

26, 36, 46, 56, 66, 76, 86, 96;

9

ἀπὸ

26, 36, 46, 56, 66, 76, 86, 96;

(107)

Πόσα μένουσιν, ἐὰν ἀφαιρέσῃς

8

ἀπὸ

27, 37, 47, 57, 67, 77, 87, 97 ;

9

ἀπὸ

27, 37, 47, 57, 67, 77, 87, 97 ;

Πόσα μένουσιν, ἐὰν ἀφαιρέσῃς

9

ἀπὸ

28, 33, 48, 58, 68, 78, 88, 98 ;

Πόσα μένουσιν, ἐὰν ἀφαιρέσῃς

20 ἀπὸ 110 ;

30

ἀπὸ

110, 120 ;

40

ἀπὸ

110, 120, 130 ;

50

ἀπὸ

110, 120, 130, 140 ;

(108)

60

ἀπὸ

110, 120, 130, 140, 150;

70

ἀπὸ

110, 120, 130, 140, 150, 160;

80

ἀπὸ

110, 120, 130, 140, 150, 160, 170;

90

ἀπὸ

110, 120, 130, 140, 150, 160, 170, 180;

Πόσα μένουσιν, εἰάν ἀφαιρήσῃς

20 ἀπὸ 210;

30

ἀπὸ

310, 320;

40

ἀπὸ

410, 420, 430;

50

ἀπὸ

510, 520, 530, 540;

(109)

60

ἀπὸ

610 , 620 , 630 , 640 , 650 ;

70

ἀπὸ

710 , 720 , 730 , 740 , 750 , 760 ;

80

ἀπὸ

810 , 820 , 830 , 840 , 850 , 860 , 870 ;

90

ἀπὸ

910 , 920 , 930 , 940 , 950 , 960 , 970 , 980 ;

“Όταν καὶ οἱ δύο ἀριθμοὶ , δηλαδή ὁ Μειωτέος καὶ ὁ Ἀφαιρετέος , ἦναι σύνθετοι ἀπὸ δεκάδας καὶ μονάδας , καὶ αἱ μονάδες τοῦ Ἀφαιρετέου εἶναι πλειότεραι παρὰ τὰς μονάδας τοῦ Μειωτέου , τότε πρέπει ν’ ἀφαιρῆτε πρῶτον τὰς δεκάδας , καὶ ἔπειτα ἀπὸ τὸ Κατάλοιπον αὐτῶν ν’ ἀφαιρῆτε καὶ τὰς μονάδας . Π. χ .

Ἐχρεωσιούσῃ τις 75 γρόσια , καὶ ἐπλήρωσε μόνον 27 .
Πόσα χρεωστῆ ἀκόμη ;

Λύσις . Ἀφείρασε πρῶτον τὰ 20 ἀπὸ τὰ 70 ἤγουν τὰς 2 δεκάδας ἀπὸ τὰς 7 δεκάδας , καὶ μένει καταλοίπον 50 . Πρόσθεσε καὶ τὰς 5 μονάδας , καὶ γίνεται 55 γρόσια . Ἀπὸ τὸ κατάλοιπον τοῦτο 55

ἀφαιρέσει τώρα τὰς 7 μονάδας, λέγων, 7 ἀπὸ 55 (ὡς - ἀπὸ 10) μένει γενικὸν Κατάλοιπον 48 γρόσια.

Τὸ ἴδιον ἀκολουθεῖτε καὶ εἰς ἄλλας πολυσυνθέτους ποσότητας, ἀρχίζοντες πάντοτε τὴν ἀφαίρεσιν ἀπὸ τὸ ἀριστερὸν μέρος· ἤγουν, ἐὰν ἦναι ἑκατονταδες, ἀπὸ τὰς ἑκατοντάδας· καὶ ἐὰν ἦναι χιλιάδες, ἀπὸ τὰς χιλιάδας. Παραδειγματα δὲ εἶναι ἀνάγκη νὰ εὐρίσκητε τώρα μόνοι σας.

Ἀφ' οὗ γυμνασθῶσιν οἱ μαθηταὶ ἀρκετὸν καιρὸν καὶ εἰς τὴν ἀφαίρεσιν πολυσυνθέτων ποσοτήτων· ἄς τοὺς διορίσῃ ὁ διδάσκαλος τὸν ἀκόλουθον τρόπον πρὸς πλειοτέραν γύμνασιν. Π. χ. Ποῖος ἤμπορεῖ νὰ μὲ ἀποκριθῇ χωρὶς ἄργητα, ποῖον εἶναι τὸ Κατάλοιπον τῶν 100 πλὴν 3, καὶ πλὴν 3, καὶ πλὴν 3; (ἕως ὅτου νὰ φθάσωσιν εἰς τὰς 3 μονάδας.) "Ετετα 100 πλὴν 7, 100 πλὴν 6, 110 πλὴν 7, 120 πλὴν 8, κ. τ. λ. (ἕως ὅτου νὰ καταβαίνωσιν εἰς τὰς μονάδας.)

Περὶ τῆς Διαιρέσεως, ἢ τῆς δευτέρας μεθόδου τῆς Ἀφαιρέσεως.

Ἡ Διαιρέσις εἶναι πρᾶξις, διὰ τῆς ὁποίας ἐξετάζομεν πᾶσις μία μικροτέρα ποσότης ἐμπεριέχεται εἰς ἀλλὴν μεγαλυτέραν· ἢ διὰ τῆς ὁποίας ἀφαιροῦμεν ἓνα μικρότερον ἀριθμὸν ἀπὸ ἄλλον μεγαλύτερον, ὅσάκις ἠμποροῦμεν.

Ὁ μεγαλύτερος ἀριθμὸς, τὸν ὁποῖον διαιροῦμεν εἰς ἀριστέμενα ἰσὶ ἀλλήλων μέρη, λέγεται Διαιρετέος.

Ὁ δὲ μικρότερος, διὰ τοῦ ὁποῖου διαιροῦμεν τὸν μεγαλύτερον, ἢ ἐξετάζομεν ποσάκις αὐτὸς ἐμπεριέχεται εἰς τὸν μεγαλύτερον, λέγεται Διαιρέτης.

Καὶ ὁ ἀπὸ τὴν Διαιρέσειν ταύτην πηγάζων τρίτος ἀριθμὸς, ὁ ὁποῖος μᾶς φανερόναι ποσάκις ἑμικρότερος ἀριθμὸς ἐμπεριέχεται εἰς τὸν μεγαλύτερον, λέγεται Πηλίχον.

Παιδιά μου! Ἐὰν θέλητε νὰ γίνητε καλοὶ Ἀριθμητικοὶ, πρέπει νὰ ἐπιμεληθῆτε διὰ ν' ἀποκτήσετε καὶ εἰς αὐτὴν τὴν πράξιν, τὴν ὁποίαν ἔχετε ἐτοιμότητα εἰς τὰς ἄλλαις.

Ἡ πράξις αὕτη δὲν εἶναι, εἰμὴ μέθοδος συντομωτέρα καὶ ευχερεστέρα τῆς Ἀφαιρέσεως.

Εἰς τὴν Ἀφαιρέσειν, καθὼς σὰς εἶναι γνωστὸν, ἠμπορεῖτε μόνον μίαν φορὰν ν' ἀφαιρέσητε τὸν μικρότερον ἀριθμὸν ἀπὸ τὸν μεγαλύτερον. Εἰς τὴν Διαιρέσειν ὅμως γίνεται τοῦτο, ὁσάκις εἶναι δυνατόν. Π. γ. Ἐὰν σὰς ἐρωτήσω, ποσάκις ἠμπορεῖ ν' ἀφαιρεθῆ ὁ ἀριθμὸς 3 ἀπὸ τὸν 12; θὰ ἀποκριθῆτε ἀναμφιβόλως κατὰ τὸν ἀκόλουθον τρόπον·
 12—3 μένουσιν 9· 9—3 μένουσιν 6· 6—3 μένουσι 3· 3—3 μένει 0. Μιὰ τὴν διαδοχικὴν ταύτην ἀφαιρέσειν ἐγνωρίσατε, ὅτι ὁ ἀριθμὸς 3 ἀφαιρέθη τετράκις ἀπὸ τὸν 12 ἢ, ὅτι ὁ ἀριθμὸς 3 ἐμπεριέχεται τετράκις εἰς τὸν 12. Ἡ μέθοδος αὕτη μᾶς ὀδηγεῖ μὲν εἰς τὴν ἐλήθειαν· διὰ νὰ εὐρωμεν ὅμως τὸ ζητούμενον γρηγορώτερα, ἀκολουθοῦμεν τὸν ἐπόμενον τρόπον· ἤρουν, ἀντὶ ν' ἀφαιρέσωμεν τὸν 3

ἀπὸ τὸν 12 τετράκις κατὰ διαδοχὴν, τὸν ἀφαι-
ροῦμεν ἅπασι μόνον, λέγοντες ὅ 3 ἐμπεριέχεται εἰς
τὸν 12 τετράκις, διότι 4 πο. ἀς — 3 κάμνουσι 12.
Διὰ τὰ ἡμπορήτε λοιπὸν, παιδία μου, τὰ ἐυρί-
σκετε τὸ Πηλίκον τῆς Διαρίσεως χωρὶς δυσκολίαν,
εἶναι ἀνάγκη ν' ἀποστηθίσητε τὸν ἀκόλουθον Πίνακα,
καὶ τὰ γυμνασθῆτε εἰς αὐτὸν ἀρκετὸν καιρὸν.

Π ἰ ν α ξ,

εἰς τὸν ὁποῖον φαίνεται πόσαικις ἕνας ἀριθμὸς
ἐμπεριέχεται εἰς ἄλλον.

| | | | |
|---|-----|----|----|
| 1 | εἰς | 1 | 1 |
| 2 | εἰς | 2 | 1 |
| 2 | εἰς | 4 | 2 |
| 2 | εἰς | 6 | 3 |
| 2 | εἰς | 8 | 4 |
| 2 | εἰς | 10 | 5 |
| 2 | εἰς | 12 | 6 |
| 2 | εἰς | 14 | 7 |
| 2 | εἰς | 16 | 8 |
| 2 | εἰς | 18 | 9 |
| 2 | εἰς | 20 | 10 |

ἐμπεριέχεται

| | | | |
|---|-----|----|----|
| 3 | εἰς | 5 | 1 |
| 3 | εἰς | 6 | 2 |
| 3 | εἰς | 9 | 3 |
| 3 | εἰς | 12 | 4 |
| 3 | εἰς | 15 | 5 |
| 3 | εἰς | 18 | 6 |
| 3 | εἰς | 21 | 7 |
| 3 | εἰς | 24 | 8 |
| 3 | εἰς | 27 | 9 |
| 3 | εἰς | 30 | 10 |

ἐμπεριέχεται

| | | | |
|---|-----|----|----|
| 4 | εἰς | 4 | 1 |
| 4 | εἰς | 8 | 2 |
| 4 | εἰς | 12 | 3 |
| 4 | εἰς | 16 | 4 |
| 4 | εἰς | 20 | 5 |
| 4 | εἰς | 24 | 6 |
| 4 | εἰς | 28 | 7 |
| 4 | εἰς | 32 | 8 |
| 4 | εἰς | 36 | 9 |
| 4 | εἰς | 40 | 10 |

ἐμπεριέχεται

| | | | |
|---|-----|----|----|
| 5 | εἰς | 5 | 1 |
| 5 | εἰς | 10 | 2 |
| 5 | εἰς | 15 | 3 |
| 5 | εἰς | 20 | 4 |
| 5 | εἰς | 25 | 5 |
| 5 | εἰς | 30 | 6 |
| 5 | εἰς | 35 | 7 |
| 5 | εἰς | 40 | 8 |
| 5 | εἰς | 45 | 9 |
| 5 | εἰς | 50 | 10 |

ἐμπεριέχεται

| | | | |
|---|-----|----|----|
| 6 | εις | 6 | 1 |
| 6 | εις | 12 | 2 |
| 6 | εις | 18 | 3 |
| 6 | εις | 24 | 4 |
| 6 | εις | 30 | 5 |
| 6 | εις | 36 | 6 |
| 6 | εις | 42 | 7 |
| 6 | εις | 48 | 8 |
| 6 | εις | 54 | 9 |
| 6 | εις | 60 | 10 |

εμπειριέχεται

| | | | |
|---|-----|----|----|
| 7 | εις | 7 | 1 |
| 7 | εις | 14 | 2 |
| 7 | εις | 21 | 3 |
| 7 | εις | 28 | 4 |
| 7 | εις | 35 | 5 |
| 7 | εις | 42 | 6 |
| 7 | εις | 49 | 7 |
| 7 | εις | 56 | 8 |
| 7 | εις | 63 | 9 |
| 7 | εις | 70 | 10 |

εμπειριέχεται

| | | | |
|---|-----|----|----|
| 8 | εις | 8 | 1 |
| 8 | εις | 16 | 2 |
| 8 | εις | 24 | 3 |
| 8 | εις | 32 | 4 |
| 8 | εις | 40 | 5 |
| 8 | εις | 48 | 6 |
| 8 | εις | 56 | 7 |
| 8 | εις | 64 | 8 |
| 8 | εις | 72 | 9 |
| 8 | εις | 80 | 10 |

εμπειριέχεται

| | | | |
|---|-----|----|----|
| 9 | εις | 9 | 1 |
| 9 | εις | 18 | 2 |
| 9 | εις | 27 | 3 |
| 9 | εις | 36 | 4 |
| 9 | εις | 45 | 5 |
| 9 | εις | 54 | 6 |
| 9 | εις | 63 | 7 |
| 9 | εις | 72 | 8 |
| 9 | εις | 81 | 9 |
| 9 | εις | 90 | 10 |

εμπειριέχεται

Διὰ τὰ ὠφελήθητε ἀπὸ τὸν Πίνακα τοῦτον, παι-
 δία μου, δὲν ἀρκεῖ νὰ τὸν ἠξείρητε μόνον κατὰ
 σειρὰν, ἀλλὰ ν' ἀποκρίνησθε χωρὶς ἄργητα, καὶ
 ὅταν σᾶς ἐρωτῶ ἔξω τῆς σειρᾶς· π. χ. Ποσὶς
 ἐμπειριέχεται ὁ 6 εἰς τὴν 48, ὁ 7 εἰς τὸν 35, ὁ 2 εἰς
 τὸν 14; κ. τ. λ.

Γυμνάσματα.

Ποσὶς ἐμπειριέχεται ὁ 1 εἰς 1, 2 εἰς 2, 3 εἰς 3,
 4 εἰς 4, 5 εἰς 5, 6 εἰς 6, 7 εἰς 7, 8 εἰς 8, 9 εἰς 9; —
 Διατί; —

Ποῖος ἀριθμὸς ὀνομάζεται Διαιρητός; ποῖος Διαιρέτης; ποῖος Πηλίκον; Τί φανερόναι ὁ Διαιρέτης; τί τὸ Πηλίκον;

Ποσάκις ἐμπεριέχεται 1 εἰς 2, 2 εἰς 4, 3 εἰς 6, 4 εἰς 8, 5 εἰς 10, 6 εἰς 12, 7 εἰς 14, 8 εἰς 16, 9 εἰς 18; Διαιτί; κ. τ. λ. ὡς ἀνωτέρω.

Ποσάκις ἐμπεριέχεται 1 εἰς 3, 2 εἰς 6, 3 εἰς 9, 4 εἰς 12, 5 εἰς 15, 6 εἰς 18, 7 εἰς 21, 8 εἰς 24, 9 εἰς 27; Διαιτί; κ. τ. λ. ὡς ἀνωτέρω.

Ποσάκις ἐμπεριέχεται 1 εἰς 4, 2 εἰς 8, 3 εἰς 12, 4 εἰς 16, 5 εἰς 20, 6 εἰς 24, 7 εἰς 28, 8 εἰς 32, 9 εἰς 36; Διαιτί, κ. τ. λ. ὡς ἀνωτέρω.

Ποσάκις ἐμπεριέχεται 1 εἰς 5, 2 εἰς 10, 3 εἰς 15, 4 εἰς 20, 5 εἰς 25, 6 εἰς 30, 7 εἰς 35, 8 εἰς 40, 9 εἰς 45; Διαιτί; κ. τ. λ. ὡς ἀνωτέρω.

Ποσάκις ἐμπεριέχεται 1 εἰς 6, 2 εἰς 12, 3 εἰς 18, 4 εἰς 24, 5 εἰς 30, 6 εἰς 36, 7 εἰς 42, 8 εἰς 48, 9 εἰς 54; Διαιτί; κ. τ. λ. ὡς ἀνωτέρω.

Ποσάκις ἐμπεριέχεται 1 εἰς 7, 2 εἰς 14, 3 εἰς 21, 4 εἰς 28, 5 εἰς 35, 6 εἰς 42, 7 εἰς 49, 8 εἰς 56, 9 εἰς 63; Διαιτί; κ. τ. λ. ὡς ἀνωτέρω.

Ποσάκις ἐμπεριέχεται 1 εἰς 8, 2 εἰς 16, 3 εἰς 24, 4 εἰς 32, 5 εἰς 40, 6 εἰς 48, 7 εἰς 56, 8 εἰς 64, 9 εἰς 72; Διαιτί; κ. τ. λ. ὡς ἀνωτέρω.

Ποσάκις ἐμπεριέχεται 1 εἰς 9, 2 εἰς 18, 3 εἰς 27, 4 εἰς 36, 5 εἰς 45, 6 εἰς 54, 7 εἰς 63, 8 εἰς 72, 9 εἰς 81; Διαιτί; κ. τ. λ. ὡς ἀνωτέρω.

Ποσάκις ἐμπεριέχεται 1 εἰς 10, 2 εἰς 20, 3 εἰς 30, 4 εἰς 40, 5 εἰς 50, 6 εἰς 60, 7 εἰς 70, 8 εἰς 80, 9 εἰς 90; Διαιτί; κ. τ. λ. ὡς ἀνωτέρω.

Μὲ 12 παράδες πόσας δκάδας κραισι ἀγοράζομεν,
εἰάν ἡ ὀκά πωλῆται πρὸς 4 παράδες ; —

Ὅσάκις ἐμπεριέχεται τὰ 4 εἰς 12, τόσους δκάδας
ἀγοράζομεν. Τὰ 4 λοιπὸν ἐμπεριέχονται εἰς τὰ 12
τρὶς, διότι 3×4 γίνονται 12. Ἄρα τρεῖς δκάδες
ἀγοράζομεν.

Πόσα τριάρια κάμνουσιν οἱ 27 παράδες, ἐνῶ οἱ 5
παράδες κάμνουσιν 1 τριάρι ;

Ὅσάκις ἐμπεριέχονται 3 παράδες εἰς 27 παράδες,
τόσα τριάρια κάμνουσι. Τὰ 3 ἐμπεριέχονται λοιπὸν
εἰς τὰ 27 ἐννεάκις, ἄρα 9 τριάρια κάμνουσιν οἱ 27
παράδες.

Πόσα τριάρια κάμνουσιν

| | | | |
|----|-----------|----|-----------|
| 24 | παράδες ; | 9 | παράδες ; |
| 18 | παράδες ; | 15 | παράδες ; |
| 30 | παράδες ; | 6 | παράδες ; |
| 12 | παράδες ; | 21 | παράδες ; |
| 27 | παράδες ; | 3 | παράδες ; |

Πόσα πεντάρια κάμνουσι

| | | | |
|----|-----------|----|-----------|
| 10 | παράδες ; | 30 | παράδες ; |
| 25 | παράδες ; | 50 | παράδες ; |
| 35 | παράδες ; | 20 | παράδες ; |
| 15 | παράδες ; | 45 | παράδες ; |
| 40 | παράδες ; | 5 | παράδες ; |

Πόσα γρόσια κάμνουσι

| | | | |
|----|-----------|----|-----------|
| 4 | δεκάρια ; | 25 | δεκάρια ; |
| 8 | δεκάρια ; | 50 | δεκάρια ; |
| 12 | δεκάρια ; | 40 | δεκάρια ; |
| 16 | δεκάρια ; | 35 | δεκάρια ; |
| 20 | δεκάρια ; | 50 | δεκάρια ; |

Πόσα γρόσια κάμνουσιν

| | | | |
|----|-----------|----|-----------|
| 8 | πεντάρια; | 40 | πεντάρια; |
| 16 | πεντάρια; | 48 | πεντάρια; |
| 24 | πεντάρια; | 56 | πεντάρια; |
| 32 | πεντάρια; | 64 | πεντάρια; |

Τὸ Πηλίκον δὲν μᾶς φανερόντι μόνον ποσάκις ἓνας ἀριθμὸς ἐμπεριέχεται εἰς ἄλλον μεγαλύτερον, ἀλλὰ καὶ τὸ ποσαπλοῦν μέρος τοῦ διαιρετέου εἶναι ὁ Διαιρετής. Ἀπὸ τ' ἀκόλουθα δὲ θὰ καταλάβητε καλῆτερα τὰ ὅσα σᾶς λέγω.

Κυτιάζατε, παιδία μου! ἡ κλωστή αὕτη εἶναι μιᾶς πήχης. Ἐὰν τὴν κίψω εἰς δύο ἴσα μέρη, γίνονται δύο κομμάτια, καὶ τὸ καθὲν ἔχει ἡμίσειαν πήχην.

Ὀλόκληρος λοιπὸν ἡ πήχη, καθὼς βλέπετε, ἔχει δύο ἡμίσεια ἰσάλληλα. — Τὸ ἡμισυ δὲ ὁποιοῦδήποτε πράγματος γράφεται κατ' αὐτὸν τὸν τρίπον $\frac{1}{2}$, καὶ ὀνομάζεται κλάσμα.

Ἐὰν ὅμως κόψω τὴν κλωστήν εἰς τρία ἰσάλληλα μέρη, τότε καθὲν ἀπ' αὐτὰ εἶναι τὸ τριτημόριον, ἢ τὸ τρίτον τῆς πήχης· διότι ὀλόκληρος ἡ πήχη ἔχει τρία κομμάτια. Τὸ τοιοῦτον δὲ τρίτον γράφεται οὕτως $\frac{1}{3}$ · δύο δὲ ἀπὸ τὰ τρία κομμάτια λήγονται δύο τρίτα, καὶ γράφονται οὕτως $\frac{2}{3}$ · καὶ τὰ τρία δὲ κομμάτια λέγονται τρία τρίτα, καὶ γράφονται οὕτως $\frac{3}{3}$.

Ἐὰν δὲ κίψω πρῶτον τὴν πήχην εἰς δύο ἡμίσεια, καὶ τὰ ἡμίσεια πάλιν εἰς ἄλλα 2 μέρη, τότε γίνονται

4 ἰσάλληλα κομμάτια , καὶ ὀνομάζονται τέταρτα . Καθὲν ἀπ' αὐτὰ τὰ τέταρτα γράφεται οὕτως $\frac{1}{4}$ · δύο τέταρτα μίξι γράφονται οὕτω $\frac{2}{4}$ · τρία τέταρτα μίξι γράφονται οὕτω $\frac{3}{4}$ · καὶ τὰ 4 δὲ τέταρτα μίξι γράφονται οὕτω $\frac{4}{4}$, καὶ κάμινουσι μίαν ἐλόκληρον πύχην .

Ὅταν πάλιν κόψῃς καὶ τὰ τέταρτα εἰς ἄλλα δύο ἰσάλληλα μέρη , γίνονται 8 ἰσάλληλα κομμάτια καὶ καθὲν ἀπ' αὐτὰ ὀνομάζεται ὄγδοον , καὶ γράφεται οὕτω $\frac{1}{8}$ · 5 τοιαῦτα κομμάτια λέγονται πέντε ὄγδοι , καὶ γράφονται οὕτω $\frac{5}{8}$ · ἑπτὰ δὲ λέγονται ἑπτὰ ὄγδοι , καὶ γράφονται οὕτω $\frac{7}{8}$ · κ. τ. λ .

Ὅταν δὲ κόψῃς καὶ τὰ τρίτα εἰς δύο ἰσάλληλα μέρη , γίνονται 6 ἰσάλληλα κομμάτια , καὶ καθὲν ἀπ' αὐτὰ λέγεται ἕκτον . καὶ γράφεται οὕτω $\frac{1}{6}$ · δύο μίξι λέγονται δύο ἕκτα $\frac{2}{6}$ · τρία ἕκτα $\frac{3}{6}$, κ. τ. λ .

Ἐὰν δὲ κόψῃς τὴν πύχην εἰς 12 ἰσάλληλα μέρη , ὀνομάζεται τὸ καθὲν μέρος δωδέκατον $\frac{1}{12}$. — Καὶ ἔαν εἰς 16 ἰσάλληλα μέρη , ὀνομάζεται δέκατον ἕκτον $\frac{1}{16}$ · κ. τ. λ .

Καθὼς ἐδιαίρεσαμεν τὴν πύχην εἰς πολλὰ ἰσάλληλα μέρη . ἡμποροῦμεν παρομοίως νὰ διαιρέσωμεν καὶ τὸ χαρτίον , καὶ τὸ μῆλον , καὶ τὸν χρόνον , καὶ τὸ ωμίον καὶ τοὺς ἀριθμοὺς , καὶ ἄλλα τοιαῦτα . Τὰ 3 εἶναι τὸ ἡμισυ τῶν 6 · διότι 2 ἐπὶ 3 γίνονται 6 · τὰ 2 εἶναι τὸ 3^{τον} τῶν 6 · διότι 3 ἐπὶ 2 γίνονται 6 . Ἐν, ἤτοι πολλὰ ἰσάλληλα μέρη ἐνὸς ἐλόκληρον λέγονται κλάσμα . Ὁ ἀκόλουθος δὲ Πίναξ θὰ σοῦς σαφηνίσῃ τὸ πρῶγμα καλῆτερον .

Π ἰ ν α ξ.

| | | | | | |
|--------------|----------|-----------|-------|---------|-----|
| Τὸ ἕμισυ τῶν | 2 εἶναι | 1, διότι | 2 ἐπὶ | 1 γίν- | 2. |
| | 4 εἶναι | 2, διότι | 2 ἐπὶ | 2 γίν- | 4. |
| | 6 εἶναι | 3, διότι | 2 ἐπὶ | 3 γίν- | 6. |
| | 8 εἶναι | 4, διότι | 2 ἐπὶ | 4 γίν- | 8. |
| | 10 εἶναι | 5, διότι | 2 ἐπὶ | 5 γίν- | 10. |
| | 12 εἶναι | 6, διότι | 2 ἐπὶ | 6 γίν- | 12. |
| | 14 εἶναι | 7, διότι | 2 ἐπὶ | 7 γίν- | 14. |
| | 16 εἶναι | 8, διότι | 2 ἐπὶ | 8 γίν- | 16. |
| | 18 εἶναι | 9, διότι | 2 ἐπὶ | 9 γίν- | 18. |
| | 20 εἶναι | 10, διότι | 2 ἐπὶ | 10 γίν- | 20. |

| | | | | | | |
|-----------|---|----------|-----------|-------|---------|-----|
| Τὸ τρίτον | } | 3 εἶναι | 1, διότι | 3 ἐπὶ | 1 γίν- | 3. |
| μέρος τῶν | | 6 εἶναι | 2, διότι | 3 ἐπὶ | 2 γίν- | 6. |
| | | 9 εἶναι | 3, διότι | 3 ἐπὶ | 3 γίν- | 9. |
| | | 12 εἶναι | 4, διότι | 3 ἐπὶ | 4 γίν- | 12. |
| | | 15 εἶναι | 5, διότι | 3 ἐπὶ | 5 γίν- | 15. |
| | | 18 εἶναι | 6, διότι | 3 ἐπὶ | 6 γίν- | 18. |
| | | 21 εἶναι | 7, διότι | 3 ἐπὶ | 7 γίν- | 21. |
| | | 24 εἶναι | 8, διότι | 3 ἐπὶ | 8 γίν- | 24. |
| | | 27 εἶναι | 9, διότι | 3 ἐπὶ | 9 γίν- | 27. |
| | | 30 εἶναι | 10, διότι | 3 ἐπὶ | 10 γίν- | 30. |

| | | | | | | |
|--------------------------|---|----------|-----------|-------|---------|-----|
| Τὸ τέταρτον μέρος τῶν | } | 4 εἶναι | 1, διότι | 4 ἐπὶ | 1 γίν- | 4. |
| | | 8 εἶναι | 2, διότι | 4 ἐπὶ | 2 γίν- | 8. |
| | | 12 εἶναι | 3, διότι | 4 ἐπὶ | 3 γίν- | 12. |
| | | 16 εἶναι | 4, διότι | 4 ἐπὶ | 4 γίν- | 16. |
| | | 20 εἶναι | 5, διότι | 4 ἐπὶ | 5 γίν- | 20. |
| | | 24 εἶναι | 6, διότι | 4 ἐπὶ | 6 γίν- | 24. |
| | | 28 εἶναι | 7, διότι | 4 ἐπὶ | 7 γίν- | 28. |
| | | 32 εἶναι | 8, διότι | 4 ἐπὶ | 8 γίν- | 32. |
| | | 36 εἶναι | 9, διότι | 4 ἐπὶ | 9 γίν- | 36. |
| | | 40 εἶναι | 10, διότι | 4 ἐπὶ | 10 γίν- | 40. |

| | | | | | | |
|-------------------------|---|----------|-----------|-------|---------|-----|
| Τὸ πέμπτον μέρος τῶν | } | 5 εἶναι | 1, διότι | 5 ἐπὶ | 1 γίν- | 5. |
| | | 10 εἶναι | 2, διότι | 5 ἐπὶ | 2 γίν- | 10. |
| | | 15 εἶναι | 3, διότι | 5 ἐπὶ | 3 γίν- | 15. |
| | | 20 εἶναι | 4, διότι | 5 ἐπὶ | 4 γίν- | 20. |
| | | 25 εἶναι | 5, διότι | 5 ἐπὶ | 5 γίν- | 25. |
| | | 30 εἶναι | 6, διότι | 5 ἐπὶ | 6 γίν- | 30. |
| | | 35 εἶναι | 7, διότι | 5 ἐπὶ | 7 γίν- | 35. |
| | | 40 εἶναι | 8, διότι | 5 ἐπὶ | 8 γίν- | 40. |
| | | 45 εἶναι | 9, διότι | 5 ἐπὶ | 9 γίν- | 45. |
| | | 50 εἶναι | 10, διότι | 5 ἐπὶ | 10 γίν- | 50. |

| | | | | | | |
|-----------------------|---|----------|----------|-------|--------|-----|
| Τὸ ἕκτον μέρος τῶν | } | 6 εἶναι | 1, διότι | 6 ἐπὶ | 1 γίν- | 6. |
| | | 12 εἶναι | 2, διότι | 6 ἐπὶ | 2 γίν- | 12. |
| | | 18 εἶναι | 3, διότι | 6 ἐπὶ | 3 γίν- | 18. |
| | | 24 εἶναι | 4, διότι | 6 ἐπὶ | 4 γίν- | 24. |
| | | 30 εἶναι | 5, διότι | 6 ἐπὶ | 5 γίν- | 30. |
| | | 36 εἶναι | 6, διότι | 6 ἐπὶ | 6 γίν- | 36. |

| | | | | | | | | |
|----|-------|-----|-------|---|-----|----|------|-----|
| 42 | εἶναι | 7, | διότι | 6 | ἐπὶ | 7 | γίν- | 42. |
| 48 | εἶναι | 8, | διότι | 6 | ἐπὶ | 8 | γίν- | 48. |
| 54 | εἶναι | 9, | διότι | 6 | ἐπὶ | 9 | γίν- | 54. |
| 60 | εἶναι | 10, | διότι | 6 | ἐπὶ | 10 | γίν- | 60. |

| | | | | | | | | | | |
|-------------------------|---|----|-------|-----|-------|---|-----|----|------|-----|
| Τὸ ἑβδομον μέρος τῶν | } | 7 | εἶναι | 1, | διότι | 7 | ἐπὶ | 1 | γίν- | 7. |
| | | 14 | εἶναι | 2, | διότι | 7 | ἐπὶ | 2 | γίν- | 14. |
| | | 21 | εἶναι | 3, | διότι | 7 | ἐπὶ | 3 | γίν- | 21. |
| | | 28 | εἶναι | 4, | διότι | 7 | ἐπὶ | 4 | γίν- | 28. |
| | | 35 | εἶναι | 5, | διότι | 7 | ἐπὶ | 5 | γίν- | 35. |
| | | 42 | εἶναι | 6, | διότι | 7 | ἐπὶ | 6 | γίν- | 42. |
| | | 49 | εἶναι | 7, | διότι | 7 | ἐπὶ | 7 | γίν- | 49. |
| | | 56 | εἶναι | 8, | διότι | 7 | ἐπὶ | 8 | γίν- | 56. |
| | | 63 | εἶναι | 9, | διότι | 7 | ἐπὶ | 9 | γίν- | 63. |
| | | 70 | εἶναι | 10, | διότι | 7 | ἐπὶ | 10 | γίν- | 70. |

| | | | | | | | | | | |
|------------------------|---|----|-------|-----|-------|---|-----|----|------|-----|
| Τὸ ὄγδοον μέρος τῶν | } | 8 | εἶναι | 1, | διότι | 8 | ἐπὶ | 1 | γίν- | 8. |
| | | 16 | εἶναι | 2, | διότι | 8 | ἐπὶ | 2 | γίν- | 16. |
| | | 24 | εἶναι | 3, | διότι | 8 | ἐπὶ | 3 | γίν- | 24. |
| | | 32 | εἶναι | 4, | διότι | 8 | ἐπὶ | 4 | γίν- | 32. |
| | | 40 | εἶναι | 5, | διότι | 8 | ἐπὶ | 5 | γίν- | 40. |
| | | 48 | εἶναι | 6, | διότι | 8 | ἐπὶ | 6 | γίν- | 48. |
| | | 56 | εἶναι | 7, | διότι | 8 | ἐπὶ | 7 | γίν- | 56. |
| | | 64 | εἶναι | 8, | διότι | 8 | ἐπὶ | 8 | γίν- | 64. |
| | | 72 | εἶναι | 9, | διότι | 8 | ἐπὶ | 9 | γίν- | 72. |
| | | 80 | εἶναι | 10, | διότι | 8 | ἐπὶ | 10 | γίν- | 80. |

| | | | | | |
|------------------------------------|---|----------|-----------------|---------|-----|
| Τὸ 9 ^{τον} μέ- ρος τῶν | } | 9 εἶναι | 1, διότι 9 ἐπὶ | 1 γίν- | 9. |
| | | 18 εἶναι | 2, διότι 9 ἐπὶ | 2 γίν- | 18. |
| | | 27 εἶναι | 3, διότι 9 ἐπὶ | 3 γίν- | 27. |
| | | 36 εἶναι | 4, διότι 9 ἐπὶ | 4 γίν- | 36. |
| | | 45 εἶναι | 5, διότι 9 ἐπὶ | 5 γίν- | 45. |
| | | 54 εἶναι | 6, διότι 9 ἐπὶ | 6 γίν- | 54. |
| | | 63 εἶναι | 7, διότι 9 ἐπὶ | 7 γίν- | 63. |
| | | 72 εἶναι | 8, διότι 9 ἐπὶ | 8 γίν- | 72. |
| | | 81 εἶναι | 9, διότι 9 ἐπὶ | 9 γίν- | 81. |
| | | 90 εἶναι | 10, διότι 9 ἐπὶ | 10 γίν- | 90. |



Παιδιά μου! εἰάν μελετήσητε τὸν Πίνακα τοῦτον καλῶς, θὰ ἠμπορεῖτε νὰ εὐρίσκητε χωρὶς δυσκολίαν τὸ ἡμισυ, τὸ τρίτον, τὸ τέταρτον, τὸ πέμπτον, τὸ ἕκτον κ. τ. λ. καὶ μεγαλητέρων ἀριθμῶν. Π χ.

Τὰ ἡμίσεα τῶν 642 εἶναι 321· διότι ὁ ἀριθμὸς 642 εἶναι σύνθετος ἀπὸ τρία μέρη, ἤγουν: 600, 40 καὶ 2. Λάβετε λοιπὸν τὰ ἡμίσεα τῶν 600, τῶν 40 καὶ τῶν 2, καὶ θὰ εὕρητε, ὅτι γίνονται 321, διότι ἡμισυ τῶν 600 εἶναι 300, τῶν 40 εἶναι 20, καὶ τῶν 2 εἶναι 1.

Παρομοίως εὐρίσκεται καὶ τὸ τρίτον τῶν 963, διότι 300 εἶναι τὸ 3^{τον} τῶν 900, 20 τὸ 3^{τον} τῶν 60, καὶ 1 τὸ 3^{τον} τῶν 3.

Τὸ 4^{τον} τῶν 848 εἶναι 212· διότι 200 εἶναι τὸ 4^{τον} τῶν 800, 10 τὸ 4^{τον} τῶν 40, καὶ 2 τὸ 4^{τον} τῶν 8. Ἐάν λοιπὸν τέσσαρες ἄνθρωποι θελήσωσι νὰ μοιρασθῶσι τὰ 848 γρ- πρέπει νὰ λάβῃ ὁ καθεὶς 212 γρόσια.

Ἐκ τῶν ἀκόλουθα δὲ θὰ ἐννοήσητε τοῦτο κα-
λήτερα.

Γυμνάσματα.

Δύω παιδιά θέλουν νὰ μοιράσωσι 18 μῆλα · πόσα
θὰ πάρῃ τὸ καθέν;

Ὁ Νικόλαος καὶ ἡ Θωμαῖς θέλουν νὰ μοιράσωσι
24 καρτέδια εἰς δύο ἰσάλληλα μέρη · πόσα θὰ λάβῃ
ὁ καθείς;

3 ἄνθρωποι ἐυρήκαν 12 γρόσια · πόσα θὰ πάρῃ
ὁ καθείς;

8 πῆλαι ροῦχον ἀγοράσθησαν διὰ 48 γρόσια ·
πόσα ἀξίζει ἡ μία;

6 ὀκάδες ἀγιοκήριον ἀγοράσθησαν διὰ 42 γρόσια ·
πόσα ἀξίζει ἡ μία; (καὶ ἄλλα πολλὰ τιαυῦτα παρα-
δείγματα.)

Δύω παιδιά νὰ μοιρασθῶσιν 1 μῆλον · πόσον θὰ
πάρῃ τὸ καθέν;— Ἀποκριαίς Ἡμισυ μῆλον ἥτοι $\frac{1}{2}$.

Δύω παιδιά εἰν μοιράσωσι 5 μῆλα, πόσα θὰ λάβῃ
τὸ καθέν;

Εἶπατε · πέντε μῆλα εἶναι ἴσα με 4 καὶ ἓν μῆλον,
τὸ ἥμισυ τῶν 4 εἶναι 2 τὸ δὲ ἥμισυ τοῦ 1 εἶναι $\frac{1}{2}$. Ἄρα
τὸ καθέν παιδίον θὰ λάβῃ $2\frac{1}{2}$ μῆλα.

3 παιδιά θέλουν νὰ μοιρασθῶσιν 8 παράδες · πό-
σους θὰ λάβῃ τὸ καθέν;

3 παιδιά θέλουν νὰ μοιρασθῶσι 2 μῆλα · πόσα θὰ
λάβῃ τὸ καθέν;

Εἶπατε τὸ τρίτον μέρος τοῦ 1 μήλου εἶναι $\frac{1}{3}$ τῶν 2 $\frac{2}{3}$.

Πόσον εἶναι τὸ 5^{τον} μέρος τῶν 5 μῆλων;

Εἶπατε τὸ 3^{τον} μέρος τῶν 3 μῆλων εἶναι 1 μῆλον; τὸ δὲ 3^{τον} τῶν λοιπῶν 2 μῆλων εἶναι $\frac{2}{3}$.

4 πῆχαι πανὶ ἀγοράσθησαν 24 τριάκια· πόσους παράδους ἀξίζει ἡ μία;

Ἐὰν, ἔχων 2 φομῖα μεγάλα, κόψῃς τὸ ἓν εἰς 8 κομμάτια καὶ τὸ ἄλλο εἰς 16, ποῖα κομμάτια θὰ ἦναι μεγαλύτερα τὸ 8, ἢ τὰ 16: —

Λοιπὸν ποῖα μέρος εἶναι μεγαλύτερα, τὰ ὄγδοα, ἢ τὰ δέκατα ἕκτα;

Ἐὰν παρατηρήσῃτε καλὰ τὸ ἀνωτέρω παράδειγμα, θὰ ἴδητε, ὅτι ὅσον ολιγώτερον εἶναι τὰ μέρη τοῦ ὅλου, τόσον εἶναι μεγαλύτερα, καὶ ὅσον πλείότερα, τόσον μικρότερα.

Πόσα ὄγδοα μιᾶς πῆχης εἶναι ἴσα μὲ ἓν τέταρτον αὐτῆς;

Ἐξήρῃτε ἤδη ὅτι 4 τέταρτα μιᾶς πῆχης εἶναι ἴσα μὲ 1 ὄγδοα· ἀρῖε ἔπειτα νὰ ἰσολογῇ μὲ $\frac{2}{8}$.

Πόσα ἕκτα μιᾶς πῆχης εἶναι ἴσα μὲ ἓν τρίτον αὐτῆς;

Πόσα δέκατα ἕκτα ἐνὸς ὅλου εἶναι ἴσα μὲ ἓν ὄγδοον τοῦ ἰδίου ὅλου;

Πόσα ἔννατα εἶναι ἴσα μὲ ἓν τρίτον;

Πόσα εἰκοστὰ ἑβδόμη εἶναι ἴσα μὲ ἓν ἔννατον;

Πόσα εἰκοστὰ εἶναι ἴσα μὲ ἓν πέμπτον;

Πόσα εἰκοστὰ πρῶτα εἶναι ἴσα μὲ ἓν ἑβδόμον;

Πόσα τεσσαρακοστὰ δεύτερα εἶναι ἴσα μὲ ἓν ἕκτον;

Ἴδετε, παιδία μου, πόσῃ ὠφέλειαν οἷς ἐπροξένη-
σεν ἡ μελέτη τοῦ Πίνακος. Τώρα δὲ αἷς δοκιμάσω-
μεν καὶ εἰς προβλήματα μεγαλητέρων ποσοτήτων.

Ποῖον εἶναι τὸ ἥμισυ τῶν

2, 20, 200, 2 000, 20 000, 200 000,
4, 40, 400, 4 000, 40 000, 400 000,
6, 60, 600, 6 000, 60 000, 600 000,
8, 80, 800, 8 000, 80 000, 800 000;

Ποῖον εἶναι τὸ τρίτον τῶν

3, 30, 300, 3 000, 30 000, 300 000,
6, 60, 600, 6 000, 60 000, 600 000,
9, 90, 900, 9 000, 90 000, 900 000;

Ποῖον εἶναι τὸ τέταρτον τῶν

4, 40, 400, 4 000, 40 000, 400 000,
8, 80, 800, 8 000, 80 000, 800 000;

Ποῖον εἶναι τὸ πέμπτον τῶν

5, 50, 500, 5 000, 50 000, 500 000;

Ποῖον εἶναι τὸ ἕκτον τῶν

6, 60, 600, 6 000, 60 000, 600 000;

Ποῖον εἶναι τὸ ἑβδομον τῶν

7, 70, 700, 7 000, 70 000, 700 000;

Ποῖον εἶναι τὸ ὄγδοον τῶν

8, 80, 800, 8 000, 80 000, 800 000;

Ποῖον εἶναι τὸ ἔννατον τῶν

9, 90, 900, 9 000, 90 000, 900 000;

Δύω παιδιά θέλουσι νὰ μοιρασθῶσιν εἴκοσι δαμάσκηνα· πόσα θὰ πάρη τὸ καθέν; — Τὸ ἥμισυ τῶν 20 εἶναι 10· διότι 2 ἐπὶ 10=20.

Ἐνας πατήρ ἄφησεν εἰς τρεῖς υἱοὺς 6000 γρ- κληρονομίαν· πόσα θὰ πάρη ὁ καθείς; — Ἀπόκ. Τὸ τρίτον τῶν 6 χιλιάδων, καὶ τοῦτο δὲν περιέχει μῆτε ἑκατοντάδας, μῆτε δεκάδας, μῆτε μονάδας, ἀλλὰ δύο μόνον χιλιάδας· διότι αἱ δύο χιλιάδες πολλαπλασιαζόμεναι μὲ 3 γίνονται ἕξ χιλιάδες.

Ποῖον εἶναι τὸ 4^{τον} τῶν 80 000; — Ἀπόκ. 20 000, διότι 4 ἐπὶ 20000 γίνονται 80000.

Ποῖον εἶναι τὸ ἥμισυ τῶν 1200, — Ἀποκρίσις 600, διότι 2 ἐπὶ 600 γίνονται 1200.

Ἐὰν γυμνασθῆτε εἰς ταῦτα τὰ προβλήματα καλῶς, θὰ ἠμπορεῖτε νὰ μ' ἀποκρίνησθε καὶ εἰς τὰ ἀκόλουθα μὲ μεγάλην ἐτοιμότητα.

Ποσάκις ἐμπεριέχονται τὰ 2 εἰς τοὺς ἀκολουθῶν ἀριθμοὺς, ἢ ποῖον εἶναι τὸ ἥμισυ τῶν

100, 120, 140, 160, 180,

1000, 1200, 1400, 1600, 1800,

10 000, 12 000, 14 000, 16 000, 18 000,

100 000, 120 000, 140 000, 160 000, 180 000;

Ποσάκις ἐμπεριέχονται τὰ 3 εἰς τοὺς ἀκολουθῶν ἀριθμοὺς, ἢ ποῖον εἶναι τὸ τρίτον τῶν

120, 150, 180, 210, 240, 270,

1200, 1500, 1800, 2100, 2400, 2700,

12 000, 15 000, 18 000, 21 000, 24 000, 27 000,

120 000, 150 000, 180 000, 210 000, 240 000,

270 000;

Ποσάκις ἐμπεριέχονται τὰ 4 εἰς τοὺς ἀκολουθῶνς ἀριθμοὺς, ἢ ποῖον τὸ τέταρτον τῶν

120, 160, 200, 240, 280, 320, 360,
1200, 1600, 2000, 2400, 2800, 3200, 3600,
12 000, 16 000, 20 000, 24 000, 28 000, 32 000,
36 000,
120 000, 160 000, 200 000, 240 000, 280 000,
320 000, 360 000 ;

Ποσάκις ἐμπεριέχονται τὰ 5 εἰς τοὺς ἀκολουθῶνς ἀριθμοὺς, ἢ ποῖον εἶναι τὸ πέμπτον τῶν

100, 150, 200, 250, 300, 350, 400, 450,
1000, 1500, 2000, 2500, 3000, 3500, 4000, 4500,
10 000, 15 000, 20 000, 25 000, 30 000, 35 000,
40 000, 45 000,
100 000, 150 000, 200 000, 250 000, 300 000,
350 000, 400 000, 450 000 ;

Ποσάκις ἐμπεριέχονται τὰ 6 εἰς τοὺς ἀκολουθῶνς ἀριθμοὺς, ἢ ποῖον εἶναι τὸ ἕκτον τῶν

120, 180, 240, 300, 360, 420, 480, 540,
1200, 1800, 2400, 3000, 3600, 4200, 4800, 5400,
12 000, 18 000, 24 000, 30 000, 36 000, 42 000,
48 000, 54 000 ;
120 000, 180 000, 240 000, 300 000, 360 000,
420 000, 480 000, 540 000 ;

Ποσάκις ἐμπεριέχονται τὰ 7 εἰς τοὺς ἀκολουθίους ἀριθμοὺς, ἢ ποῖον εἶναι τὸ ἕβδομον τῶν

140, 210, 280, 350, 420, 490, 560, 630,
1400, 2100, 2800, 3500, 4200, 4900, 5600, 6300,
14 000, 21 000, 28 000, 35 000, 42 000, 49 000,
56 000, 63 000,
140 000, 210 000, 280 000, 350 000, 420 000,
490 000, 560 000, 630 000;

Ποσάκις ἐμπεριέχονται τὰ 8 εἰς τοὺς ἀκολουθίους ἀριθμοὺς, ἢ ποῖον εἶναι τὸ ὄγδοον τῶν

160, 240, 320, 400, 480, 560, 640, 720,
1600, 2400, 3200, 4000, 4800, 5600, 6400, 7200,
16 000, 24 000, 32 000, 40 000, 48 000, 56 000, 64 000,
72 000,
160 000, 240 000, 320 000, 400 000, 480 000,
560 000, 640 000, 720 000;

Ποσάκις ἐμπεριέχονται τὰ 9 εἰς τοὺς ἀκολουθίους ἀριθμοὺς, ἢ ποῖον εἶναι τὸ ἕννατον τῶν

180, 270, 360, 450, 540, 630, 720, 810,
1800, 2700, 3600, 4500, 5400, 6300, 7200, 8100,
18 000, 27 000, 36 000, 45 000, 54 000, 63 000,
72 000, 81 000,
180 000, 270 000, 360 000, 450 000, 540 000,
630 000, 720 000, 810 000;

Γυμνάσματα.

Ἀγόρευέ τις διὰ ἑξο γρόσια πρᾶγμα· κ' ἐπλήρωσε διὰ τὴν ὁκτὼν ὀ γρόσια· πόσαι ὁκάδες ἦιον ὄλον τὸ

πρᾶγμα ; — Ἐξ ἑξήκοντα ἑξήκοντα ἑξήκοντα, ἡσάκις τὰ 8 γρό-
 σι ἐμπεριέχονται εἰς τὰ 560 (ἦτοι 56 δεκάδες)
 ἦγουν 70 ἑξήκοντα (7 δεκάδες).

Ἐκ τὸ παράδειγμα τοῦτο βλέπετε , ὅτι διὰ τὴν δι-
 αίρεσιν τῆς μίαν ποσότητα μὲ πλειοτέραν ευκολίαν ,
 πρέπει τὴν καταβάσιν τὸν ἀριθμὸν τοῦ ἀνωτέρου
 βαθμοῦ, ἕνα βαθμὸν παρακάτω · π. χ. τὰς δεκά-
 δας τοῦ ἀριθμοῦ 500, εἰς τὰς δεκάδας τοῦ ἀριθ-
 μοῦ 60, λέγων : τὰ 500 περιέχουσι πενήντα δεκάδας,
 καὶ τὰ 60, 6 δεκάδας · ἄρα μὲθ' 56 δεκάδας. Τὸ
 αὐτὸ κίμνυτε καὶ εἰς τ' ἀκόλουθα παραδείγματα.

Ἐξ ἑξήκοντα χιλιάδες καὶ ἑννεακόσιοι ἡμέραι πόσαι
 ἑβδομάδες κίμνουσιν ;

Ἐάν μοιρασθῶσιν 8 ἀνθρώποι 3200, πόσα λαμβάνει
 ὁ καθείς ;

3 0 00 εἰς 8 μοιρασθῶσιν εἰς 8 ἀνθρώπους, πόσα
 λαμβάνει ὁ καθείς ;

(καὶ ἄλλα πολλὰ τοιαῦτα παραδείγματα.)

Ὅταν ὅμως καὶ οἱ δύο ἀριθμοὶ, ἦγουν καὶ
 ὁ Διαιρετέος καὶ ὁ Διαιρέτης, εἶναι τοῦ αὐτοῦ βαθ-
 μοῦ, τοὺς θεωρεῖτε ὡς ἀπλᾶς μονάδας. Π. χ.

Ἐάν εἰς ἓν κομμάτιον πανίον ἐμπεριέχονται εἴ-
 κοσι πῆλαι, ἑξήντα πῆλαι εἰς πόσα κομμάτια ἐμ-
 περιέχονται ; Ἐξ ἑξήκοντα πόσαι, ἡσάκις ὁ εἴκοσι ἐμ-
 περιέχεται εἰς τὴν 60, ἢ ἡσάκις ὁ 2 εἰς τὸν 6.

(καὶ ἄλλα πολλὰ ὅμοια παραδείγματα.)

Ἐποικινδύηποτε ποσότητα καὶ ἂν θέλητε νὰ διαι-
ρέσητε, πρέπει ν' ἀρχίζητε πρῶτον ἀπὸ τὰς μονάδας
τῶν ἄνωτέρων βαθμῶν, καὶ ἔπειτα νὰ καταβαίνητε
βαθμηδὶν εἰς τὰς μονάδας τῶν κατωτέρων. Π. χ.

Ποσάκις ἐμπεριέχονται 7 γρόσια εἰς 70 γρόσια; —
Ἄρα 2 γρόσια ἐμπεριέχονται εἰς 60: 30 φορές, καὶ
2 εἰς τὰ ἐναπολειφθέντα 10: 5 φορές. Ἄρα τὰ 2 εἰς
τὰ 70 ἐμπεριέχονται 35 φορές.

Σὰς ἐπρόβουλα τοῦτο τὸ παράδειγμα διὰ νὰ ἴδητε,
ὅτι, ἑσάκις δὲν ἠμπορεῖτε νὰ διαιρῆτε τὰς μονάδας
τοῦ ἄνωτέρου βαθμοῦ, πρέπει νὰ καταβαίνητε παρα-
κάτω εἰς τὸν πλησιέστερον ἀριθμὸν, καὶ τὰ ἐναπο-
λειπόμενα νὰ τὰ διαιρῆτε χωριστά.

Διὰ νὰ γυμνασθῆτε δὲ, εἶναι ἀνάγκη νὰ εὔρητε
μόνοι σας παραδείγματα, ὡς —

Πέντε ἄνθρωποι νὰ μοιράσωσιν 75 γρόσια· πόσα
θὰ λάβῃ ὁ καθείς; καὶ τὰ τοιαῦτα.

Ὅταν δὲ ὁ Διαιρέτης ἦναι 1 σύνθετον μὲ μηδενικὰ,
τότε κόπτεται μὲ τὸν νοῦν σας ἀπὸ τοῦ Διαιρετέου
τὸ δεξιὸν μέρος τόσους χαρακτῆρας, ὅσα μηδενικὰ
ἔχει ὁ Διαιρέτης, καὶ τὰ ἐναπολειπόμενα εἰς τὸ ἀρι-
στερὸν μέρος εἶναι τὸ Πηλίκον· π. χ.

10 ἄνθρωποι νὰ μοιράσωσι 1730 γρόσια· πόσα λαμ-
βάνει ἑ καθείς; — Ἄρα 173 γρόσια.

Λίσις. Κατὰ τὸν κανόνα πρέπει νὰ κίψωμεν μὲ
τὸν νοῦν μας ἀπὸ τὰ δεξιὰ τοῦ Διαιρετέου τόσους
χαρακτῆρας, ὅσα μηδενικὰ ἔχει ὁ Διαιρέτης. Ὁ δι-
αιρέτης 10 ἔχει ἓν μηδενικόν, ἐκόψαμεν λοιπὸν καὶ

ἀπὸ τὸν Διαρετίων ἓνα χαρακτηῆραι , ὅς τις εἶναι
μηδεμικον , καὶ μένουσιν ἀπὸ τὰ 1750 μόνον 173 (0.

Γυμνάσματα.

Ποῖον εἶναι τὸ δεκατημόριον τῶν

10 , 20 , 30 , 40 , 50 , 60 , 70 , 80 , 90 ,
100 , 200 , 300 , 400 , 500 , 600 , 700 , 800 , 900 ,
1000 , 2000 , 3000 , 4000 , 5000 , 6000 , 7000 , 8000 , 9000 ,
10 000 , 20 000 , 30 000 , 40 000 , 50 000 , 60 000 ,
70 000 , 80 000 , 90 000 ;

Ἀπὸ τὰ προεχθέντα ἐγνωρίσατε , ὅτι ὁ Διαρετής
10 κάμνει τὸν Διαρετίον δεκάκις μικρότερον : ἤγουν ,
τὰς δεκάδας , μονάδας· τὰς εκατοντάδας , δεκάδας·
τὰς χιλιάδας , εκατοντάδας· κ. τ. λ.

Ποῖον εἶναι τὸ εκατοστημόριον τῶν

100 , 200 , 300 , 400 , 500 , 600 , 700 , 800 , 900 ,
1000 , 2000 , 3000 , 4000 , 5000 , 6000 , 7000 , 8000 , 9000 ;

Ποῖον εἶναι τὸ χιλιοστημόριον τῶν

1000 , 2000 , 3000 , 4000 , 5000 , 6000 , 7000 , 8000 , 9000 ,
10 000 , 20 000 , 30 000 , 40 000 , 50 000 , 60 000 ,
70 000 , 80 000 , 90 000 ;

Ποῖον εἶναι τὸ δεκακισχιλιοστημόριον τῶν

10 000 , 20 000 , 30 000 , 40 000 , 50 000 , 60 000 ,
70 000 , 80 000 , 90 000 ;

Ἐὰν ἐγκαταλέθετε τὰ ῥηθέντα καλὰ , δεῦν θὰ δυσκο-
λευθῆτε τὰ εὐρίσκητε καὶ τὸ 20^{ον} , 30^{ον} , 40^{ον} , 50^{ον} ,
60^{ον} , 70^{ον} , 80^{ον} , 90^{ον} , ὅποιονδήποτε ἀριθμοῦ. Π. χ.

Ποῖον εἶναι τὸ 30^{ον} τῶν 9000 γροσίων ;

Λύσις. Λίγεις· τὸ 10^{τον} τῶν 9000 εἶναι 900, τὸ δὲ 3^{τον} τῶν 900 εἶναι 300. "Ἢ κινᾷ ἄλλον τρόπον; 5 ἐπὶ 10 μέρη γίνονται 50 μέρη τοῦ ὅλου. Τὸ τρίτον λοιπὸν τῶν 9000 εἶναι 3000, τὸ δὲ δέκατον τῶν 3000 εἶναι 300.

"Ομοίω δὲ ὁ Διαιρέτης εἶναι σύνθετος ἀπὸ μόνον δεκάδας, καθὼς εἶς τὸ ἀνωτέρω παράδειγμα, τότε διαιρεῖ τὸν Διαιρετέον μόνον μὲ ἓνα ἀριθμὸν κλάτων τὰ μηδενικά· π. γ. Ποσάκις ἐμπεριέχεται ὁ 70 εἰς τὸν 915; — Ἐπειδὴ ὁ Διαιρέτης 70 ἔχει δεξιόθεν ἓν μηδενικόν, πρέπει νὰ κόψῃς καὶ ἀπὸ τὸ δεξιὸν μέρος τοῦ Διαιρετέου τὸν πρῶτον χαρακτῆρα 3, καὶ νὰ εἴπῃς 91 διὰ 7—13 καὶ τὰ $\frac{5}{10}$. Τὰ τρία ταῦτα, τὰ ὅποια δὲν ἠμποροῦσι νὰ διαιρεθῶσι μὲ τὰ 70, ἐγράψησαν, καθὼς βλέπετε, ἐπάνω, καὶ ὁ Διαιρέτης ὑποκάτω μιᾶς Ὀριζοντίου γραμμῆς ὡς κλάσμα.

Διὰ νὰ γυμνασθῆτε λοιπὸν καλὰ, παιδία μου! εἶναι ἀναγκαῖον νὰ ἐυρίσκητε μόνοι σας παραδείγματα. Ἄφ' οὗ δὲ καταλάβητε καλὰ τὰ ζηθέντα, θὰ ἤξεύρητε νὰ διαιρῆτε καὶ κάθε ἄλλον ἀριθμὸν διότι μεταξὺ τούτου καὶ ἄλλων προβλημάτων εἶναι μεγάλη συμφωνία, πολλῶς δὲ καὶ ὁμοιότης.

Τ Ε Λ Ο Σ.